



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA



CLAUDIANY NARCISO BORGES

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LUDICIDADE COMO
PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA
MATEMÁTICA**

ARRAIAS-TO
2018

CLAUDIANY NARCISO BORGES

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LUDICIDADE COMO
PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede, como requisito parcial para obtenção
do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora:
Profa. Dra. Alcione Marques Fernandes.

ARRAIAS-TO
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

- B732h Borges, Claudiany Narciso .
A História da Matemática e Ludicidade como proposta didática para o ensino da Matemática. / Claudiany Narciso Borges. – Arraias, TO, 2018.
55 f.
- Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2018.
Orientadora : Profa. Dra. Alcione Marques Fernandes
1. Uma História da Matemática. 2. A História da Matemática como via para cognição. 3. Sobre Ludicidade e Matemática. 4. Ludicidade e Matemática: Proposta de Trabalho. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

CLAUDIANY NARCISO BORGES¹

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LUDICIDADE COMO PROPOSTA
DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA


Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede, foi avaliada para obtenção do título de Mestre em Matemática, e aprovada em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Data da aprovação: 29 / 10 / 2018

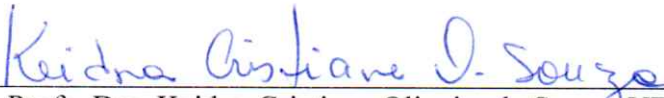
Banca Examinadora:



Profa. Dra. Alcione Marques Fernandes, UFT
Orientadora



Profa. Dra. Raquel Carneiro Dörr, UnB
Examinadora



Profa. Dra. Keidna Cristiane Oliveira de Souza, UFT
Examinadora

¹ A autora foi bolsista CAPES.

Dedico este trabalho:

Aos meus pais Irani e Cleusa pelo exemplo de amor, coragem, honestidade e perseverança.

Ao meu filho Gustavo, por ter me ensinado o verdadeiro significado do amor. Por ser o meu maior incentivador nesta trajetória.

Agradecimentos

Numa jornada árdua e longa os agradecimentos são inúmeros: A Deus pela vida e pela realização de um sonho;

Aos meus familiares, em especial aos meus pais que sempre enfatizaram a importância do estudo, e por não medirem esforços pra me ajudar a suprir a minha ausência perante o meu filho, e a minha irmã Sávvia pelo incentivo;

Ao meu filho Gustavo Narciso Ritter, por sempre ter compreendido que a minha ausência, e por entender que tudo que tenho feito é em razão da sua existência;

Ao meu amor Vilmarck pelo apoio, carinho e compreensão;

Aos companheiros de jornada que por muito tempo dividimos momentos felizes e muitas tempestades;

A minha companheira de estudo e de vida, a Gisely Fernandes, pelas noites de estudos e pelo ombro amigo nas minhas horas de desesperos;

A minha professora e orientadora Dra. Alcione pela oportunidade, dedicação, orientações e pelo imenso carinho a mim oferecido;

Aos professores mestres e doutores do Programa de Mestrado do Campus Araraías/UFT, que lutam dia após dia, por um sistema educacional de qualidade;

Aos colegas de trabalho, que entenderam a importância da conclusão deste trabalho em minha vida e que compreenderam as minhas faltas, eis o motivo.

"Toda história é uma história atual e a verdade desse conhecimento histórico depende da necessidade que o gerou."
(Adam Schaff)

Resumo

Esta dissertação analisa as condições de aproximação entre história da matemática e a ludicidade, como método de aprendizagem. A educação matemática tem se mostrado como um desafio nos dias atuais. Diante disso, o objetivo principal desta pesquisa é discutir os meios segundo os quais, para melhorar a aprendizagem dos conceitos matemáticos, o uso da história e da ludicidade se relacionam para potencializar as perspectivas de aprendizagem. Metodologicamente, este estudo lança mão da pesquisa qualitativa, de cunho bibliográfica. Entre as principais reflexões destacadas, estão: Mendes (2006; 2003); Mol (2013), Anjos Filho (2017), Freitas (2017) além dos clássicos Boyer (1974) e Eves (2004), bem como os documentos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática e a Base Nacional Comum Curricular. A partir desses e outros textos analisados, observa-se que no interior da sala de aula, apenas apresentar conceitos sem a devida contextualização histórica, não tem surtido efeito. Sendo assim, a história juntamente com a ludicidade apresenta-se como campos extremamente importantes para a Matemática, especialmente no que diz respeito ao seu ensino para alunos do ensino fundamental. Os quatro capítulos deste trabalho articulam-se para mostrar justamente essa possibilidade em favor da cognição dos alunos. Finalmente, deve-se destacar o modo como essa a Matemática, enquanto produção cultural, se mostra como campo interdisciplinar exigindo, por assim dizer, novas práticas para novas formas de agir e pensar dos alunos.

Palavras-chaves: Ensino de matemática. História. Ludicidade. Alunos.

Abstract

This dissertation analyzes the conditions of approximation between history of mathematics and playfulness as a method of learning. Mathematics education has proved to be a challenge today. Therefore, the main objective of this research is to discuss the means by which, to improve the learning of mathematical concepts, the use of history and playfulness are related to the potential of learning perspectives. Methodologically, this study makes use of the qualitative, bibliographical research. Among the main reflections highlighted are: mendes (2006; 2003); (2013), Anjos Filho (2017), Freitas (2017) in addition to the classic Boyer (1974) and Eves (2004), as well as the documents National Curriculum Parameters – Mathematics and the National Curricular Common Base. From these and other texts analyzed, it is observed that within the classroom, only presenting concepts without proper historical contextualization, has no effect. Thus, history along with playfulness presents itself as extremely important fields for Mathematics, especially with regard to its teaching for elementary school students. The four chapters of this paper articulate to show precisely this possibility in favor of students' cognition. Finally, it should be pointed out how Mathematics, as a cultural production, shows itself as an interdisciplinary field requiring, as it were, new practices for new forms of student action and thinking.

Key-words: Mathematics teaching. History. Playfulness. Students.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representações numéricas dos egípcios.	19
Figura 2 – Representação do número 3244	20
Figura 3 – Plano Cartesiano	43
Figura 4 – Reta numérica	43
Figura 5 – Classificação do Campeonato Brasileiro 2014	44
Figura 6 – Cidades mais frias no brasil - junho de 2016	45
Figura 7 – Cartela de bingo.	46
Figura 8 – Operações para o bingo	47
Figura 9 – Gira dos números inteiros	48
Figura 10 – Matemática na selva	49

Lista de tabelas

Tabela 1 – Competências de Matemática para o Ensino Fundamental	28
Tabela 2 – Habilidades 1º e 2º bimestre para o 7º ano no Currículo Referência de Goiás	37
Tabela 3 – Habilidades para o 7º ano BNCC	38

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	UMA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	14
2.1	A contagem	14
2.2	Para além da contagem: a matemática começa a ser sistematizada	18
3	A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO VIA PARA COG- NIÇÃO	21
3.1	A reflexão historiográfica	21
3.2	A história da matemática como método	24
4	SOBRE LUDICIDADE E MATEMÁTICA	31
5	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LUDICIDADE: PROPOSTA DIDÁTICA	36
5.1	Um exemplo prático	36
5.1.1	Proposta de atividade: Primeiro passo	39
5.1.2	Segundo passo: plano cartesiano, reta numérica e contextualizações . . .	42
6	CONSIDERAÇÕES	50
	REFERÊNCIAS	52

1 Introdução

A proposta de pesquisa propõe apresentar a importância do resgate da história dos processos de formação dos números para permitir a compreensão de seu uso no dia a dia. Uma das maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos é a compreensão do uso ou dos porquês de, por exemplo, a existência dos números inteiros, nos números negativos.

Posto isso, o que está no horizonte é pesquisar o modo como a visão historiográfica pode colaborar didaticamente para o ensino dos conteúdos matemáticos, possibilitando maior compreensão da Matemática no cotidiano. Não se trata de dizer que o professor de Matemática tenha que ser um exímio detentor dos métodos e saberes historiográficos, não é preciso ser um artífice, mas conhecer a história de seu campo do saber é fundamental não apenas para sua formação, mas para a sua prática.

Especificamente quanto aos estudos relativos à História da Matemática cumpre destacar os estudos da área que toma a Matemática do ponto de vista histórico. Entre esses autores estão inicialmente Boyer (1974) e Eves (2004) que traçam as linhas gerais dos processos históricos que envolvem a Matemática, bem como Ifrah (2005). No mesmo sentido aparecem outros textos de igual importância, como as pesquisas recém realizadas nas universidades brasileiras sobre essa questão: Anjos Filho (2017), Rios (2017), Freitas (2017).

Esta pesquisa pretende, portanto, mostrar como o saber histórico da composição dos conceitos e da sua validação pode ser instrumento importante para maior qualificação dos processos de ensino-aprendizagem, no nosso caso, especialmente dos números inteiros e dos números negativos.

Esta pesquisa tem como uma das principais justificativas a condição empírica. Durante praticamente 15 anos lidando com a prática do ensino da Matemática, atuando como professora do Ensino Fundamental e Médio da rede Estadual de Goiás e Tocantins percebi que um dos maiores empecilhos para os alunos aprenderem determinados conteúdos era justamente a falta da compreensão histórica dos processos formativos e legitimadores das questões em voga. No caso dos números inteiros e dos números negativos, por exemplo, tal dificuldade imperava.

A partir dessas dificuldades, entende-se que do ponto de vista pedagógico e cognitivo, o uso dos processos históricos pode contribuir para a aprendizagem dos alunos, uma vez que mostram os contextos de constituição dos saberes, bem como o modo como determinados conteúdos são validados.

Nesse sentido, esta pesquisa faz-se importante porque pode se tornar meio de refle-

xão sobre as práticas e o modo como os alunos podem aprender os conteúdos matemáticos de modo mais eficaz.

Por isso, nosso objetivo geral é analisar como o recurso à historicidade dos conceitos de números inteiros pode ser um instrumento para a composição e desenvolvimento da didática do ensino da Matemática. Deste se desdobram os seguintes objetivos específicos, que são como os caminhos a partir dos quais conduziremos esta análise, a fim de mostrar como procederemos.

- Investigar a importância da história da Matemática para a apreensão e desenvolvimento do ensino-aprendizagem;
- Mostrar como a história dos conceitos e conteúdos relacionados a números inteiros pode ajudar os alunos a aprendê-los;
- Analisar como o uso das atividades lúdicas relacionando-as com o saber histórico dos conteúdos pode tornar o aprendizado mais significativo nas aulas de Matemática.

Para alcançar esses objetivos, o trabalho pauta-se pela pesquisa bibliográfica. A pesquisa bibliográfica é atividade de localização e consulta de fontes diversas de informações escritas, para coletar dados gerais ou específicos a respeito de um tema. Segundo Santos (2006, p. 92), a pesquisa bibliográfica “tem como instrumento essencial a habilidade de literatura, isto é, a capacidade de extrair informações a partir de textos escritos”.

Metodologicamente nos vinculamos ao campo da pesquisa qualitativa, a qual nos permite uma investigação que leve em conta as expectativas, realidade, particularidades e opinião de cada sujeito alvo da pesquisa. A pesquisa qualitativa segundo Triviños (2009) deve superar a dicotomia qualitativo-quantitativo, ainda em evidência.

A pesquisa qualitativa objetiva, em geral, provocar o esclarecimento de uma situação para uma tomada de consciência pelos próprios pesquisados dos seus problemas e das condições que os geram, a fim de elaborar os meios e estratégias de resolvê-los (CHIZZOTTI, 2010, p.104).

Dessa forma esse método de pesquisa não permite uma definição exata do estudo de caso pesquisado, pois consiste em uma investigação onde os dados poderão ser alterados de acordo com o surgimento de novas questões.

Caminhando no sentido de explicitar as nossas perspectivas, organizamos esta dissertação em quatro capítulos. O capítulo 2, Uma História da Matemática, apresenta uma breve história da Matemática que, não obstante os seus limites, mostram a historicidade desse campo tão vasto de conhecimento.

No capítulo 3, A História da Matemática como via para cognição, começamos efetivamente a debater as questões que estão na pauta do trabalho. O debate acerca da

produção historiográfica coloca-se como elemento fundante para a matemática. Desde que se esclareça que a matemática é um campo extremamente relevante, mas, que, no interior da sala de aula os alunos encontram diversas dificuldades para compreenderem essa relevância e esses conteúdos. Por isso, esse capítulo destaca não só condição do saber historiográfico, mas os modos de ruptura com um saber ortodoxo e passa-se a organizar a partir das contextualidades.

O capítulo 4, Sobre ludicidade e Matemática, destacamos como a ludicidade, ao lado da história, pode servir à Matemática de modo tão peculiar, que, embora possa existir nas salas de aulas, parece que ainda não foram pensados de maneira mais sistemática. Por isso, mostramos que a questão lúdica, mesmo sendo mais comum na educação infantil, ganha força nos últimos anos na segunda fase ensino do fundamental. Além da condição criativa que possibilita a partir da provocação aos alunos, por meio dos desafios lógicos, as dinâmicas, as próprias regras entre outros, a ludicidade é um elemento fundamental para que os alunos possam vislumbrar certo prazer na aprendizagem, ou pelo menos observar que é totalmente possível ser um sujeito que cria novas possibilidades, diante de desafios singulares.

No quinto e último capítulo, História da Matemática e ludicidade: propostas de trabalho, mostramos alguns exemplos a partir dos quais a relação entre a história e a ludicidade pode colaborar para aprendizagem dos alunos. Para isso, destacamos a questão dos números negativos e especialmente articuladas com o lúdico e a historicidade. Para isso, formulamos uma proposta pedagógica que envolve tanto historicidade quanto jogos, articulando as premissas gerais deste trabalho. Tais articulações apontam para a possibilidade de, a partir do ensino da Matemática por meio desses instrumentos, os alunos possam se reconhecer como sujeito crítico das relações sociais que fazem parte.

Finalmente, não se trata de desmerecer a Matemática e sim de valorizá-la, a tal ponto, de modo a mostrar suas relações com outros campos de saber e com outras possibilidades de aprendizagem.

2 Uma História da Matemática

Neste capítulo faremos um breve levantamento histórico dos principais pontos da evolução da Matemática. Embora sem um maior aprofundamento, o fio condutor deste primeiro capítulo é mostrar como a Matemática se desenvolve historicamente e socialmente no interior das mais variadas formas de agir, pensar e sentir. Isso quer dizer que a Matemática se reorganiza e se ressignifica na medida em que as culturas dão sentido a ela e na medida em que as formas de significação conjugam-se para novas maneiras de pensar e agir no contexto da vida real e das simbologias produzidas no interior da cultura pelas práticas de linguagem. Trata-se, portanto, de um capítulo que mostra a Matemática como prática cultural que produz e que é produzida nas relações humanas.

2.1 A contagem

Falar de origens de um campo tão amplo como a Matemática pode colocar o pesquisador em uma situação de risco. No entanto, parece ser consenso entre os autores que a Matemática surge quando as sociedades humanas sentem a necessidade de contar. A contagem não ocorria apenas para organizar os rebanhos para ter um certo controle dos animais criados, mas também para contar o tempo, pensando na garantia da colheita bem como se contava para a realização do período correto das cerimônias religiosas. Portanto, a prática da contagem, como argumenta Mendes (2006, p. 2) “[...] não se restringia apenas às coleções domésticas, visto que os grupamentos dos dias em luas e o cálculo dos dias do ano remontam ao início das civilizações”.

Nesse mesmo sentido, como destaca Mol (2013, p. 13), apontando que a Matemática surge fundamentalmente com a contagem, “Ela começou a ser desenvolvida pelo ser humano muito antes de haver escrita ou civilização e, por isso, possuímos poucos elementos concretos para sua análise”. Todavia, essa dificuldade não limitou somente às possibilidades de análise, pois, “[...] as habilidades de contagem precedem qualquer desenvolvimento matemático mais sofisticado e sua compreensão é um passo inicial essencial para uma abordagem histórica da Matemática” (MOL, 2013, p. 13).

O mesmo autor continua e apresenta argumentos para justificar sua posição:

O ser humano possui habilidades naturais para pensar noções quantitativas rudimentares: muito e pouco, grande e pequeno, lento e rápido. A evolução humana, de uma vida primitiva para uma vida em sociedade, incorporou novos desafios sociais e econômicos. Novas demandas surgiram na organização do espaço, nas técnicas de produção e nas relações de natureza comercial. Estímulos vieram da interação com a natureza

ao seu redor, em especial da observação dos céus. O homem se viu assim diante da necessidade de pensar numericamente (MOL, 2013, p. 13).

A matemática surge, portanto, a partir da necessidade de organização da própria vida e das relações inerentes ao ser humano e às sociedades. Segundo Mendes (2006, p. 6) “A arte da numeração ou da contagem, em seus primórdios, prescindiu de qualquer sistematização”. Na sequência o autor mostra como a vida determinou o aparecimento desse recurso:

Como as coleções pertinentes à vida dos povos eram pequenas, não havia necessidade de uma arte de contar desenvolvida, pois ela não ia além da enunciação de um pequeno número de palavras ou de assinalar os equivalentes símbolos (MENDES, 2006, p. 2).

Além disso, deve-se considerar, conforme mostra o mesmo autor, que as sociedades humanas já conheciam as estações e isso fazia com que elas, de certa maneira contassem os dias ou tivessem algum controle e orientação sobre as mudanças das estações e quantidade de dias que elas duravam. Tal necessidade justificava-se porque as estações “[...] orientavam as práticas agrícolas, a pecuária, o armazenamento de alimentos, assim como ajudavam nas previsões climáticas e na tentativa de explicar e compreender fenômenos sobrenaturais” (MENDES, 2006, p. 3).

Para realizar essas contagens, nossos ancestrais se utilizavam de pedras, pinturas nas cavernas, mas não se trata de algo tão simples, deve-se considerar outras possibilidades. Como se pode perceber a contagem era realizada por meio dos mais variados instrumentos, sejam eles o próprio corpo ou os instrumentos fornecidos pela natureza:

O processo de contagem é algo sofisticado e não se trata de algo instintivo ou inato. Seu início aconteceu quando o homem desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e estabelecer entre eles uma correspondência um a um. Por exemplo, um pastor podia ter a noção do tamanho de seu rebanho ao comparar suas ovelhas com os dedos de suas mãos. Partes do corpo, como os dedos das mãos ou dos pés, funcionaram como instrumentos de contagem naturais. Pedregulhos, conchas ou grãos, bem como marcas no chão, na areia, em ossos ou madeira, poderiam ser empregados para quantificar o número de pessoas em uma população, de animais em um rebanho, ou ainda o número de dias decorridos desde um determinado evento (MOL, 2013, p. 13).

Os meios para se organizar uma contagem, como se pode observar, eram os mais variados, utilizando dos meios corporais ou por meio de pedregulhos ou marcas no chão bem como nas paredes. Isso aponta para a negação de uma visão inatista da contagem, algo que esteve já em uma suposta natureza humana. O que mostra Mol (2013) é que a contagem é fruto da empiria, isto é, das experiências humanas que são fomentadas por necessidades das mais pontuais e diversas.

No mesmo sentido, Caraça (1951) argumenta que a contagem é uma necessidade comum das sociedades humanas especialmente sociedades complexas. Destaca ainda, que, mesmo se tais necessidades se resumissem à organizações menores ou até mesmo individuais, a contagem seria necessária, pois trata-se de um efetivo elemento organizador da vida. São as palavras do autor:

Se o homem vivesse isolado, sem vida de relação com outros homens, a necessidade da contagem diminuiria, mas não desapareceria de todo; a sucessão dos dias, a determinação das quantidades de alimentos como se sustentar e aos seus, por-lhe-iam aparecer problemas que exigiriam contagens mais ou menos rudimentares (CARAÇA, 1951, p. 3).

Mas esses aspectos, mesmo sendo fundamentais para uma noção preliminar, por que não dizer, rudimentar, da contagem, não se apresentou como eficaz. Era preciso sistematização, era preciso construir um sistema de contagem. Sendo assim, como assevera Mol (2013, 13) “[...] esse primeiro passo ainda não é suficiente para construir um sistema de contagem. Para tal, seria ainda necessário incorporar a noção de ordem”. Na sequência destaca:

No processo simples de associar objetos aos dedos das mãos, essa noção aparece ao ordenarmos os dedos, do polegar para o mínimo ou vice-versa. Note-se que o modo como os dedos são usados na contagem é um fato cultural: diferentes povos ordenam os dedos de forma distinta — alguns povos fecham os dedos das mãos ao contar, enquanto outros os abrem (MOL, 2013, p. 13).

Na medida em que as sociedades vão se organizando e se tornando mais complexas, a necessidade de sistematização aumenta, uma vez que novas demandas surgem.

Há vários exemplos, vindos da linguística e da antropologia, de que as primeiras tentativas de contagem foram contextuais. Existem línguas primitivas em que a escolha da palavra empregada para designar o número de objetos em um conjunto estava vinculada ‘a natureza do objeto. Por exemplo, no século XIX, a língua Tsimshian, falada por tribos da Colúmbia Britânica, no Canadá, possuía pelo menos sete sistemas diferentes de palavras usadas para contar, cujo uso dependia das características do objeto contado (MOL, 2013, p 15).

Não é novidade que esses usos e modos de usar e dar sentido aos números estão estritamente vinculados com a linguagem e como ela produz sentido. Mas, é preciso compreender que esses sentidos não são estáticos, uma vez que eles podem ter sentidos novos nos jogos de linguagem que cada sociedade produz em períodos e contextos diferentes.

Assim, as palavras designando números de 1 a 10 mudariam se os objetos contados fossem canoas ou pessoas, ou ainda se eles fossem planos, redondos ou longos. Esse aspecto contextual da contagem deixou traços

nas línguas modernas, aparecendo em diversos vocábulos que guardam a noção de quantidade, dentre eles os substantivos coletivos (MOL, 2013, p. 15).

Por esses aspectos não parece ser acertado dizer que a Matemática se sistematiza a partir do ocidente. Ela se sistematiza de modos diferentes em sociedades diferentes, na medida em que os usos são diferenciados.

Como sugere Mendes (2013) seria um equívoco pensar a importância da Matemática em nossas vidas apenas considerando as condições atuais. Para esse autor, além de termos consciência da importância da Matemática no conjunto das nossas relações modernas com ela, geralmente vinculadas aos bens de consumo, a notação das indústrias e outros aspectos, seria extremamente importante compreender os fundamentos da matemática em povos de civilizações que nos precederam. Mais do que isso, ele sugere que deveríamos responder à seguinte questão: “Como teria surgido o número no pensamento humano?” (Mendes, 2013, p. 7). Tal questão, que está mais vinculada à filosofia, pois remete à teoria do conhecimento, não pode ser rechaçada da matemática.

Desse modo Mendes (2013, p. 8) ao comentar os estudos de Fontes (1969), destaca que esse autor entende que “[...] os estudos antropológicos, econômicos e mesológicos apontam que os povos, em seu conjunto, partem de um estado inicial comum e vão sucessivamente superando etapas surgidas posteriormente [...]”. Mais do que isso, essas etapas vão

avançando progressivamente no domínio das ideias de quantidade e representação das mesmas, transmitindo cada uma de suas conclusões acumuladas às gerações futuras, quer na experiência cotidiana ou no processo contínuo de comunicação (MENDES, 2013, p. 8).

Essa progressão pode ser vista e entendida, porque, como afirma Mendes (2013, p. 8) comentando Chaboche (1990) “[...] a numeração é provavelmente o ato de conhecimento intelectual mais elementar e mais antigo”. Além do mais, “[...] numerar objetos e compreender suas relações constituem as principais utilidades do número na origem de todas as medidas pelas quais o ser humano assume seu lugar no universo (Mendes, 2013, p. 8). Tais condições, todavia, não são produzidas ao acaso:

As representações mentais e simbólicas do conceito de número manifestam-se através de um processo no qual a mente humana se baseia para criar uma linguagem de comunicação de seu pensamento, seja ela oral ou linguística. O importante é a concretização da representação mental através de códigos elaborados para comunicar (MENDES, 2013, p. 9).

Na sequência, continua o mesmo autor:

Assim sendo, o uso dos números em relação com a linguagem constitui-se em uma relação complexa e, para buscarmos um entendimento maior acerca dessa relação, é necessário admitirmos que a evolução do processo avançado de compreensão do número passa pelo desenvolvimento da fala. A conceituação do número e dos processos numéricos só é alcançada em uma etapa avançada do desenvolvimento cognitivo, pois antes de ser capaz de dominar os sistemas numéricos, o indivíduo desenvolve na prática sua competência linguística que inclui a expressão numérica (MENDES, 2013, p. 9-10).

Sendo assim, pode-se dizer que é fundamental entendermos que a matemática está vinculada a uma série de probabilidades que estão além da condição de contagem. A própria concepção sobre o significado de alguns números mostra que eles estão além da organização da vida cotidiana. Ela pode ser vista como uma espécie de organização espiritual, um vínculo com os deuses, um significado de perfeição ou até mesmo um número que possa vir a trazer má sorte. Além disso, esses aspectos estão presentes desde as sociedades primordiais até a atualidade.

2.2 Para além da contagem: a matemática começa a ser sistematizada

O mais importante passo para a matemática começar a ser sistematizada é o aparecimento da escrita. A escrita, como já vimos, não é o único meio de comunicação matemática, mas a partir dela o Ocidente começa a visualizar novas formas de organizar o pensamento. A própria racionalização ocidental, uma vez que a escrita apareceu, passou por novas sistematizações.

A palavra cálculo vem do latim *calculus*, que significa pedrinhas ou pequenas pedras. Acredita-se que a muitos milhares de anos, quando o homem não dominava nenhum sistema de contagem, os pastores para controlar a quantidade de ovelhas de seus rebanhos utilizavam essas pequenas pedras. Essa prática desenvolvida pelos pastores para fazer contas utilizando pedras, deu origem a palavra calcular, que é tanto utilizada na matemática e ficou conhecido como **contar com pedras**.

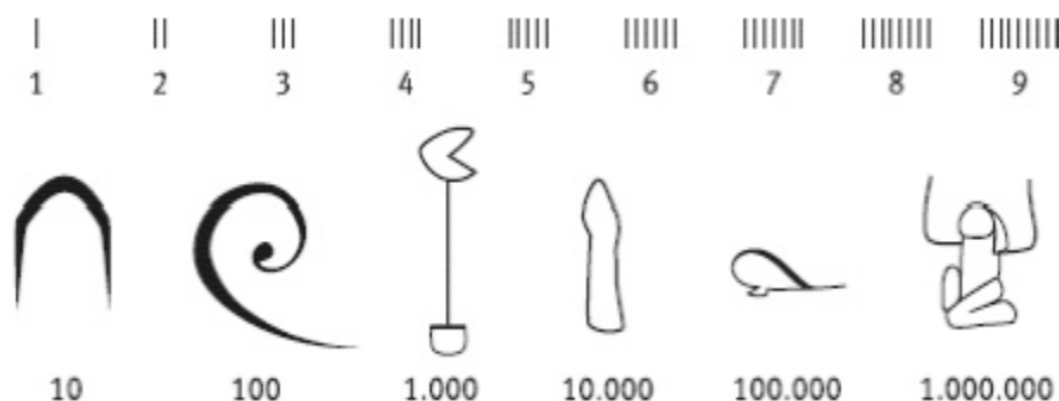
Quando as quantidades aumentaram esses meios não eram mais suficientes, foi nesse momento que os homens da Mesopotâmia inventaram a escrita como forma de contar, principalmente por causa do comércio, pois, precisavam registrar as transações financeiras. E assim foi elaborado o primeiro sistema numérico, composto por 60 símbolos. Nessa mesma época, os egípcios inventaram outro sistema numérico devido à necessidade de construir suas pirâmides.

Sobre aspectos gerais da civilização egípcia, vale dizer:

A civilização egípcia se desenvolveu no fértil vale do rio Nilo, no território que hoje corresponde ao Egito. Apesar de elementos civilizatórios estarem ali presentes desde o início do quarto milênio antes de Cristo, marcamos o seu início em 3150 a.C., quando ocorreu a unificação do baixo e do alto Egito com o primeiro faraó, iniciando o chamado período dinástico. A civilização egípcia passou pelo seu auge de prosperidade e poder entre os séculos XVI e IX a.C., entrando em seguida em um período de progressiva decadência, que culminou com a conquista do Egito por Alexandre, o Grande, em 332 a.C.. Um de seus generais, Ptolemeu Soter, se estabeleceu como governante, iniciando a chamada dinastia Ptolemaica que, a partir de Alexandria, governou o Egito até 30 a.C., ano em que a região passou a ser uma província romana (Mol, 2013, p. 20).

Há mais de 3000 anos, ainda no Egito, havia um súdito chamado Aahmesu, que significa Filho da Lua, cuja função na sociedade era de escriba. Hoje conhecido como Ahmes deixou o mais antigo manual da matemática, o Papiro de Ahmes, que contém 80 problemas resolvidos, com assuntos do cotidiano, como o 1992), que foi o que deu origem ao sistema egípcio de numeração. Observe-se o modo como os egípcios organizavam seu sistema, na imagem a seguir:

Figura 1 – Representações numéricas dos egípcios.



Fonte: ROQUE, (2012)

Como destaca Roque (2012, p. 57) as representações numéricas de 1 a 9 são representadas pelas barras, ou seja, o número nove, por exemplo, são nove barras. Mais sistemática e interessante, ainda, são as representações dos seguintes números: 10, é uma espécie de alça; 100 é uma espiral; 1.000 uma flor de lótus, 10.000, é um dedo; 100.000 é um sapo e 1.000.000 é representado por uma espécie de deus com as mãos para cima. Veja o exemplo do número 3.244, dado aprestando por Roque (2012, p. 57):

Figura 2 – Representação do número 3244



Fonte: ROQUE, (2012)

Entre os anos de 753 a.C e 476 d.C a civilização romana aperfeiçoou os números que vinham sendo usados desde a época das cavernas (Guelli, 1992), formando assim os algarismos romanos que conhecemos até hoje. O sistema de numeração romana também foi adotado na Índia, mesmo achando imensamente difícil efetuar cálculos com este sistema. E os indianos inventam o sistema de numeração mais notável de toda a história da Matemática: o sistema de numeração decimal (Guelli, 1992).

Essa breve história narrada neste primeiro capítulo, tem o intuito de mostrar a importância da história da matemática na sala de aula. Por mais que para os professores essas informações e acontecimentos sejam claros, para os alunos, que desconhecem tais processos, a matemática tende a ser tornar cada vez mais difícil. Desse modo, ensinar a matemática por meio da história dos seus processos pode ser uma saída possível.

No próximo capítulo, abordamos as reflexões gerais sobre como o saber historiográfico tem se transformado nas últimas décadas, atualizando e se modificando no que é necessário, possibilitando, assim, uma série de ações interdisciplinares e contextualizadas, das quais o ensino de matemática pode se valer.

3 A História da Matemática como via para cognição

Neste capítulo, discutiremos as principais contribuições teóricas que mostram os caminhos para uma boa relação entre a história e outros campos do saber. Trata-se, portanto, de mostrar, inicialmente a premissa conceitual a partir da qual o conhecimento histórico se organiza e se reinventa, especialmente a partir da ideia de história nova, conceito que funda as bases da historiografia contemporânea. Em seguida, discutiremos como, efetivamente, a história pode ser utilizada não só como recurso didático, mas como ferramenta que colabora com a matemática para formar estudantes críticos, conscientes dos problemas enfrentados na sociedade. Isso quer dizer que o que está em jogo é justamente a possibilidade de se desmistificar o entendimento segundo o qual a matemática não serve para as coisas cotidianas. Destaca-se, que, seguindo essa trilha desmistificadora, a matemática mostra-se como conhecimento atual e produtor de reflexão e sistematização de profundo impacto na melhoria da sociedade.

3.1 A reflexão historiográfica

Os usos da história foram, no decorrer do desenvolvimento, se alterando e se reorganizando seja no interior do próprio campo de saber seja nas suas relações com os outros campos do saber. Entre as alterações mais significativas, pode-se destacar a mudança de sentido e de reflexão que se estabelece a partir de meados do século XIX, especialmente com o pensamento de Karl Marx.

A partir dele e posteriormente com o surgimento da *Ecole des Annales* muitos campos do saber passaram a ser objetos da história. Entre eles se destacam as histórias dos marginalizados, das mentalidades, da prisão, das mulheres, do amor, enfim, uma série de histórias antes deixadas de lado, mas passaram a ser importantes no contexto da ampliação da história cultural (ALBUQUERQUE JUNIOR, 2007; BURKE, 1992; 2008).

Como é possível observar, nos últimos anos, os objetos da história vem passando por transformações cuja importância, pode ser dimensionada e adaptada para o professor de matemática. Basta perceber a profusão de obras que versam sobre novas metodologias e práticas de ensino que envolvem a história e a matemática. Fala-se de várias maneiras de tornar a história interdisciplinar e transdisciplinar.

É comum observar, por exemplo, como se tenta colocar, acertadamente, a história ao lado da literatura, da geografia, da sociologia. No caso da literatura Berutti e Marques (2009, p. 116) apontam que: “O texto literário, importante fonte histórica para a ‘História-problema’, pode fornecer, a partir das questões que lhe são feitas pelo historiador, um

novo ponto de vista sobre determinado tema, possibilitando, assim, uma nova narrativa”. A matemática também faz parte dessa ampliação do campo histórico, mas não para servi-la, e sim para utilizá-la como instrumento para ampliar a cognição dos alunos.

Entretanto, estas perspectivas estão em evidência, como afirma Fonseca (2010) somente no contexto universitário. No que concerne ao ensino de história na Educação Básica, esta autora aponta para uma profunda difusão do positivismo, cujas premissas estabelecem os horizontes de uma história linear e contínua. Sendo assim, não convém ficar mais pensando a matemática como uma espécie de abstracionismo sem fundamento, uma vez que todos os conceitos têm uma história e uma evolução, como o próprio campo do saber. Acredita-se que a narrativa histórica em sala de aula não deve ser outra, senão, crítica, concreta e intencional. É justamente sobre este prisma que a autora acima mencionada acredita que a história deve agir.

Concebemos história como o estudo da experiência humana no passado e no presente. A história busca compreender as diversas maneiras como os homens e mulheres viveram e pensaram suas vidas e a de suas sociedades, através do tempo e do espaço. Ela permite que as experiências sociais sejam vistas como um constante processo de transformação; um processo que assume formas muito diferenciadas e que é produto das ações dos próprios homens. O estudo da história é fundamental para perceber o movimento e a diversidade, possibilitando comparações entre grupos e sociedades nos diversos tempos e espaços. Por isso, a história ensina a ter respeito pela diferença, contribuindo para o entendimento do mundo em que vivemos e também do mundo em que gostaríamos de viver (FONSECA, 2010, p. 40).

Vê-se, com isso, que o agir histórico somente é possível com uma conscientização histórica nos profissionais. Tal nível de consciência é mais importante ainda quando se fala de uma relação entre os campos do saber. Deve-se considerar a importância necessária e imprescindível da interdisciplinaridade na construção de uma aprendizagem concreta e contextualizada, e que um dos meios possíveis é a intenção histórica.

O professor de matemática deve saber questionar a história fazendo o aluno pensar os processos em que está submetido, mas isso exige que o educador tenha esta forma de agir. Desse ponto de vista, a história passa a ser uma ação de conscientização contextualizada, pois, reflexiva. Problematiza o real desvendando a sua complexidade.

A complexidade do real abre ao pesquisador [professor] um campo muito vasto de possibilidades de investigação [...]. O pesquisador, pensando assim a história, se depara com o desconhecido e o inesperado; por isso o instrumental com que vai trabalhar ajuda-o muito mais a perguntar do que responder. Queremos assim dizer que o processo de investigação não cabe em esquemas prévios, e a categorias que servem de apoio ao trabalho serão construídas no caminho da investigação (VIEIRA; PEIXOTO e KHOURY, 1998, p. 8-9).

A história e seu uso para o ensino da matemática, portanto, não podem ser sucumbidas a uma visão linear e continuísta do mundo, haja vista que os novos caminhos para entender a história e a matemática só foram e são possíveis porque passaram por intensas transformações.

Evidenciando o desenvolvimento do ensino da história no Brasil, e denunciando os problemas do ensino-aprendizagem, Fonseca (2010) relata o que deve ser feito para melhorar o ensino da história.

A construção de novas propostas para o ensino de história deve, a nosso ver, fundamentar-se nessa concepção de escola como instituição social, um lugar plural, onde se estabelecem relações sociais e políticas, espaço social de transmissão e produção de saberes e valores culturais. É o lugar onde se educa para a vida, onde se formam as novas gerações para o exercício pleno da cidadania. Por isso, fundamentalmente, é um lugar de produção e socialização dos saberes (FONSECA, 2010, p.101).

Entender a escola como ambiente de difusão dos vários conhecimentos humanos, é um caminho necessário. No caso da percepção e reflexão matemática, a história acaba se mostrando um elemento essencial, pois, qualquer que seja o assunto, ele tem uma história. O fato é que ao se tratar da história não estamos tratando, como reza uma parte obsoleta do senso comum, simplesmente do passado. Trata-se de pensar e reorganizar o presente a partir do que a história tem a revelar tanto de continuidades quanto de rupturas com os mais diversos campos do saber e da vida.

Portanto, a história é, como lembra Mendes (2006, p. 81), “uma tentativa de responder perguntas acerca do processo de construção das informações apresentadas no presente”. Além disso, no que concerne à história, esta é “[...] escrita constantemente não apenas porque descobrimos fatos novos, mas também porque a nossa perspectiva sobre o que é um fato histórico muda [...]” (MENDES, 2006, p. 81). Dessa modo, trata-se de compreender então que a história efetivamente tem um papel destacado para a matemática, pois ela ajuda “[...] na construção da realidade matemática se considerarmos que é com base nessa história que teceremos uma rede de fatos cognitivos elaborados e praticados em diversos contextos socioculturais” (MENDES, 2006, p. 81). Além do mais, é justamente nessa

rede sociocognitiva e cultural que poderemos captar os elementos característicos do conhecimento matemático, visto que as atividades humanas sempre apresentam um entrelaçamento de ações que explicitam a realidade matemática construída (MENDES, 2006, p. 81).

Sendo assim, o que está em jogo é muito mais do que um simples contar e recontar a história de uma disciplina e sim de um processo de interação entre a realidade da produção do saber matemática, bem como o próprio saber matemático se desenvolve para explicar, mas, também, para construir a realidade.

3.2 A história da matemática como método

O uso do saber histórico não serve apenas para os pesquisadores da área. Esse saber, ou mesmo o ofício de historiador, podem ser utilizados como ferramenta para ilustração e esclarecimentos sobre os conteúdos, tornando a aprendizagem dos conteúdos matemáticos mais contextualizados, com as experiências diárias.

Como sugere, acertadamente, Mendes (2006) ao considerarmos a matemática historicamente, além da visualização com que ela trabalha com sistemas, números, conjuntos, entre outros, passaremos a uma compreensão mais sistemática de que ela se produz em contextos específicos, singulares e muito diferentes uns dos outros. “Assim, é importante considerarmos os processos de elaboração desse conhecimento pela humanidade, tendo em vista a compreensão do processo de universalização alcançado pela matemática acadêmica” (MENDES, 2006, p. 82).

Endossando os argumentos em favor da relação entre a matemática e a história, o mesmo autor destaca que a importância da história centra-se justamente por que a história é situada em contextos, datas, acontecimentos, ações (Mendes, 2006). Isso nos ajuda a perceber a necessidade de compreensão, por exemplo, o desenvolvimento de determinado conceito ou acontecimento da história da matemática, de modo a torná-lo mais inteligível. Segundo Mendes (2006, p. 82)

Um fato histórico da matemática é digno de memória quando exerce ou exerceu, na sociedade, uma função desencadeadora de uma série de acontecimentos matemáticos úteis à humanidade e que ainda podem gerar muito mais. O teorema de Pitágoras é um bom exemplo de um fato memorável, visto que a partir de sua elaboração se desencadeou o estudo da distância, que levou à criação do sistema de coordenadas, até a elaboração da geometria analítica, o que nos conduziu ao cálculo diferencial, provocando o aparecimento da análise, entre outros aspectos matemáticos investigados atualmente.

Desse ponto de vista, pode-se dizer que a história apresenta uma série de possibilidades que justificam seu uso como método, como meio para ajudar na formação dos alunos. Mas não se trata apenas de procurar estabelecer ou se vincular dogmaticamente a narrativas universais, está em jogo, também, a maneira como os grandes acontecimentos produzem novos, mais pontuais e por isso mesmo muito mais significativos para a vida cotidiana. A partir do cotidiano podemos fazer com que os alunos contextualizem e reconheçam a matemática, valorizando-a não só como um campo do saber que não é só abstrato e sim muito presente nas nossas relações mais comuns.

Como argumenta Anjos Filho (2017, p. 17) a difusão do saber histórico sobre matemática produz “[...] uma importante contribuição na aprendizagem dos conceitos, o professor pode criar condições, para que o aluno valorize mais os conhecimentos adquiridos, buscando uma ligação entre métodos antigos e atuais para se resolver problemas

de mesma natureza”. Trata-se, como se pode perceber, de utilizar a história não apenas para conhecer o passado, e sim de entender os usos da matemática no passado, apontando assim para um processo de contextualização e reconhecimento dos usos da matemática atualmente.

O estabelecimento de um diálogo entre os aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática através dessa perspectiva deve ser priorizado nas atividades de sala de aula, pois o mesmo se constitui suporte teórico do modelo que propomos e se estabelece na incorporação da investigação como uma atividade matemática e de educação científica por excelência que, aliada à história, se torna uma fonte de orientação para a geração da matemática escolar pelos estudantes (MENDES, 2006, p. 100).

A sala de aula é o lugar por excelência dessa experiência, uma vez que nesse espaço, os alunos podem ver a si mesmos como agentes de produção do conhecimento. De tal modo, que deixam de ver na matemática algo fora da realidade e inserem-na, ou melhor, passam a entendê-la como parte de todas as nossas relações. Sendo assim, é fundamental que façamos de modo razoável a utilização da história para mostrarmos aos alunos que a matemática não é um campo do saber que não tem história, para evitar que os alunos, enquanto aprendem, pensem que os conceitos surgem do nada, ao bel prazer. Por isso, o mesmo autor, argumenta sobre a maneira como os alunos frequentemente entendem as fórmulas e outros conceitos:

Muitos alunos têm a impressão de que todas as fórmulas e algoritmos usados para resolver um problema sempre foram desta forma, isto se deve ao fato, principalmente, do desconhecimento do aperfeiçoamento da matemática que conhecemos hoje, que percorreu um longo caminho e é fruto de vários personagens que dedicaram seu tempo e esforço na formulação destes conceitos (ANJOS FILHO, 2017, p. 17).

Partindo dessa condição, passamos para uma etapa fundamental para o ensino da matemática, especialmente entre os jovens, que é superar um dos principais obstáculos: o desinteresse. Como fazer o jovem ou a criança de hoje interessar-se por fórmulas ou operações cuja apresentação se pauta ainda nos moldes descontextualizados e, em muitos casos, ortodoxa? Mendes (2006) observa que a história da matemática pode ser um forte aliado para a superação do desinteresse, pois, estaríamos diante de uma nova forma para se apresentar a matemática na sala de aula. “Quando utilizamos a história associada ao aspecto cotidiano da matemática, buscando conduzir o aluno à matemática escolar até mostra-lhe o caráter científico desse conhecimento” (Mendes, 2006, p. 103), a partir daí, é possível que se consiga “desenvolver uma abordagem de ensino que relaciona o desenvolvimento epistemológico com a sua história” (Mendes, 2006, p. 103). O mesmo autor ratifica seu argumento com a seguinte análise:

Essa talvez seja uma maneira significativa de utilização pedagógica da história no ensino da matemática. Um dos modos para discutirmos os contextos cotidiano, escolar e científico da produção matemática pressupõe o resgate e/ou o estabelecimento produzido por diferentes grupos socioculturais, em diferentes momentos da existência humana no planeta (MENDES, 2006, p. 103).

Com esse argumento o autor destaca e amplia sua primeira análise, uma vez que além de indicar a importância da história da matemática para que os alunos se reconheçam como produtores de conceitos, vai além, mostra que o que está em jogo é a própria condição humana, ou seja, o modo como nós nos relacionamos com o nosso planeta. Para isso, observa-se a importância do professor nessas relações. Para além de um simples apresentador da história dos conceitos matemáticos, o professor passa a ser um problematizador, alguém que provoca os alunos. “Esse modo de usar a história da matemática em sala de aula não pressupõe que o professor deva pedir que os alunos refaçam os principais passos do descobrimento (construção) de um conceito matemático [...]” (Mendes, 2006, p. 103-104). Trata-se de um conjunto de relações bem mais complexas:

Esse é um modo estático de trazer a história para a sala de aula e que pode gerar um problema maior, ao invés de solucionar os que já existem. O professor deve, portanto, utilizar a história de um modo mais aliado às condições reais em que os estudantes se encontram, ou seja, a partir da incorporação dos aspectos socioculturais pelos quais os estudantes compreendem e explicam sua realidade (MENDES, 2006, p. 104)

Tal perspectiva está alinhada com os Parâmetros Curriculares Nacionais, que no final da década de 1990 já argumentavam em favor do uso da história como recurso didático, fato que mostra que esse mecanismo aparentemente ainda é pouco utilizado. Segundo os PCNs:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1997, p. 34).]

Comentando essa citação, Rios (2017, p. 6) destaca aspectos que podem ser superados a partir do uso da história, de tal modo que sua contribuição apresenta-se como fundamental para a organização das aulas e para o modo como o aluno pode aprender:

É possível, por meio da História da Matemática, que no processo de construção do seu conhecimento, o aluno tenha esclarecidas ideias inerentes ao tema estudado, respondendo alguns dos “porquês” e, assim, desenvolva um olhar mais crítico sobre os objetos do conhecimento (Rios, 2017, p. 6).

A possibilidade de esclarecimento dos porquês deve ser considerada e colocada em relevo, uma vez que tais elucidações ou a falta delas pode ser uma das barreiras para o aprendizado de certas fórmulas e conceitos, bem como sua aplicação a contextos mais pontuais. Deve-se destacar, ainda, que a Matemática é uma criação humana, que surge das possibilidades, limites e problemas das sociedades humanas. Trata-se de uma criação cuja finalidade é, inicialmente, a mais simples, possível e no decorrer na história vai se organizando conforme as demandas da sociedade. Mesmo evidenciando a importância da história, Rios (2017) adverte que não basta utilizá-la do modo tradicional. Ela deve ser utilizada de maneira dinâmica, ativa e contextualizada. Como já se destacou na primeira parte deste capítulo, uma história positivista e linear não atende mais a necessidades de nossa modernidade.

A História da Matemática não pode ser vista como um simples rol de fatos, datas e nomes a serem memorizados e que seja necessário que o professor a apresente para todos os conteúdos desenvolvidos. Deve ser vista, antes de tudo, como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conteúdos (Rios, 2017, p. 6).

Destaca-se, assim, o aprofundamento dos próprios métodos da história, que, como já analisamos no início deste capítulo, não estão mais a serviço de um roteiro de datas e fatos ortodoxamente repetidos. O que se percebe é a necessidade de investigar e entender os processos formadores, as continuidades e descontinuidades existentes que possibilitam o aparecimento de um conceito ou até mesmo a sua superação. Nesse sentido, como destaca o documento nacional, a história da Matemática é um meio para responder às indagações bem como um elo da construção da identidade cultural da nação:

Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1997, p. 34).

Como um campo do saber profundamente relacionado com outros e com fortes marcas na cultura humana, seja para debater ou explicar condições antropológicas, sociológicas, econômicas, simbólicas, a matemática é por si mesmo o testemunho da produção e do desenvolvimento das civilizações. Essas discussões, não se encerraram com os PNCs.. Desde o início dos debates acerca da BNCC – Base Nacional Comum Curricular documento cujo objetivo é alinhar as habilidades desenvolvidas pelos alunos em todo o território brasileiro, também destaca a necessidade dos processos históricos. No quadro geral das habilidades da BNCC para o ensino fundamental, a primeira já produz certa provocação, uma que,

como se pode observar, dirá que a matemática é uma ciência humana. Essa preocupação sugere uma espécie de crítica à ideia de que a matemática é apenas uma ciência exata, pois, mesmo ela estudando exatidões, ela é uma criação humana, da nossa cultura, que está infinitamente ligada a vida real e de concretude.

Sendo assim, observa-se que o quadro, mesmo não utilizando o termo, remete-se constantemente às questões históricas, quando se refere, por exemplo, às questões sociais e aos problemas. Essas são questões cuja matemática pode ajudar a compreender, para isso, no entanto, é preciso conhecer minimamente os processos de formação.

Tabela 1 – Competências de Matemática para o Ensino Fundamental

Competências de Matemática para o Ensino Fundamental
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. 6. Enfrentar situações-problemas em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Continuação Tabela 1 - Competências de Matemática para o Ensino Fundamental

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: BRASIL, (2017) e adaptação feita pela autora.

Diante desse quadro de habilidades, parece correto dizer que as premissas históricas estão relacionadas sistematicamente aos processos de organização do saber matemático, pelos alunos. Por isso, deve-se entender a história aqui não como um recuo esporádico ao passado. Esse recuo é intencional e político, pois, crítico, e está intimamente ligado às necessidades de contextualizar o presente, entendendo que a história se produz agora. No comentário sobre as habilidades, há o seguinte argumento:

É importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2017, p. 296).

Esses materiais, recursos só podem resultar em sucesso caso seja contextualizados, historicizados e colocados em perspectiva a partir de condições sociais concretas e até mesmo situações pontuais. O documento destaca sobre essa questão histórica e amplia o mote da contextualização no interior da sala de aula, mas não limita somente à questão histórica, pois, “[...] para a aprendizagem de certo conteúdo ou procedimento, é fundamental um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática” (BRASIL, 2017, p. 297). Além disso, cumpre destacar outros processos de contextualização e abstração que estão articulados à própria matemática.

No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo as relações e significados, para aplicá-los em outros contextos. Para favorecer essa abstração, é importante que os

alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirada dos problemas propostos (BRASIL, 2017, p. 297).

Tanto a BNCC quanto os PCNs de matemática para o ensino fundamental, guardados os contextos de produção, destacam a importância da história da matemática, embora na primeira, não se observe a ênfase dada pelo segundo documento. Todavia, elementos comuns são perceptíveis, como a necessidade de conhecer as diferentes formas de como as várias culturas a utilizaram pode ser um meio a partir do qual tanto alunos quanto professores podem se beneficiar. Para isso, o professor pode lançar mão de muitos elementos, entre os quais, um em especial é sistematicamente relacionado com a história, que é a questão lúdica. Essa relação discutiremos de modo mais sistemático no último capítulo desta dissertação. Antes, porém, o capítulo a seguir mostrará que, além da história como recurso, deve-se considerar que a questão do lúdico também é importante aliando, ao uso de jogos matemáticos.

4 Sobre Ludicidade e Matemática

A questão da ludicidade em relação ao ensino da matemática é de fato importante, especialmente se considerarmos as inúmeras transformações no que diz respeito ao acesso aos conteúdos e sua pluralidade promovidas pela internet. Sendo assim, ensinar os conteúdos matemáticos passou a ser um desafio vinculado ao desenvolvimento do prazer. Neste capítulo, apresentaremos uma análise sobre o conceito de ludicidade. Para isso, é necessário compreender a historicidade do conceito em questão. Para tal, o procedimento que se faz necessário é o reconhecimento dos primeiros movimentos do conceito, como é entendido no interior de determinadas práticas.

Nesse sentido, ao dizer algo relacionado à ludicidade logo surgem vários conceitos, mostrando desta maneira o quanto seu universo é extenso e diversificado. No entanto é preciso saber que o lúdico tem origem na palavra latina *ludus*, que significa “jogo”, percebendo que a etimologia da palavra faz referências aos diversos objetos ligados ao brincar. Entretanto, logo de início é visto que o lúdico encontra-se em sua origem como um termo ligado ao movimento espontâneo, porém confinado a um traço de somente jogar, a um simples fato de só utilizar brinquedos, e a realização de brincadeiras, ou melhor, a ludicidade passou por muito tempo uma mensagem de algo que era sinônimo de jogar, e visto como possibilidade apenas na educação infantil.

Exposto isso, uma primeira aproximação ao conceito pode indicar o seguinte:

Atividade lúdica é toda e qualquer animação que tem como intenção causar prazer e entretenimento em quem a pratica. São lúdicas as atividades que propiciam a experiência completa do momento, associando o ato, o pensamento e o sentimento. A atividade lúdica pode ser uma brincadeira, um jogo ou qualquer outra atividade que vise proporcionar interação. Porém, mais importante do que o tipo de atividade lúdica é a forma como ela é dirigida e vivenciada, e o porquê de sua realização (MALUF, 2009, p. 21).

Percebe-se que o lúdico vai além dos jogos e brincadeiras, sendo qualquer forma de animação e prazer, tais como aulas diferenciadas, historinhas em forma de músicas e várias outras formas que desenvolvem um ensino divertido. Além de tudo a autora citada acima é de suma importância, mas a mesma coloca que as atividades lúdicas proporcionam esse prazer para quem pratica tais atividades, no entanto deve ser ressaltado que o prazer e divertimento é também proporcionado para quem está usando deste recurso fundamental, sendo que em uma sala de aula o educador, ao desenvolver conteúdos por meio de jogos, faz com que o processo de ensino-aprendizagem ocorra de forma divertida, facilitando ao professor o desenvolver de diversas atividades.

Segundo Freitas (2017, p. 3)

O uso do lúdico nas escolas tem sido uma ferramenta de grande resolutividade na assimilação de conhecimentos que, assim, visam combater as práticas da educação tradicional da memorização decorando conceitos e, no caso da Matemática, regras e fórmulas.

Abrangendo essas questões e ampliando, o lúdico aparece nas relações com os jogos de maneira a estimular novas formas de agir, provocando os alunos a criarem possibilidades ao mesmo tempo em que são elementos fundamentais para descortinar as regras e convenções dos jogos, articulando-as com as relações sociais mais amplas

Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um “fazer sem obrigação externa e imposta”, embora demande exigências, normas e controle. No jogo, mediante a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento — até onde se pode chegar — e o conhecimento dos outros — o que se pode esperar e em que circunstâncias (BRASIL, 1997, p. 35).

Ainda nesse sentido, percebe-se que interação com as outras pessoas e com outras formas de aprender são extremamente profícuas para os alunos, mesmo para aqueles que tem maior dificuldade. Aliás, essas novas metodologias colaboraram efetivamente para alunos com dificuldades mais acentuadas.

A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico. Finalmente, um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (BRASIL, 1997, p. 36).

É nesse horizonte, portanto, que se situa a nossa proposta de pesquisa, uma vez que entendemos que essas perspectivas alinhadas podem levar o aluno a uma compreensão maior dos processos, tornando sua aprendizagem mais eficaz e contextualizada.

O importante é como essas atividades serão desenvolvidas, para que estão servindo, e, contudo, seus objetivos, em que o professor tem papel fundamental, tal como afirma Maluf:

Todo educador tem ampla responsabilidade na renovação das práticas educativas, pois ele, na medida do possível, faz surgir novas práticas educativas propondo novas intenções educativas de desenvolvimento, só alcançáveis por meio dele mesmo. Durante as atividades lúdicas, os educadores podem perceber traços de personalidade do educando, de seu

comportamento individual e coletivo e o ritmo de seu desenvolvimento. O ato de divertir-se vai oportunizar as vivências às vezes inocentes e simples da essência lúdica das crianças, possibilitando o aumento da autoestima, o conhecimento de suas responsabilidades e valores, a troca de informações e experiências corporais e culturais, por meio das atividades de socialização (MALUF, 2009, p. 41).

Há várias formas de promover o lúdico, as brincadeiras são uma delas. O brincar significa, portanto, “divertir-se infantilmente; entreter-se em jogos de crianças; recrear-se; distrair-se; folgar; agitar-se alegremente; foliar; saltar, pular; dançar” (FERREIRA, 1999). Mas apenas saber o significado não importa, nem tão pouco limitar o lúdico, pois os seus recursos são interessantes também para os alunos da segunda fase do ensino fundamental. Além disso, é preciso os educadores saberem para que servem os atos de brincar, jogar, e vários outros. É importante usar diversos recursos pedagógicos para melhorar a prática pedagógica. Assim o brincar, por exemplo, desenvolve várias habilidades não apenas nas crianças pequenas, colabora sistematicamente para a aprendizagem dos conteúdos de jovens e adolescentes.

Portanto, é possível saber que percorrer os diversos dicionários e obras que abordam a ludicidade em busca do significado deste, não é uma tarefa fácil, uma vez que cada um destes terá sua concepção acerca do assunto, mas sempre é válido lembrar o quanto tais ideias ajudam na construção de novos conceitos. O lúdico é uma grande ferramenta pedagógica que pode ser utilizada em sala de aula, sendo visto que através deste os alunos podem aprender de forma mais significativa, culminando em uma educação de qualidade. Assim buscando mostrar um conceito um pouco diferente do abordado, Luckesi traz que o lúdico é de certa maneira algo subjetivo, como descreve:

O lúdico é o modo de ser do homem no transcurso da vida, o mágico, o sagrado, o artístico, o científico, o filosófico, o jurídico são expressões da experiência lúdica constitutiva da vida. O lúdico significa a experiência de ‘ir e voltar’, ‘entrar e sair’, ‘expandir e contrair’, ‘contratar e romper contratos’, o lúdico significa a construção criativa da vida enquanto ela é vivida. O lúdico é um fazer o caminho enquanto se caminha, nem se espera que ele esteja pronto, nem se considera que ele ficou pronto, este caminho criativo foi feito e está sendo feito com a vida no seu ‘ir e vir’, no seu avançar e recuar. Mais: não há como pisar as pegadas feitas, pois que cada caminhante faz e fará novas pegadas. O lúdico é a vida se construindo no seu movimento (LUCKESI, 1994, p. 51).

Trata-se, portanto, de estabelecer possibilidades a respeito do conceito de ludicidade, mesmo considerando que o mais importante é a ideia de diversão e prazer, ou seja, os professores têm que buscar desenvolver atividades agradáveis e, sobretudo atrativas. Mas além do conceito é preciso saber que o lúdico é um grande instrumento pedagógico, ou seja, a busca pelo conceito não deve ser ligado somente a um ato de brincar e na execução de brincadeiras, o importante é conhecer a atividade que se deseja realizar para

poder planejar, e mais do que buscar palavras para conceituar a ludicidade é necessário entender sua função.

Buscando assim ver o lúdico como um bom instrumento pedagógico, pois abrange muito mais que apenas o brincar, sendo este grande auxílio no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem, devendo então ser considerado como premissa para o desenvolvimento dos alunos, exercendo papel fundamental, tal como a interação que proporciona, diante de tal Maluf contribui ao dizer que:

As atividades lúdicas são instrumentos pedagógicos altamente importantes, mais do que apenas divertimento, são um auxílio indispensável para o processo de ensino- aprendizagem, que propicia a obtenção de informações em perspectivas e dimensões que perpassam o desenvolvimento do educando. A ludicidade é uma tática insubstituível para ser empregada como estímulo no aprimoramento do conhecimento e no progresso das diferentes habilidades (MALUF, 2009, p. 42).

Todavia a ludicidade em muitos casos é tratada de maneira equivocada, onde acabam por limitar a jogos de montar, adivinhar entre outros, sendo que é possível utilizar muitas outras possibilidades, tal como no ato de ler, que nos abre a condição de nos apropriarmos, por exemplo, do mundo dos contos de forma natural, podendo descobrir e compreender o novo de maneira que também esteja fazendo o que mais gosta, brincando.

Além disso, é interessante e fundamental analisar o que os estudantes pensam sobre os jogos mais diversos, pois esta metodologia é capaz de criar e despertar o pensamento ativo. Mais ainda, os estudantes podem muito bem construir novas atividades a partir das já existentes, atividades lúdicas, que possam ser mais significativas no seu cotidiano, bem como podem expressar esses vários modos de experiências. Nessa perspectiva, com a existência de uma boa mediação, a ludicidade pode colaborar sistematicamente no processo de desenvolvendo e interação entre todos e, fundamentalmente, contribuir para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos propostos. Diante disso, é visto que ludicidade pode estar presente no ensino de matemática, desde a educação infantil até a as etapas mais avançadas.

O brincar é uma ação livre, que surge a qualquer hora, iniciada e conduzida pela criança; dá prazer, não exige como condição um produto final; relaxa, envolve, ensina regras, linguagens, desenvolve habilidades e introduz a criança no mundo imaginário (KISHIMOTO, 2010, p. 1).

É visto o quanto o conceito do lúdico está vinculado a uma pluralidade de interpretações, já que muitos são os teóricos que mostram suas ideias em torno do assunto, assim como contribuem, pois, é diante desses que podemos estudar analisar e criar novos conceitos. E é notável que a ludicidade não é apenas uma palavra, mas um ato de fazer um ensino diversificado, brincando, correndo e com certeza, se divertindo, onde no ato de

ler, escrever, em um pequeno teatro formado, seja qual for a atividade, mas que estando permeado por alegria é sim considerada lúdica.

Através de todos os entrelaçamentos feitos acerca da busca pelo conceito do lúdico é visível que muitos são os elementos que o formam, ou seja, a partir de atividades que buscam acima de tudo desenvolver a alegria é o então chamado lúdico, pois o objetivo não é ficar em busca do que é uma atividade desse porte, mas mostrar para os profissionais da educação o quanto se faz importante usar deste como instrumento pedagógico, ressaltando que é um meio para o desenvolvimento das potencialidades dos alunos e especialmente em fase permeadas de contradições e vontades.

5 História da Matemática e Ludicidade: Proposta didática

Após as discussões mais gerais apresentadas nos capítulos anteriores, sem as quais não poderíamos chegar neste capítulo, focaremos sistematicamente no modo como a história pode ser uma colaboradora, quando utilizada inter e transdisciplinarmente para se ensinar. No interior na sala de aula, observa-se, por exemplo, que os alunos não compreendem bem a formação dos conceitos ou fórmulas. Nesse caso, uma revisão historiográfica desses conceitos e fórmulas, ainda que breve, pode colaborar para a melhor compreensão desses elementos, sem os quais o domínio de determinados conteúdos não ocorrerá. Sendo assim, neste capítulo apresentamos uma proposta didática que envolve o ensino dos números inteiros negativos, utilizando as duas premissas aqui discutidas. Uma breve história dos números negativos para mostrar como o conhecimento histórico pode reorientar a maneira como os alunos podem aprender, especialmente quando articuladas com os processos lúdicos.

5.1 Um exemplo prático

Ao considerarmos o currículo referência para o Estado de Goiás (Goiás, 2012), observa-se que no 7^o ano que um dos conteúdos predominantes são os números inteiros. Estão presentes em praticamente os três primeiros bimestres, apresentando, logicamente, habilidades diversificadas para serem alcançadas. Limitemo-nos a observar as habilidades dos dois primeiros bimestres:

Tabela 2 – Habilidades 1º e 2º bimestre para o 7º ano no Currículo Referência de Goiás

Bimestre	Habilidade	Conteúdo
1º	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer a radiciação como a operação inversa da potenciação e representá-la em forma de potência com expoente fracionário. • Compreender as propriedades das operações numéricas e aplicá-las em situações diversas. • Localizar no plano cartesiano pontos com coordenadas inteiras ou fracionárias. • Compreender as frações e utilizá-las em situações diversas. • Calcular porcentagens em situações diversas do cotidiano ou não. • Resolver situações problema que envolva porcentagem, por meio de estimativas. 	Números Inteiros. Números Racionais.
2º	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer a necessidade de ampliação do conjunto dos números naturais - números negativos. • Reconhecer os números inteiros em diferentes contextos cotidianos, utilizando argumentos coerentes para justificar a sua existência histórica. • Representar os números inteiros por meio dos símbolos + e -, reconhecer sua presença em diferentes contextos e utilizá-los na resolução de situações problema. • Localizar e representar os números inteiros na reta numérica. • Compreender a simetria existente entre os números inteiros tendo como referência a origem da reta numérica, expressando essa compreensão oralmente ou por escrito. • Analisar, interpretar e resolver operações com números inteiros na resolução de situações problemas. • Identificar números opostos ou simétricos como dois números inteiros que possuem o mesmo módulo e sinais contrários. 	Números Inteiros.

Fonte: GOIÁS, (2012) e adaptação feita pela autora.

Os números inteiros são fundamentais para a compreensão do modo como a sociedade se organiza. Isso porque, entre outras coisas os números inteiros são os mais utilizados em situações cotidianas e estão presentes em todo e qualquer espaço. Desse modo, no primeiro bimestre, observa-se que uma das habilidades previstas é o domínio do plano cartesiano, que trata fundamentalmente do ordenamento dos números positivos e negativos. No segundo bimestre observa-se, também, o uso dos números negativos e positivos bem como o uso da reta numérica. Mais ainda, não basta, o uso é preciso desenvolver habilidades de uso e compreensão sobre a reta em situações práticas.

A BNCC (BRASIL, 2017) por sua vez, também destaca a questão dos números inteiros, como também a importância de se refletir e compreender os usos da reta numérica, especialmente, por meio do reconhecimento das faltas e diferenciações. Quanto às faltas, em certos casos, elas são representadas por números negativos. Algumas questões podem ser observadas no quadro abaixo:

Tabela 3 – Habilidades para o 7º ano BNCC

Unidades Temáticas	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Números	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.	(EF07MA03-A) Reconhecer significados dos números inteiros em diferentes contextos, como aqueles que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
Números	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA03-C) Ler, escrever, comparar e ordenar números inteiros e representá-los na reta numérica, relacionando números opostos (simétricos).
Números	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA04-A) Ler, interpretar, resolver, analisar e elaborar problemas com números inteiros envolvendo os diferentes significados das operações.

Fonte: BRASIL, (2017) e adaptação feita pela autora

Posto isso em questão e de maneira singular o que destaca a BNCC (BRASIL, 2017), em relação ao uso da história bem como considerando a questão da ludicidade, a seguir, apresentaremos uma proposta didática para alunos do sétimo ano envolvendo a história da matemática e a ludicidade para aprendizagem dos números negativos.

A proposta apresentada foi criada por conta de uma inquietação minha como professora, pois o livro didático do 7º ano, *Praticando Matemática* (ANDRINI, VASNCON-

CELLOS, 2015), adotado pela Rede Estadual de Ensino de Goiás. Ela apresenta de modo muito descritivo os conteúdos relativos aos números negativos. Mesmo que se apresente uma certa forma de contextualização, apresentando questões contemporâneas, o livro não produz aspectos mais profundos sobre os números negativos.

Não há, por exemplo, no livro citado acima, uma análise mais apurada sobre a História da Matemática, que possa apresentar as condições básicas para o surgimento e desenvolvimento dos números negativos. O que há, é apenas uma nota histórica, que fala sobre a difícil aceitação desses números. Esse tipo de apresentação, que se pretende didática, acaba por se tornar excessivamente simplista, justamente por que descaracteriza os processos históricos, bem como não parece colocar os alunos diante de problemas reais e concretos.

A proposta apresentada propõe uma ação complementar para auxiliar o professor diante de livros didáticos como o mencionado. Para isso, pode-se considerar a seguinte estrutura:

5.1.1 Proposta de atividade: Primeiro passo

O primeiro passo é uma busca sobre a história dos números inteiros, destacando os principais elementos dessa descoberta, incentivando os alunos a pesquisarem. Em seguida, a turma será dividida em grupos que trabalharão os fatos históricos, acontecimentos e as nuances relacionadas ao surgimento e ao seu uso no cotidiano. Para isso, utilizaremos dos livros paradidáticos que tratam da história da matemática para então chegarmos à história dos números negativos, por meio da narrativa a seguir:

Todas as civilizações desenvolveram um sistema de numeração própria. Essas organizações estiveram sistematicamente envolvidas com as condições sociais e culturais que essas sociedades apresentavam e ainda apresentam. Esses aspectos, conhecidos por meio das discussões históricas, podem ser reconhecidos e apreendidos, possibilitando que certos conceitos possam ser ampliados e desmistificados. Esse é o caso dos números negativos.

Segundo Eves (2004) os chineses foram os primeiros a calcular com os números negativos. Registros encontrados num livro chinês, intitulado I-Chingou livro das permutações, livro escrito por volta de 1182-1135 a.C. Nesse livro, os matemáticos chineses trabalhavam com barras vermelhas, para representar os números positivos, e barras pretas, representando os números negativos. No entanto, negavam a ideia de um número negativo representar a solução de uma equação. Os chineses também escreveram o livro Jiu-Zhang Suan-Shu ou os nove capítulos sobre a arte aritmética. Esse livro contém problemas do dia a dia dos chineses, resolvidos pelo que hoje chamamos de transformações de matrizes. E foram encontrados nestas soluções os primeiros registros dos números negativos. Segundo os autores Fossa e Anjos (2007) durante os primeiros mil anos da era cristã os chineses

não concebiam o número negativo como uma entidade matemática independente.

O início da matemática demonstrativa se deu na Grécia Antiga, na Escola Filosófica Pitagórica, onde os gregos afirmavam que o objetivo principal da matemática seria compreender o lugar do homem no universo. Dentre as suas inúmeras contribuições está o Teorema de Pitágoras. Ainda nesta escola, surge o ilustre Diofanto, autor de treze livros, apesar de hoje só existirem seis que no século III realizou operações com os números negativos em vários problemas, no seu livro *Aritmetika*. Neste livro existe uma citação da qual hoje conhecemos como a regra de sinais da multiplicação com números negativos, afirmando que “o que está em falta multiplicado pelo que falta resulta em algo positivo; enquanto que o que está em falta multiplicado pelo que é positivo resulta em algo que está em falta” (BOYER, 1996). Tal citação, hoje conhecemos por “menos e menos dá mais” e “mais e menos dá menos”.

No início da Idade Média os indianos já trabalhavam com os números absurdos, como chamavam os números negativos, pois não conseguiam se firmar como verdadeiros números.

Um dos grandes personagens indianos na área da matemática foi Brahmagupta. Ele foi matemático e astrônomo, nascido na cidade Ujjain, na Índia central, no ano 598 d.C., e caracterizava os números como sendo pertences ou dívidas. Duas de suas inúmeras contribuições foram a sistematização da aritmética e a definição do zero. Em suas obras, Brahmagupta dá as regras dos sinais de adição e multiplicação e representa os números negativos por meio de fortunas (números positivos) e débitos (números negativos) e fornece as regras operatórias com os números negativos:

Positivo dividido por positivo, ou negativo por negativo, é afirmativo. Cifra dividida por cifra é nada. Positivo dividido por negativo é negativo. Negativo dividido por afirmativo é negativo. Positivo ou negativo dividido por cifra é uma fração com esse denominador (BOYER, 2010, p. 150).

Mesmo com essa ideia de débitos, os indianos ainda não aceitavam os números negativos como uma realidade concreta. Mas isso, ao contrário dos indianos, pode ser analisado e observado sistematicamente, como veremos mais à frente, neste capítulo.

Outro grande matemático indiano foi Bhaskara Akaria (1114-1185), nasceu na cidade de Vijayapura, na Índia. Em uma de suas obras, Bhaskara resolve equações lineares e quadráticas. Na resolução da equação do segundo grau $x^2 - 45x = 250$, Bhaskara encontra as raízes 50 e -5 como soluções, no qual o matemático considerou a solução negativa inadequada, pois considerava que raízes negativas não podiam existir, devido ao fato de que números negativos não podem resultar em quadrado (BOYER, 1996). Sendo assim, nessa época, os números negativos tinha a finalidade financeira.

Apesar de todo empenho de Brahmagupta, muitos matemáticos europeus ainda rejeitavam os números negativos e os consideravam falsos e impossíveis. Mas foi um matemático Belgo que incorporou os números negativos nos trabalhos acadêmicos, Simon Stevin (1548 – 1620), que fez com que os números negativos fossem aceitos como raízes e coeficientes de equações.

A aceitabilidade definitiva do número negativo se deu no século XVII com o matemático Colin MacLaurin (1698 – 1746) na publicação do seu livro *Tratado da Álgebra* (1748). Nessa obra MacLaurin exhibe o conceito de quantidade negativas serem tão reais quanto as positivas, só que em sentido oposto. Ele afirmou que: “se uma quantidade negativa não possui outra que lhe seja oposta não se pode desta subtrair outra menor”. Ou seja, somente utilizando-se do zero como origem é que se podia admitir a quantidade negativa. MacLaurin foi o primeiro matemático moderno que chegou muito perto de compreender os números negativos tornando-se, portanto, uma importante referência para as futuras gerações de matemáticos (BOYER, 1996).

Em 1770 Leonard Euler, um dos grandes matemáticos do XVIII, em sua obra *Elementos da Álgebra*, tenta justificar as regras dos sinais que envolvem os números negativos. Essas argumentações de Euler são apresentadas em três partes:

1. A multiplicação de uma dívida por um número positivo não oferece dificuldade: três dívidas de “ a escudos” fazem uma dívida de “ $3a$ escudos”. Então $b \cdot (-a) = (-ab)$.
2. Pela comutatividade, Euler deduz que $(-a) \cdot b = (-ab)$.
3. Resta determinar o que é o produto $(-a)$ pelo $(-b)$. É claro, diz Euler, que o valor absoluto é (ab) . Se trata então de se decidir entre $(+ab)$ e $(-ab)$. Mas como $(-a) \cdot b$ vale $(-ab)$, não resta mais como única possibilidade que $(-a) \cdot (-b) = +ab$ (!!!) (EULER apud GLAESER, 1981, p. 319).

Segundo Glaeser (1981), Euler não possui muito conhecimento sobre os números negativos, em sua frustrada tentativa de justificar a regra dos sinais, principalmente na terceira parte, pois não consegue provar que negativo com negativo é um positivo, deixando claro que Euler não possui amadurecimento suficiente sobre o conceito de número negativo a ponto de conceituá-lo como sendo uma quantidade menor que zero.

O século XIX, para Boyer (2010) é considerada a idade do ápice da Matemática. Um dos matemáticos de destaque desta época foi o alemão Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), doutor em Matemática aos 22 anos, este jovem deixou várias obras importantíssimas nas áreas de astronomia, geodésia e principalmente matemática. Em sua dissertação ele publicou a primeira prova do “Teorema Fundamental da Álgebra”. Em seus trabalhos Gauss apresenta uma nova teoria para os números complexos, representando-os num plano e assim desmistificou o mistério sobre os números complexos.

Ampliando e aprofundando os trabalhos deixados por Gauss, o matemático Francês Augustin-Louis Cauchy (1789 -1857), estabeleceu uma certa divergência entre os sinais

operatórios e predicativos: como operatórios os sinais (+ ou -) significava aumentar ou diminuir, enquanto que como predicativo significava positivo ou negativo.

A Inglaterra decide, no século XVIII, reformar o ensino e o conceito de cálculo. A figura em destaque durante esta reforma foi do matemático George Peacock (1791 – 1858), principalmente na área da álgebra, por ainda existir quem achasse que os números negativos não tinham validade (BOYER, 2010). Em seu trabalho *Tratado da Álgebra*, Peacock distingue a álgebra aritmética da álgebra simbólica. Onde:

a álgebra aritmética se define como sendo o estudo resultante do uso de símbolos para denotar os números decimais positivos usuais, juntamente com os símbolos operatórios, como o de adição e o de multiplicação, aos quais podem-se sujeitar esses números. Assim apenas as operações com números inteiros positivos seriam possíveis. Ao contrário, a álgebra simbólica adota as regras da álgebra aritmética, mas remove todas as restrições: assim a subtração simbólica difere da mesma operação na álgebra aritmética pela permissão do uso de todas as relações de valor dos símbolos ou expressões utilizadas (ASSIS NETO, 1995).

O matemático alemão Hermann Hankel (1839 – 1873) aproveita as contribuições de Peacock e amplia o conceito de número de forma mais clara e explícita. Ele relata que “a condição para construir uma aritmética universal é, pois, uma matemática puramente intelectual, desligada de todas as percepções”. (BOYER,2010). Hankel sempre procurou justificar seus conceitos matemáticos na própria natureza, assim a regra dos sinais passa a ser uma convenção para manter uma consistência interna da própria matemática, então os números negativos passam a não ser mais uma descoberta e sim inventados e imaginados. Assim, após as publicações de Hankel, no Século XIX, começa a construção do sistema dos números inteiros Z , com a aceitação da regra dos sinais.

Durante e após a leitura, serão propostas discussões e orientadas as discussões impulsionadas pelos alunos.

5.1.2 Segundo passo: plano cartesiano, reta numérica e contextualizações

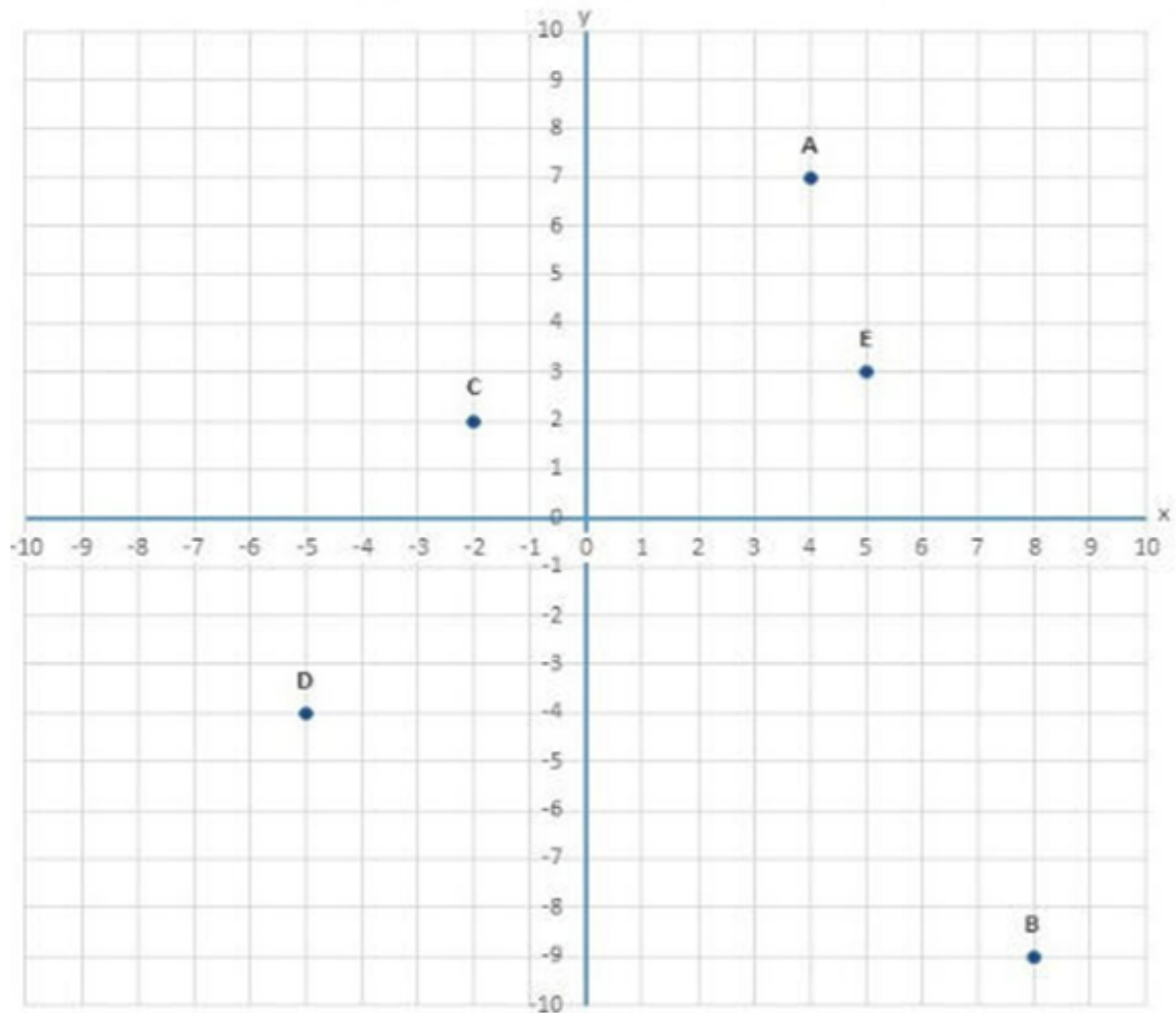
Novamente é preciso destacar que na importância da metodologia histórica para colaborar com a aprendizagem do aluno, como destaca acertadamente Mendes (2006, p. 25): “O enfoque histórico é uma proposta metodológica que atua como motivação para o aluno, já que através dele descobrirá a gênese dos conceitos e métodos que aprenderá na sala de aula”. Mas essa motivação pode ser ampliada com o recurso a outros mecanismos simbólicos, por meio de propostas lúdicas, também.

No caso deste exemplo, pode-se observar a evolução e historicidade dos números negativos, que não são simplesmente uma descoberta do que existe em si mesmo, mas uma criação que atenderia às necessidades de um tempo. Além disso, ainda hoje esse

conceito é utilizado. Nesse caso específico, a historicidade colabora com a atualidade e o lúdico corrobora essa questão. Para isso, é necessário que os alunos conheçam tanto o plano cartesiano quanto a reta numérica.

Inicialmente observe-se o plano cartesiano, por Google Imagens¹:

Figura 3 – Plano Cartesiano



Fonte: Google Imagens, (2018)

Agora, a representação da reta numérica, por Google Imagens²:

Figura 4 – Reta numérica



Fonte: Google Imagens, (2018).

¹ Disponível em: <https://tinyurl.com/yb9dg2eq>. Acesso em: 17 out. 2018.

² Disponível em: <https://tinyurl.com/y7fcep4e>. Acesso em: 14 out. 2018.

Após a contextualização histórica e os desvelamentos dos processos históricos a partir dos quais os números negativos se constituíram e se tornaram importantes e após ter apresentado tanto o plano cartesiano quanto a reta numérica, pode-se utilizar exemplos comuns que atraem as crianças para elas poderem ter acesso mais profundo ao conteúdo. Desse modo, por meio de atividades atrativas os alunos poderiam articular o conteúdo.

Apresentados esses elementos importantes e contextualizados com os aspectos históricos, a sala será dividida em grupos de pesquisa para a apresentação dos conceitos e a contextualização:

- **Grupo 1:** apresentar, em forma de desenho ou cartazes, uma cronologia da história da matemática, dado ênfase ao surgimento dos números inteiros e dos números negativos;
- **Grupo 2:** apresentar de modo processual os surgimentos dos números negativos. Para isso os alunos podem usar os mais diversificados meios: vídeos, peças teatrais, entre outros;
- **Grupo 3:** apresentar a importância dos números inteiros no cotidiano, dando ênfase nas profissões, na culinária, nos jogos de futebol ou até mesmo destacando a questão climática. Para isso os dois exemplos a seguir servem de modelo. Primeiro a tabela que representa a classificação do Campeonato Brasileiro, por Google Imagens:³

Figura 5 – Classificação do Campeonato Brasileiro 2014

CLASSIFICAÇÃO								
	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Cruzeiro	28	12	9	1	2	28	12	16
2 Corinthians	23	12	6	5	1	15	6	9
3 Fluminense	22	12	7	1	4	20	11	9
4 Internacional	22	12	6	4	2	18	11	7
5 Sport	21	12	6	3	3	11	11	0
6 Santos	20	12	5	5	2	15	6	9
7 Goiás	20	12	5	5	2	9	8	1
8 São Paulo	19	12	5	4	3	19	15	4
9 Atlético	19	12	5	4	3	19	16	3
10 Grêmio	19	12	5	4	3	10	8	2
11 Atlético-MG	15	11	4	3	4	13	12	1
12 Criciúma	14	12	4	2	6	8	18	-10
13 Palmeiras	13	12	4	1	7	9	16	-7
14 Botafogo	12	12	3	3	6	14	14	0
15 Chapecoense	11	11	3	2	6	8	13	-5
16 Vitória	11	12	2	5	5	12	15	-3
17 Coritiba	10	12	2	4	6	11	15	-4
18 Flamengo	10	12	2	4	6	8	19	-11
19 Bahia	9	12	2	3	7	8	14	-6
20 Figueirense	7	12	2	1	9	5	20	-15

P - Pontos | J - Jogos | V - Vitória | E - Empates | D - Derrotas | GP - Gols Pró | GC - Gols Contra | SG - Saldo de Gols (%) aproveitamento

Fonte: Google Imagens , (2018)

³ Disponível em: <https://tinyurl.com/yanr5q6q>. Acesso em: 15 set. 2018.

Além dessa tabela que mostra a situação e a importância dos números negativos, pode-se pedir ainda aos alunos que pesquisem, por exemplo, se os seus times possuem déficit, contextualizando mais uma vez os elementos fundantes dos números negativos. Nesse caso, o(a) professor(a) pode apresentar a história dos números negativos, mostrar sua evolução para que os alunos entendam os processos, em seguida, pode destacar, a partir, por exemplo, da Figura 5, de maneira lúdica, o modo como os números negativos influenciam, na organização dos times.

Para fortalecermos a aprendizagem dos alunos, bem como o domínio do plano cartesiano e da reta numérica, podemos fazer uma reta humana, isto é, organizar a tabela dos times a partir dos números negativos e positivos. Ou seja, a partir do número dos gols sofridos em relação aos gols marcados. Dessa forma, utilizando essa atividade lúdica poderíamos estabelecer elementos de contextualização dos conceitos e dos conteúdos.

Outro exemplo que mostra a importância de se contextualizar e conjugar a história com elementos lúdicos é justamente a questão da temperatura tanto do planeta quanto das nossas regiões brasileiras. Se considerarmos, por exemplo, que o Tocantins e uma parte do estado de Goiás possuem altas temperaturas durante todo o ano, é possível fazer um contraponto e mostrar que há cidades brasileiras que apresentam temperaturas negativas, como pode ser visto na Figura 6 que se segue, por Google Imagens.⁴

Figura 6 – Cidades mais frias no Brasil - junho de 2016

CIDADE	T °C	CIDADE	T °C
Urupema, SC	-5,3	Vacaria, RS	-1,6
General Carneiro, PR	-5,0	Inácio Martins, PR	-1,4
São Joaquim, SC	-5,0	Quaraí, RS	-1,4
Bom Jardim da Serra, SC	-4,2	Zortéa, SC	-1,1
Serafina Correa, RS	-4,0	Campo Belo do Sul, SC	-1,1
Bom Jesus, RS	-3,8	Tangará, SC	-1,0
São Joaquim, SC	-3,7	Alfredo Wagner, SC	-0,9
Rancho Queimado, SC	-3,3	Rio do Campo, SC	-0,9
Urubici, SC	-3,1	Lagoa Vermelha, RS	-0,8
São Mateus do Sul, PR	-3,0	Alegrete, RS	-0,8
Major Vieira, SC	-2,9	Monte Verde, MG	-0,7
Água Doce, SC	-2,5	Clevelândia, PR	-0,6
Joaçaba, SC	-2,2	Frederico Westphalen, RS	-0,6
Iratí, PR	-2,2	Cruz Alta, RS	-0,3
Rio Negrinho, SC	-2,1	Caçador, SC	-0,3
Curitibanos, SC	-2,0	Passo Fundo, RS	-0,3
Campos Novos, SC	-1,7	Ituporanga, SC	-0,2
Lages, SC	-2,3	Ibirubá, RS	-0,2
Otacílio Costa, SC	-1,7	Canela, RS	-0,2

Fonte: EPAGRI-CIRAM/ INMET

CLIMATEMPO

Fonte: Google Imagens, (2018).

⁴ Disponível em: <https://tinyurl.com/y74qqekq>. Acesso em: 14 set. 2018.

- **Grupo 4:** apresentar jogos com os números inteiros. Estes podem ser confeccionados ou mesmo retirados da internet. Os seguintes jogos servirão de modelo: Cartela de bingo.⁵

Figura 7 – Cartela de bingo.

-23	-3	8	1	-38	-1	72	30
-19	49	23	-25	-55	30	-91	0
13	33	-34	-4	63	-54	100	-16
18	-12	-7	1	-1	-8	8	-28
27	-2	66	-4	33	21	-19	4
81	35	150	-4	5	3	-16	-7
44	-40	85	-4	81	-12	-30	-34
7	33	35	13	-8	-38	21	49
5	-45	72	-61	1	5	-1	-100
-86	1	-43	-55	-8	85	0	7
-7	-28	31	27	-16	-30	0	1
-25	-40	23	-4	35	7	-54	-2

Fonte: SEED PARANÁ, (2014).

⁵ Disponível em: http://www.matematica.seed.pr.gov.br/arquivos/File/jogos2011/bingo_quatro_operacoes_cartelas.pdf. Acesso em: 16 out. 2018.

Figura 8 – Operações para o bingo

-15 - 8 = -23	-33/11=-3	14-15=-1	-19x2=-38
122 : -2 = -61	42/-7=-6	-13-6=-19	
(-8) x(-9) = 72	-63/-3=21	27-19=8	86/-2=-43
15 x (-3) = -45	-92/4=23	-75-13=-88	95/-5=-19
65 : 5 = 13	-7x-7=49	-91+5=-86	-32/8=-4
-18+14=-4	-5x5=-25	-100-50=-150	-24/-4=6
27+8=35	-9x-9=81	-100+45=-55	-90/-3=30
-13+46=33	-2x0=0	99-14=85	-35/7=5
-17+61=44	-2x2=4	-61-30=-91	-72/9=-8
12-5=7	8x(-5)=-40	-72-28=-100	
-19+(-15)=-34	9x5=45	3+0=3	-4x7=-28
10-14=-4	-9x6=-54	-15+16=1	
-8+16=8	-7x-9=63	-16+9=-7	3x6=18
77+(-11)=66	20-32=-12	10x10=100	8x-2=-16
-9+7=-2	-3x10=-30	16+15=31	-3x-9=27

Fonte: SEED PARANÁ, (2014).

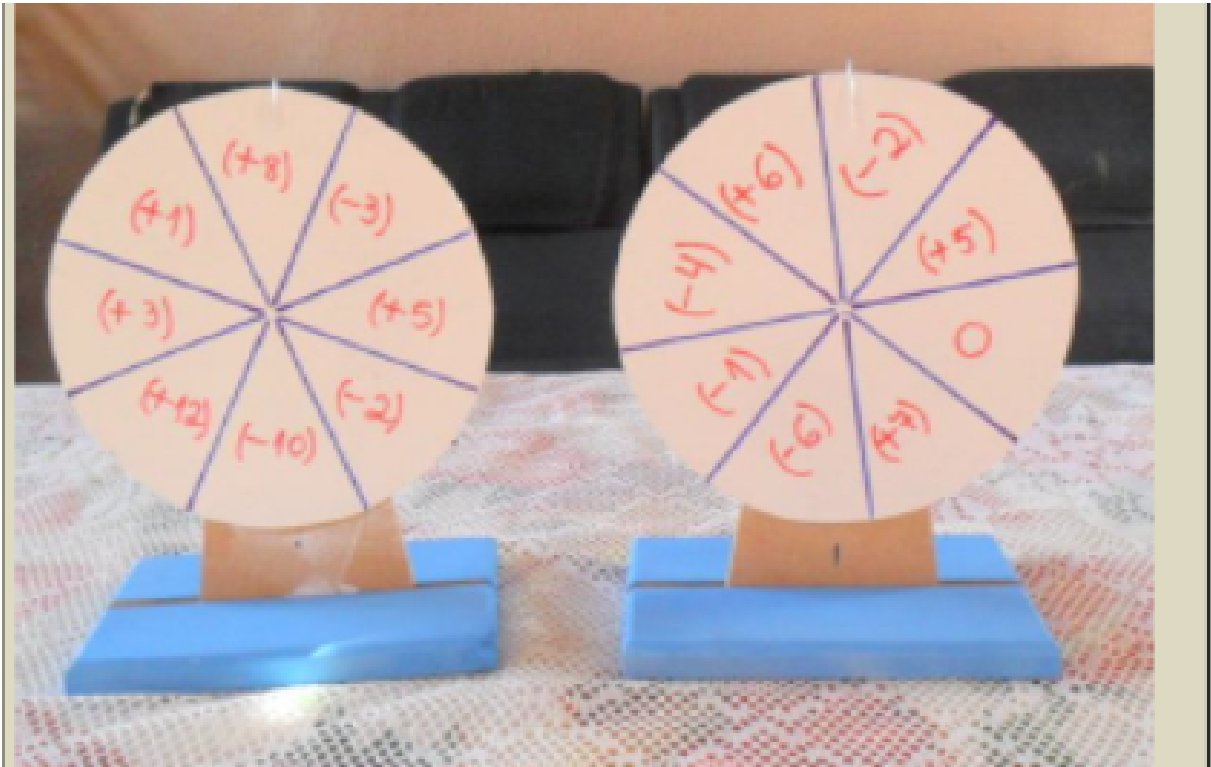
Quanto ao bingo, é preciso considerar as seguintes regras, expostas no site da Secretaria de Educação do Paraná⁶:

- As fichas com as operações são colocadas dentro de um saco;
- O professor retira uma operação e fala aos jogadores;
- Os jogadores resolvem a operação obtendo o resultado que estará em algumas cartelas;
- Aquele que possuir o resultado marca-o com um marcador;
- Caso tenha dois resultados iguais em uma mesma cartela, marca-os simultaneamente;
- Vence o jogador que marcar todos os resultados de sua cartela.

⁶ Disponível em: http://www.matematica.seed.pr.gov.br/arquivos/File/jogos2011/bingo_quatro_operacoes_operacoes.pdf Acesso em 16 out. 2018

Além do bingo, outros jogos podem servir exemplos, como o "gira dos números inteiros:"

Figura 9 – Gira dos números inteiros



Fonte: A autora

Regras do jogo:

Formar duplas;

Tirar na sorte para ver quem inicia o jogo;

Girar primeiro uma roleta e depois a outra, multiplicando o resultado encontrado em uma pelo resultado encontrado na outra e ir anotando os valores em uma planilha;

Toda vez que aparecer 2 sinais iguais devem ser trocados por um sinal positivo e toda vez que aparecer sinais diferentes devem ser trocados por um sinal negativo.

Ganha o jogo que obtiver o maior saldo de pontos positivos

Fonte: SEED PARANÁ, (2014).

Outro jogo interessante que pode ser utilizado é o “Matemática na Selva”,⁷ um jogo desenvolvido via software, no qual seis alunos podem jogar ao mesmo tempo. Esse jogo tende a prender a atenção dos estudantes, haja vista ser desenvolvido em plataformas que boa parte deles tem acesso.

Figura 10 – Matemática na selva



Fonte: SEED PARANÁ, (2014).

Considerando que não se trata apenas de apontar um passado petrificado, mas sim de mostrar a dinâmica que a historicidade apresenta para a explicação das questões, deve-se, pois, tentar discutir e contextualizar, de modo que os alunos entendam que o nosso tempo é dinâmico, composto por diversas possibilidades e representações.

⁷ Disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=414>. Acesso em: 16 out. 2018

6 Considerações

A Matemática é, sem sombra de dúvidas, um dos campos do saber produzidos pela humanidade que mais se desenvolveu nos últimos anos. Contudo, quando se trata de se pensar a relação ensino-aprendizagem, especialmente no Ensino Fundamental, as problemáticas surgem com frequência. Neste trabalho discutimos o modo como a Matemática é um campo profícuo para produzir relações diversificadas.

A ideia central que apresentamos no decorrer desta dissertação foi que no ensino de Matemática, muitas práticas e percursos podem ser utilizados. Narramos uma breve história da matemática, para, além de contextualizar esse campo do saber, mostrar a importância da história para o esclarecimento dos processos. Por meio dela podemos mostrar ainda que, o interior da própria história, é carregado de condições concretas e cheio de possibilidades de criação.

Elegemos, de maneira mais sistemática, a história e a ludicidade como linhas mestras para nossas discussões. Observamos, portanto, que a partir da Escola dos Anales, a história passou a repensar o seu próprio estatuto epistemológico, passando a considerar outros objetos e interpretações, fator que contribuiu para ascensão da história cultural. Objetos antes deixados de lado passaram a figurar nas mais diversas mesas de debate, pessoas que não são especialistas em determinados campos do saber passaram estudar os processos históricos, por exemplo, da Medicina. A história tornou-se muito mais plural.

Essa pluralidade pode ser visualizada quando tratamos do quão importante pode ser o uso da história para a aprendizagem dos conceitos matemáticos e como essa nova forma de agir pode significar maior possibilidade de produção do conhecimento, no que diz respeito aos alunos.

Essa condição criativa pode ser vista também a partir do momento em que colocamos em cena a ideia de ludicidade. O lúdico, que etiologicamente está vinculado aos jogos, passa a ter uma conotação mais ampla, uma vez que envolvem processos criativos nos mais diversos níveis. A ludicidade não ocorre, como tentamos mostrar, somente por meio da incursão aos jogos e brincadeiras, ela pode ser relacionada diretamente com a realidade e o contexto de cada aluno. Então, a ideia de ludicidade é ao mesmo tempo o contato e o reconhecimento do real e sua relação com os jogos. Ambas as condições são produções da cultura e das relações sociais e que a matemática ajuda a entender.

A partir dessas condições, pode-se observar que a relação entre ludicidade e história como auxiliares ao Ensino de Matemática, é um meio interessante. Por isso, o quinto capítulo destaca algumas possibilidades de reflexão. Por meio de uma proposta didática, apresentamos uma possibilidade para se ensinar os conteúdos dos números inteiros arti-

culando a História da Matemática e da ludicidade. Essa proposta tem como hipótese a construção de um ambiente ativo e criativo, no qual o conteúdo possa ser aprendido pelo aluno ao mesmo tempo em que esse cria as condições de contextualização das questões reais às quais está submetido.

Ao final de todo esse movimento, não temos a pretensão de esgotar as questões, muito menos de pensar que este trabalho encerra-se em si mesmo. Entendemos que apresentamos possibilidades, uma perspectiva a partir da qual, por meio dessas condições apresentadas, o(a) professor(a) poderá tornar muito mais real, instigante e interessante o aprendizado da Matemática.

Referências

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática** 7. 4. ed. – São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

ALBUQUERQUE JÚNIOR, Durval Muniz de. **História: a arte de inventar o passado.** Ensaaios de teoria da História. 2007. Bauru, Edusc.

ANJOS FILHO, Orencio Capestrano dos. **Proposta de aulas na educação básica de alguns conceitos matemáticos visando seu contexto histórico e aplicações nos dias Atuais.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Curitiba, 2017. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/sca-2/get-cc3.php?id=150640051>. Acesso em: 20 ago. 2018.

ASSIS NETO, F. R. de **Duas ou três coisas sobre o “menos vezes menos dá mais”.** Semana de Estudos em Psicologia da educação matemática: Livro de Resumos, 1995, Recife Anais... Recife: UFPE, 1995.

BERUTTI, Flávio e MARQUES, Adhemar. **Ensinar e aprender história.** Belo Horizonte: RHJ, 2009.

BOYER, Carl. **História da Matemática.** São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURKE, Peter. **A nova história, seu passado e seu futuro.** In.: BURKE, Peter (org.). A Escrita a história: novas perspectivas. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1992.

BURKE, Peter. **O que é História Cultural?** Trad. Sergio Goes de Paula 2ª ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora. 2008.

CARAÇA, Bento Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa, Gradiva, 1981.

CHIZZOTTI, Antônio. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. 11.ed. São Paulo: Cortez, 2010.

CUNHA, Nylse Helena Silva. **Brinquedo, Linguagem e Alfabetização**. 2 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, Editora Unicamp, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio Século XXI: o dicionário da língua portuguesa**. 3 ed. totalmente rev. e ampl. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FONSECA, Selva Guimarães. **Didática e prática do ensino de história: Experiências, reflexões e aprendizados**. 10. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2010.

FOSSA, J. A.; ANJOS, M. F. **Sobre a incompatibilidade dos números negativos com o conceito grego de Arithmós**. Revista Brasileira de História da Matemática, Rio Claro, V. 7, n. 14, p. 163 – 171, 2007.

FREITAS, Francisco Guimarães de. **O lúdico aplicado às operações fundamentais**. Dissertação (Mestrado) - Mestrado em Matemática, Universidade de Brasília, 2017. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/31344/1/2017-FranciscoGuimar>

GLAESER, G. **Epistemologia dos números negativos**. Boletim do GEPEM, n. 17, p.29 – 124, 1985.

GOIÁS. **Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás**. 2012. Disponível em: goo.gl/HXTaYJ. Acesso em: 19 set. 2018.

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática – (1) A Invenção dos Números**. Ano 1992. Editora Ática. São Paulo.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **Brinquedos e brincadeiras na educação infantil**. 2010. Disponível em: <https://moodle.ufsc.br/mod/resource/view.php?id=497687>. Acesso em: 10 de setembro de 2018.

LUCKESI, C.C. **O lúdico na prática educativa**. Tecnologia Educacional. Rio de Janeiro. vol. 22, jul/out, 1994. p. 119-120. Disponível em <http://www.luckesi.com.br/artigoseducacaoludicidade>. Acesso em: 18 set. 2018.

MALUF, Angela Cristina Munhoz. **Brincar: prazer e aprendizado**. 7 ed. Petrópolis, RJ; Vozes, 2009

MENDES, Iran Abreu. **A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula**. In.: MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A.; VALDÉS, Juan E. Nápoles. A história como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Números: o simbólico e o racional da história**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2014**. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.3. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes-pde/2014/2014-unepar-paranavai-mat-pdp-lizete-da-silva-perecin.pdf>. Acesso em. 15 out. 2018.

RIOS, Neander Medeiros. **Os números inteiros: construção histórica e as dificuldades atuais em sala de aula**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Paulo. Instituto de Ciência e Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), São José dos Campos, 2017. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/sca-v2/get-tcc3.php?id=150870293>. Acesso em: 15 ago. 2018.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro; Zahar Editora, 2012.

SANTOS, Antônio Raimundo dos. **Metodologia científica: a construção do conhecimento.** Rio de Janeiro: DPA, 2006.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 2009.

VIEIRA, Maria Pilar de Araújo; PEIXOTO, Maria do Rosário da Cunha e KHOURY, Yara Maria Aun. **A Pesquisa em História.** 4. ed. São Paulo: Ática, 1998.

Sites

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/arquivos/File/jogos2011/bingo-com-numeros-inteiros-operacoes.pdf>

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/arquivos/File/jogos2011/bingo-com-numeros-inteiros-cartelas.pdf>