

Laboratório de ensino de matemática

Experimentos e discussões na formação de professores de matemática

JANDERSON VIEIRA DE SOUZA
ADRIANO FONSECA
(Organizadores)

Laboratório **de ensino de matemática**

Experimentos e discussões na formação de professores de matemática



Palmas-TO
2016



Reitor

Márcio Antônio da Silveira

Vice-reitora

Isabel Cristina Auler Pereira

Pró-reitor de Pesquisa e pós-graduação

Waldecy Rodrigues

Diretora de Divulgação Científica

Michelle Araújo Luz Cilli

Conselho Editorial

Airton Cardoso Cançado (Presidente)

Christian José Quintana Pinedo

Dernival Venâncio Ramos Junior

Etiene Fabbrin Pires

Gessiel Newton Scheidt

João Batista de Jesus Felix

Jocyleia Santana dos Santos

Salmo Moreira Sidel

Temis Gomes Parente

Projeto Gráfico, Revisão de Texto & Impressão

ICQ Editora Gráfica e Pré-Impressão Ltda.

Designer Responsável

Gisele Skroch

Impresso no Brasil

Printed in Brazil

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins - SISBIB

L123

Laboratório de ensino de matemática: Experimentos e discussões na formação de professores de matemática / Adriano Fonseca, Janderson Vieira de Souza (organizadores). – Palmas: Universidade Federal do Tocantins / EDUFT, 2016.

216 p. il.:

ISBN: 978-85-63526-97-7

1. Ensino da matemática. 2. Formação de Professores de Matemática. 3. Teoria e prática. I. Souza, Janderson Vieira de. II. Fonseca, Adriano. III. Título

CDD 372.7

Copyright © 2016 por Janderson Vieira de Souza e Adriano Fonseca

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Prefácio

Nos meios acadêmicos, cada vez se faz mais necessário a troca de experiências que possam contribuir na formação de professores e em particular na formação de professores de Matemática. Esta necessidade urge devido às transformações ocorridas a partir dos meios de comunicação mais sofisticados e na aceleração das informações. Diante desse aspecto muitas vezes nos defrontamos com alunos que dominam mais o conhecimento de determinados conteúdos do que o próprio profissional que está ali para ensinar e aprender.

No nosso caso, o livro “Laboratório de ensino de matemática: experimentos e discussões na formação de professores de matemática” não se trata de um livro com capítulos individuais, mas sim de um trabalho coletivo desenvolvido pelos professores e alunos do curso de Matemática da Universidade Federal de Tocantins - câmpus de Araguaína. A riqueza desta coletividade é recomendada na construção do conhecimento, principalmente em cursos de licenciaturas.

Para a organização do livro, eles, os professores Jander-son e Adriano, o dividiram em duas partes, sendo a primeira privilegiando a teoria e a metodologia e a segunda para relatos de experiência das práticas produzidas no laboratório de ensino de Matemática pelos alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática e da pós-graduação e pelos professores de Matemática da rede de ensino da cidade e região a qual pertence o câmpus. O livro foi escrito em onze capítulos, sendo colocado

cinco deles na primeira parte e a segunda parte composta pelos seis capítulos restantes.

O tema selecionado já vimos pelo nome do livro, trata-se do laboratório de ensino de Matemática. O livro desenvolve o tema desde a necessidade de se implantar um laboratório de Matemática, apresentando um breve histórico do aparecimento/construção do laboratório de ensino de Matemática, passando pelo questionamento dos profissionais que trabalham com o ensino de Matemática. Este trabalho aqui apresentado se desenvolveu no período de 2008 a 2013 e por ele se percebeu a necessidade na reforma da estrutura do curso de Licenciatura em Matemática ocorrida em 2009/2010.

Os cinco primeiros capítulos discutem a ‘teoricidade’. Os autores fizeram um debate entre os teóricos por eles conhecidos à respeito da importância do laboratório de ensino de Matemática, suas justificativas, desafios, incompreensões e sem perder os saldos positivos da utilização do referido laboratório. Eles ressaltaram a importância da construção dos materiais didáticos, mas também não descartaram a importância da montagem a partir das aquisições dos materiais caso achem recursos para efetuar tais aquisições.

Um dos dados interessantes é que para se ter um laboratório de ensino de Matemática é necessário um lugar muito grande, porém, com criatividade e determinação, pode ser desenvolvido em um lugar menos amplo, como eles o fizeram: em uma sala de aula. Este também é um dos grandes pontos positivos do trabalho, pois sinaliza que quem quer organizar um laboratório de ensino de Matemática basta conseguir um tempo livre em uma sala de aula.

Na segunda parte do livro, a parte prática das atividades desenvolvidas no laboratório de Matemática, foram selecionados entre as atividades o material dourado, o ábaco, o geoplano e o tangram.

Nesta parte prática encontraremos a parte histórica de cada material e sua aplicação. No material dourado encontraremos a construção do sistema decimal e as suas quatro operações fundamentais o ábaco vem para construir e acrescentar os trabalhos do material dourado, o geoplano nos lança para a geometria plana e o tangram vem como contribuição para o desenvolvimento da geometria plana.

Este livro contribuirá para um trabalho na sala de aula de Ensino de Matemática e por isto deve ser recomendado principalmente para os que cursam a Licenciatura em Matemática e que ele incentive seus autores a continuarem os seus trabalhos.

Prof. Dr. Pedro Paulo Scandiuzzi

SUMÁRIO

PREFÁCIO	VII
INTRODUÇÃO	13
PARTE I	
Discussões teóricas e metodológicas	21
1. Implantação do Laboratório de Ensino de Matemática da UFT- CAMUAR: histórico de percursos teóricos e metodológicos .. Janderson Vieira de Souza José Ricardo e Souza Mafra	23
2. A utilização de materiais concretos para o ensino e aprendi- zagem da Matemática: aspectos teórico-metodológicos e práticos	37
Adriano Fonseca	
3. Jogos no ensino de Matemática: uma discussão a partir da concepção de futuros professores	53
Itamar Miranda da Silva Marcos Guilherme Moura Silva Janderson Vieira de Souza Tadeu Oliver Gonçalves	
4. Laboratório de Ensino de Matemática: uma alternativa para o ensino da Matemática	73
Marcos José Pereira Janderson Vieira de Souza	
5. Uma investigação subjacente aos laboratórios de matemática em escolas públicas do município de Araguaína – TO	85
Rodrigo Gonçalves de Sousa Janderson Vieira de Souza	

PARTE II

Relatos de experiências	103
6. O material dourado no ensino e aprendizagem da Matemática: uma experiência conjunta com professores(as) de Matemática	105
Adriano Fonseca Janderson Vieira de Souza	
7. Os desafios e perspectivas do ensino de multiplicação e divisão com material dourado: as etapas de uma aplicação.....	123
Fabiane Martins Lima Márcia Ferreira da Silva Janderson Vieira de Souza	
8. Formação de professores de Matemática: uma experiência com ábaco na graduação e pós-graduação	137
Janderson Vieira de Souza Adriano Fonseca	
9. Uma vivência com o ábaco em atividades pedagógicas durante a graduação.....	155
Maria Francisca de Sousa Gomes Valdirene de Sousa Mendonça Janderson Vieira de Souza	
10. O Geoplano como alternativa metodológica na formação inicial do professor de Matemática: utopia ou realidade?	171
Dailson Evangelista Costa Mônica Suelen Ferreira de Moraes Janderson Vieira de Souza	
11. Tangram: uma reflexão sobre a sua utilização em sala de aula ...	193
Maria do Socorro de Souza Cardias Dailson Evangelista Costa Janderson Vieira de Souza	
POSFÁCIO	215

Introdução

Este livro visa apresentar artigos que são frutos de ações associadas ao Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), câmpus de Araguaína/TO (CAMUAR). Para isso, participaram deste trabalho coletivo professores e discentes do curso de Licenciatura em Matemática e do curso de especialização em Educação Matemática da UFT, dois professores de outras instituições – Universidade Federal do Pará (UFPA) e Universidade Federal do Acre (UFAC) – além de discentes do curso de especialização em Educação Matemática e do Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da UFPA, câmpus de Belém-PA.

Desde 1999 o primeiro organizador do livro – Janderson Vieira de Souza – desenvolveu atividades relacionadas ao Laboratório de Ensino de Matemática, em específico inerente a atividades de pesquisa e extensão desenvolvidas durante sua formação acadêmica como licenciando na Universidade Federal de Goiás. Nesta época, teve a oportunidade de participar como bolsista de um projeto de pesquisa proposto pelo Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal de Goiás (UFG) e desenvolvido no Laboratório de Educação Matemática (LEMAT).

Por meio deste projeto denominado “Projeto de Implantação de Laboratório de Matemática Escolar do LEMAT”, orientado pela professora Zaíra da Cunha Melo Varizo¹, investigou pela

¹ Atualmente professora aposentada da Universidade Federal de Goiás.

primeira vez sobre materiais instrucionais, jogos e *softwares*. A partir de então, nunca cessaram suas atividades em relação a esta área de conhecimento.

Da mesma forma, o segundo autor organizador – Adriano Fonseca – desenvolveu seus primeiros estudos e apresentação de trabalhos acadêmicos com materiais concreto-pedagógicos, ainda como graduando do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP – São José do Rio Preto, enquanto bolsista do Programa Bolsa PAE – UNESP, orientado pelo Prof. Dr. Pedro Paulo Scandiuzzi. Os resultados destes estudos geraram apresentação de trabalhos em eventos científicos², publicação do artigo “Número: essência da Matemática na Revista Educação e Matemática (2004)”, além de participação em cursos de formação continuada, como por exemplo, o Curso de Capacitação do Programa de Alfabetização Solidária Nacional (2001-2002). Em todas estas situações os conceitos matemáticos trabalhados foram número, sistema de numeração decimal (e de outras bases) e operações aritméticas, tendo como artefatos mediadores o material dourado, o ábaco e o material fichas multibase³.

Durante sua prática docente na educação básica, dá seguimento a utilização de materiais concreto-pedagógicos em suas aulas. Enquanto professor no curso de Matemática, da Universidade Federal do Tocantins, amplia as investigações com materiais concreto-pedagógicos tanto na orientação de monografias quanto na disciplina que ministra no curso de especialização em Educação Matemática.

As experiências e pesquisas realizadas neste interim de aproximadamente dezessete anos por ambos os autores, aprofundam a composição deste livro, a fim, de divulgar as discussões no interstício de 2009 a 2013 a respeito da temática laboratório de ensino de matemática, no qual, os pesquisadores realizaram efetivamente suas pesquisas, sobretudo seus experimentos teórico-metodológicos em constituição e transformação. Para tanto, organizamos o livro em categorias ao elencarmos como Parte I: Discussões teóricas e metodológicas (cinco capítulos) e Parte II: Relatos de experiências (seis

² 28º CIP - Colóquio de Incentivo à Pesquisa (UNESP-SJRP, 2001); XXIV CNMAC - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (Uni-BH, 2001).

³ Material confeccionado a partir do material multibase de Dienes.

capítulos), aos quais, em nosso entendimento, trazem uma caracterização mais efetiva dos textos produzidos.

No primeiro capítulo, “Implantação do Laboratório de Ensino de Matemática da UFT-CAMUAR: histórico de percursos teóricos e metodológicos”, buscou-se descrever o processo de implantação e operacionalização do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da Universidade Federal do Tocantins (UFT) no câmpus de Araguaína-TO (CAMUAR). Visualiza-se deste percurso ainda em movimento a alocação de recursos - tanto físicos quanto humanos - para promover essa moção, que partilhou consonância com o projeto de extensão denominado por “Montagem e operacionalização do Laboratório de Ensino de Matemática (2009-2012)”, vinculado aos programas de pesquisa e extensão desta universidade. Os autores buscaram elucidar a provocação de ações didático-pedagógicas em conformidade com a área de conhecimento denominada por Educação Matemática por meio deste laboratório. Contudo, destaca-se atualmente a existência, dentre outras, da promoção de ações realizadas no LEM, a participação em eventos de envergadura internacional e a promoção de situações didáticas por meio de novas tendências do ensino da matemática como a história da matemática, etnomatemática, modelagem matemática, dentre outras modalidades. Como desdobramentos do projeto, visualiza-se o fortalecimento da elaboração de atividades didático-pedagógicas num cenário em consonância com as tendências de ensino de matemática.

No segundo, “A utilização de materiais concretos para o ensino e aprendizagem da Matemática: aspectos teórico-metodológicos e práticos”, o autor apresenta uma fundamentação teórica que justificaria a utilização crítico-reflexiva de materiais concreto-pedagógicos nas aulas de Matemática, sob dois pontos de vista: da psicologia, mais especificamente das teorias que tratam da psicogênese do indivíduo (Piaget, Vygotsky) e do processamento da informação; da educação, apresentando orientações e cuidados que alguns educadores apontam quanto à utilização dos materiais concreto-pedagógicos, em busca da compreensão da relação dialética entre concreto e abstrato (Jardinetti, Nacarato, Fiorentini & Miorim). Compreendendo como o indivíduo constrói conhecimento

na interação com o objeto-artefato, com outros indivíduos e com o meio sociocultural onde vive, o autor espera que o professor busque (e encontre) subsídios teóricos que justifiquem o uso da metodologia com materiais manipuláveis.

No terceiro capítulo, “Jogos no ensino de Matemática: uma discussão a partir da concepção de futuros professores”, abordou-se algumas relações existentes entre os jogos com o ensino da matemática, evidenciando aspectos teóricos e conceituais, correlacionando-os com as concepções dos alunos de uma licenciatura inédita no Brasil (Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagem). O objetivo da referida discussão é trazer contribuições para o ensino da Matemática, destacando os jogos como instrumento metodológico que potencializa o processo do ensino e da aprendizagem, partindo das concepções dos futuros professores. Assim, a partir das discussões teóricas, confrontadas com as concepções que emergiram dos licenciandos em questão, almeja-se que futuros professores que ensinarão matemática possam tomar a decisão de fazer uso ou não dos jogos nas aulas de matemática.

No quarto capítulo, intitulado “Laboratório de Ensino de Matemática: uma alternativa para o ensino de matemática”, os autores descrevem suas experiências – enquanto discente (1º autor) e docente (2º autor) – sobre a utilização do laboratório de ensino de Matemática como uma tendência que tem atingido grande aceitação entre professores, tanto do ensino superior quanto da educação básica. No entanto, é percebido a existência de muita resistência na implementação do mesmo. Neste trabalho, discorreu-se sobre a importância do LEM para o ensino e aprendizagem de Matemática, além das vivências e experiências na implementação de um laboratório na Universidade Federal do Tocantins, com o objetivo de responder a questão: qual a influência e a importância exercida sobre o ensino e aprendizagem pela disciplina e o próprio laboratório de ensino da Matemática e seus desdobramentos?

O quinto capítulo, “Investigação subjacente aos laboratórios de Matemática em escolas públicas do município de Araguaína – TO”, retrata uma pesquisa realizada em seis escolas da rede pública estadual de ensino do município de Araguaína/TO. Trata-se

de uma pesquisa de caráter qualitativo que tem como desígnio inquirir sobre as condições dos laboratórios de matemática das escolas públicas da cidade, averiguar se de fato os mesmos existem, quais são os materiais que as escolas disponibilizam e que fazem parte do Laboratório, como é feita sua utilização, as dificuldades e proficiências intuídas pelos educadores em seu uso.

No sexto capítulo, intitulado “O material dourado no ensino e aprendizagem da Matemática: uma experiência conjunta com professores (as) de Matemática”, os autores apresentam algumas vivências experienciadas com material dourado em duas turmas do curso de especialização em Educação Matemática (2011-2012) e uma turma do curso de Matemática (2013). A compreensão de sistema de numeração decimal e das operações aritméticas foi o foco destes trabalhos. Segundo os autores, compreender a construção deste sistema e o processo concreto que subjaz as operações aritméticas é essencial para que os alunos possam abstrair os conceitos matemáticos adjacentes. Para tanto, apresentam uma proposta didática que contempla a construção concreta e abstrata destes dois conteúdos matemáticos, descrevendo as ações e resultados obtidos nas atividades desta proposta, à luz das teorias da psicogênese e dos cuidados pedagógicos apontados no texto “A utilização de materiais concretos para o ensino e aprendizagem da Matemática: aspectos teórico-metodológicos e práticos” localizado na Parte I deste livro.

O sétimo capítulo trata sobre “Os Desafios e perspectivas do ensino de multiplicação e divisão com material dourado: as etapas de uma aplicação” onde os autores mostram de forma introdutória uma proposta de estudos desenvolvidos via educação matemática, relacionando a compreensão dos conceitos de multiplicação e de divisão no contexto escolar do ensino fundamental, buscando proporcionar – principalmente ao docente - um ambiente mais favorável para uma aprendizagem qualitativa. Todavia, o objetivo do texto foi mostrar uma análise sobre os desafios e as perspectivas encontradas, a partir do planejamento e da aplicação de atividades desenvolvidas com o material dourado em sala de aula, sempre tendo como norte um ensino de matemática mais significativo concebido as vistas de um olhar refinado em relação ao ensino-aprendizagem.

No oitavo capítulo, “Formação de professores de Matemática: uma experiência com ábaco na graduação e pós-graduação” faz-se uma explanação de uma proposta didática trabalhada com professores e futuros professores de matemática nos anos de 2011 a 2013. Nesta proposta, tendo como foco o ensino e a aprendizagem das operações aritméticas na base dez e o estudo de sistemas de numeração em outras bases, os autores utilizaram-se do ábaco como artefato mediador. Além de apresentar as ações e resultados deste trabalho, os autores alertam para o fato de que o professor precisa estar atento a alguns cuidados quando da utilização de materiais manipulativos, principalmente da compreensão da relação dialética entre concreto e abstrato.

O nono capítulo, intitulado “Uma vivência com o ábaco em atividades pedagógicas durante a graduação”, trata-se de um relato sobre uma das atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) no campus de Araguaína. Neste ensaio, os autores revelaram a utilização do ábaco por meio das operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão, demonstrando outra forma para ensinar essas operações de maneira concreta, atrativa, construtiva, interessante e motivadora, ou seja, por meio do manejo do ábaco, vislumbrar outras formas de ensinar esse conteúdo alocado.

Por conseguinte, no décimo capítulo, “O geoplano como alternativa metodológica na formação inicial do professor de Matemática: utopia ou realidade?”, os autores apresentam algumas contribuições que a disciplina Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) proporciona ao professor de matemática na sua formação inicial. Além disso, objetivou-se refletir sobre a possibilidade de inserção de metodologias alternativas, ainda na formação primeira, tendo em vista as possíveis contribuições nos aspectos práticos do ensino, no sentido do licenciando estar investigando meios que proporcionem uma aprendizagem mais significativa, investigativa, concreta. Como procedimento utilizado, destaca-se uma atividade com geoplano, construída no intuito de promover uma motivação/investigação para o ensino de matemática.

O décimo primeiro capítulo, nomeado por “Tangram: uma reflexão sobre a sua utilização em sala de aula”, tem como objetivo

apresentar uma investigação, por meio de algumas atividades e quais as expectativas, reações e contribuições promovidas pelo uso do Tangram, em relação ao aprendizado de alguns conceitos geométricos, com alunos do 3º ano do ensino fundamental. Para este trabalho foi alavancada a seguinte pergunta norteadora: em quais termos o uso do Tangram contribui para uma aprendizagem mais significativa, por parte dos alunos do 3º ano das séries iniciais, a respeito de alguns conceitos geométricos? Como resultados, verificou-se um interesse gradativo dos discentes, inicialmente, apenas pelo material, e posteriormente pelos conteúdos matemáticos, favorecendo a aprendizagem destes conteúdos. Entretanto, foram destacadas algumas situações imprevisíveis, desfavoráveis e desconfortáveis surgidas quando o professor desenvolve atividades desta natureza.

Portanto, todos os onze capítulos trazem perspectivas intimamente ligadas à utilização de material instrucional numa perspectiva associada à área de conhecimento denominada por Educação Matemática. Efetivamente, uma oportunidade muito rica para professores em exercício, formadores de professores e até mesmo licenciados em Matemática, de agregarem a sua formação como professor (a) de Matemática por meio das experiências aqui partilhadas.

Boa leitura a todos!

Os autores

PARTE I
DISCUSSÕES TEÓRICAS
E METODOLÓGICAS

1. Implantação do Laboratório de Ensino de Matemática da UFT-CAMUAR⁴: histórico de percursos teóricos e metodológicos

Janderson Vieira de Souza⁵
José Ricardo e Souza Mafra⁶

Este capítulo fornece um breve indicativo histórico sobre o processo inicial de criação de um Laboratório de Ensino de Matemática, no curso de Licenciatura Plena em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins (UFT), câmpus de Araguaína. Tem como marco temporal as ações indicadas desde o ano de 2008 até o ano de 2013, considerando assim o início do processo de montagem do Laboratório Didático de Matemática do curso de Ciências com habilitação plena em Matemática, cuja reorganização curricular ocorrida em 2009/2010 permitiu a criação do curso de Licenciatura em Matemática. Como ponto de partida para a instalação inicial do laboratório, os acadêmicos e professores do curso realizaram leituras, discussões em grupo a respeito do seu processo de construção, desenvolvimento e uso dos materiais do laboratório. Nesta perspectiva, as leituras realizadas, as discussões, as pesquisas e a oportunidade de ter visitado um laboratório instalado em um colégio local, nortearam a implementação do laboratório.

⁴ Universidade Federal do Tocantins – câmpus Araguaína.

⁵ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará.
E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

⁶ Professor Associado da Universidade Oeste do Pará, Doutorado em Educação, área de concentração em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2006), e-mail: jose.mafra@ufopa.edu.br

Os referenciais teóricos utilizados para abordagem sobre o Laboratório de Ensino de Matemática foram essenciais na busca de compreender como poderíamos realizar a montagem do laboratório e sua utilidade no processo de interação curricular do curso de Matemática. Dos estudos realizados, tivemos um fundamento teórico - baseado em outras experiências de organização de laboratórios ocorridas em outras instituições - a respeito de qual seria um desafio conseguir materiais necessários na construção de materiais didáticos, quais tipos de materiais poderíamos construir aperfeiçoando-os a atender nossos objetivos de ensinar matemática, os quais posteriormente a construção deveriam ser testados em sala de aula e verificar sua eficácia.

Percebeu-se que, pelo fato do laboratório poder conter uma grande diversidade de materiais, sua montagem leva algum tempo, a qual não seria uma tarefa fácil, até porque requer gastos, tempo e disponibilidade, pesquisas e/de construção dos materiais, em alguns casos modificações e aperfeiçoamento destes, além de ser de fundamental importância a testagem na prática de sala de aula destes materiais, inquirindo planejamento e busca de novas metodologias de ensino. Nesta etapa inicial, os acadêmicos bolsistas participaram intensamente da construção dos materiais e, para tornar possível a implementação do laboratório, foram divididas as tarefas de confecção de materiais, sempre se articulando em grupo.

Tais ações serão detalhadas nas páginas seguintes, tendo em vista o caráter excepcional de objetivos e finalidades a qual o Laboratório de Ensino de Matemática se propõe a fazer, bem como os desdobramentos de algumas ações realizadas no mesmo e projeções futuras de encaminhamentos.

Processo de implementação do LEM

Sendo o LEM um espaço integrado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática, o mesmo tem por objetivo central o de fornecer um espaço ou ambiente propício para o aprimoramento de práticas, atitudes, habilidades e técnicas relacionadas ao exercício do magistério na educação básica relacionado à Matemática. Ao

longo do primeiro semestre de 2009 ocorreu a readaptação estrutural da UFT, em termos de espaço físico, acabando por fornecer as bases iniciais para a disponibilização de um espaço físico relacionado a um laboratório didático de matemática. De forma inicial surgem as primeiras discussões sobre como seria esse espaço, entre os docentes do colegiado do curso de Matemática da UFT - CAMUAR. A conjectura de realizar-se neste câmpus a montagem e operacionalização de um espaço didático-pedagógico destinado a subsidiar já na formação primeira dos discentes de Licenciatura em Matemática desta universidade a possibilidade de alocação de materiais didáticos ligados ao ensino da matemática, fornecendo aos docentes uma projeção de possíveis desdobramentos de atividades relacionadas ao tripé: ensino, pesquisa e extensão.

Com este pressuposto, foi designada uma comissão composta por dois professores do colegiado⁷ para elaboração e execução desse projeto, a priori sendo uma atividade vinculada à pesquisa e extensão da universidade. Diante deste desafio, a comissão debruçou-se a fundamentar o projeto, realizando investigações em bibliografias, ofertando solo teórico para elaboração do projeto de extensão supracitado. Paralelamente a isso, os equipamentos e materiais essenciais à instalação do laboratório foram sendo adquiridos e os projetos de pesquisa e extensão cadastrados e diretamente relacionados com o foco de trabalho proposto pelo LEM foram sendo gradativamente implementados e sendo executados pelos professores, em conjunto com os alunos pesquisadores do curso.

Solo teórico

Em sua plenitude, o projeto⁸ de implantação e operacionalização do LEM ressalta a necessidade da aquisição do conhecimento por meio da utilização de equipamentos e métodos modernos, oportunizando o contato com diversos materiais instrucionais ligados ao ensino da matemática. Seus principais objetivos repousam

⁷ Prof. Dr. José Ricardo e Souza Mafra e Prof. Dr. Fernando Guedes Cury.

⁸ (MAFRA, 2009).

no desenvolvimento de cenários de atividades e pesquisas acadêmicas pelos integrantes dos projetos de pesquisa e de extensão, em execução, a partir de práticas docentes e experimentais para o ensino da matemática.

A metodologia utilizada nos desdobramentos dos projetos vinculados ao laboratório está sedimentada em aplicações de investigações sobre materiais matemáticos e tipologias de mídia (produção) e seus reflexos na aquisição de conceitos e de linguagem matemática (atividade matemática). Além disso, o trabalho em desenvolvimento pela equipe responsável do projeto tem como um dos focos de ação, a possibilidade de formalização de parcerias com os sistemas regionais de ensino e de aprendizagem, interessados na efetivação de práticas experimentais do ensino de matemática relativos tanto do ponto de vista dos alunos frequentadores da educação básica como de processos de formação continuada dos docentes vinculados à rede de ensino pública.

Os resultados atingidos, até então, apontam para a inserção gradativa de situações didático-pedagógicas variadas e relacionadas ao ensino de matemática, na educação básica, relacionada a um LEM. Além disso, pretende-se despertar no professor da educação básica elementos pertinentes à pesquisa e à reflexão sobre aspectos da matemática, tendo em vista assegurar uma formação e atualização permanente e gradativa de métodos e procedimentos alternativos em matemática para a sala de aula.

Conforme Lorenzato (2006, p. 7), “O LEM pode ser um espaço especialmente dedicado a situações pedagógicas desafiadoras”, propondo atividades lúdicas, em parceria entre educadores da UFT, da rede estadual de ensino, estudantes de Licenciatura de Matemática e o trabalho realizado na sala de aula, reduzindo dificuldades e proporcionando novos conhecimentos por meio da utilização de materiais didáticos. Busca-se com isso:

- tornar a matemática dinâmica e atraente;
- tornar a aprendizagem da matemática agradável por intermédio de estímulos e desafios;

- buscar meios metodológicos para tornar os educandos produtores de linguagens, criadores de convenções, capacitando-se para realizar demonstrações;
- despertar o desafio e interesse dos discentes.

Todavia, o que seria este LEM? Conforme algumas bibliografias recorrentes, o LEM pode ser um ambiente destinado a armazenar e deixar acondicionado materiais para o ensino de matemática.

Por conseguinte, ampliando-se esta visão sobre o LEM, o mesmo pode ser um lugar para além de um espaço destinado ao ensino de matemática. Pode ser um ambiente na qual docentes das mais variadas áreas encontram novas possibilidades para o ensino. Um local para tirar dúvidas dos alunos, para os professores se reunirem e planejarem suas aulas, discutirem seus projetos, promoverem olimpíadas, avaliações, desenvolverem estágios para os licenciandos, entre outras possibilidades, pois [...] o professor pode precisar de diferentes materiais com fácil acesso [...] nessa concepção, é uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (LORENZATO, 2006, p. 7).

Nesta mesma vertente, Perez e Turrioni (2006) fortalecem o nosso posicionamento em relação a imbuir já na formação primeira do professor de matemática as práticas relacionadas ao Laboratório de Ensino da Matemática, pois para estes autores o licenciando deve, desde a sua formação inicial, desenvolver competências imersas nessa atitude. Os autores defendem a utilização do LEM tendo em vista o fornecimento de espírito crítico e colaborativo refletido na equipe de docentes, o qual demandou esforço considerável no processo de implementação, projeto, montagem e operacionalização do LEM do câmpus de Araguaína.

Uma disciplina na graduação específica para utilização do LEM

A partir deste fundamento, o colegiado de Matemática percebeu a necessidade da implementação de ação de incluir na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática uma disciplina para atender a perspectiva elencada.

Nessa perspectiva foi criada a disciplina Laboratório de Ensino da Matemática, acionada no Projeto Pedagógico Curricular do curso de Licenciatura em Matemática no ano corrente de 2009 – disciplina de caráter obrigatório – tendo como objetivo discutir e favorecer a construção de técnicas e métodos de ensino relacionados a matemática, a partir da perspectiva didático-pedagógica apontada pelas tendências atuais em educação matemática, além da elaboração e construção de projetos de atuação docente, bem como analisar a postura didática do professor de matemática.

Para isto, como ementário está previsto um breve histórico das tendências em educação matemática, análise de perspectivas em didática da matemática e educação matemática, além da caracterização de projetos de atuação docente e a efetiva utilização de recursos e materiais para o ensino da matemática na educação básica. Tudo isto, vislumbrando atender certos objetivos para este ambiente de aprendizagem.

Objetivos previstos para o LEM

No decorrer de sua prática profissional e convivência educacional, o docente de matemática precisa, junto a outros profissionais da educação, vivenciar práticas e métodos de ensino diversificados e relacionados à matemática. Com isso, pretende-se fomentar o aprofundamento de formas de instrumentalização relacionadas com as particularidades de sua área de conhecimento. No caso da matemática, é importante o professor ter o hábito, desde a sua formação inicial, de procurar tornar-se um estudioso e um pesquisador dos conhecimentos inerentes à matemática e a seu ensino.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para os cursos de Matemática (CNE/CES 1.302/2001) estabelecem as seguintes características como perfil para o licenciado:

- visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos discentes;
- visão da contribuição que a aprendizagem da matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania;
- visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina.

Nesse sentido, o Laboratório de Ensino de Matemática torna-se um espaço significativo para a investigação, aprendizagem e vivências de situações didático-metodológicas de matemática necessárias à formação deste professor. O LEM constitui-se de um espaço onde se agregam recursos didáticos, como jogos educativos (tangram, dominós com operações, torre de Hanói, entre outros), instrumentos didáticos (ábaco, material dourado, sorobã, geoplanos entre outros), recursos audiovisuais e tecnológicos (vídeos, documentários, calculadoras científicas, softwares educativos, entre outros), bem como bibliografia de pesquisa e prática do ensino da Matemática.

Esta diversificação do espaço de trabalho proporciona aos participantes e integrantes do laboratório um ambiente para orientação dos estudantes da educação básica, para esses discentes apreenderem os conteúdos matemáticos de forma significativa e desenvolvam adequadamente competências e habilidades nesta área do saber.

Com isso, tem-se realizado permanentemente o desenvolvimento de aspectos operacionais relacionados a um laboratório didático de ensino de operações e de conceitos matemáticos,

tendo em vista a construção de mecanismos satisfatórios de instrumentação, aprendizagem e elaboração de procedimentos metodológicos para o ensino da matemática na educação básica. Além disso, o desenvolvimento permanente de projetos de pesquisas associadas ao laboratório e relacionadas com a prática de ensino de matemática contribui bastante para a produção de materiais didático-pedagógicos, tendo em vista o desenvolvimento de atividades operacionais para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Desta forma, proporciona situações para os licenciandos e professores compreenderem conceitos matemáticos e desenvolverem métodos de ensino diversificados, possibilitando ao professor em exercício e ao futuro professor de Matemática a oportunidade de resolver problemas que possivelmente poderão enfrentar na prática docente, indicando procedimentos de ensino de conceitos matemáticos explorados na educação básica.

Por conseguinte, como ações previstas, foram realizadas pesquisas de materiais a serem utilizados e manuseados no laboratório com diferentes áreas do conhecimento, além de proporcionar experiências pedagógicas relacionadas com a prática docente por meio do desenvolvimento de cursos de extensão e da investigação do conteúdo específico da Matemática no contexto no qual o discente está inserido. Estudos sistemáticos sobre jogos e materiais instrucionais e a elaboração/planejamento de oficinas e cursos relacionados ao manuseio instrumental de um laboratório didático de matemática têm sido desenvolvidos de uma forma permanente, a partir da elaboração de cursos de extensão ofertados para a comunidade em geral, além de mini oficinas de produção e operacionalização de um laboratório de matemática sobre conceitos básicos da matéria evidenciados no ensino fundamental e médio.

Tudo isso, objetivando a construção de um ambiente educacional visando assegurar para professores e discentes da instituição, na sua formação ou aperfeiçoamento, a oportunidade de manusear materiais instrucionais que realmente facilitem o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Tendências de ensino promovidas no LEM

Conforme os objetivos suscitados anteriormente, surgiram naturalmente algumas tendências metodológicas ligadas ao ensino da matemática. Em outras palavras, para o apropriado andamento do processo de implantação e operacionalização do LEM, carecia-se de um conjunto de métodos e técnicas alinhavados a uma proposta de ensino diferente do convencional, garantindo, ou ao menos esboçando, uma proposta diferenciada da atual.

Em função das produções realizadas no LEM identificamos como tendências algumas ramificações da área de conhecimento denominada por Educação Matemática, dentre elas a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a História da Matemática, as Tecnologias de comunicação e informação, dentre outras.

Compreendemos que estas subáreas da educação matemática buscam, por meio de investigações dos processos de ensino aprendizagem da matemática, uma nova perspectiva em forma de desafios para promover patamares de alto aproveitamento da matemática ensinada nas escolas.

O LEM atualmente

Hoje, o LEM conta com uma sala de aula partilhada com a graduação. Em 2011, foram adquiridos materiais instrucionais como a Unidade Mestra (CIDEPE) de matemática com sensores, softwares e interface para professor com mais quatro unidades para os discentes realizarem suas experiências relacionadas ao ensino da matemática, como: estudo de medidas, erros, retas e planos, ângulos (opostos pelo vértice, correspondentes, internos complementares, alternos, colaterais), paralelismo, retas transversais, triângulos, figuras planas e tridimensionais, sólidos de revolução, áreas, volumes, funções trigonométricas, teorema de Pitágoras, lei dos cossenos, etc.

Além disso, foram adquiridos, com recursos das inscrições da seleção da “Especialização em Educação Matemática⁹”, materiais concretos recorrentes nos Laboratórios de Educação Matemática do Brasil como: ábaco, material Cuisenaire, material dourado, tangram, dominó de frações, multiplicação e divisão, geoplano, torre de Hanói, blocos lógicos, dentre outros, apesar de em pequeno número, atendem razoavelmente nossa demanda interna e externa.

O laboratório de informática associado ao LEM disponibiliza vinte dois computadores equipados com alguns softwares como, por exemplo, o GeoGebra, Octave, Graphmatica e MathType, que são úteis para o estudo de funções, figuras planas e espaciais, cálculos de áreas, visualização de vetores, entre outros. Ele conta ainda com internet e vem sendo utilizado constantemente por professores e alunos como local de pesquisa, digitação de trabalhos acadêmicos, elaboração de artigos, estudo de softwares, dentre outras atividades realizadas no ambiente.

O local, por ser uma ferramenta didática muito importante no ensino de matemática, é utilizado pelos professores em suas aulas, principalmente nas disciplinas de Geometrias Plana e Espacial, Física, Informática Aplicada à Educação, entre outras, na perspectiva de melhorar a aprendizagem dos acadêmicos, mostrando que o laboratório de informática, tendo softwares adequados e um professor capacitado e empenhado em promover um ensino diferenciado, pode ser uma ferramenta indispensável para facilitar a aprendizagem dos alunos e motivá-los ao estudo de matemática, por compreenderem a aplicação da matemática em seu dia a dia, a exemplo das geometrias.

Desdobramentos de ações realizadas no LEM

Várias ações foram e estão sendo realizadas no LEM. Trata-se de um processo natural para a dinâmica de existência do

⁹ O curso de pós-graduação foi criado em outubro de 2010 no câmpus de Araguaína pelo colegiado de Matemática. Sob a coordenação do primeiro autor deste capítulo no período de 2011 e 2012, atualmente é coordenado pelo prof. Adriano Fonseca.

Laboratório e, conseqüentemente, o desenvolvimento e aperfeiçoamento do curso de Matemática e o conjunto de professores e alunos participantes. Até o presente momento já foram desenvolvidas dezenas de atividades, dentre as quais podemos destacar as seguintes:

- a) utilizando-se de canudos, construímos sólidos espaciais¹⁰ cujo um de seus objetivos foi o de fornecer informações sobre a importância do uso de materiais concretos no ensino da matemática;
- b) ensino de função do 1º grau por meio de software Graphmatica e Geogebra objetivando o ensino de funções e cônicas;
- c) investigações sobre o material instrucional denominado Tangram, bem como o conjunto de possibilidades ofertadas para os discentes. Além disso, foram desenvolvidas atividades com ênfase nos conteúdos de Geometria e Álgebra;
- d) a elaboração de atividades com material dourado para trabalhar o conceito de números e sistemas de numeração decimal e binário;
- e) investigação e aplicação de atividades envolvendo os conceitos de área e perímetro de figuras planas por meio do Geoplano;
- f) um projeto de pesquisa desenvolvido por 21 acadêmicos bolsistas do PIBID, dos cursos de Ciências-Matemáticas, Geografia, História e Letras relacionados ao tema “drogas e violência”, visando adquirir informações para o planejamento de aulas interdisciplinares, envolvendo as áreas de conhecimento das quais os bolsistas fazem parte. Os bolsistas do PIBID, ao planejarem suas aulas sobre as temáticas “drogas e violência” contemplaram

¹⁰ É importante ressaltarmos que a construção deste material é uma aproximação, não sendo o sólido propriamente dito.

o estudo e tabulação de dados referentes às ocorrências registradas na cidade de Araguaína, pela polícia militar do estado do Tocantins, a respeito da violência e criminalidade, dos quais foram montados tabelas e gráficos, a fim de ensinar alunos da educação básica a aprender como se faz gráficos, tabelas e séries estatísticas simples, além de atividades envolvendo as outras áreas de conhecimento. Além de outro projeto de extensão alocando três bolsistas para desenvolverem atividades didático-pedagógicas no período vespertino no câmpus;

- g) a participação de eventos regionais, nacionais e internacionais por meio de oficinas, com objetivo de divulgação das atividades desenvolvidas no Encontro Nacional de Educação Matemática em 2010/2013, Conferência Interamericana de Educação Matemática 2012, Seminário de História da Matemática 2011/2012, VIII, IX e X Semanas Acadêmicas da Universidade Federal do Tocantins, Congresso Brasileiro de Etnomatemática 2012.

Considerações Finais

As atividades citadas acima são exemplos da utilidade do ambiente, o qual indica a sua grande importância na formação de futuros professores, pois ao terem contato com os recursos disponíveis e existentes nos espaços relacionados ao laboratório, aprendem a lidar com os materiais, tendo em vista o seu uso no exercício da profissão. Atualmente, o laboratório conta com bolsistas remunerados pela “Bolsa Permanência¹¹” nos três turnos de funcionamento, que ficam responsáveis pela guarda dos materiais existentes no mesmo, bem como pelo acompanhamento e acesso dos discentes e professores da UFT. Seu uso é feito mediante autorização de coordenação do curso e dos professores responsáveis pelo mesmo.

¹¹ Bolsa cedida pela universidade para acadêmicos da UFT.

Portanto, diante do exposto neste trabalho, esperamos ter delineado parte do trabalho executado exaustivamente pelos docentes e discentes da UFT-CAMUAR em busca de criar um ambiente didático-pedagógico em excelência no ensino da matemática. A programação futura do laboratório é continuar confeccionando materiais e testando na prática os materiais produzidos, por alunos e docentes do curso, além da disponibilidade do espaço a serviço da formação primeira e continuada de professores de matemática. Esta tarefa exige custo e tempo para sua concretização, haja vista o laboratório atualmente ainda não possuir um espaço físico adequado, pois está funcionando em uma sala de aula. Além disso, há custos derivados da aquisição de novos materiais didáticos e pedagógicos, indispensáveis na ampliação do acervo de materiais do Laboratório, os quais dependem de verbas indicadas no orçamento próprio da instituição na qual o mesmo está vinculado.

Tais limitações, no entanto, não interferem no desenvolvimento inicial das atividades dos acadêmicos e docentes, pela importância do espaço, nas práticas diárias desenvolvidas no mesmo. Contudo, esperamos consolidar no futuro uma referência significativa para o processo de formação docente no curso de matemática, aquilatando suas características e objetivos principais para uma marca de representatividade como espaço rico em termos de ideias, planejamento e ações voltadas principalmente para a formação de professores de Matemática.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Parecer CNE/CES nº 1.302, de 6 de nov. 2001. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO/ CAMARA DE EDUCAÇÃO SUPERIOR. Brasília, 2001.

LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

MAFRA, J. **Montagem e operacionalização de um laboratório didático em educação matemática.** Projeto de Pesquisa. Universidade Federal do Tocantins, 2009.

PEREZ, G.; TURRIONI, A. M. S. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores, In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

2.

A utilização de materiais concretos para o ensino e aprendizagem da Matemática: aspectos teórico-metodológicos e práticos

Adriano Fonseca¹²

— “Ah, professor, na prática a teoria é outra!” Quem de nós educadores formadores nunca ouviu algum de nossos alunos questionarem sobre a relação teoria e prática que tanto defendemos e discutimos em nossas disciplinas? Pergunto-me qual seria a idade desta pergunta¹³. Você, leitor saberia responder? Será que um dia ela será plenamente superada, refutada ou confirmada?

Neste capítulo tratarei mais especificamente de uma discussão teórica que fundamentaria o trabalho com o concreto e o abstrato na matemática, além de alguns cuidados apontados por autores que possuem vasta experiência neste assunto. Já em outros dois capítulos presentes nesta obra e elaborados pelos organizadores deste livro relataremos algumas situações e faremos algumas reflexões sobre experiências (con)vividas nas disciplinas: Laboratório de Ensino de Matemática (2012) do curso de Licenciatura em Matemática, câmpus da UFT de Araguaína/TO; e Metodologia para Ensino e Aprendizagem da Matemática I (2011-2012) do curso de Especialização em Educação Matemática¹⁴. Estes relatos

¹² Professor Assistente da Universidade Federal do Tocantins, Doutorando em Educação na Universidade de Campinas, e-mail: adrianofonseca@uft.edu.br.

¹³ Pimenta (2011) nos apresenta esta preocupante questão sobre a dissociação entre teoria e prática na Escola Normal no período de 1960-1990.

¹⁴ Realizado pelo curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, câmpus de Araguaína-TO.

e reflexões dizem respeito ao ensino e aprendizagem de conceitos da matemática escolar/acadêmica, utilizando-se de materiais concreto-pedagógicos¹⁵, buscando deste modo compreender as situações práticas vividas pelo professor e alunos numa dada situação didática, à luz das discussões teóricas de alguns autores que realizam pesquisas nesta área.

Nas disciplinas indicadas acima, cujos participantes foram graduandos do curso de Matemática, na primeira, e professores(as) de Matemática que atuam na rede pública de ensino da cidade de Araguaína-TO e adjacências, sendo muitos deles alunos egressos do curso de Matemática, na segunda, foram trabalhados mais especificamente o material dourado para o estudo dos conceitos de sistema de numeração decimal e as operações aritméticas, e o ábaco de base dez para o estudo das operações aritméticas neste sistema.

Do trabalho com materiais concreto-pedagógicos: algumas questões iniciais

Muitos educadores poderiam dizer que as discussões sobre o uso de materiais concreto-pedagógicos e/ou jogos no ensino e aprendizagem da matemática estão ultrapassadas. Creio que não. Enquanto nós, educadores-formadores, estivermos a formar futuros professores e a (pós)formar continuamente professores que já atuam em sala de aula essa e outras discussões metodológicas vão continuar a permear nossas aulas, nossas práticas e nosso discurso. Mas essas discussões, a cada vez que são retomadas, necessitam sempre ser renovadas e rediscutidas, de modo que novas compreensões vão se acrescentando, fazendo com que os conhecimentos existentes se renovem.

Durante a elaboração da disciplina Metodologia para Ensino e Aprendizagem da Matemática I estive justamente a pensar sobre isto. Como a ementa propunha a utilização de materiais

¹⁵ Das várias nomeações ou adjetivações utilizadas, materiais concretos, didáticos, manipulativos e concreto-pedagógicos, adotarei aqui a última.

alternativos para o ensino-aprendizagem da matemática no ensino fundamental e também proporcionar experiências metodológicas para transposição didática de conteúdos de matemática do ensino fundamental, defini como proposta de trabalho desenvolver atividades com uso de materiais concreto-pedagógicos aliadas com atividades de discussão teórica sobre o assunto e sobre os conceitos de contrato didático e transposição didática. Neste capítulo tratarei somente das experiências e discussões teóricas relativas ao trabalho com materiais concreto-pedagógicos, ficando o estudo da relação destes com os conceitos de transposição didática e contrato didático a ser realizado em outros momentos.

Para início de conversa, apresento a seguinte pergunta: “O que justifica ou fundamenta, do ponto de vista epistemológico, o trabalho com materiais concreto-pedagógicos, sejam eles reais/palpáveis ou virtuais/manipuláveis?” Para compreender este questionamento precisamos compreender que a matemática escolar/acadêmica trabalha com conceitos abstratos, com símbolos, ou seja, coisas que não são criadas na e pela natureza, mas sim na e pela mente humana, na busca por um modo/maneira que possa representar sinteticamente esta natureza e seus fatos e fenômenos. No caso da matemática escolar/acadêmica, ocorre que esta representação, que os conceitos e símbolos ao longo do tempo e das civilizações (ocidentais) tiveram seu ensino distanciado enormemente das situações que os originaram, apresentando-se como coisas de um “outro mundo”, sem relação perceptível com coisas do “nosso mundo” físico, do dia a dia, sendo considerada como uma disciplina extremamente formal, abstrata, não-natural, acultural¹⁶.

D’Ambrósio (1990, p. 56) ao tratar sobre a questão do desinteresse dos matemáticos pela antropologia, diz que a “matemática e o seu ensino têm sido considerados independentes do contexto sociocultural.”. Vinte e dois anos depois, observamos que esta constatação de D’Ambrósio ainda permanece de certo modo válida, mesmo com toda a discussão e amadurecimento (pelo menos teórico) sobre questões culturais na/pela educação matemática.

¹⁶ Para uma leitura mais detalhada sobre este assunto ver D’Ambrósio (1990, p. 56-68; 1996, p. 29-60).

Considerando, pois, que os materiais concreto-pedagógicos são artefatos – construídos ou adotados por nós – pertencentes à nossa cultura, ou pelo menos à cultura escolar, qual sua importância/relevância para o ensino e aprendizagem da matemática? Buscaremos, a seguir, compreender melhor esta questão, tanto do ponto de vista epistêmico quanto educacional.

Das teorias relacionais entre sujeito e objeto

Os estudos do renomado biólogo, epistemólogo e psicólogo suíço Jean William Fritz Piaget (1896-1980), em sua maioria voltados para uma teoria construtivista do conhecimento, influenciaram fortemente educadores(as) desde o final do século XX até os tempos atuais. Conhecida como epistemologia genética, Piaget defendia que o conhecimento é construído pelo sujeito na interação com o objeto e, mais ainda, que o sujeito nesta interação se constitui como tal.

No construtivismo de Piaget, o processo de construção do conhecimento confunde-se com o próprio processo de constituição e de desenvolvimento do sujeito, na sua relação com o mundo, que é físico e ao mesmo tempo simbólico. [...] Esse sujeito se define como tal a partir do momento em que se constitui junto com o objeto do conhecimento, que não é apenas, nem necessariamente, físico. Dessa forma, falar em construção do conhecimento significa falar ao mesmo tempo em construção do sujeito que conhece e do objeto a ser conhecido (SANCHIS; MAHFOUD, 2007, p. 166).

Piaget buscava compreender a gênese do conhecimento e como este era construído na relação entre o sujeito e o objeto. Segundo ele, a fonte do conhecimento é a própria ação do sujeito em uma interação com o objeto, ou seja, o conhecimento não está

nem no sujeito que conhece nem no objeto do conhecimento, mas surge da interação entre eles. Deste modo, uma questão que o preocupou em suas pesquisas foi: Se o conhecimento surge desta interação, qual(is) o(s) mecanismo(s) que possibilita(m) a aquisição do conhecimento do mundo pela criança? Buscando responder esta questão Piaget (1975, 1976) apresenta que estes mecanismos são a assimilação, a acomodação e a equilibração. Não poderei neste capítulo apresentar em detalhes sobre estes mecanismos, dado sua complexidade, pois não encontraria espaço suficiente aqui. Apresentarei apenas brevemente o que seria cada um, tomando como referência o trabalho de Ferreira e Lautert (2003). Segundo as autoras,

A assimilação, para Piaget (1975), diz respeito à integração de novos elementos à estrutura já existente ou construída, seja ela inata, como no caso dos reflexos no recém-nascido, ou adquirida a partir das modificações do conteúdo da estrutura inata inicial. No entanto, a assimilação não é um mecanismo suficiente para garantir o desenvolvimento de novas estruturas, já que não lida com a assimilação de conteúdos completamente novos ou não reconhecidos pelas estruturas existentes. Para possibilitar a integração de novos conteúdos, existe o processo complementar da assimilação: a *acomodação*, que se caracteriza pela *modificação de um esquema ou estrutura de assimilação pelos elementos assimilados* (p. 78). Ou seja, quando os elementos não se integram às estruturas existentes, as mesmas são modificadas para acomodá-las (FERREIRA; LAUTERT, 2003, p. 548).

Com relação ao mecanismo de equilibração, Piaget (1976), citado pelas autoras, explica que o mesmo possibilita uma reequilibração de um desequilíbrio cognitivo causado ou por uma

insatisfação de necessidades ou por um bloqueio na assimilação do objeto com o qual o sujeito interage:

Segundo Piaget (1976), a *equilibração* é um mecanismo que possibilita a retomada do equilíbrio cognitivo após reequilibrações decorrentes de *desequilíbrios*, as quais podem levar ou ao equilíbrio anterior ou a transformações qualitativamente diferentes. Estas transformações não levariam apenas a um equilíbrio, mas a um melhor equilíbrio, o qual denominou de *equilibração majorante*.

Os *desequilíbrios*, segundo esta perspectiva, aconteceriam ou quando há uma insatisfação de necessidades por parte do indivíduo, gerando nele uma sensação de falta (*equilibração por lacuna*); ou quando o indivíduo é impedido de assimilar o objeto com o qual interage, necessitando reorganizar as suas estruturas cognitivas para acomodá-lo (*equilibração por assimilação*) [...] (FERREIRA; LAUTERT, 2003, p. 548).

Buscaremos identificar mais adiante como estes mecanismos de assimilação, acomodação e *equilibração* se apresentaram no trabalho com materiais concreto-pedagógicos na disciplina Metodologia para Ensino e Aprendizagem da Matemática I.

Outra contribuição das pesquisas de Piaget para a compreensão da relação concreto e abstrato na matemática é como o indivíduo passa a compreender o conceito matemático (enquanto ação interiorizada) através do uso de materiais concretos, o que equivale a saber como ocorre a construção das estruturas operatórias lógico-matemáticas na criança. Segundo Piaget (2011, p. 71)

As operações lógico-matemáticas derivam das próprias ações, pois são o produto de uma abstração procedente da coordenação das ações, e não dos objetos. Por exemplo, as

operações de “ordem” são obtidas da coordenação de ações, pois para descobrir certa ordem numa série de objetos ou numa sucessão de acontecimentos, é preciso ter a capacidade de registrar esta ordem por meio de ações (desde os movimentos oculares até a reconstituição manual), que devem ser, também elas, ordenadas. A ordem objetiva só é então conhecida por meio de uma ordem inerente às próprias ações.

Mais ainda, não somente estas ações interiorizadas é que garantem a aquisição de conhecimento. Piaget (2011) diz ainda que é necessário que estas ações se tornem reversíveis, onde podemos compreender aqui, no caso do uso de materiais concreto-pedagógicos, que o indivíduo consiga representar simbolicamente suas construções. “Para que haja operações é preciso, além disso, que estas ações se tornem reversíveis e se coordenem em estruturas de conjunto exprimíveis em termos gerais de álgebra: ‘agrupamentos’, ‘grupos’, *lattices* etc.” (PIAGET, 2011, p. 71).

Diante dos estudos da psicogenética, nos quais se defende que o conhecimento é construído mediante a ação do sujeito sobre o objeto, como fica a questão da interação social do indivíduo com seus pares neste processo? Quais as influências que a interação social provoca neste processo de construção de conhecimento?

Os estudos de Lev S. Vygotsky (1896-1934) consideram que o ser humano constitui-se enquanto tal na sua relação com o outro social, de modo que é a cultura a qual o indivíduo pertence que lhe fornece todos os conceitos que serão por ele internalizados ao longo do seu processo de desenvolvimento (TAILLE; OLIVEIRA; DANTAS, 1992).

Uma das contribuições de Vygotsky, e talvez a mais significativa¹⁷ no que tange o trabalho com materiais concretos em sala de aula, é, inegavelmente, o que denominou de zona de desenvolvimento imediato – mais conhecida aqui no Brasil como zona de desenvolvimento proximal.

¹⁷ Tanto que o próprio Vygotsky, com relação aos seus estudos sobre processos de desenvolvimento e de aprendizagem, se refere a este conceito como de “importância capital” e “novo conceito de suma importância”.

Segundo Vygotsky (2010), devemos considerar pelo menos dois níveis de desenvolvimento da criança, nos quais as possibilidades de aprendizagem ocorrem de modos distintos.

[...] convençionemos chamar de nível de desenvolvimento atual da criança o nível que ela atingiu no processo do seu desenvolvimento e que é determinado com o auxílio de tarefas que a própria criança resolve com autonomia. [...] A zona de desenvolvimento imediato da criança é a distância entre o nível do seu desenvolvimento atual, determinado com o auxílio de tarefas que a própria criança resolve com independência, e o nível do possível desenvolvimento, determinado com o auxílio de tarefas resolvidas sob a orientação de adultos e em colaboração com colegas mais inteligentes (VYGOTSKY, 2010, p. 501).

Deste modo, trabalhar as atividades didáticas em grupo fará com que o aprendizado ocorra de maneira mais efetiva para todos os alunos. Mas, deste modo, realmente ocorrerá a interiorização do conceito matemático no trabalho coletivo, ou teremos apenas uma imitação momentânea das ações coletivas? Vygotsky (2010, p. 483), ao formular a lei básica do desenvolvimento das funções psíquicas superiores, afirma que

[...] toda função psíquica superior no desenvolvimento da criança vem à cena duas vezes: a primeira como atividade coletiva, social, ou seja, como função intersíquica; a segunda, como atividade individual, como modo interior de pensamento da criança, como função intrapsíquica.

É nesta dinâmica do desenvolvimento e da aprendizagem da criança que percebemos não somente o que ela já atingiu, mas também o que está em processo de amadurecimento, de formação.

Outra questão que podemos trazer à tona seria: como o indivíduo administra as informações que são interiorizadas e de que modo ele as recupera? Vários estudiosos buscaram explicações para esta questão, principalmente com relação à memória (Sigmund Freud; Jean Piaget; Lev Vygotsky; Henri Wallon; David Klahr; Donald E. Broadbent; dentre outros). Segundo Bee e Boyd (2011) uma teoria que busca explicar como a mente administra a informação e como ocorrem os processos de memória é a teoria do processamento da informação, que “embora não seja verdadeiramente uma teoria cognitivo-desenvolvimental, [...] aumentaram o entendimento dos psicólogos dos estágios de Piaget e de outras mudanças no pensamento relacionadas à idade” (BEE; BOYD, 2011, p. 38).

De acordo com esta teoria, que toma como base a estrutura e funcionamento do computador, a memória estrutura-se em três subprocessos: codificação (organização da informação), armazenamento (mantenimento da informação) e recuperação (busca da informação). Cada um destes subprocessos ocorrem nas memórias sensorial, de curto prazo e de longo prazo, respectivamente, de modo que a informação transita por estas memórias de maneira organizada e aparentemente linear. “Cada componente da memória administra a informação de forma diferente. A informação flui através da memória sensorial como em uma corrente” (BEE; BOYD, 2011, p. 38).

Sem deter-me numa análise crítica desta teoria, compreender como a informação é administrada e resgatada da memória é muito importante ao professor, tanto no trabalho com materiais concreto-pedagógicos quanto com qualquer outra metodologia, no sentido de que, como os alunos sempre estarão utilizando informações (conceitos) já interiorizadas que serão utilizadas para apreender outras informações, quando percebemos que “o aluno não aprendeu”, acabamos ficando apenas nas constatações situacionais imediatas, sem nos preocuparmos em compreender os processos psicológicos envolvidos. Esta compreensão poderá até mesmo provocar ações de intervenção que anteriormente não seriam possíveis de serem apontadas. O trabalho do professor conciliado com a psicologia (se possível com um psicólogo) traria benefícios muito maiores para o aprendizado dos alunos e do próprio professor.

Distanciando mais um pouco do campo da psicogenética e adentrando no campo da Educação Libertadora, mas, ainda mantendo a discussão sobre a relação sujeito que conhece/objeto do conhecimento, o educador Paulo Freire ao tratar sobre a educação como prática da liberdade em seu livro *Pedagogia do Oprimido*, explica que o homem não é algo abstrato, desligado do mundo, e que o mundo não se apresenta como uma realidade sem o sujeito, mas que ambos se constituem na relação que mantêm entre si.

Na verdade, não há *eu* que se constitua sem um *não-eu*. Por sua vez, o *não-eu* constituinte do *eu* se constitui na constituição do *eu constituído*. Desta forma, o mundo constituinte da consciência se torna mundo da consciência, um percebido objetivo seu, ao qual *se intenciona* (FREIRE, 2005, p. 81).

Quanto à ação do homem e da construção de conhecimento, Freire (2005, p. 82) afirma que:

O que antes já existia como objetividade, mas não era percebido em suas implicações mais profundas e, às vezes, nem sequer era percebido, se ‘destaca’ e assume o caráter de problemas, portanto, de desafio. A partir deste momento, o ‘percebido destacado’ já é objeto da ‘admiração’ dos homens, e, como tal, de sua ação e de seu conhecimento.

Os autores, Piaget, Vygotsky e Freire – cada qual em sua realidade sociocultural e com suas preocupações específicas de pesquisa¹⁸ – consideram que o sujeito/sujeito-social/homem se

¹⁸ Não nos esqueçamos das diferenciações entre estes teóricos e suas teorias, mas não é objetivo deste capítulo trazê-las para discussão, mas sim perceber as contribuições de ambas para nosso estudo.

constitui como tal na relação com o objeto/outro social/não-eu, e que por intermédio de uma ação de um sobre o outro ocorre construção de conhecimento.

Na situação apresentada neste capítulo, entendo que o sujeito que se constitui/constrói como tal é tanto o aluno quanto o professor, considerando que ambos fazem parte do processo de construção de conhecimento. Quanto ao objeto a ser conhecido são os conceitos matemáticos. A ação do professor para ‘ensinar e aprender’ e a ação dos alunos para ‘aprender e ensinar’ pode ser permeada pela utilização isolada ou combinada de várias metodologias de ensino, como resolução de problemas, modelagem matemática, história da matemática, uso de *softwares* matemáticos, materiais concreto-pedagógicos e até mesmo a aula expositiva.

Ousarei transferir as considerações de Freire quanto à ação do homem e da construção de conhecimento citadas acima, de uma situação que busca a construção de conhecimento por meio de palavras e temas diretamente ligados à realidade dos alunos, para uma situação com uso de materiais concreto-pedagógicos para a compreensão dos conceitos matemáticos. O que o trabalho com materiais concreto-pedagógicos busca é fazer com que o aluno compreenda de forma prática, investigativa e concreta o conceito além do aparente, além do algoritmo que lhe é apresentado de forma puramente técnica, mecânica, abstrata. Que aquilo que antes não era percebido, nem pelo aluno e nem pelo professor, possa ser apresentado como algo a ser problematizado, investigado e conhecido.

Das discussões reflexivas sobre o uso de materiais concreto-pedagógicos

Não acredito numa classificação das metodologias que indica a superioridade de uma em detrimento das demais. Todas têm suas potencialidades e limitações, de modo que é extremamente importante que o professor as conheça. Para isto, duas coisas são necessárias: estudo bibliográfico e experiência. Não basta dizer que “já li tudo sobre tal metodologia, agora vou aplicá-la”, considerando que isto é

condição suficiente para que o trabalho que será desenvolvido tenha êxito. Não podemos cair na armadilha do improviso pedagógico. Este pode ser um dos grandes erros e motivo de fracasso. O que muitas vezes ocorre, é que na percepção do ‘fracasso’, ou seja, “apliquei as atividades de acordo com o manual, mas não deu certo, os alunos não aprenderam”, o professor tende a voltar imediatamente para suas aulas expositivas, protegido/escondido pelo livro didático como sua única ferramenta de trabalho. A experiencição exige mais do que conhecer toda a teoria, mais do que tentar improvisos pedagógicos para tentar corrigir o que não está dando certo, mas sim buscar compreendê-la quando do desenvolvimento na prática de suas orientações teóricas. Digo que a prática muitas vezes irá validá-las ou refutá-las. É na prática que o professor vai constatar o que realmente é possível realizar e aquilo que é possível transcender destas.

Precisamos ultrapassar a exclamação que iniciou este capítulo. Por que julgamos que na prática a teoria é outra? Se isto se confirma, então que outra teoria é esta? Seria realmente outra teoria, ou a mesma, com o diferencial que a prática revelou validações, refutações, outras constatações sobre a teoria original? A ação de ensinar e aprender do professor deve considerar o uso de adaptações metodológicas ou de ajustes na proposta metodológica, onde a realidade da escola e a realidade sociocultural dos alunos precisam ser levadas em consideração. Estas adaptações ou ajustes somente são percebidos quando da elaboração e da aplicação da proposta, que deve considerar a primeira experiência como objeto de avaliação pelo professor, verificando quais os pontos potenciais e os pontos de limitação da proposta, para numa próxima experiencição fazer os ajustes necessários.

A importância da avaliação da proposta pedagógica após sua realização permite ao professor realizar os ajustes necessários, de modo que ‘aquilo que não deu certo’ possa ter sua aplicação realizada de outra forma. A organização dos alunos para o desenvolvimento da situação didática, a escolha da(s) metodologia(s) de ensino, a escolha do material didático-pedagógico, a elaboração da sequência didática, a elaboração das atividades desta sequência, a passagem do concreto para o abstrato (ou vice-versa) são exemplos de aspectos que poderão necessitar de adaptações ou ajustes.

Citei anteriormente que a prática docente pode ser permeada pela ação conjugada de metodologias de ensino, de modo que uma não pode ser considerada a melhor em detrimento das demais. Realizar o ensino e a aprendizagem de alguns conceitos da matemática escolar/acadêmica unicamente via materiais concreto-pedagógicos pode não ser profícuo. Por exemplo, o estudo e compreensão do conceito de número, da estrutura do sistema decimal de numeração e das operações aritméticas com auxílio do material dourado e do ábaco pode ter um ensino e aprendizagem mais significativos por parte dos alunos e do professor quando atrelado a uma abordagem cultural que considere os conhecimentos dos alunos e o uso de situações ligadas ao seu dia a dia.

Jardinetti (1996) apresenta duas interpretações para o concreto, sendo que a primeira se refere à utilização de materiais concretos, de recursos audiovisuais nas aulas, de modo que o ensino não seja reduzido à assimilação de “enfadonhas abstrações” (como o autor as identifica); já a segunda interpretação considera o concreto como o imediato, associado ao cotidiano, ao não escolar. Deste modo, trabalhar o concreto no ensino da matemática pode corresponder ao desenvolvimento de situações didáticas com uso de materiais concreto-pedagógicos ou com uso de situações do cotidiano do aluno. Como apresentado acima, a conjugação das duas formas (e também de outras) contribui para uma melhor compreensão daquilo que se está a aprender.

Mas, alguns alertas apresentados por diversos autores (NACARATO, 2005; JARDINETTI, 1996; FIORENTINI; MIORIM, 2011) quanto à “confiança cega” em uma única metodologia de ensino, especialmente sobre o trabalho com materiais concreto-pedagógicos, precisam ser considerados. Esses autores apontam para uma utilização consciente e crítico-reflexiva dos materiais concreto-pedagógicos e jogos matemáticos, nos quais o problema, como afirma Nacarato (2005, p. 4), “não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los”. Quanto a isto, apresento alguns cuidados apontados pelos autores:

- escolher o material que apresente em sua estrutura e manipulação, uma estreita relação com os conceitos matemáticos

- que estão sendo trabalhados; caso contrário, o trabalho pode gerar dificuldades na aprendizagem;
- o uso inadequado ou pouco exploratório do material pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática; mais importante que os objetos são os objetivos que permeiam nossa prática pedagógica;
 - evitar fazer uma ‘inversão didática’, ou seja, trabalhar o material como uma finalidade em si mesmo – ao invés de ser um instrumento para compreensão de um determinado conceito;
 - não é o simples uso do material que irá possibilitar a construção do conhecimento, mas a forma como ele é utilizado e os significados que podem ser negociados e construídos a partir dele;
 - nenhum material pode ser encarado como a salvação para a melhoria do ensino de matemática; sua eficácia dependerá da forma como for utilizado;
 - considerar o uso do material apenas por seu caráter ‘motivador’, ‘lúdico’, ou pelo fato de se ter ouvido dizer que o ensino da matemática tem de partir do concreto, são argumentos insuficientes para se justificar a sua importância;
 - não ficar dependente de uma única metodologia; é importante saber transitar por diferentes tendências metodológicas.

Considerações

Pretendeu-se aqui apresentar uma discussão mais aprofundada sobre a relação concreto e abstrato na matemática, quando do uso de materiais concreto-pedagógicos para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, buscando-se principalmente nas teorias que tratam da psicogênese do indivíduo, ou seja, como o indivíduo constrói conhecimento na interação com o objeto-artefato, com outros indivíduos e com o meio sociocultural onde vive. Mas este capítulo não seria suficiente para percorrer toda esta teoria, a qual buscamos fazer apontamentos sobre os conceitos que a nosso

ver contribuem para que o professor encontre subsídios teóricos que justifiquem o uso da metodologia com materiais manipuláveis. Quanto aos subsídios metodológicos, o leitor os encontrará ao longo dos demais capítulos deste livro.

Compreender que a construção de conhecimento ocorre por intermédio da ação do sujeito sobre o objeto de conhecimento (entendido aqui como o conceito matemático) e que esta construção ocorre de maneira mais efetiva e dinâmica quando da interação como o outro, superando assim barreiras epistemológicas que o indivíduo demoraria mais tempo se o fizesse sozinho, são contribuições que a meu ver são extremamente significativas. O uso de materiais concreto-pedagógicos (isoladamente, ou em combinação com outros métodos) são apenas meios para que tanto o professor quanto os alunos busquem juntos compreender os conceitos matemáticos não de forma superficial, puramente abstrata e desprovida de sentido, mas de forma consciente e crítico-reflexiva.

BIBLIOGRAFIA

BEE, H.; BOYD, D. **A Criança em Desenvolvimento**. 12. ed. Tradução de Cristina Monteiro. Porto Alegre: Artmed, 2011.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: Editora Ática, 1990.

FERREIRA, S. P. A.; LAUTERT, S. L. Tomada de Consciência Analisada a Partir do Conceito de Divisão: um estudo de caso. **Revista Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 16, n. 3, p. 547-554, 2003. Disponível em: <www.scielo.br>. Acesso em: 13 ago. 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Disponível em: <www.matematicahoje.com.br>. Acesso em: 19 mai. 2011.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

JARDINETTI, J. R. B. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. **Revista Bolema**, Rio Claro, ano 11, n. 12, p. 45-57, 1996.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, ano 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

PIAGET, J. A teoria de Piaget. In: MUSSEN, P. H. (Org.). **Manual de Psicologia da Criança: desenvolvimento cognitivo I**. Tradução de Zélia Ramozzi Chiarottino. São Paulo: EPU, EDUSP, 1975. vol. 4, p. 71- 117.

_____. **A equilibrção das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

_____. **Seis Estudos de Psicologia**. 25. ed. Tradução de Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forence Universitária, 2011.

PIMENTA, S. G. **O Estágio na Formação de Professores: unidade teoria e prática?** 10. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

SANCHIS, I. P.; MAHFOUD, M. Interação e construção: o sujeito e o conhecimento no construtivismo de Piaget. **Revista Ciências & Cognição**, v. 12, p. 165-177, dez. 2007. Disponível em: <http://www.cienciasecognicao.org>. Acesso em: 20 jul. 2012. (ISSN 1806-5821).

TAILLE, Y.; OLIVEIRA, M. K.; DANTAS, H. **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo: Summus, 1992.

VIGOSTSKY, L. S. **Psicologia Pedagógica**. 3. ed. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.

3.

Jogos no ensino de Matemática: uma discussão a partir da concepção de futuros professores

Itamar Miranda da Silva¹⁹
Marcos Guilherme Moura Silva²⁰
Janderson Vieira de Souza²¹
Tadeu Oliver Gonçalves²²

Um dos propósitos das pesquisas em Educação Matemática é descrever e compreender a aproximação dos processos de raciocínio matemático dos estudantes, visando subsídios para a transformação da prática em sala de aula. Nesse sentido, essa pesquisa centra esforços na busca de compreensão do tema abordado e possíveis contribuições para discussões na perspectiva de fomentar e ampliar o repertório de conhecimento do professor que ensina matemática, preparando-o para quando se deparar com as contingências do cotidiano escolar ter condições de enfrentá-las.

As motivações para realização desta investigação decorrem de alguns fatores: por exemplo, assumimos como pesquisadores que

¹⁹ Professor Adjunto II da Universidade Federal do Acre, Doutor em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará. E-mail: itamar-miranda001@uol.com.br

²⁰ Professor do Magistério superior/ UNIFESSPA (Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará)- Faculdade de Educação do Campo, Doutorando em Educação em Ciências e Matemática, UFPA, e-mail: marcosgmouras@yahoo.com.br

²¹ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará. E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

²² Professor Associado IV da Universidade Federal do Pará, Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (2000). E-mail: tadeuoliver@yahoo.com.br

investigam a formação de professores, o desejo de se compreender as condições e restrições para ensinar matemática. Assim, assumimos que para tal, torna-se fundamental o domínio de múltiplas maneiras de agir e pensar do professor sobre o seu fazer, no sentido de promover junto aos discentes a apreensão de conhecimentos, saberes, atitudes, competências e habilidades suficientes para mobilizar os alunos rumo a compreensão da matemática, outro fato, é concernente à experiência de um dos autores²³ desse trabalho, ao ministrar a disciplina Estágio Supervisionado I em um curso de Licenciatura em Matemática, de uma universidade pública²⁴, apresentando os jogos como alternativas de recursos metodológico em tal disciplina, evidenciou-se em algumas falas dos alunos, crenças sobre os jogos e de que estes não contribuem para o ensino da matemática. Como exemplo: a) “os professores utilizam o jogo para passarem o tempo e com isso deixa de passar o conteúdo”; b) “o jogo não passa de brincadeira e, portanto, não auxilia na aprendizagem da matemática”; c) “usar jogos nas aulas de matemática é substituir o estudo pelo brincar”.

A partir das razões acima buscou-se investigar por que se formam tais concepções ou crenças²⁵ e, portanto, desejamos verificar se as concepções anunciadas pelos alunos da Licenciatura em Matemática também ocorrem em outros cursos de formação de professores que ensinam matemática.

Assim, para comparar ou refutar as concepções dos futuros professores de matemática teve-se a oportunidade de realizar um minicurso junto aos alunos de uma licenciatura integrada em ciências, matemática e linguagem, no qual se discutiu a utilização de jogos como recurso metodológico ao ensinar matemática e como possibilidade para esse professor enfrentar a dinâmica da sala de aula, permitindo ao aluno efetivamente ser um sujeito ativo durante a relação pedagógica²⁶.

Nesse sentido, faz-se necessário esclarecer que a pesquisa não objetivará adentrar na discussão sobre os sujeitos do primeiro grupo (alunos da Licenciatura em Matemática) a terem concepções

²³ Primeiro autor do capítulo.

²⁴ A instituição referida é a Universidade Federal do Acre.

²⁵ Entendemos como concepções e crenças para efeito dessa investigação como sendo a compreensão subjetiva do sujeito frente ao fenômeno, neste caso, os jogos.

²⁶ A relação pedagógica abordada nessa pesquisa é pautada na teoria das situações proposta por Brousseau e entendida como toda dialógica na ação entre o professor e o aluno.

de que os jogos não favorecem o ensino de matemática, mas principalmente analisar como o segundo grupo (alunos da Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagem) compreendem o uso dos jogos como recursos metodológicos para o ensino de matemática.

No intuito de obter indicativos sobre as interpretações relacionados ao fenômeno investigado, optou-se pela metodologia qualitativa, na qual, por meio de entrevistas, questionários e filmagens dos encontros procurou-se identificar alguns depoimentos convergentes para o objeto de investigação. Entretanto, antes de apresentarmos e analisarmos os depoimentos dos sujeitos investigados entende-se ser pertinente esboçar alguns aspectos do cenário da qual a temática ganha relevo. E assim, apontar fatos que contemplem a seguinte questão norteadora do capítulo: quais as concepções dos professores em formação inicial sobre os jogos como recursos metodológicos para o ensino de matemática?

Contextualizando a temática no cenário global

Inicia-se essa seção destacando-se a importância de evidenciar aspectos das problemáticas concernentes à educação oferecida à maioria dos brasileiros.

Nesse sentido, Silva (2009) afirma que numa nação que não consiga estabelecer questões de base, como o ensino, não poderá esperar desenvolver uma pesquisa dinâmica e inovadora e sair da condição de vendedor de *commodities*, isto é, de produtos originários da natureza, para gozar da riqueza criada pela tecnologia, inteligência e o saber de seus membros.

Nessa perspectiva, torna-se fundamental propiciar, desde os primeiros anos escolares dos alunos, momentos oportunos para que esses sujeitos venham a discutir, opinar, propor, elaborar estratégias, fazer conjecturas e trabalhar em equipe (FREIRE, 1996). Assim, percebe-se no ensino da matemática o pressuposto de desenvolver habilidades para resolução de problemas, estimulando o pensamento independente e a criatividade em prol de mediar uma educação formadora de sujeitos críticos e autônomos.

Neste sentido, é necessário que os alunos adquiram conhecimentos, saberes, atitudes, competências e habilidades destacadas anteriormente. Para isto, é fundamental que os protagonistas – professores – tenham condições para promoverem estas ações. Nessa direção, algumas pesquisas indicam sobre a importância de se compreender diferentes maneiras de agir e pensar quando na ação da prática pedagógica como as atividades lúdicas que acabam por contribuir para o processo dialógico e interventivo dos alunos. Assim, Kamii (1991), à luz da teoria piagetiana, parte para defesa de uma educação pautada no conformismo da escola tradicional (no sentido de que o professor reproduz o conhecimento, ou seja, apresenta os conceitos e ao aluno cabe assimilar) não encoraja-o para um pensamento crítico e tampouco independente.

Ainda de acordo com Kamii (1991) as escolas precisam encorajar a autonomia dos seus alunos, desde o início, se pretenderem, eventualmente, que os mesmos sejam bem sucedidos e possam atingir níveis mais altos de desenvolvimento emocional, cognitivo e conseqüentemente intelectual.

Seguindo as trilhas sobre a temática em discussão, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) (BRASIL, 1997), existem alguns apontamentos sobre não existir um caminho único e melhor para o ensino da matemática, entretanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para a construção da prática do professor. Ainda, conforme o documento citado, é possível reconhecer (nos jogos para o ensino da matemática) aspectos relevantes, como o desafio genuíno provocado no aluno, gerando interesse e prazer. Por isso, ainda de acordo com a diretriz, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar as potencialidades educativas dos diferentes jogos e os aspectos curriculares que se deseja desenvolver (BRASIL, 1997).

Outra vertente considerada relevante, inclusive inaugurando muitos dos princípios subjacentes à compreensão e expansão dos debates içados, pode ser encontrada em Piaget (1989). O psicólogo afirma: “os jogos não são apenas uma forma de divertimento, mas são meios que contribuem e enriquecem o desenvolvimento intelectual. Para manter seu equilíbrio com o mundo, a criança necessita brincar, criar, jogar e inventar” (PIAGET, 1989, p. 5).

Continuando nesse ideário, Selva e Camargo (2009, p. 13) afirmam:

Ensinar por meio de jogos é um caminho para o educador desenvolver aulas mais interessantes, descontraídas e dinâmicas, podendo competir em igualdade de condições com os inúmeros recursos a que o aluno tem acesso fora da escola, despertando ou estimulando sua vontade de frequentar com assiduidade a sala de aula e incentivando seu envolvimento nas atividades, sendo agente no processo de ensino e aprendizagem, já que aprende e se diverte, simultaneamente.

Algumas das situações citadas acima pelos autores, por exemplo, é o acesso às redes sociais e a outras atratividades proporcionadas pelos meios de comunicação e informação. Logo, acatar os jogos como recurso metodológico de ensino pode tornar a construção do conhecimento mais eficaz, mas, para isto, as atividades devem ser bem planejadas e preparadas.

Na esteira do debate, encontram-se vários posicionamentos capazes de justificar a introdução dos jogos em sala de aula. Dentre eles: o caráter lúdico citado anteriormente, o desenvolvimento intelectual e a formação de relações sociais (SILVA, 2009; KAMII, 1991; PIAGET, 1989; SELVA, CAMARGO, 2009).

Quanto ao caráter lúdico, salienta-se a capacidade dos jogos em despertar a atenção de praticamente todos os alunos. Verifica-se quando os estudantes estão jogando que eles se divertem, sem o compromisso de aprender algo imposto pelos conteúdos apresentados comumente somente pelos professores. Recorrendo a Silva e Kodama (2004), jogar é estar interessado, não é uma imposição, é um desejo, objetivando a implementação de um saber matemático na ação durante o jogo.

Esta diversão em geral, como é posto, provoca grande entusiasmo aos alunos durante os jogos e tal momento deve ser aproveitado para a aquisição de novos conhecimentos matemáticos. O professor pode aproveitar amplamente esta oportunidade

de ensinar matemática de forma prazerosa, pois desta forma é possível ao aluno aprender sem perceber e sem se martirizar. Nesse sentido, o uso de jogos no ensino da matemática é estimulado com o objetivo de mudar a rotina da classe, despertar o interesse do aluno e possibilitar a gostar de aprender os conteúdos de matemática. No entanto, é preciso compreender de que os jogos não se confundam com brincadeira, mas que essencialmente tenham uma intencionalidade didática por parte do professor.

Neste contexto, é imperioso destacar durante os processos formativos como o uso de jogos podem favorecer na construção de conhecimentos e saberes por parte do aluno, garantindo as dialéticas de ação, de formulação e validação (três dialéticas nas quais o aluno é ator principal) e a dialética de institucionalização (situação didática sob a responsabilidade do professor) conforme Brousseau (1998). E, para tal, o jogo favorece a construção dessas situações se levar em consideração as seguintes características:

- os alunos entendem facilmente os dados do problema e podem se engajar na sua resolução usando seus conhecimentos disponíveis;
- essas situações devem colocar em jogo um campo conceitual que queremos efetivamente explorar e no qual o conhecimento a ensinar está inserido;
- os conhecimentos antigos dos alunos são insuficientes para a resolução imediata do problema;
- os conhecimentos, objeto de aprendizagem, fornecem as ferramentas adequadas para obter a solução final;
- o problema pode envolver vários domínios de conhecimentos: álgebra, geometria, domínio numérico etc.

Ainda, por este viés, se faz oportuno destacar que as atividades devem ser concebidas levando em consideração as recomendações dos documentos oficiais sobre o ensino da matemática e das propostas curriculares, os resultados de pesquisas sobre o tema, e também, permitir aos alunos desenvolver

certas competências e habilidades. Elas teriam essencialmente por objetivos:

- auxiliar o aluno na construção de conhecimentos e saberes de uma maneira construtiva e significativa;
- desenvolver certas habilidades como, por exemplo, saber ler, interpretar e utilizar as diferentes representações matemáticas, bem como desenvolver o raciocínio dedutivo.

Por fim, as situações-problema devem ser concebidas de modo a permitir ao aluno agir, se expressar, refletir, evoluir por iniciativa própria, adquirindo assim novos conhecimentos. Sendo o papel do professor, o de mediador e de orientador, suas intervenções devem ser feitas de maneira a não prejudicar a participação do aluno no seu processo de aprendizagem. Nesta visão, a aplicação de cada atividade deve levar em consideração as seguintes condições:

- os alunos devem mobilizar os objetos de saber disponíveis como ferramenta explícita para resolver, pelo menos parcialmente, o problema;
- o professor/aplicador deve provocar um debate de confrontação dos resultados dos alunos. Nesta fase, diversas formas de saber vão aparecer. O objetivo visado é homogeneizar e construir o saber da classe, assim como promover o progresso na aquisição individual dos conhecimentos.

É importante que o professor enquanto mediador, após o debate, selecione e organize as descobertas dos alunos e sistematize esses novos conhecimentos e saberes a fim de promover para o aluno uma melhor compreensão desses novos objetos matemáticos. Além disso, é preciso fazer a institucionalização dos saberes novos estudados. É imprescindível ter uma fase de familiarização na qual o professor deve propor outras situações cujo objetivo é a consolidação dos novos conhecimentos dos alunos.

Então, do ponto de vista do desenvolvimento intelectual, por meio da utilização dos jogos nas aulas de Matemática, pode-se dizer do seu poder em apresentar meios para o aluno aprender matemática, buscando superar as dificuldades de aprendizagem e construindo seu conhecimento, por meio de incentivo, motivação, desenvolvendo assim seu raciocínio lógico. Isso porque durante os jogos os alunos desenvolvem estratégias, hipóteses e buscam soluções, contribuindo na construção do pensamento e incentivando a busca contínua da resolução de problemas (AGRANIONIH; SMANIOTTO, 2002).

A inserção de jogos nas aulas oferece a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos alunos limitados em relação à aprendizagem de conteúdos de matemática, como a capacidade de formular hipótese frente a situações dadas, estabelecer interlocução com os colegas, compreender a relevância do trabalho colaborativo, dentre outros. Com efeito, os jogos matemáticos podem ser de extrema importância no desenvolvimento cognitivo do aluno durante os processos de ensino e de aprendizagem, pois favorecem a interação nos momentos de realização de atividades práticas (PIAGET, 1989).

Sobre, a formação de relações sociais é possível enfatizar, durante a realização de atividades utilizando os jogos no ensino de matemática, a perspectiva de abrir-se uma nova possibilidade para que o aluno aprenda de maneira descontraída e adquira um vínculo mais forte na relação professor/aluno, aluno/aluno, dando margem para o professor perceber, com maior facilidade, as dúvidas em relação aos conteúdos.

As inferências trazidas até o momento remetem a assumir os jogos como recursos metodológicos que permitem desenvolver no aluno o senso crítico, trabalhar em grupo, coletivamente e colaborativamente (SILVA; NICOLLI; GONÇALVES, 2011).

Antes de apresentar as análises das concepções dos alunos sobre o uso do jogo no ensino da matemática - o foco principal dessa investigação - percebeu-se a relevância de aprofundar-se ainda mais sobre as bases constitutivas das principais posições favoráveis ao uso do jogo como recurso metodológico no ensino da matemática.

Por que utilizar os jogos no ensino da matemática?

Nesta seção apresentaremos algumas contribuições sobre a temática, agora num sentido mais específico, ou seja, teórico e conceitual. Por conseguinte, traçaremos a nossa posição do por que utilizar o jogo no ensino da matemática?

Em uma pesquisa desenvolvida por Mota (2009) foi possível encontrar algumas compreensões teóricas pertinentes ao uso dos jogos. A partir desta pesquisa encontra-se Huizinga (1971) narrando sobre o jogo estar na origem do pensamento, da descoberta de si mesmo, da possibilidade de experimentar, de criar e de transformar o mundo, onde se apresenta o lúdico. O historiador considera o jogo como a ideia central, considerando-o tão importante como o ato de raciocinar - revelando a sapiencialidade do homem - e a fabricação de objetos a capacidade de fabricar artefatos.

Outra teoria investigada por Mota (2009) foi a desenvolvida por Erickson (1976), na qual defende o jogo como um elemento capaz de satisfazer o ego, ou seja, a criança é estimulada a desenvolver tentativas no sentido de sincronizar os processos corporais e sociais. Assim, a criança manifesta uma capacidade de generalização e diferenciação entre os deveres, as regras e suas origens. Nesse estágio a criança já demonstra conhecimento bastante sofisticado das regras (do jogo, morais e sociais) que agora são interpretadas de acordo com a situação relativizada, isto é, os jogos podem contribuir para a formação de capacidades na criança em se adequar a situações do cotidiano.

Contudo, destacamos a teoria piagetiana ao defender os jogos como elemento importante e significativo à medida do desenvolvimento da criança pois, a partir da livre manipulação de situações variadas, ela passa a reconstruir objetos e reinventar as coisas, exigindo uma adaptação mais completa. Essa adaptação deve ser realizada preferencialmente no período da infância, consistindo numa síntese progressiva da assimilação com acomodação. Por isso, pela própria evolução interna, os jogos das crianças se transformam pouco a pouco em construções adaptadas, exigindo sempre mais do trabalho afetivo, a ponto de nas classes

elementares de uma escola ativa todas as transições espontâneas ocorrerem entre o jogo e o trabalho.

Além desta perspectiva piagetiana, vamos destacar algumas relações estabelecidas entre os termos ‘jogo’, ‘brinquedo’ e ‘brincadeira’. O pensamento vygotskyano afirma ser possível a criança aprender por meio do brinquedo, a agir numa esfera cognitivista, sendo livre para determinar suas próprias ações. De acordo com essa concepção, o brinquedo estimula a curiosidade e a autoconfiança, proporcionando o desenvolvimento da linguagem, do pensamento, da concentração e da atenção.

Ainda nessa trilha, a teoria vygotskyana anuncia a brincadeira tendo sua origem na situação imaginada criada pela criança, de modo que, ao realizar seus desejos, é capaz de reduzir as tensões e constituir uma maneira de acomodação de conflitos e frustrações. O mais importante não é a similaridade do objeto com a coisa imaginada, mas o gesto, tornando seu significado muito importante. Assim, o grande significado do jogo no desenvolvimento deve-se ao fato dele criar novas relações entre situações dos pensamentos e situações reais (VYGOTSKY, 1984).

No sentido de ampliar o leque de possibilidades de compreensões encontramos em Miranda (2001, p. 26) a seguinte passagem:

Prazer e alegria não se dissociam jamais. O “brincar” é incontestavelmente uma fonte inesgotável desses dois elementos. O jogo, o brinquedo e a brincadeira sempre estiveram presentes na vida do homem, dos mais remotos tempos até os dias de hoje, nas mais variadas manifestações (bélicas, filosóficas, educacionais). O jogo pressupõe uma regra, o brinquedo é o objeto manipulável e a brincadeira, nada mais é que o ato de brincar com o brinquedo ou mesmo com o jogo. Jogar também é brincar com o jogo. O jogo pode existir por meio do brinquedo, se os brincantes lhe impuserem regras. Percebe-se, pois, que jogo,

brinquedo e brincadeira têm conceitos distintos, todavia estão imbricados; e o lúdico abarca todos eles.

Essa reflexão permite compreender a demonstração de prazer da criança em aprender e ter oportunidade de lidar com suas pulsões em busca da satisfação de seus desejos. Ao vencer as frustrações, aprende a agir estrategicamente diante das forças atuantes no ambiente, reafirmando sua capacidade de enfrentar os desafios com segurança e confiança. Tudo isso, são manifestações semelhantes a que mobiliza/movem os cientistas em suas pesquisas. Assim, seria desejável conseguir conciliar a alegria da brincadeira com a aprendizagem escolar (MIRANDA, 2001).

Mas afinal, qual é a definição do termo jogo? Tal como afirmou Kishimoto (1993), a dificuldade para conceituá-lo é o emprego de vários termos como sinônimos. Jogo, brinquedo e brincadeira têm sido utilizados com o mesmo significado. [...] o sentido usual permite a referência da língua portuguesa nos três termos como sinônimos.

Pode-se perceber também a recorrência da relação do termo jogo com o lúdico, a brincadeira e também com a regra. Uma das definições da palavra “jogo” se origina do vocábulo latino “*ludus*”, que significa diversão, brincadeira.

Para Huizinga (1990), o jogo é uma atividade agradável e proporciona o relaxamento das tensões da vida cotidiana. Além disso, ocorre num limite de espaço, tempo e significado, segundo um sistema de regras previamente determinadas. Corroborando com esta afirmação, Grando (1995) compreende a consideração da regra como sendo qualquer limitação ao jogo e também como direção para o seu movimento, sendo possível definir assim, não existir jogos sem regras.

Por outro lado, Caillois (1990 *apud* GRANDO, 1995, p. 46) apresenta a definição de jogo como sendo:

[...] uma atividade livre (voluntária); delimitada (limites de espaço/tempo); incerta (não está definido quem ganha ou quem perde, dando mais

liberdade de ação ao jogador); improdutiva (não gera bens, desloca riquezas); regulamentada (convenções que suspendem as leis normais, instaurando uma nova legislação momentânea); fictícia (uma nova realidade ou uma franca irrealidade em relação à vida normal).

Com relação aos posicionamentos dos autores, compreende-se a posição de Grandó (1995) quando critica a concepção de Caillois sobre a improdutividade dos jogos, pois podem ser produtivos na prática escolar cotidiana, a fim de gerar conflitos cognitivos, propiciando a construção de conhecimentos matemáticos pelos alunos. Neste contexto, o jogo não gera riquezas materiais, mas através da produção de estratégias pelo aluno/jogador pode contribuir para desencadear o processo de construção do conhecimento matemático. Assim, as vantagens elencadas pelo jogo não são apenas o imediato, mas desenvolvem no aluno/jogador várias habilidades imprescindíveis para a compreensão dos conceitos matemáticos²⁷.

Agranionih e Smaniotto (2002, p. 16) definem o jogo matemático como:

[...] uma atividade *lúdica e educativa*, intencionalmente planejada, com objetivos claros, sujeita a *regras construídas coletivamente*, que oportuniza a *interação com os conhecimentos e os conceitos matemáticos*, social e culturalmente produzidos, o estabelecimento de *relações lógicas e numéricas e a habilidade de construir estratégias para a resolução de problemas* (grifos nossos).

Desta forma, ao trabalhar com jogos o professor pode viabilizar a condição de estimular a curiosidade dos alunos para

²⁷ Essas habilidades serão pontuadas com mais detalhes ao longo do texto.

saber a origem dos assuntos estudados por eles. Cria ainda oportunidade de entrar em contato com ideias de outros colegas e de propor um conflito cognitivo, fazendo-os evoluir em suas hipóteses de aprendizagem (MENEZES, 2008).

A constituição de um caminho investigativo e as concepções dos alunos sobre jogos

Antecedendo as análises acerca das concepções dos alunos investigados, convém apresentar de maneira sucinta o locus de formação desses sujeitos, haja vista as concepções constituídas originarem-se também de seus processos de formação, fato este que não poderíamos desconsiderar.

Os sujeitos investigados foram alunos do curso de Licenciatura Integrada em Educação em Ciências, Matemática e Linguagens (LIECML), consistindo no primeiro curso dessa modalidade no Brasil. Trata-se de um processo formativo inovador, abrangendo três áreas distintas e complementares (ciências, matemática e linguagem). O curso visa promover uma formação inicial interdisciplinar, centrada em eixos temáticos em vez de disciplinas específicas. Esse fato já coloca os sujeitos investigados em um patamar diferenciado de formação.

Foram 10 alunos inquiridos acerca dos desafios, possibilidades e importância de se implementar os jogos nas aulas de matemática das primeiras séries do ensino fundamental. A resposta de cada aluno foi agrupada por nível de convergência e percepção, possibilitando-nos uma análise pormenorizada acerca da mesma. Percebeu-se, pelos depoimentos dos sujeitos, uma latente tendência da importância dos jogos para o processo educativo. As afirmativas abaixo representam a compilação de elementos comuns nas diversas respostas constituídas e que foram generalizadas pelos autores desse trabalho. Os jogos mostram-se importantes para o processo educativo, pois precisamente:

- Estimulam o aprendizado acerca dos conteúdos matemáticos;

- Contribuem para o desenvolvimento cognitivo, lógico e, dependendo do jogo, acelera o raciocínio;
- Promovem o intercâmbio do abstrato para o concreto utilizando-se de maneira planejada;
- Consistem em uma importante ferramenta didática, se não estiverem sendo utilizados como um mero “passatempo”.

Muito se avançou nas discussões acerca da importância dos jogos no cenário educacional, afirmativamente acionadas pelas respostas generalizadas e supracitadas dos sujeitos inquiridos. Contudo, é importante ressaltar que mesmo com todo avanço teórico incidido sobre a temática, reflexões consubstanciais acerca desse recurso não são promovidas de maneira pormenorizada na formação inicial, contribuindo para concepções equivocadas por parte do professor, quanto ao seu uso em sala de aula.

Percebe-se que determinados jogos não são potencialmente explorados em relação ao ensino de matemática. Jogos que poderiam favorecer relações sociais, busca de soluções, meios de explicitar desafios e formalizar conceitos matemáticos, se resumem em pura diversão e “passatempo”.

Evidenciamos a importância de se inquirir nas concepções dos futuros professores acerca do uso dos jogos nas aulas de matemática, tal como foi realizada nessa investigação, de modo a se perceber, em *prima facie*, possíveis equívocos acerca da finalidade real de um jogo educativo.

Os licenciandos compreendem os jogos nas aulas de matemáticas como necessário para o desenvolvimento cognitivo e lógico do aluno, pois se constituem como um estimulador e facilitador de aprendizagem, além de promover o intercâmbio do abstrato para o concreto. Contudo, ressaltam que a utilização de tal recurso deve ser promovido de maneira planejada e não como um “passatempo”.

Acerca disso, acrescentamos nessa discussão a importância de se perceber o momento propício de se interpor ou não os jogos em sala de aula. Por vezes o professor faz uso desta atividade lúdica sem compreender a finalidade real, se o que está fazendo garantirá uma evolução de aprendizagem do objeto matemático.

Advogamos assim a proposição de uma aula dinâmica e diferenciada por meio dos jogos, de modo que os professores precisam ter a clareza dos objetivos previstos e conhecimento preciso do objeto matemático em questão. A “competência da equilibração” se faz pertinente neste contexto, de modo ao lúdico promover a ação pleiteada.

Outros aspectos relevantes acerca da utilização dos jogos nas aulas de matemática foram considerados pelos alunos investigados, dentre os quais destacamos abaixo:

- Inventar jogos junto com os alunos, pois haverá maior motivação, interação e assim o aprendizado se torna mais amplo;
- Pode ser uma avaliação positiva;
- Pode ser usado para auxiliar alunos com dificuldades em determinado conteúdo;
- Deve-se tomar cuidado no uso exagerado do jogo em aula, pois o aluno pode ver a matemática como um jogo, além de nem todo jogo servir como estímulo.

Pelo menos três observações pertinentes podem ser inferidas a partir das concepções supracitadas:

- I. Mudança de postura do professor. Ao construir o jogo junto com o aluno, estabelecendo relações, criando regras e discutindo processos, ocorre uma mudança de postura do próprio professor, passando, assim, a ser, nesse sentido, um brincante. Um questionamento incidido sobre essa constatação poderia ser: “se o jogo na escola é, antes de tudo, um jogo, o professor não seria diante dele, antes de tudo, um brincante?”;
- II. Mudança Avaliativa. Distintamente dos processos avaliativos tradicionais, centrados em provas e exercícios repetitivos e enfadonhos, o jogo permitiria uma avaliação dinâmica e positiva, precisamente pela naturalidade e espontaneidade como tendência natural nesse processo. É certo que uma avaliação por jogos não exclui uma avaliação nos protótipos tradicionais;

- III. Mudança de perspectiva. “Do jogo pela matemática para a matemática pelo jogo”. Quando se joga pela matemática, o aluno tende a ver a matemática como uma brincadeira. Na medida da ocorrência desta mudança postural pode acontecer de promovemos uma matemática pelo jogo, ou seja, priorizando os fundamentos e elementos matemáticos em detrimento da mera diversão. Deste modo, o jogo seria um meio e não um fim e os objetivos (leia-se educacionais) seriam melhores alcançados.

Considerações

Ao longo deste trabalho pôde-se compreender, por meio das análises constituídas e das pesquisas sobre jogos no ensino da matemática, que a participação ativa no processo de construção de conceitos matemáticos por parte dos alunos, faz com que este deixe de ser um ouvinte passivo das explicações do professor, já que muitas vezes a aprendizagem decorre das próprias reflexões elaboradas por eles. Assim, o jogo passa a ser reconhecido como meio de fornecer à criança um ambiente agradável, motivador, rico e interessante, possibilitando a aprendizagem de várias competências e habilidades.

Nessa construção o professor tem papel fundamental, porque é ele quem realiza as intervenções pedagógicas essenciais para o processo de aprendizagem, evitando e cuidando para que as atividades não se tornem um jogo pelo jogo. Além disso, é importante saber lidar com as vantagens e desvantagens presentes nas atividades com jogos, cabendo ainda refletir e analisá-lo, a fim de que o aluno possa tirar o maior proveito desse tipo de recurso. Portanto, é crucial um planejamento prévio assim como a simulação antecipada, para que no momento da relação pedagógica dirimam-se situações embaraçosas.

Outro aspecto relevante constatado ao longo da pesquisa é a possibilidade dos jogos estarem em correspondência direta com o pensamento cognitivo e matemático, como referendado

por Piaget. Em ambos temos regras, instruções, operações, definições, deduções, desenvolvimento, utilização de normas e novos conhecimentos não divergentes com os objetivos do ensino da matemática. Assim sendo, parece ser os jogos um motivo a mais para eles serem utilizados como recurso metodológico no ensino da matemática.

Ademais, é oportuno refletir acerca dos discursos a respeito da articulação entre teoria e prática frequentemente não acontecerem na realidade escolar. Daí, utilizar jogos como recurso metodológico é uma possibilidade de fazer esta articulação. Eles podem ser usados na classe como um prolongamento da prática habitual. São recursos interessantes e poderão ser eficientes na busca de criar novas alternativas de se tornar o ensino de matemática mais interessante e significativo para os alunos.

Para tal, torna-se fundamental o exercício de refletir e procurar alternativas capazes de ampliar a motivação, a aprendizagem, o desenvolvimento da autoconfiança, da organização e da concentração, estimulando a socialização e interações do sujeito com outras pessoas.

Portanto, partilhamos a ideia de por meio dos jogos permitir ao aluno o direito de aprender. Não um aprender mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um aprender fundado em brincadeiras vazias. Mas um aprender dinâmico do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido.

BIBLIOGRAFIA

AGRANIONI, N. T.; SMANIOTTO, M. **Jogos e aprendizagem matemática: uma interação possível**. Erechim: EDIFAPES, 2002.

BRASIL. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**. Formação pessoal e social. Brasília: MEC, 1997. vol. 1, 2.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: *La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1998.

CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens: a máscara e a vertigem**. Tradução de José Garcez Palha. Lisboa: Edições Cotovia, 1990.

ERIKSON, E. H. **Identidade, juventude e crise**. Tradução de Álvaro Cabral. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Editora Paz e Terra, 1996.

GRANDO, R. C. **A construção do conceito matemático no jogo**. s/d. In: GRANDO, R. C. O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino/aprendizagem da Matemática. Campinas: FE/UNICAMP. Dissertação de Mestrado, 1995.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. Tradução de João Paulo Monteiro. 2. ed. São Paulo: Perspectiva, 1990.

KAMII, C. **Piaget para a educação pré-escolar**. Tradução de Maria Alice Bad Denise. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991.

KISHIMOTO, T. M. **Jogos infantis: o jogo, a criança e a educação**. 6. ed. Rio de Janeiro: vozes, 1993.

MENEZES, J. E. (Org.). **Conhecimento, interdisciplinaridade e atividades de ensino com jogos matemáticos: uma proposta metodológica**. Recife, PE: UFRPE, 2008. (Série Contexto Matemático).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. SEE, Brasília: MEC/SEF, 1997.

MIRANDA, S. **Do fascínio do jogo à alegria do aprender nas séries iniciais**. Papirus: São Paulo, 2001.

MOTA, P. C. C. L. de M. **Os jogos no ensino de matemática**. Dissertação (Mestrado). Universidade Portucalense. Porto, 2009.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A psicologia da criança**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1989.

SILVA, K. R.; CAMARGO, M. O jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Ijuí. **Anais...** Ijuí: Unijui, 2009, 13 p. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_4.pdf>. Acesso em: 26 mai. 2011.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. **Jogos no Ensino da Matemática**. In: II BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, UFBA. out. 2004. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>>. Acesso em: 04 jun. 2011.

SILVA, I. M.; NICOLLI, A. A.; GONÇALVES, T. O. Possibilidades de articulação teoria-e-prática por meio da investigação colaborativa: uma proposta para o ensino de matemática. **AMAZÔNIA - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, IEMCI, v. 8, n. 15, p.14-26. jul. 2011/dez. 2011.

SILVA, V. A. **Por que e para que aprender a matemática?**: a relação com a matemática dos alunos de séries iniciais. São Paulo: Cortez, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984. 132 p.

4.

Laboratório de Ensino de Matemática: uma alternativa para o ensino da Matemática

Marcos José Pereira²⁸
Janderson Vieira de Souza²⁹

Muitas são as possibilidades pedagógicas para o ensino de matemática, uma disciplina tão temida por muitas pessoas. Isto não passa de um grande mito que se tem proliferado por muito tempo e que amedronta as pessoas mesmo antes de começarem suas vidas acadêmicas. No entanto, tem-se percebido várias mudanças em relação a esta concepção sobre o aprendizado da Matemática.

O processo de implementação de um Laboratório de Ensino de Matemática não é algo tão simples, principalmente quando, aos olhos de muitos professores, “é uma perda de tempo, muito complicado, não tem muito efeito no aprendizado dos alunos”. No entanto, observa-se no cenário de formação de professores de matemática a quebra desse paradigma nos últimos anos.

As instituições de ensino superior, aquelas que possuem curso de formação de Matemática, de nosso país têm entendido quão importante é a utilização de um LEM nas escolas de educa-

²⁸ Professor da Educação Básica, na Secretaria Estadual de Educação, Juventude e Esportes (SEDUC/TO) na cidade de Araguaína. Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins, campus universitário de Araguaína-TO (2008-2011), pós-graduando do Programa de Pós-Graduação Lato Sensu em Educação Matemática (PPG-PROPESQ) da Fundação Universidade Federal do Tocantins (2012-2013). E-mail: marcos.matuft@gmail.com

²⁹ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará. E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

ção básica. Este é um ambiente que necessita de muita ousadia, pois exige do professor o abandono da zona de conforto em que geralmente se encontra para entrar em uma zona totalmente desconhecida, chamada zona de risco³⁰.

Vivência acadêmica

Durante anos a Matemática tem sido ensinada, geralmente, de forma tradicional. Conforme Marcelo Borba no XV Encontro Nacional de Didáticas e Práticas de Ensino, durante palestra neste evento, uma aula tradicional é aquela aula que ao longo do tempo se torna uma rotina, tanto para os alunos quanto para os professores. Por exemplo: quando utilizamos computadores, tangram, geoplanos, em todas as nossas aulas de Matemática, essas se tornarão tradicionais devido ao seu uso contínuo.

Quando estamos nas escolas da rede pública ou privada e também em muitas universidades presenciamos as “maçantes aulas tradicionais”. Definimos aqui esses tipos de aulas como aquelas pela qual os professores apenas expõem os conteúdos para seus alunos, como sendo os detentores daquele saber, sem dar muito espaço para a “plateia” participar, interpondo suas contribuições e pontos de vista. Muitos professores ainda se acham os “donos da verdade”, no entanto, muitos deles ainda não perceberam que estamos em uma época em que se valoriza a criação coletiva do conhecimento. Se continuarmos com essa visão a educação não conseguirá evoluir, pelo contrário, irá regredir. No entanto, essas aulas, a nosso ver, são essenciais para o aprendizado dos alunos. Nossa ideia é mostrar outras possibilidades de ensino distintas das tradicionais, sem, no entanto, abandoná-las.

Conforme Skovsmose (2000, p. 1) parafraseando Cotton (1998) as aulas de matemáticas são divididas em dois momentos. O primeiro consiste no fato de apenas o professor expor os conteúdos para os alunos, fazendo ali uma breve explicação, mostrando as ideias e algumas técnicas matemáticas – ou seja, não permite que os alunos parem um pouco e reflitam sobre aqueles conceitos. No segundo, o

³⁰ Ver em: A informática em ação de Penteadó e Borba (2000) (org.), origem dos termos zona de risco e zona de conforto.

educador escolhe alguns exercícios, pré-selecionados, para os educandos resolverem. Essa é uma realidade que passamos nas escolas. Talvez o pensamento seja que dessa forma tudo se torna mais fácil, não se precisa pensar muito, “vamos facilitar”, esse acaba sendo o discurso formado por muitos professores e escolas.

Diante do exposto e da nossa vivência em sala de aula, acreditamos que a zona de conforto é a mais conveniente para professores que não ousam se aventurarem em uma zona de risco em que não se pode prever todas as situações. É mais tranquilo para todos! Não há complicação!

Várias tendências em Educação Matemática têm surgido ao longo dos últimos anos, desde os anos 1920, com o objetivo de tornar as aulas de matemática – mas vejo que não somente a matemática, mas também diversas outras áreas de ensino – mais interessantes e úteis para o público que trabalhamos diretamente: no caso, os alunos da educação básica e também para os graduandos dos cursos de Licenciatura em Matemática. Muitos pesquisadores tem se preocupado com a qualidade do ensino de matemática ao longo dos anos. Não podemos negar que houve, a partir dessa década, muitos incentivos para o exercício da docência em sala de aula. Um exemplo desses é o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID) que tem como seu objetivo principal o incentivo a carreira docente.

O PIBID na UFT – 2008 a 2010³¹

Desde o final do ano de 2008 o PIBID, um programa do governo federal, faz parte dos projetos de pesquisa e extensão da Universidade Federal do Tocantins (UFT) câmpus de Araguaína.

Segundo o Ministério de Educação:

O programa oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que

³¹ Escrito na primeira pessoa por retratar a experiência do primeiro autor.

se dediquem ao estágio nas escolas públicas e que, quando graduados, se comprometam com o exercício do magistério na rede pública. O objetivo é antecipar o vínculo entre os futuros mestres e as salas de aula da rede pública. Com essa iniciativa, o Pibid faz uma articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais. A intenção do programa é unir as secretarias estaduais e municipais de educação e as universidades públicas, a favor da melhoria do ensino nas escolas públicas em que o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) esteja abaixo da média nacional, de 4,4. Entre as propostas do Pibid está o incentivo à carreira do magistério nas áreas da educação básica com maior carência de professores com formação específica: ciência e matemática de quinta a oitava séries do ensino fundamental e física, química, biologia e matemática para o ensino médio (BRASIL, 1992).

Visando estes objetivos, de 2008 a 2010 os bolsistas³² estiveram preocupados com a implementação de um Laboratório de Ensino da Matemática na UFT, para fins de pesquisas e utilização dos materiais ali constantes em aulas de matemática, nos estágios (pelos estagiários) e também para os professores em suas aulas na universidade.

Na ocasião fiquei fascinado com a grande utilidade e importância da utilização dos materiais concretos no ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Deste ano tenho feito pesquisas e publicação de artigos sobre a importância do uso de materiais concretos.

Até então, no curso de Matemática do câmpus, ainda não havia uma disciplina voltada para o uso do Laboratório de Matemática, nem tampouco para discussões a respeito. O Laboratório

³² Incluindo o autor desse capítulo.

de Ensino de Matemática é uma ferramenta muito importante nos cursos de graduação em Matemática, uma vez que neste ambiente podemos ver e dar sentido àquilo que estamos estudando e também àquilo que iremos utilizar nas nossas aulas de Matemática. Pensando nisso, o colegiado de Matemática criou a disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática, que hoje faz parte do projeto pedagógico do curso como uma disciplina obrigatória a ser cumprida no 4º semestre.

Laboratório de Ensino de Matemática – LEM

Dependendo do ponto de vista, um laboratório pode ter diferentes definições, desde uma pequena sala ou armário onde se utilizam os materiais para simplesmente aplicação de um conceito isolado ou, também, como um amplo espaço de estudos e pesquisas sobre a importância e utilidade de um LEM na aprendizagem dos alunos de um modo geral. Lorenzato (2009) e Varizo (2011) já conceituaram o que é, em seus pontos de vista, um LEM. Em muitas escolas já se anunciam a utilização do laboratório de matemática, no entanto, os professores tem a curiosidade de conhecer a sua utilidade, mas muitas vezes não o utiliza devido a uma zona chamada de risco para todos.

Um laboratório de ensino de matemática é composto por diversos tipos de materiais, desde um simples lápis até computadores de última geração.

Conforme os pressupostos de Lorenzato (2009), o LEM é um local de pesquisa, estudos e resolução de problemas de exercícios para fixação de conceitos e, também, um ambiente de investigação e construção de matemática, no sentido de estarem pesquisando sobre Matemática.

Muitos vêm o LEM como apenas uma caixa, ou um baú, ou um armário, cheios de materiais pedagógicos/metodológicos, ou como uma sala, ou como apenas os próprios materiais. Existem várias suposições sobre um LEM, podendo ser uma simples sala para guardar alguns materiais, ou seja, um simples depósito, como foi argumentado anteriormente. Ampliando mais o conceito de LEM, além de envolver experimentos, desenvolvimento profissional e atividades de pesquisa ele é também um local de

planejamento de aulas, de tirar dúvidas dos alunos, exposição de materiais, de produção de novos materiais voltados para o ensino-aprendizagem da Matemática, entre outras possibilidades.

A Importância do LEM no processo ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos

Ensinar Matemática apenas por meio de aulas expositivas utilizando sempre os mesmos recursos didáticos como a lousa, o pincel ou giz, apagador, deixa as aulas desinteressantes e muito cansativas para os alunos conforme D'Ambrósio (2009). Em contrapartida, para os professores é mais fácil e não dá tanto trabalho para eles planejarem suas aulas. Esse tipo de prática faz com que as aulas se tornem inúteis e desinteressantes para os alunos (D'AMBRÓSIO, 2009). O que fazer para mudar esta situação? É necessário que os professores encontrem novas metodologias para proporcionar este ensino de qualidade para os alunos, saindo desta forma da zona de conforto e entrando em uma zona de risco (SKOVSMOSE, 2000).

Uma das alternativas que pode ser tomada pelos professores – não estamos querendo colocar toda a responsabilidade de proporcionar um ensino-aprendizagem de qualidade unicamente no professor, pois acreditamos que existem diversos outros fatores envolvidos neste processo – é o trabalho com o Laboratório de Ensino de Matemática, o qual proporciona aos professores que querem trabalhar com ele estarem em constante formação profissional, pois o LEM faz com que o professor esteja constantemente em uma zona de risco, uma vez que com as investigações feitas pelos alunos sobre certos materiais podem surgir questionamentos inesperados, e muitas vezes ele pode não saber a resposta de imediato.

Lorenzato (2009) e Rêgo (2009) defendem a importância do uso do LEM para o ensino de matemática, tanto na educação básica quanto no ensino superior, por acreditar que os materiais que compõem um LEM apresentam um grande potencial e fazem com que os alunos se sintam mais interessados em aprender matemática. Diversos

outros autores, como Comenius, Piaget e Vygotsky, defendem que o ensino deve ser proporcionado partindo do concreto, do sensorial, de imagens vivas, ou seja, para que se tenha aprendizagem significativa para os alunos se torna necessário que se parta de algo que é de conhecimento dos alunos, manipulado por eles, permitindo-os formularem seus conceitos. Mas como fazer para proporcionar este tipo de ensino se muitas escolas não têm um LEM e se tem, falta espaço? Lorenzato (2009, p. 5) nos responde este questionamento argumentando que “o bom desempenho de todo profissional depende também dos ambientes e dos instrumentos disponíveis”, não adianta apenas os professores passarem por formações continuadas, nas quais o que se aprende são apenas teorias sobre como ensinar, não havendo uma prática e nenhum incentivo para o uso do concreto, mas mesmo assim os professores devem buscar maneiras diversificadas para ensinar, muitas vezes tentam, mas esbarram em problemas internos da escola, como, por exemplo, falta de instrumentos e espaço.

O laboratório sem dúvida é uma boa alternativa metodológica para o ensino de matemática. Ele não é apenas um depósito, mas também um lugar de planejamentos de aulas. Antes de iniciar qualquer atividade é necessário que o professor faça para ele mesmo algumas perguntas: “Qual é o material? Quando utilizá-lo? Como esse material deverá ser utilizado?” Ou seja, é preciso que o professor conheça os materiais e os conteúdos e se é necessário ou não a sua utilização, pois a “eficiência do material didático (MD) depende mais do professor do que do próprio MD”.

Dessa forma, podemos ver o Laboratório de Ensino de Matemática como um local de pesquisas e investigações matemáticas da semirrealidade (semirrealidade porque os alunos não estão em contato direto com a realidade), onde os alunos e professores transitarão por diversos ambientes desde a resolução de exercícios à semirrealidade (SKOVSMOSE, 2000) e talvez possam até sair deste local e procurar problemas da realidade e depois trazê-los para o LEM, procurar resolvê-los e encontrar um modelo matemático para resolver determinada situação.

Barbosa (2007) vê que “a modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar

e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”, ou seja, no LEM há possibilidades de desenvolver diversos tipos de ensino e diversas metodologias, pois este “é uma sala-ambiente [...] para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar[...] aprender e principalmente aprender a aprender” (LORENZATO, 2009, p. 7).

Mesmo sabendo da importância do LEM, muitos professores e escolas ainda resistem em utilizá-lo e adquiri-lo ou construí-lo, argumentando que o LEM é caro e poucas escolas o possuem, exige uma boa formação, possibilita o “uso pelo uso”, não pode ser aplicado a todos os assuntos do programa, não pode ser utilizado em classes numerosas, exige mais tempo para ensinar, é difícil ensinar utilizando-o, pode induzir o aluno a aceitar algumas propriedades matemáticas como verdadeiras. Esses são argumentos de profissionais que sempre estarão em uma zona de conforto, ou seja, sempre ficarão na mesmice. Se nas escolas não há um LEM, esta é uma boa oportunidade para construí-lo.

Para Rêgo e Rêgo (2009) há “possibilidade de produção e de massificação de materiais de baixo custo e grande potencial didático” e que esses materiais apresentam grande potencial no andamento das atividades. Não necessariamente terá que se fazer um alto investimento na compra de materiais para completar tal laboratório. Uma simples lata de milho verde pode ser utilizada para o ensino de conteúdos relacionados aos poliedros, ao cálculo de áreas e volumes, basta usar a criatividade.

O LEM é composto por diversos materiais didáticos que “é qualquer instrumento útil para o processo de ensino-aprendizagem” (LORENZATO, 2009). Ou seja, são instrumentos que vêm para facilitar o ensino e a aprendizagem, para auxiliar em termos de metodologia de ensino e jamais deve substituir o papel do professor em sala de aula, podendo ser um “catalisador para o aluno construir seu saber matemático”. Esses materiais apresentam algumas potencialidades, estando a maioria delas no processo de construção desses, pois é este momento que os alunos farão conjecturas; outras são: identificar dificuldades dos alunos e proporcionar a investigação. O LEM em uma escola constitui um

importante espaço de investigação onde se formam cenários de investigações (SKOVSMOSE, 2000).

Rêgo e Rêgo (2009) descrevem algumas vantagens: “baixo custo, facilidade de uso, rapidez do processo e possibilidade de reaproveitamento do material”. Frisam também que “a utilização de todo e qualquer recurso exige cuidados básicos por parte do professor” e que os princípios deverão estar bem fundamentados.

Varizo (2011), em seu trabalho sobre concepção e implementação de um LEM no ensino superior, discorre sobre a importância na relação entre a teoria, prática e novamente a teoria. Segundo a mesma autora, essa questão é algo recente e tem ganhado muito espaço nos dias atuais.

[...] é possível dizer que o Laboratório abriga uma diversidade de atividades, temas e concepções educacionais garantidas institucionalmente, “vivas”, isto é, em permanente construção e reconstrução, enriquecidas e validadas por seus usuários, historicamente contextualizadas, situadas no tempo e no espaço (VARIZO, 2011, p. 39).

Procedimentos Metodológicos

De nossa vivência e experiência na implementação de um laboratório de ensino de matemática, podemos notar que tais materiais trazem neles enormes potenciais de “ajuda” na compreensão de conteúdos matemáticos. O interesse por esta área se deu praticamente a estas experiências vividas e também a leituras e estudos sobre o LEM, MD e novas metodologias para o ensino e aprendizagem de matemática.

É importante deixar claro que as tendências em Educação Matemática são extremamente importantes para/e na atuação dos professores em sala de aula.

O procedimento metodológico adotado neste é de caráter qualitativo. Segundo Goldenberg, “na pesquisa qualitativa, a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, etc.” (GOLDENBERG, 1999, p. 14).

Ou seja, nossa intenção aqui é trazer algumas compreensões a respeito do Laboratório de Ensino de Matemática, obviamente que apontando, segundo nosso ponto de vista, suas importâncias como metodologia e como facilitador no processo de aprendizagem. Diante disso procuramos responder ao seguinte questionamento: qual a influência e a importância exercida pela disciplina e o próprio Laboratório de Ensino da Matemática e seus desdobramentos?

Considerações Finais

Um Laboratório de Ensino de Matemática é importante para a formação de futuros professores e também para a formação continuada de professores em exercício, para refletirem e possivelmente redimensionarem suas práticas e experiências docentes. É um espaço para pensar, criar, construir e descobrir estratégias que visem a melhoria do processo ensino-aprendizagem de matemática. Os conceitos são construídos na mente do aluno com base na experiência proporcionada pelo uso dos recursos didáticos, sendo importante também que o aluno ou o professor produza o seu material e não apenas manipule materiais didáticos ou jogos já prontos.

Esta é mais uma tendência para o ensino de matemática e suas potencialidades residem no fato de envolver os alunos na aprendizagem, desenvolver a atenção, a concentração, a observação, a criticidade, a autonomia e raciocínio lógico, realizando atividades diversificadas com recursos didáticos variados, estimulando o aluno na busca e na construção do saber, oportunizando momentos lúdicos com recursos variados e realizando atividades diversificadas, desafiadoras, significativas, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento lógico.

No entanto, vale ressaltar que a utilização do LEM não é uma panaceia de soluções para os problemas educacionais, que o professor não é o único responsável pelo fracasso escolar, existindo aí uma série de fatores que influenciam nestes problemas.

BIBLIOGRAFIA

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. (Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM, v. 3).

BRASIL, Ministério da Educação. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=233:pibid-apresentacao&catid=155:pibid&Itemid=467> Acesso: 03 set. 2012.

D'AMBROSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. In: **Sbem temas & debates. Matemática, Ensino e educação**: concepções fundamentais. Ano IV, n. 3. Rio Claro – SP – 1991. (p. 1 – 15).

_____. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 17. Ed. Campinas: Papirus, 2009. – (Coleção em Educação Matemática).

_____. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção em Educação Matemática).

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade**: um projeto em parceria. 5. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar** - Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 3. ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 1999.

LORENZATO, Sérgio. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores). (p. 1 – 55).

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogério Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. Campinas: Autores Associados, 2006. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro: UNESP, ano 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

VARIZO, Z. C. M. **Concepção e Implementação de um Laboratório de Educação Matemática no Ensino Superior**. 2011.

5.

Uma investigação subjacente aos laboratórios de matemática em escolas públicas do município de Araguaína – TO

Rodrigo Gonçalves de Sousa³³
Janderson Vieira de Souza³⁴

Neste capítulo, fizemos um recorte da pesquisa realizada no município de Araguaína – TO (SOUSA, 2011) que teve como finalidade analisar a utilização e condições físicas dos Laboratórios de Matemática (LM) em seis escolas da rede municipal e estadual de ensino do município.

Neste trabalho o leitor terá a oportunidade de reconhecer os possíveis materiais e recursos metodológicos das escolas públicas investigadas, além de serem discutidas algumas concepções sobre o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), Laboratório de Matemática (LM), a diferença entre LEM e LM e as plausíveis vantagens de suas utilizações.

Serão abordados, em seguida, os procedimentos metodológicos adotados, o campo de pesquisa, o público alvo, o tipo de coleta de dados, o quantitativo de professores investigados e os objetivos do presente trabalho. E para finalizarmos nossas contribuições neste trabalho serão apresentadas algumas considerações,

³³ Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás.
E-mail: rodrigo_matema@hotmail.com

³⁴ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará.
E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

destacando uma síntese das condições dos laboratórios e a posição dos professores diante de tais realidades, as preocupações dos educadores referentes ao tema aqui abordado e um dos principais obstáculos a ser superado com relação a matemática e ao Laboratório de Matemática (LM).

Algumas considerações sobre o Laboratório de Ensino de Matemática – LEM

É notório no cenário nacional as dificuldades dos educandos em aprender matemática. Muitos reclamam da falta de novidades, uma aula diferente, capaz de incentivá-los à investigação, exploração, busca de novas soluções para um mesmo problema.

Atualmente, torna-se imprescindível o emprego de recursos tecnológicos, como o emprego, por exemplo, de *softwares* para o ensino de funções, para a análise de determinados parâmetros. Ambiente que proporciona a manipulação e experimentação pelos educandos, favorecendo e aprimorando a criatividade, o raciocínio lógico matemático, dentre outros. Assim como o quadro ou qualquer outro material, estes, por sua vez, podem ser excelentes recursos para o processo de ensino-aprendizagem.

A disciplina Laboratório de Ensino de Matemática cursada na UFT/CAMUAR no curso de Licenciatura em Matemática que realizei proporcionou um despertar de interesses para com os materiais didáticos, quanto ao seu emprego no ensino e aprendizagem da matemática. A utilização de ambientes como o LEM e dos materiais didáticos (MDs) são excelentes instrumentos de suporte ao ensino de matemática, pois trazem neles o potencial de dinamizar, facilitar e também a oportunidade de interação entre professor e alunos no arrolamento entre ensino e aprendizagem, promovendo, contudo, mais sentido e consistência aos conteúdos estudados.

Esta disciplina foi implementada recentemente nesta instituição, devido à mudança de grade e de cursos na UFT. O curso atual de Licenciatura em Matemática era oferecido como de Ciências com habilitação em Matemática, com isso, foram incluídas

e excluídas algumas disciplinas de caráter mais específico para o ensino de matemática. Dentre as disciplinas que passaram a ser obrigatórias no curso de Licenciatura destacam-se: Didática da Matemática; História da Matemática, Laboratório de Ensino de Matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), disciplinas estas capazes de trazer para os acadêmicos de Matemática discussões em Educação Matemática e conseqüentemente uma discussão do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Por conseguinte as disciplinas pedagógicas e especialmente a de Laboratório de Ensino de Matemática³⁵ promoveram a possibilidade de ensino da matemática para além do tradicional, podendo-se utilizar os materiais, como por exemplo o uso do material dourado e do ábaco para ensinar as quatro operações básicas: soma, subtração, multiplicação e divisão; no qual o aluno aprenderá não de forma mecânica e repetitiva o processo envolvido nas operações, o significado do “vai um” que é na verdade uma conversão de unidades em dezenas, de dezenas em centenas, de centenas em milhar etc., é repassado para nossos alunos muitas vezes como regra, não apresentando sentido algum para tais, ou seja, na utilização destes aparatos o aluno entenderá de maneira clara e participativa os processos envolvidos em cada operação. Em outras palavras, por intermédio da manipulação destes materiais, o educando compreenderá os significados envolvidos nas operações, mesmo após ter desenvolvido o método prático do vai um, vai dois etc.

Tendo em vista as potencialidades de um LEM e de suas possibilidades didático-pedagógicas, decidimos aprofundar mais sobre os estudos relacionados ao tema aqui abordado, pois, levando em consideração o fato de ser professor ³⁶ da rede básica de ensino, buscando com uma postura de educador trazer os alunos para o mundo matemático, de forma a tornar a matemática mais atraente para os alunos. Foi pensando na prática docente que resolvemos pesquisar sobre os LM nas escolas públicas do município de Araguaína.

³⁵ Ministrada pelo professor Dr. Janderson Vieira de Souza.

³⁶ Experiência hoje vivenciada pelo primeiro autor.

O Laboratório de Ensino de Matemática e o Laboratório de Matemática podem, através de seus materiais didáticos, compor excelentes recursos metodológicos no ensino de matemática, principalmente no ensino de geometria espacial, por propiciar a utilização de figuras geométricas como apoio visual e tátil.

Por exemplo, o ensino de Geometria Espacial é visto muitas vezes por nós educadores como algo complexo a ser ensinado ao alunado, pois envolve uma abstração elevada do ponto de vista dos alunos e uma necessidade maior na atenção e dedicação nos conceitos. Portanto, o emprego do LEM contribui de maneira significativa no desenvolvimento psicológico e abstrato dos alunos, pois com o emprego de *softwares* educacionais e a manipulação das figuras geométricas os discentes terão a oportunidade de manipular e visualizar cada um dos elementos estudados de diferentes ângulos, nas dimensões dois e três (LORENZATO, 2009). Na utilização destes ambientes, a postura dos educandos não será mais a de um “receptor”, ao contrário, a de um agente “participativo” no processo de ensino-aprendizagem. Uma vez sendo ele o responsável pela manipulação das figuras e sólidos, sendo a função do professor apenas a de “facilitador” deste processo.

O Laboratório de Matemática envolve, na maioria das vezes, apenas a realização de experiências e manipulação de objetos (TURRIONI, 2004), sejam eles por meio de figuras, sólidos geométricos, dentre outros, enquanto que o Laboratório de Ensino de Matemática, além dos itens destacados anteriormente, busca criar *softwares* de ensino, novas técnicas e práticas metodológicas de ensino, visando uma boa formação discente, ou seja, o LEM, ao contrário do LM, envolve pesquisa e uma vasta manipulação e exploração de materiais, visando não só o conhecimento, mas a criação de situações didáticas de ensino, com materiais manipuláveis e novos *softwares* (TURRIONE, 2004). Ainda segundo a concepção da autora, o LEM é mais recorrente em instituições de ensino superior. Estes ambientes são ótimos recintos a serem utilizados pelos educadores, principalmente no ensino de geometria espacial, pois possibilita um contato mais próximo com o objeto de estudo, um maior envolvimento dos discentes. Para Lorenzato (2009, p. 43-44), a utilização dos mesmos possibilita aos alunos a capacidade de:

1. adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações;
2. iniciar-se nos métodos de investigação científica e na notação matemática;
3. estimular sua concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
4. promover a troca de ideias por meio de atividades em grupo;
5. estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, discriminação visual e a formação de conceitos;
6. desenvolver a capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais.

Existem diferentes concepções sobre o Laboratório de Matemática:

A expressão “Laboratório de Matemática” é utilizada para representar um lugar, um processo, um procedimento. Com o sentido de lugar, é uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas. O termo também é utilizado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula onde os alunos trabalham de maneira informal, movimentam-se, discutem, escolhem seus materiais e métodos e geralmente fazem e descobrem a matemática por si próprios (EWBANK *apud* LORENZATO, p. 60).

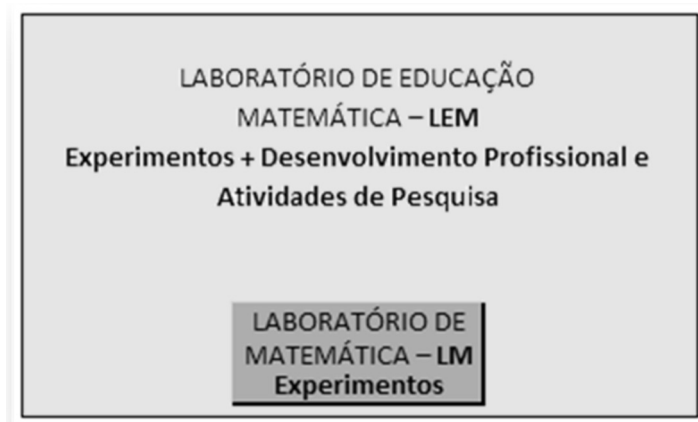
É importante que o docente tenha a sua concepção de um Laboratório de Matemática para que assim possa traçar e planejar os caminhos a serem percorridos.

Para muitos autores existem certas designações para a expressão LEM. Para Lorenzato (2009) o termo LEM possui o significado de Laboratório de Ensino de Matemática, já para Turrioni (2004) possui a designação de Laboratório de Educação Matemática. No entanto, possuem as mesmas finalidades: a capacitação, a

iniciação à pesquisa, a realização de atividades práticas e experimentos, a criação de materiais didáticos e de *softwares* educacionais.

Turrioni (2004) segue a mesma linha de pensamento do Laboratório de Matemática propostos por Ewbank (1977) e Perez (1993). No entanto, para a autora, o LEM está voltado para a formação inicial do professor de Matemática, funcionando como centro para discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos. Para Turrioni, esta preocupação com a formação inicial do professor é que diferencia o Laboratório de Matemática do Laboratório de Educação Matemática. A concepção que a autora apresenta sobre o Laboratório de Educação Matemática se assemelha a concepção de Laboratório de Ensino de Matemática apresentada por Lorenzato (2009). Segundo ela, o Laboratório de Educação Matemática (LEM) compreende experimentos mais desenvolvimento profissional e atividades de pesquisa, enquanto que o Laboratório de Matemática (LM) abarca somente experimentos (conforme figura 1).

Figura 1 – Abrangência do Laboratório de Educação Matemática



Fonte: Turrioni (2004, p. 63).

Percebe-se que o LEM é mais utilizado em instituições de ensino superior, particularmente em Licenciaturas em Matemática, pois este envolve um desenvolvimento profissional e iniciação a pesquisa.

Como visto acima, o LEM abarca de certa forma o LM, pois na concepção de Lorenzato (2009) e Turrioni (2004) o Laboratório de Matemática abrange apenas experimentos, enquanto que segundo os mesmos o LEM possui outros focos a não serem os experimentos. Para a mesma, o LEM é um ambiente que funciona como centro para discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos dentro de um curso de Licenciatura em Matemática, que contribui tanto para o desenvolvimento profissional dos futuros professores como para sua iniciação em atividades de pesquisa.

Concebemos um Laboratório de Matemática como um lugar propício a desenvolver-se atividades e experimentos matemáticos, um local onde os discentes são os principais agentes responsáveis pela descoberta e investigação (LORENZATO, 2009). Um espaço adequado, oferecendo o mínimo de conforto possível, como por exemplo, ventiladores, mesas, cadeiras e quadros. Este por sua vez deve conter materiais como: jogos, figuras e sólidos geométricos, filmes e documentários, livros didáticos e paradidáticos, artigos de jornais e revistas, calculadoras, possíveis questões de vestibulares, computadores com *softwares* educacionais, dentre outros (LORENZATO, 2009, p. 11).

Por conseguinte, existem vários conceitos sobre um LEM: ele pode ser uma simples sala para guardar alguns materiais, ou seja, um simples depósito. Ou numa visão mais ampla, além de envolver experimentos, desenvolvimento profissional e atividades de pesquisa, ele é também:

Um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para criações e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica (LORENZATO, 2009, p. 7).

Acreditamos que o Laboratório de Ensino de Matemática e o Laboratório de Matemática destacam-se como ambientes propícios tanto ao professor como ao aluno experimentar ↔ questionar ↔ conjecturar ↔ explorar ↔ analisar ↔ tirar conclusões.

Procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa

No trabalho de Sousa (2011), buscamos responder como vêm sendo utilizados os Laboratórios de Matemática nas escolas públicas do município de Araguaína – TO.

Para a realização da pesquisa, num primeiro momento, realizamos um levantamento do quantitativo de escolas municipais e estaduais situadas no município de Araguaína, iniciando a busca em escolas da Secretaria Municipal de Educação. Conforme os dados obtidos em Sousa (2011), as escolas da rede municipal não possuíam Laboratórios de Matemática, no entanto, contam com materiais mais variados possíveis como: jogos, figuras e quebra-cabeças, materiais dourados, sólidos geométricos; sendo que algumas possuem Laboratórios de Informática. Não optamos por investigar as escolas municipais por não possuírem laboratório.

Assim, após verificarmos que as escolas municipais não dispõem de um Laboratório de Matemática em nenhuma das quarenta e seis escolas de seu cabeamento, estendemos a investigação para a rede estadual, ou seja, definimos como campo de pesquisa as escolas estaduais.

Após realizarmos um levantamento na Secretaria da Educação Estadual do Tocantins (SEDUC), constatamos que a cidade de Araguaína conta com 36 (trinta e seis) escolas estaduais, das quais 11 (onze) delas possuem Laboratório de Matemática, sendo-nos repassadas apenas os nomes destas onze unidades escolares (SOUSA, 2011).

A seguinte pesquisa foi desenvolvida durante os meses de maio a junho de 2011, somente em seis escolas da Rede Estadual de Araguaína. Vale também ressaltar a longa caminhada percorrida, pois houve vários momentos nos quais tivemos de ser

insistentes nas visitas às escolas e persistentes na aplicação dos questionários com os professores.

A seguinte ferramenta utilizada neste trabalho, o questionário, continha questões como: o tempo de experiência dos docentes; o tipo de instituição de formação; sua frequência de utilização do laboratório; as metodologias que os educadores fazem uso; como é feita a sua utilização (individualmente ou em grupo); as contribuições que o LM fornece aos discentes, entre outras (SOUSA, 2011).

Os procedimentos metodológicos utilizados nas análises dos dados foram de caráter qualitativo, com o intuito de encontrar padrões e reproduzir explicações ao tema abordado, produzindo explicações dedutivas, obtidas por meio da análise dos dados dos questionários (GIBBS, 2009, p. 19).

Optamos pela abordagem qualitativa por possibilitar melhores condições para entendermos e compreendermos as convergências e divergências encontradas por meio dos nossos olhares como pesquisadores. Por possuir interesse em encontrar padrões, por meio das codificações e categorizações temáticas e reproduzir explicações para o tema trabalhado (GIBBS, 2009). A diferença entre a análise qualitativa e a análise quantitativa é:

[...] que a primeira não busca reduzir ou condensar os dados, por exemplo, em resumos estatísticos. A análise de dados qualitativos costuma demandar que se lide com grandes volumes de dados (transcrições, gravações, notas, etc.). A maior parte da análise simplesmente aumenta esse volume, ainda que, na etapa do relatório da pesquisa, o analista possa ter que selecionar resumos e exemplos de dados [...] (GIBBS, 2009, p. 18).

Análise dos dados

Dificuldades na utilização do laboratório ou dos materiais

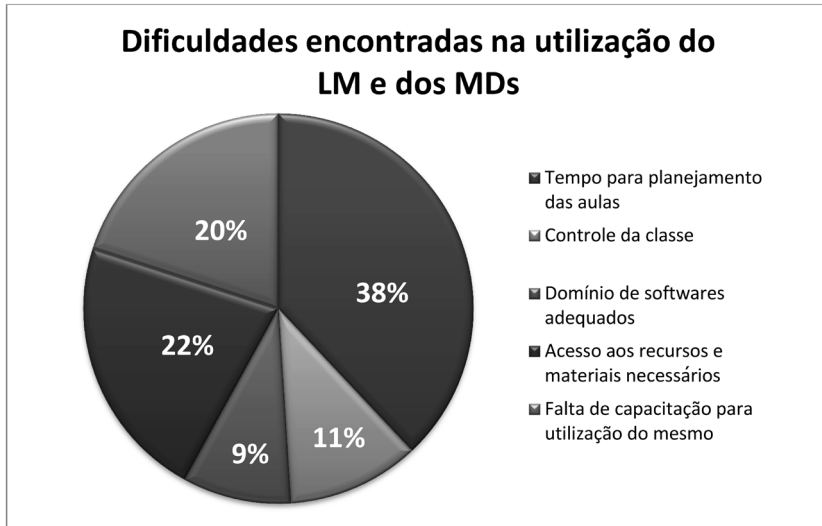
Conforme a maioria dos professores investigados (cerca de 90%), a utilização do Laboratório de Matemática, ou os materiais que a escola disponibiliza, é feita individualmente. Muitos deles reclamam da falta de coletividade dos educadores de Matemática, tornando assim muito dificultoso a implementação de um LM nas escolas.

Levando em consideração que nas escolas pesquisadas apenas uma possui LM, para vinte e cinco professores investigados, identificamos por meio dos questionários como obstáculos para a utilização dos mesmos:

- pouco tempo para planejamento;
- falta de capacitação;
- domínio de *softwares*;
- salas superlotadas;
- pouco material;
- poucos computadores funcionando;
- falta de materiais adequados;
- falta de suporte por parte da coordenação e direção da escola.

Conforme a questão de número 13 (treze) que indagava o professor sobre suas maiores dificuldades na utilização do Laboratório de Matemática (LM) destacam-se:

Gráfico 1: Dificuldades encontradas na utilização do Laboratório de Matemática e dos Materiais Didáticos



Conforme interpretação do gráfico acima, é possível inferir que segundo os docentes participantes da pesquisa, a falta de tempo para planejamento é ponto crucial para implementação e utilização do laboratório.

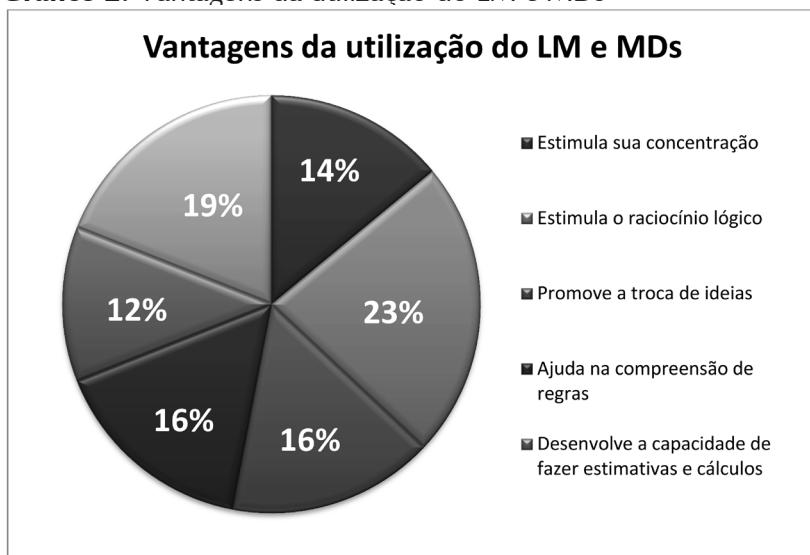
Vantagens na utilização do laboratório ou dos materiais disponíveis

Cerca de 92% dos professores pesquisados, ou seja, para vinte e dois destes, os seus alunos preferem a aula de Laboratório de Matemática, ou mais especificamente as aulas com utilização dos materiais didáticos que podem ser considerados como qualquer material útil ao processo de ensino/aprendizagem, como, por exemplo, um giz, um apagador, um filme, um artigo de jornal e revista etc. (LORENZATO, 2009), em seguida, para três deles, a aula expositiva.

Apesar das dificuldades enfrentadas por muitos, verificou-se que mesmo assim os professores utilizam na medida do possível o Laboratório de Matemática, na maioria dos casos os materiais disponibilizados nas instituições, e verificam o fato de proporcionar aos seus alunos abstração e compreensão de conceitos por meio da manipulação e uma maior interatividade entre professor ↔ alunos, quer seja na manipulação dos materiais didáticos ou na utilização de softwares para o ensino de funções.

Foi notório, por parte dos educadores, o fato de terem conhecimento sobre as reais vantagens na utilização dos materiais didáticos disponíveis nos Laboratórios de Matemática, destacam ainda que o emprego dos mesmos pode vir também a despertar nos discentes:

Gráfico 2: Vantagens da utilização do LM e MDs



Segundo Lorenzato:

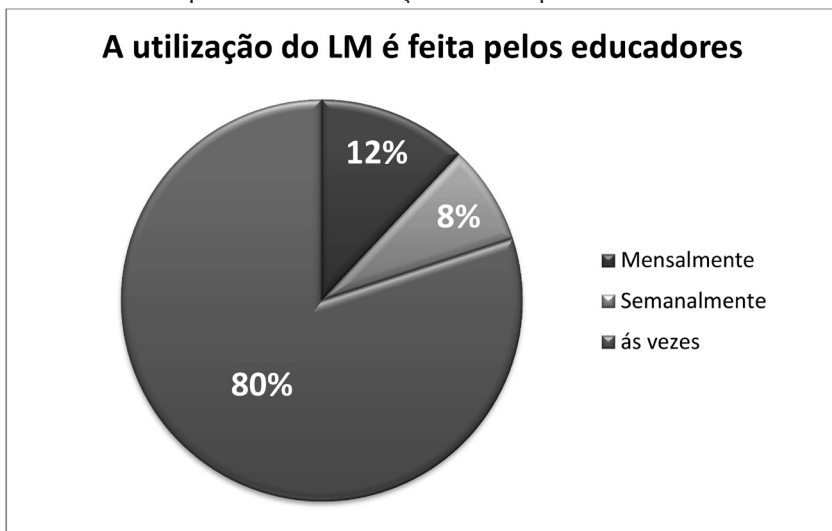
O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico,

crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos (LORENZATO, 2009, p. 61).

Percebe-se sobre os materiais didáticos, assim como o LM, o uso das aplicações matemáticas, da modelagem, entre outras, cada uma possui seu potencial. Assim, são vários os caminhos e opções metodológicas a serem adotadas, cada qual com seu valor significativo ao processo de ensino-aprendizagem em matemática.

Inferimos também que a utilização do laboratório de matemática é raramente realizada. Percebe-se, conforme nossa experiência profissional com materiais concretos, muitas dificuldades na utilização e elaboração de aulas com materiais didáticos como visto anteriormente, acabando por desmotivá-los, conforme gráfico abaixo.

Gráfico 3: Frequência de utilização do LM pelos educadores



Como justificativa, os professores apresentaram a insuficiência de tempo para um bom planejamento, a falta de domínio de *softwares*, o excesso do número de alunos por sala, a ausência do LM na escola em que lecionam, entre outros fatores.

Para os educadores investigados é evidente a satisfação e o maior grau de interesse por parte dos discentes quando se trabalha com materiais diferentes nas aulas, como: jogos, aulas no Laboratório de Matemática, a utilização de recursos manipuláveis (MDs) ou do Laboratório de Informática, explorando *softwares*.

Para os professores, as novas tecnologias e mídias oferecem aos educadores uma nova alternativa de dinamizar e facilitar o processo de ensino.

Considerações Finais

Verificamos quanto ao tema aqui pesquisado que as escolas públicas da cidade de Araguaína dispõem como recursos metodológicos para o ensino e aprendizagem em Matemática: livros didáticos, artigos de jornais e revistas, questões de vestibulares, jogos, quebra-cabeças, figuras e sólidos geométricos, algumas transparências e fitas, filmes e computadores do Laboratório de Informática (LI). Sendo que algumas das escolas pesquisadas, especificamente duas, possuem calculadoras científicas e *softwares* matemáticos como o *Geogebra* e o *Winplot*. Conforme Lorenzato (2009), estes recursos são possíveis materiais didáticos que compõem o Laboratório de Matemática.

Verifica-se que existe ainda a carência, na maioria das escolas, de implantação do Laboratório de Matemática, a insuficiência de materiais didático-pedagógicos e também de computadores e *softwares* educacionais. Além disso, em sua maioria falta equipamento, pois somente duas escolas possuíam os materiais didáticos citados. Há ainda a ausência de uma sala específica para implantação de tal, são poucos os materiais disponíveis, como os jogos, figuras e sólidos geométricos, quebra-cabeças, fitas e filmes, dentre outros que as unidades escolares disponibilizam, carência do número de computadores funcionando, falta de suporte por parte da

Secretaria da Educação no tocante a manutenção dos mesmos e a instalação e implementação de *softwares* educacionais. Outro fator relevante é o pouco tempo para planejamento de uma aula diferente usando os materiais citados anteriormente e a falta de capacitação dos educadores para lidarem com tais recursos.

É evidente a preocupação dos atuais professores da rede pública de ensino em relacionar a matemática com o cotidiano dos alunos. Para tornar o ensino da matemática algo mais prazeroso para os discentes eles utilizam, na medida do possível, jogos, vídeos, aulas expositivas com o *data show*, pesquisas, Bingo da Matemática e a própria história da Matemática.

No entanto, verifica-se ainda como uma barreira para o ensino da matemática a individualidade dos docentes investigados. Isso pode ser justificado pelo fato de terem que ministrar aulas em várias escolas e por isso possuírem pouco tempo para os planejamentos, por ser uma área das exatas e com isso um campo difícil de encontrar aplicações para todos os conteúdos, de relacionar a teoria com a realidade de cada sociedade. Percebe-se que há um diálogo entre os educadores, trocas de atividades e experiências, porém não existe uma ação coletiva, no intuito de desenvolverem uma ação em conjunto, de criarem e ampliarem os materiais didáticos para o ensino e aprendizagem de matemática.

Como destacamos no decorrer do trabalho, o Laboratório de Matemática com seus MDs não é uma solução para os problemas educacionais, assim como qualquer outro recurso didático. Ele é apenas uma ferramenta metodológica que pode melhorar a relação professor/aluno ensino/aprendizagem.

A simples utilização do Laboratório de Matemática, ou de qualquer outro recurso metodológico, por si só não garante o aprendizado dos alunos. Deve-se levar em conta que:

O ambiente, por mais rico e construtivo que seja, por si só não é suficiente para promover contextos propícios à exploração e construção do conhecimento, no contexto tecnológico. A mediação do professor desempenha um papel determinante, à medida que, ao trabalhar com

a tecnologia, ele pode criar situações desafiantes, recortá-las em vários problemas intermediários que possibilitem aos alunos se deslocarem muitas vezes do problema principal, percebendo-o por uma outra perspectiva, possibilitando-lhes a busca de novos caminhos, a constante reavaliação de suas estratégias e objetivos, envolvendo-se no processo de construção do conhecimento (LORENZATO, 2009, p. 165).

Portanto, concebemos como algo imprescindível que o educador esteja sempre permeando por diferentes práticas pedagógicas, utilizando, por exemplo, a história da Matemática, *softwares*, mídias eletrônicas, Laboratório de Matemática, os materiais didáticos, entre outros. Permear por estas metodologias pode ajudar a dinamizar e motivar o processo de aprendizagem dos discentes. Compreendemos também que a utilização do Laboratório de Matemática não é uma panaceia de soluções para os problemas educacionais. Sabemos que o professor não é o único responsável pelo pífio desempenho escolar, existe aí uma série de fatores que influenciam nesse processo, um conjunto de pessoas, na verdade, desde a família a uma política educacional que perceba a real situação da educação. Contudo, entendemos que como educadores devemos buscar em nossas práticas cotidianas de sala de aula despertar nos educandos o desejo pelo aprendizado para com a matemática e o laboratório com seus recursos possui tais desígnios.

BIBLIOGRAFIA

- GIBBS, G. **Análise de dados qualitativos**. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Técnicas de Pesquisa**. 7. ed. SP: Atlas, 2008.
- LORENZATO, S.; FIORENTINI, D. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2009. 229p.
- LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. 178p.
- _____. **Para Aprender Matemática**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de Professores).
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- MARTINS, G. A.; LINTZ, A. **Guia para elaboração de monografias e trabalhos de conclusão de curso**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2000.
- SOUSA, R. G. **Uma Investigação Sobre os Laboratórios de Matemática de Escolas Públicas do Município de Araguaína – TO**. 2011. 57f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins.
- TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores**. 2004. 161f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Disponível em: < <http://www.ccet.ufrn.br/matematica/lemufrn/Artigos/Dissertacao%20sobre%20LEM.pdf> > Acesso em: 19 abr. 2011.
- VEIGA, I. P. A. (Org.). **Repensando a didática**. 26. ed. – São Paulo: Papirus, 2008.

PARTE II

RELATOS DE EXPERIÊNCIAS

6.

O material dourado no ensino e aprendizagem da Matemática: uma experiência conjunta com professores(as) de Matemática

Adriano Fonseca³⁷
Janderson Vieira de Souza³⁸

Ao se adotar a proposição de um ensino e aprendizagem da matemática pela adoção de algum método é preciso antes de tudo conhecê-lo. Mais ainda, analisar se os conteúdos e objetivos a serem adotados poderão ser melhor compreendidos por uma ou outra abordagem metodológica. Mas, como ter clareza sobre qual método adotar? Para isto, é condição necessária a vivência do professor sobre a égide de várias abordagens para municiar-se de condições no sentido de avaliar qual(is) pode(m) ser mais adequada(s) para o aprendizado daquele conteúdo específico. Esta avaliação não se limita somente à relação entre método e conteúdo – domínios de conhecimento pedagógico e específico do professor³⁹. Por outro lado, as condições as quais a escola oferece e a realidade sociocultural da turma também podem influenciar nesta questão.

Conhecer, definir/decidir, analisar, avaliar são momentos da prática pedagógica do professor, não podendo deixar de serem

³⁷ Professor Assistente da Universidade Federal do Tocantins, Doutorando em Educação na Universidade de Campinas, e-mail: adrianofonseca@uft.edu.br.

³⁸ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará. E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

³⁹ Para um estudo mais aprofundado sobre os domínios de conhecimento do professor ler Shulman (1986) e Blanco (2003, p. 51-86).

guiados pela teoria. A experiência por si só fica incompleta, às vezes desprovida de sentido, caso não haja diálogo com a teoria, assim como a teoria pela teoria fica vazia, confusa, às vezes incompreensível, por carecer de uma compreensão experimental da mesma, na qual as dificuldades, validações, constatações e refutações poderão ocorrer.

Para este texto, pretendemos descrever a vivência experienciada durante a formação de professores de Matemática em cursos da Universidade Federal do Tocantins câmpus Araguaína-TO nos anos de 2011, 2012 e 2013 durante a realização de disciplinas ministradas pelos dois autores na graduação e pós-graduação⁴⁰. Em especial, trataremos sobre a experiência específica com a aplicação de atividades do material dourado.

Da experiência com materiais concreto-pedagógicos: relatos e reflexões

Não podemos ser ingênuos a ponto de acreditar em improvisos pedagógicos talvez provocados por nossas práticas não reflexivas. No caso do trabalho com materiais concreto-pedagógicos, a primeira preocupação do professor é com relação à escolha do material. Esta escolha requer do professor tanto conhecimento específico quanto pedagógico, pois o material precisa contemplar tanto em sua estrutura quanto em sua manipulação o conceito matemático. No caso do estudo do conceito de número e da estrutura do sistema decimal de numeração, o recurso pedagógico concreto considerado mais adequado é o material dourado. Criado pela médica e educadora italiana, Maria Montessori (1870-1952), este material confeccionado principalmente em madeira é constituído por cubinhos, barras e placas, possuindo relações entre si imbuídas de elementos associados ao sistema decimal de numeração em sua estrutura concreta, além das operações aritméticas neste sistema. Este material permite compreender de maneira concreta a lógica

⁴⁰ Referimo-nos aqui ao curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática (2013) e o curso de Especialização em Educação Matemática na disciplina Metodologia de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (2011 e 2012).

do sistema, com seus conceitos de correspondência, ordem, unicidade e de valor posicional, além de possibilitar a compreensão das operações aritméticas tanto com relação aos algoritmos quanto com relação às construções concretas dos conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Para tanto, as atividades precisam ser elaboradas de modo a evidenciar para o discente, de acordo com seu tempo de aprendizagem, a compreensão do conceito matemático, tanto na situação concreta quanto na sua estrutura abstrata.

É importante ressaltar também a necessidade do professor experienciar antecipadamente o material antes de trabalhá-lo com os alunos. Será esta a oportunidade para perceber as potencialidades e limitações do material, situações que poderão ser melhor exploradas, além da elucubração de possíveis dúvidas e questionamentos dos discentes.

Outra questão importante se revela quanto à elaboração das atividades estar relacionada ao nível de ensino da turma. As atividades devem ser adequadas à série e ao nível no qual serão trabalhadas: o trabalho com crianças da primeira etapa do ensino fundamental (1º ao 5º anos) deve ser diferenciado do trabalho com a segunda etapa (6º ao 9º anos), do mesmo modo para realização de atividades com os adolescentes do ensino médio. Para compreender melhor esta diferenciação, os estudos de Jean Piaget (1896-1980) nos ajudam a compreender sobre a formação da inteligência no indivíduo em cada fase do seu desenvolvimento. Em cada fase o material terá uma finalidade diferente: contribuir para a construção primeira do conceito matemático nas séries iniciais e para a reconstrução do mesmo conceito nas séries finais. No caso das atividades desenvolvidas, as mesmas foram pensadas para alunos da 2ª etapa do ensino fundamental. Mesmo sendo trabalhado com graduandos e professores de matemática (e não diretamente com alunos do ensino fundamental), o intuito foi que os discentes-professores experienciem eles mesmos o trabalho com o material em todas as atividades, apoiados em aspectos teóricos e práticos.

Proposição de atividades com material dourado e impressões acerca da experiência

Para o ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal e das quatro operações aritméticas básicas, com a utilização do material dourado, o trabalho foi estruturado numa sequência de sete atividades. Seguem abaixo estas atividades desenvolvidas e aplicadas pelos autores, nas quais procuramos apresentar de maneira crítico-reflexiva alguns fatos relevantes. Todas as atividades foram trabalhadas em grupo. Consideramos essencial levar em conta no trabalho com materiais concreto-pedagógicos, o fato – e não único – do aprendizado se dar na interação com o outro – considerando aqui o conceito de zona de desenvolvimento imediato de Vygotsky (2010). O educador Paulo Freire (2005) sempre dizia que ninguém aprende ou se educa sozinho, sendo a educação um ato coletivo, solidário.

Para tanto, propomos as atividades 1 e 2:

Quadro 1 - Atividades lúdicas e de reconhecimento da estrutura do material dourado

ATIVIDADE 1: Trabalhando a criatividade

Utilize sua imaginação e construa alguma coisa com as peças do material dourado. O trabalho pode ser elaborado individualmente ou pelo grupo. Defina um título ou tema para a produção.

ATIVIDADE 2: Entendendo a relação entre as peças

- a) Qual a relação entre os cubinhos e as barras?
- b) Qual a relação entre as barras e as placas? E entre as placas e o cubo maior?
- c) Existem outras relações? Quais?
- d) Representem no caderno todas as relações acima, tanto na forma de desenho como na forma numérica.

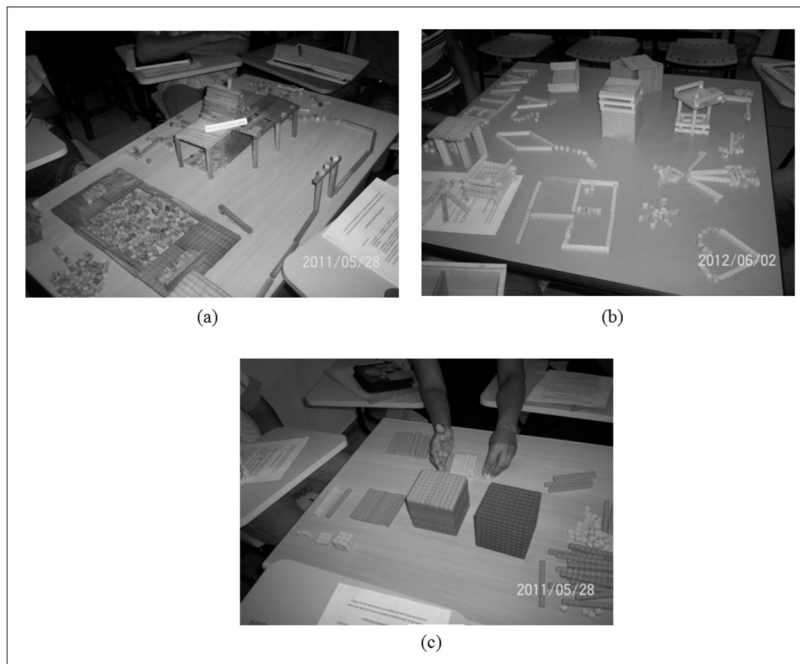
Estas duas atividades iniciais correspondem a um momento único durante a realização da atividade: o reconhecimento do material (neste caso o material dourado) pelos alunos, realizado de maneira livre, lúdica, criativa. Não é preciso o professor agir como um apresentador do material. Nesta atividade livre – mas direcionada/orientada – os alunos vão descobrindo as relações existentes entre as peças do material dourado, trabalhando assim com o conceito de correspondência. A representação simbólica já aparece nestas atividades iniciais, quando o aluno é orientado a representar em seu caderno as relações existentes entre as peças. Esta representação pode ser discutida com os alunos, sobre como ela será feita, se por meio de desenhos ou da escrita.

No trabalho realizado nas atividades 1 e 2 constatamos algumas situações.

- a) Alguns grupos (2012) fizeram construções com perspectiva bidimensional (ver **Figura 1.b**) e os demais, tridimensional (ver Figura 1.a). Isto nos chamou a atenção. A percepção geométrica dos graduandos e professores de matemática manifestada/reproduzida em suas construções que se mantém numa perspectiva bidimensional, ou seja, mesmo utilizando peças tridimensionais do material dourado, as construções permanecem como que de forma planificada, paralelamente ao plano da mesa – a construção da menina com o cachorro, o sol e o coração na **Figura 1.b** evidenciam esta situação. E a percepção geométrica manifestada/reproduzida em construções que apresentam dimensão tridimensional, ou seja, construções que se projetam para o espaço num sentido perpendicular ao plano da mesa. No primeiro caso, terá esta manifestação relação com dificuldades que o aluno apresenta em compreender conceitos da geometria espacial, ou se trata simplesmente de uma escolha ao acaso? Poderia o professor investigar esta situação trabalhando a construção de conceitos da geometria plana e espacial? Esta seria uma questão geradora de outras situações onde o professor pode verificar quais dificuldades os alunos apresentam com relação à percepção de figuras geométricas planas e tridimensionais.

- b) Quando os grupos (2011) apresentaram com o material as relações entre as peças, seguiram uma sequência de construção do cubinho até o cubo maior (ver **Figura 1.c**). Houve uma discussão sobre a escrita da Atividade 2, ou seja, a sequência das perguntas nesta atividade (ver **Quadro 1**) induz o discente a representar apenas uma sequência de construção, da peça menor (cubinho) até a peça maior (cubo maior), engessando assim suas possibilidades de representação. Outras possibilidades apontadas foram: uma sequência de desconstrução (do cubo maior para o cubinho) ou qualquer outra sequência, podendo se iniciar pelas barrinhas ou pelas placas. Como solução, consideramos que uma mudança na escrita da atividade, por exemplo não apresentar na forma de uma sequência de perguntas, poderia fazer com que os alunos tivessem mais liberdade de escolha.

Figura 1 - Construções dos professores de matemática nas Atividades 1 e 2



Dando continuidade, a Atividade 3 apresentada a seguir trata da construção do sistema decimal. Na dinâmica proposta, cada grupo deveria ler o enunciado da atividade, interpretá-lo e realizar a tarefa, sem dependência de uma intervenção prévia do professor-formador neste processo de leitura, interpretação e execução. Esta intervenção do professor pode ocorrer posteriormente, buscando juntamente com os alunos compreender/analisar a atividade.

Quadro 2 - Atividade para construção do sistema de numeração decimal com material dourado

ATIVIDADE 3: Construindo o sistema de numeração de base 10

- a) Fazendo as “trocas” identificadas na atividade anterior, construa uma sequência de quantidades com as peças, começando por um cubinho e acrescentando na quantidade seguinte apenas um outro cubinho.
(**Obs.:** Faça esta sequência de quantidades até onde for possível.)
- b) Represente no caderno esta sequência e relacione cada quantidade com o símbolo matemático que a representa.
(**Obs.:** Esta sequência numérica é chamada de sistema de numeração de base 10 ou sistema de numeração decimal)
- c) Qual o significado do cubinho no nosso sistema de numeração decimal? E qual significado da barra? E da placa? E do cubo?
- d) O número 18 é diferente do número 81? Prove.
- e) Qual número corresponde a:
 - Uma barra e nove cubinhos?
 - Três barras e dois cubinhos?
 - Duas placas, cinco barras e oito cubinhos?
 - Sete placas e seis cubinhos?
 - Um cubo maior, três placas, oito barras e nove cubinhos?
 - Dois cubos maiores e sete barras?
- f) Represente no material os seguintes números: 35, 108, 180, 810, 476, 1034.

Nesta atividade, os conceitos de ordem (sequência $n + 1$, $n \in \mathbb{N}$), unicidade (cada quantidade corresponde uma única representação numérica) e valor posicional (unidade, dezena, centena,...) foram efetivamente laborados. Claro, o de correspondência continua a ser efetuado também. Com a utilização do material dourado, a compreensão destes três conceitos permite aos alunos visualizar e compreender de forma concreta a construção do sistema de numeração decimal. Também de forma abstrata, pois após esta representação concreta, o professor deverá fazer a relação com a representação simbólico-numérica de cada quantidade. Isto pode ser realizado, como fizemos em nossos trabalhos em sala de aula, solicitando que um aluno faça a representação na lousa da sequência de quantidades que fez com o material dourado e em seguida o professor, juntamente com os alunos, fazem a representação numérica de cada quantidade.

São nestas ações requeridas por estas atividades nas quais os alunos irão construir e desenvolver as estruturas operatórias lógico-matemáticas. Lembremos de Piaget (2011, p. 71), quando nos diz sobre a abstração das operações lógico-matemáticas ocorrer mediante a ação da criança, utilizando-se de uma série de objetos ou de uma sucessão de acontecimentos. Ao mesmo tempo enfatizamos o fato do aprendizado não ocorrer apenas de maneira individual, pois como Vygotsky (2010, p. 483) afirma, a dinâmica do desenvolvimento e da aprendizagem ocorre, primeiramente, como atividade coletiva/social e, posteriormente, como atividade individual⁴¹.

Um fato notável e inesperado chamou nossa atenção. Na experiência realizada em 2011 foram formados quatro grupos, enquanto nas turmas de 2012 e 2013, três grupos. Destes dez grupos apenas dois (2012) conseguiram representar e compreender corretamente com material dourado a sequência numérica do sistema decimal considerando os conceitos de ordem, unicidade e valor posicional. Um grupo (2011) representou a sequência sobrepondo os cubinhos (unidades) nas barrinhas (dezenas) e as

⁴¹ Quando da realização das atividades, não foi possível perceber a tênue linha que separa estes dois momentos, onde nos questionamos se eles ocorrem realmente em tempos consecutivos distintos.

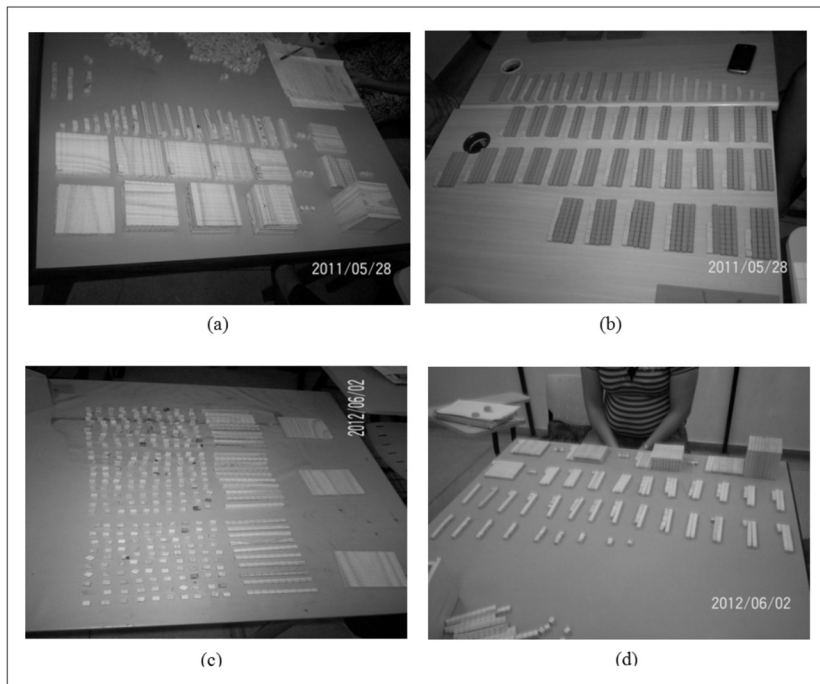
barrinhas nas placas (centenas) (ver **Figura 2.a**). Outro grupo (2011) representou a sequência com o valor posicional invertido – placas (centenas) à direita das barrinhas (dezenas) e estas à direita dos cubinhos (unidades) (ver **Figura 2.b**). Um dos grupos da turma 2012 também representou corretamente, mas no momento da apresentação da construção, não consideraram o fato da dependência da posição do observador, no qual o valor posicional poderia ser visto invertido (centenas à direita das dezenas e estas à direita das unidades) (ver **Figura 2.d**). O grupo de 2011 também havia realizado essa inversão, mas quando da sua apresentação consideraram apenas uma posição para o observador. Os dois outros grupos de 2012 representaram uma sequência por agrupamento em colunas (ou linhas, dependendo da posição do observador), na qual a primeira contém os cubinhos, a segunda as barrinhas e a terceira as placas (ver **Figura 2.c**). Este agrupamento desconsidera os conceitos de ordem, unicidade e valor posicional na construção do sistema decimal.

Após todos os grupos apresentarem suas construções, discutimos as mesmas considerando os quatro conceitos apontados acima. Cada grupo foi percebendo quais as “falhas” acontecidas em suas construções. Esta situação revela o quanto compreendemos da estrutura do sistema decimal: mera memorização de uma sequência de símbolos abstratos desprovidos de qualquer significado concreto⁴². Ao questionarmos os graduandos e professores de Matemática se suas construções poderiam ser consideradas válidas, concluímos que considerando o processo de abstração do conceito de número e sistema numérico não poderiam, pois quando de sua representação simbólica, haveria conflitos – considerando-se os conceitos de ordem, unicidade e valor posicional. Sem a utilização do material dourado para a representação concreta do sistema de numeração decimal estas constatações e discussões provavelmente não seriam possíveis.

⁴² Concreto não no sentido do cotidiano, mas com relação à construção concreta do conceito de número.

A passagem do concreto para o abstrato (contemplado no item b da Atividade 3) precisa ser considerada pelo professor quando do ensino do conceito de número e de sistema de numeração, preferencialmente utilizando o material dourado, por ser considerado um material estruturado, ou seja, mantém um isomorfismo com a estrutura do sistema de numeração decimal (NACARATO, 2005, p. 3). Isto poderia ser comparado aos dizeres de Piaget (2011) sobre ações reversíveis, isto é, a construção das operações não seria possível sem a ocorrência disso. Os itens (c) à (f) podem ser considerados como tarefas cuja finalidade é trabalhar mais enfaticamente o processo concreto-abstrato.

Figura 2 - Representações no material dourado do sistema de numeração decimal



As quatro atividades seguintes (ver **Quadro 3** abaixo) abrangem o desenvolvimento com as quatro operações aritméticas, no qual buscou-se compreender os algoritmos geralmente aprendidos (ou, simplesmente, decoramos passos e regras) de forma pura, abstrata, mecânica quando da nossa alfabetização matemática. Novamente aqui, atentamos para a elaboração e condução das atividades estarem de acordo com a série e nível de ensino. Como o trabalho foi desenvolvido com graduandos e professores de matemática em séries da segunda etapa do ensino fundamental e ensino médio, a finalidade das atividades foi de reconstruir de maneira concreta as quatro operações aritméticas. Sugerimos ao leitor, se possível, realizar as atividades descritas abaixo utilizando o material dourado, pois a compreensão do dizer será tanto melhor quando acompanhado do fazer.

Quadro 3 - Atividades para estudo das quatro operações aritméticas no material dourado

ATIVIDADE 4 (para séries da 2ª fase do EF): Adicionando quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes adições e seus respectivos resultados:

$$\begin{array}{lll} \cdot 4 + 8 & \cdot 130 + 46 & \cdot 20 + 642 + 35 \\ \cdot 12 + 6 & \cdot 75 + 225 & \end{array}$$

Qual o significado do “vai um” na adição?

ATIVIDADE 5 (para séries da 2ª fase do EF): Subtraindo quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes subtrações e seus respectivos resultados:

$$\cdot 12 - 6 \quad \cdot 130 - 46 \quad \cdot 225 - 75$$

Qual o significado do “empresta um” na subtração?

ATIVIDADE 6 (para séries da 2ª fase do EF): Multiplicando quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes multiplicações e seus respectivos resultados:

$$\begin{array}{ll} \cdot 12 \times 6 & \cdot 30 \times 46 \\ \cdot 45 \times 8 & \cdot 125 \times 5 \end{array}$$

ATIVIDADE 7 (para séries da 2ª fase do EF): Dividindo quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes divisões e seus respectivos resultados:

$$\begin{array}{lll} \cdot 24 : 6 & \cdot 120 : 40 & \cdot 361 : 12 \\ \cdot 38 : 4 & \cdot 225 : 25 & \cdot 159 : 15 \end{array}$$

Dada a realização destas atividades, apontamos algumas questões relevantes. A representação das operações no Material Dourado precisa ocorrer de duas formas: pelo método “intuitivo-dedutivo”⁴³ e pelo método de aproximação do algoritmo.

O primeiro se refere à representação natural das operações: adição como processo de “juntar” duas ou mais quantidades; subtração como processo de “retirar” uma quantidade de outra; multiplicação como o processo de repetir uma mesma quantidade um determinado número de vezes e depois “juntar” estas quantidades; divisão como processo de dividir em partes iguais uma determinada quantidade.

No segundo método, busca-se organizar as quantidades envolvidas na operação, de modo a aproximar ao máximo do algoritmo correspondente, buscando-se compreender os processos intrínsecos a ele. Vamos relatar a seguir algumas considerações obtidas quando da realização desta atividade com os graduandos/professores.

No caso da adição e da multiplicação, utilizando o método de aproximação do algoritmo, buscamos compreender o “vai um”, ou seja, compreender que este “vai um” não se refere sempre à unidade (no caso da subtração, compreender o “empresta um”). Como no algoritmo organizamos os números de forma a cada coluna comportar um único valor posicional, um único algarismo, um único símbolo, quando a quantidade somada ou multiplicada ultrapassa dez, é necessário realizarmos um processo de troca de modo que o “excedente da capacidade” daquela coluna seja colocado na coluna imediatamente à esquerda. Por exemplo, na adição $75 + 225$, cinco cubinhos mais cinco cubinhos é igual a 10 cubinhos correspondentes a uma barrinha, deste modo, é necessário ser movimentada para a coluna das barrinhas. Portanto, neste caso, o aluno observa o “vai um” como um movimento de uma dezena para a coluna das dezenas. Na continuidade da operação,

⁴³ Intuitivo, pois a ação de juntar, tirar, multiplicar ou dividir objetos entende-se ser instintiva ao ser humano. Dedutivo, pois a ação de somar, subtrair, multiplicar ou dividir sempre é intencional, sendo entendido como “[...] modo ou processo de raciocinar, partindo da causa para os efeitos, do princípio para as consequências, do geral para o particular” (RIOS, 2009).

visualiza também sobre a soma sete mais dois mais “um que foi”, corresponde à soma de dezenas (barrinhas) cujo resultado é uma centena (placa) precisando ser movimentada para coluna das centenas (placas). E, finalmente, a soma dois mais “um que foi” corresponde à soma de centenas. Ressaltamos com isto o fato de não estarmos sempre a somar unidades em todas as etapas (colunas), mas quando buscamos seguir as “regras do jogo” estamos a tratar tudo como unidades⁴⁴.

No algoritmo da multiplicação estamos envolvidos tanto com o processo de multiplicar quanto o de somar. Temos aqui além do “vai um”, o “vai dois”, “vai três” e assim por diante, até o “vai nove”. Novamente no algoritmo da multiplicação, ao seguirmos as regras do jogo, tratamos tudo como unidades. Vamos acompanhar o processo na multiplicação 125×5 . Dita a regra devermos começar a multiplicar da direita para a esquerda. Na maioria dos casos, nunca nos foi explicado e provavelmente nunca explica(re)mos a nossos alunos (do ensino básico e também do ensino superior) o porque disto. Quando muito ouvimos/dizemos que “é porque a regra é assim”. Uma resposta mais ousada seria: é porque tratamos, no algoritmo, como sendo tudo unidades. Quando multiplicamos cinco (unidades/cubinhos) por cinco (unidades/cubinhos) resulta vinte e cinco, ou seja, duas dezenas (duas barrinhas) e cinco unidades (cubinhos). As duas dezenas (barrinhas), devem ser movimentadas para coluna das dezenas. Continuando, cinco (unidades/cubinhos) vezes duas (dezenas/barrinhas) é igual a ... (quando da pergunta do professor fica aquele suspense no ar) dez!? Dez o quê? Aqui está o ponto crítico, pois o dez vai se transformar depois, no resultado, em centena. Mas, esta centena não é vista explicitamente, pois está embutida no resultado.

⁴⁴ Com relação aos mecanismos capazes de possibilitar a aquisição do conhecimento apresentados por Piaget (1976), podemos perceber na ação do aluno a tentativa de compreender o “vai um” ou “empresta um”, no qual precisa assimilar este processo, tendo assim a acomodação do mesmo mediante a modificação das estruturas ou esquemas existentes (o seu entendimento já possuído sobre isto), onde geralmente ocorre um desequilíbrio entre as estruturas já acomodadas e aquelas que estão tentando ser assimiladas, tendendo assim a uma (re)equilibração, “[...] as quais podem levar ou ao equilíbrio anterior ou a transformações qualitativamente diferentes. Estas transformações não levariam apenas a um equilíbrio, mas a um melhor equilíbrio, o qual denominou de equilíbrio majorante” (FERREIRA; LAUTERT, 2003, p. 548).

Que confusão! Então, vamos voltar. Cinco (unidades/cubinhos) vezes duas (dezenas/barrinhas) é igual a dez dezenas correspondendo a uma centena (placa). Esta centena (placa) devemos movimentar para coluna das centenas – no algoritmo representamos apenas pelo número 1. Não podemos nos esquecer das duas dezenas “que foram” para esta coluna e devem ser somadas ao cem, resultando cento e vinte (uma placa e duas barrinhas). Como a centena (placa) já foi para a coluna das centenas fica então duas dezenas (barrinhas) na coluna das dezenas. Finalmente, fazendo cinco (unidades/cubinhos) vezes uma centena (placa) resulta cinco centenas (placas) que somada à centena “que foi” resulta seis centenas (placas).

Finalmente, com relação ao algoritmo da divisão, o processo se torna mais complexo ainda, pois envolve tanto a adição e a subtração quanto a multiplicação. Ou seja, todas as operações sendo trabalhadas numa única conta. Quando do trabalho com material dourado, além de todas as considerações feitas acima com relação à adição⁴⁵ e à multiplicação, é preciso ser evidenciado na divisão não estarmos a dividir tudo como sendo unidades. Este reducionismo à unidade pode ser um dos motivos pelo qual os alunos não conseguem apreender o algoritmo.

Por exemplo, na divisão $225:25$, temos na posição do dividendo duas placas, duas barrinhas e cinco cubinhos e na posição do divisor duas barrinhas e cinco unidades. Vamos apresentar aqui os procedimentos utilizados pelos graduandos e professores de matemática, mas sem discriminar as turmas, pois estes procedimentos foram observados praticamente em todas elas.

Como na divisão pelo método de aproximação do algoritmo a regra é iniciar pela centena, a solução encontrada pelos grupos foi “trocar” as duas placas por vinte barrinhas, que somadas às duas barrinhas (da dezena) resultou vinte e duas barrinhas. Mas perceberam visualmente que esta “troca” ainda não possibilitaria a divisão em 25 partes iguais. Deste ponto em diante, alguns grupos optaram por considerar o número todo e verificar quantas vezes o 25 “cabe” em 225, ou, quantas vezes deve-se somar 25 para

⁴⁵ Com relação à subtração, considera-se particularmente a compreensão do “empresta um”.

resultar 225. Outros grupos decidiram fazer uma segunda “troca”, ou seja, 22 barrinhas por 220 cubinhos que somados aos cinco cubinhos (unidade) resulta 225 cubinhos. Daí procederam a dividir estes cubinhos em montinhos de 25. A diferença entre os grupos que optaram por verificar quantas vezes um número cabe em outro e os grupos que optaram por fazer uma segunda “troca”, foi o fato que os primeiros não sentiram a necessidade de utilizar o material dourado para finalizar a divisão enquanto que os segundos grupos continuaram a utilizar o material para concluir a divisão.

Esta situação promoveu entre todos (professores-formadores, graduandos e professores de Matemática) a seguinte discussão: haverá alunos (das séries iniciais e ensino fundamental) que por terem atingido um grau de abstração suficiente, ou seja, que compreenderam realmente o processo de divisão, que não necessitarão mais do material concreto, enquanto que outros ainda dependerão do material, sendo que esta dependência deverá com o tempo deixar de existir. Outra discussão foi com relação à importância da compreensão visual, principalmente das “trocas”, para uma melhor compreensão da “regra” repetidamente evocada na sala de aula: “Dois [centena] dá pra dividir por vinte e cinco? Não. Vinte e dois [centena e dezena] dá pra dividir por vinte e cinco? Não. Duzentos e vinte e dois dá pra dividir por vinte e cinco. Sim. Então que número vezes vinte e cinco dá duzentos e vinte e cinco?”. Sendo que muitas vezes as respostas são ditas pelo próprio professor, num constante monólogo. Deste modo, não há construção de conhecimento, mas sim regras que precisam ser decoradas com pouca ou nenhuma compreensão do processo propriamente dito.

Descrevendo deste modo, os processos da adição (e também da subtração), multiplicação e divisão parecem ficar tão complexos, e na verdade o são. O algoritmo assim faz tornar o processo aparentemente mais simples, mas por outro lado, ele esconde toda a complexidade de uma operação. Quando não compreendemos e até nos revoltamos sobre o porque nossos alunos não conseguem compreender ou não conseguem fazer uma “simples conta de mais”, uma “simples conta de menos”, “uma simples conta de vezes ou de dividir”, é porque não nos atentamos para

o fato de que processos complexos estão envolvidos e que ainda não foram assimilados, acomodados e equilibrados na/pela mente da criança⁴⁶.

Considerações finais

Desenvolver atividades no ensino da matemática não pode se restringir apenas ao momento da sua aplicação. O professor precisa ter uma postura crítico-reflexiva antes, durante e depois da realização das atividades. Antes, quando do planejamento e experiência das atividades. Durante, quando do registro dos fatos e situações pedagógicas ocorridas. Depois, quando da descrição e análise de todo o trabalho, incluindo aí a própria avaliação do mesmo. Permeando toda esta ação docente, a teoria busca contribuir com a reflexão do professor, de modo que questões relacionais mais complexas (se existe alguma que não seja) do processo dinâmico de ensino e aprendizagem possam ser melhor compreendidas.

Ao utilizar o material dourado para o estudo dos processos de construção do sistema de numeração decimal e das quatro operações aritméticas, discriminando os valores posicionais dos algarismos, visualizando as correspondências e os movimentos necessários, buscamos com isto mostrar aos graduandos e professores de Matemática que o resultado pode se tornar mais compreensível, tornando primeiramente o processo mais compreensível. Neste sentido, buscamos contemplar uma potencialidade/finalidade do material concreto-pedagógico: tornar o conceito/processo matemático mais compreensível para o aluno.

Esperamos assim que tanto a reflexão teórica quanto as experiências apresentadas possam contribuir com professores(as) que desejam no seu fazer didático trabalhar com materiais concreto-pedagógicos, não de qualquer forma, mas de maneira crítica e reflexiva, buscando compreender melhor o trabalho que irão empreender.

⁴⁶ A teoria do processamento da informação também pode contribuir para esta compreensão, principalmente no que tange à questão da memória e como a mesma se estrutura, segundo esta teoria.

BIBLIOGRAFIA

FERREIRA, S. P. A.; LAUTERT, S. L. Tomada de Consciência Analisada a Partir do Conceito de Divisão: um estudo de caso. **Revista Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 16, n. 3, p. 547-554, 2003. Disponível em: <www.scielo.br>. Acesso em: 13 ago. 2012.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, ano 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

PIAGET, J. **Seis Estudos de Psicologia**. 25. ed. Tradução de Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forence Universitária, 2011.

_____. **A equilibração das estruturas cognitivas: problema central do desenvolvimento**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

RIOS, D. R. **Grande Dicionário Unificado da Língua Portuguesa**. São Paulo: DCL, 2009.

VIGOSTSKY, L. S. **Psicologia Pedagógica**. 3. ed. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.

7.

Os desafios e perspectivas do ensino de multiplicação e divisão com material dourado: as etapas de uma aplicação

Fabiane Martins Lima⁴⁷
Márcia Ferreira da Silva⁴⁸
Janderson Vieira de Souza⁴⁹

Diante dos estudos teóricos e práticos realizados no “Laboratório de Ensino de Matemática”⁵⁰, durante o Curso de Licenciatura em Matemática, deparamo-nos com técnicas de ensino de multiplicação e de divisão para séries do ensino fundamental por meio do material instrucional denominado Material Dourado. Sentimo-nos incentivados a compreender os processos de sua manipulação na perspectiva do ensino, bem como apresentar a utilização dessa ferramenta didática, no intuito de propiciar mais uma alternativa metodológica na preparação de planos didáticos, fortalecendo a prática educativa visando a um ensino de Matemática qualitativo.

⁴⁷ Graduada em Licenciatura Plena em Matemática, pela Universidade Federal do Tocantins/UFT, Câmpus de Araguaína. Professora na Instituição de Ensino Escola Estadual Professor Vicente José Vieira em Barra do Ouro – TO no período de 2012/2013.
E-mail: sendykendala@hotmail.com

⁴⁸ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Tocantins.
E-mail: marcita_ferreira@hotmail.com.

⁴⁹ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará.
E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

⁵⁰ O laboratório de ensino de Matemática (LEM) é um espaço situado na Universidade Federal do Tocantins.

A proposta deste capítulo é mostrar os resultados de nossas pesquisas teóricas, conforme a utilização do Material Dourado na sala de aula, bem como a construção de uma aula tendo como instrumento pedagógico este material, conduzindo o professor a repensar seu planejamento didático e fortalecer sua prática educativa. Sendo assim, a partir dessa experiência, partiremos para a busca de compreender os desafios e perspectivas encontrados na aplicação desse artifício didático.

Estruturamos o trabalho em dois subtemas: no primeiro, explanamos sobre a importância de se realizar planejamentos didáticos visando a uma aula com materiais manipuláveis, as perspectivas de se trabalhar com esse método de ensino em Matemática e os planos de manipulação do Material Dourado no âmbito dessa atividade planejada.

No segundo momento, buscamos enfatizar a aplicação do método, bem como os desafios de sua utilização, objetivando construir uma formulação quanto às vantagens em se trabalhar com objetos de manipulação e as implicações encontradas no desenvolvimento dos métodos didáticos.

Manipulando o Material Dourado na Perspectiva da Educação Matemática

Compreendemos que as técnicas de ensino utilizadas pelos professores nos espaços didáticos de Matemática necessitam da formulação e de um ambiente favorável para a aprendizagem de conceitos, definições e métodos matemáticos. Essas questões são largamente discutidas entre educadores matemáticos⁵¹ docentes buscando técnicas no intuito de proporcionar aos profissionais de ensino mais uma ferramenta no processo de ensino.

Ensinar conceitos matemáticos vai além de apenas assimilar uma definição. Parte da criticidade, do envolvimento, da busca de respostas, das indagações e desses elementos a fim de

⁵¹ O educador matemático é aquele que concebe a Matemática como um meio: ele educa por meio da matemática. Tem por objetivo a formação do cidadão e, devido a isso, questiona qual a matemática e qual o ensino são adequados e relevantes para essa formação.

criar a motivação, o interesse e a aprendizagem. Atualmente tem surgido professores de Matemática buscando incessantemente um ambiente favorecendo essas ações, dando significado aos conceitos e definições matemáticos expostos em suas aulas. O autor Lorenzato (2006) aborda:

Não há professor que não tenha recebido de seus alunos perguntas do tipo: “onde vou aplicar isso?”, “quando usarei isso?”, “por que tenho que estudar isso?”. A frequência com que tais questões são apresentadas pelos alunos em sala de aula mostra o clamor deles por um ensino de matemática mais prático do que aquele que têm recebido. Tal pedido é plenamente justificável, pois quem de nós se sente bem fazendo algo sem saber por que o faz? (sic) (LORENZATO, 2006, p. 53).

Entretanto, o reconhecimento da necessidade de reformulação do fazer em sala de aula exige do professor o repensar didático em busca de diferentes técnicas de ensino, o envolvimento desses profissionais em outras propostas educacionais para um ensino de Matemática mais significativo deve ocorrer em todas as suas práticas didáticas.

Neste contexto, abordando uma aula com materiais instrucionais, podemos, na prática dos professores, geralmente, não conseguir prever o decorrer das aulas, ou mesmo quais questionamentos serão feitos pelos alunos, causando uma possível frustração quanto a reconhecer se de fato conseguirá responder a todas as inquietações dos alunos durante a aula. Por esse motivo, alguns educadores até almejam utilizar distintos métodos, entretanto, podem não possuir base literária e aprofundamento didático para a aplicação dessas metodologias de ensino.

Em diversos planejamentos didáticos, os profissionais de ensino têm utilizado apenas da teoria de fórmulas e de métodos, sem embasamento prático, visto que necessitam de uma provocação à

prática às vezes proporcionada por meio dos materiais instrucionais estimulados pelas novas propostas educacionais, sendo uma delas a utilização do Material Dourado.

Ao utilizar essas novas ferramentas didáticas o profissional de ensino tem de conhecer a melhor forma de como aplicá-las e, deste modo, poder observar as diferenças de aprendizagem entre uma aula não envolvendo materiais instrucionais e em outra aula, que o professor conhece as limitações didáticas dentro da sala de aula. Utilizar a ferramenta adequada para “o diferente” poder despertar nos alunos o estímulo de buscar o conhecimento. Sendo assim, faz-se necessário não apenas a formulação dos métodos, mas a aplicação desses, pois tende a tornar-se um fator relevante na apresentação de diversas propostas didáticas. Fazenda (2007) vem tratar dessas questões ao se referir:

Em matemática [...], observamos que a proposta interdisciplinar se distancia de uma prática, na medida em que a unidade do ensino baseia-se em procedimentos e conteúdos padronizados, e não na busca de objetos comuns. Assim, por exemplo [...] chama a atenção para a noção de número, básico na aprendizagem de matemática, que deve ser desenvolvida com a criança, partindo de situações que ofereçam oportunidades para estabelecimento de variância, seriação, conjuntos, desde que a noção de número estabeleça-se pela síntese delas (sic) (FAZENDA, 2007, p. 48).

Nesta perspectiva, embasamo-nos em alguns conceitos teóricos para a construção de uma proposta de ensino de Matemática, em multiplicação e divisão, para as séries do ensino fundamental, isso devido a esse ser um dos conteúdos essenciais para a aprendizagem de Matemática e ainda pouco assimilado por diversos alunos, não nos restringindo apenas à teoria dos métodos, mas também a sua aplicação. Nesta perspectiva surge Centurión (2006), ao propor as contribuições dos novos recursos educacionais ao ato de ensinar e aprender:

O lado mais proveitoso desse recurso é o de poder reproduzir situações análogas às que originaram a construção de conceitos matemáticos e aprender o modo como se dá a evolução das ideias matemáticas, através das resoluções de problemas, onde a intuição e a lógica desempenham papel muito importante (CENTURIÓN, 2006, p. 8).

Apoiado nesse autor supracitado, a possibilidade de reproduzir uma situação semelhante ao que construiu os conceitos matemáticos é uma oportunidade ímpar para o aprendente. Consequentemente, trabalhar o Material Dourado⁵² (Figura 1) pode ser mais uma possibilidade para o ensino - aprendizagem das operações de multiplicação e divisão.

Figura 1



Fonte: <http://patriciafabiano.blogspot.com.br/2010/03/material-dourado.html>

⁵² O "Material Dourado" foi criado por Maria Montessori (1870-1952). O Material Dourado Montessori destina-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar as operações fundamentais (ou seja, os algoritmos) (FABIANO, 2010).

Nesta perspectiva, podemos refletir que os diferentes temas matemáticos requerem do profissional de ensino o conhecimento de novas ferramentas didáticas, sendo, portanto, dever do professor antes de sua aplicação analisar o tema e o método utilizados.

Desse modo, resolvemos desenvolver um plano de aula no intuito de envolver os alunos nos processos de ensino do conteúdo supracitado, assim, primeiramente, optamos pelo 6º ano do ensino fundamental, devido a muitos alunos chegarem a essa série sem dominar os conceitos fundamentais de multiplicação e divisão. A turma continha 30 alunos, dos quais dividimos em cinco grupos de seis alunos, e essa escolha ocorreu em função da escola dispor de apenas cinco Materiais Dourados.

Sendo assim, separamos a aula em dois momentos, no primeiro, apresentamos como se trabalhar com o Material Dourado, permitindo a manipulação prévia do material, enunciando as representações simbólicas e, assim, os alunos tivessem um contato inicial com o material de estudo.

No segundo momento, dispomos as atividades a serem executadas, a intenção era que os alunos construíssem uma definição de multiplicação e divisão, manipulando o material. Inicialmente não apresentamos uma definição, mas induzimos os alunos a partir da manipulação do objeto de estudo.

As atividades foram elaboradas no sentido de conduzir os alunos a compreenderem os conceitos dos temas elencados, a partir da observação e manipulação do material.

Em outro momento, aplicamos uma atividade para visualizar se, de fato, os alunos compreenderam as definições e como manipular o material, e ainda, quais aspectos positivos encontraram diante desse método de ensino, se esse foi ou não significativo para a sua aprendizagem. As expectativas de trabalho foram se constituindo nos processos de planejamento, bem como as intencionalidades de aplicação e de se pensar nos possíveis obstáculos durante o desenvolvimento das etapas.

Manipulação inicial com o Material Dourado: as etapas de uma aplicação

Inicialmente, mostramos aos alunos as etapas de manipulação do Material Dourado, e como utilizá-lo, para, posteriormente, refletirem sobre as ações a serem trabalhadas. Oportunizamos o primeiro contato do aluno com o material, possibilitando a manipulação de forma adequada; posteriormente, buscamos repassar a intenção da aula, e as atividades a serem trabalhadas. Evidenciamos Cardoso (2002, p. 19) ao afirmar “o primeiro contato do aluno com o material deve ser de forma lúdica para poder explorá-lo livremente. É nesse momento onde a criança percebe a forma, a constituição e os tipos de peça do Material.” Ao mesmo tempo, surge Centurión, ao nos propor: “Efetuar multiplicações com o material dourado, bem como com o papel quadriculado, propiciam a compreensão dos algoritmos, e também facilitam o entendimento do ‘vai um’, já explorado na adição” (CENTURIÓN, 2006, p. 171).

Estruturamos a primeira atividade visando à multiplicação, na qual explicamos que o cubo era formado por dez placas, a placa por dez barras e a barra por dez cubinhos. Sendo assim, o cubo representava a classe dos milhares, a placa as centenas, as barras as dezenas e o cubinho as unidades. A intenção era a de os alunos compreenderem o sentido de “vai um” e que multiplicar é o mesmo da soma de parcelas iguais. Durante a aula surgiram diversas perguntas, tais como:

- Professora então quando multiplicamos um número pelo outro, podemos dizer que é o mesmo que somar a mesma “quantidade”? (Aluno 1).
- Se eu for multiplicar um número que tem uma dezena vou usar a barra na multiplicação? (Aluno 2).
- Cada cubinho vale uma unidade, então 10 equivale a uma barra? O mesmo funciona com a barra, a placa, e o cubo? (Aluno 3).

Entre outros questionamentos surgidos no decorrer da aula, diante dessas inquietações resolvemos pedir para eles efetuarem a multiplicação de 3 por 5, para compreenderem melhor com a manipulação do material, apresentou-se a atividade da seguinte maneira:

Figura 2



Troca-se dez (10) cubinhos por uma barra.

Fonte: Elaborado pela autora (2015).

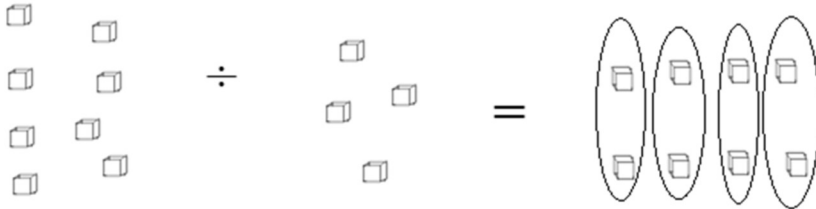
Ao efetuar a troca dos dez cubinhos, conforme ilustramos na figura acima, por uma barra, o aluno 3 foi induzido a perceber que 10 unidades equivalem a uma dezena. Posteriormente, seguindo o mesmo raciocínio, dez dezenas equivalerá a uma centena, e assim por diante. Compreendendo, desse modo, diante dos conceitos abordados e da utilização dos métodos, que ao multiplicarmos 13 por 5, não elevamos um cubinho, mas uma barra, ou seja, uma dezena e não uma unidade.

Em função da situação anterior, quando o aluno tem acesso a diferentes métodos, e com a escolha adequada da melhor estratégia em diferentes situações, poderá lhe auxiliar na resolução de diferentes cálculos, por exemplo, ao trabalhar com o Material Dourado na multiplicação o aluno tem a chance de compreender melhor as definições de Matemática com a ideia do “vai um”, que na realidade é uma dezena e não uma unidade, pois esse trabalha com a decomposição decimal dos números, facilitando assim sua compreensão.

Desse modo, ao trabalharmos os conceitos de divisão, procuramos proporcionar aos alunos condições favoráveis à

compreensão dessa operação ser a inversa da multiplicação, estando essa relacionada com a subtração e com a multiplicação. Lembramos aos alunos sobre o ato de multiplicar estar associado ao ato de somar parcelas iguais, depois, estimulamos eles a utilizar o conceito de divisão, a partir do agrupamento de parcelas iguais, isto é, se dividíssemos 8 por 4 teríamos:

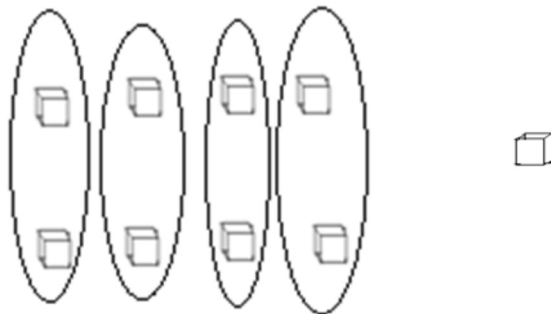
Figura 3



Fonte: Elaborado pela autora (2015).

Nesta perspectiva, os alunos compreenderiam a ideia de repartir em partições iguais, isto é, ao dividir oito cubinhos em quatro subconjuntos restariam dois cubinhos em cada subconjunto, sendo o resultado da divisão a quantidade de elementos pertencentes a cada subgrupo formado, ou seja, dois (2). Se a divisão fosse 9 por 2, teríamos:

Figura 4



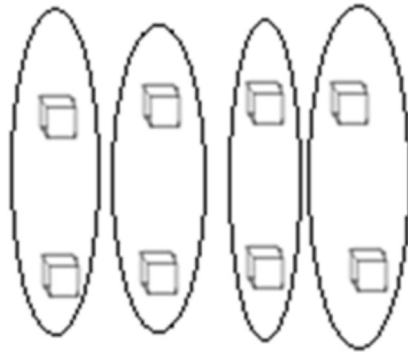
Fonte: Elaborado pela autora (2015).

Desse modo, a resolução seria a quantidade de cubinhos pertencentes a cada subconjunto, sendo neste caso dois e sobraria ainda um cubinho, ou seja, o resultado seria 2 com resto 1. Lembramos aos alunos, ainda, a possibilidade de utilizar a noção de subtração para resolver a mesma operação, assim teríamos:

$$8 - 4 = 4$$

$4 - 4 = 0$, ou seja, teríamos subtraído duas vezes formando dois subconjuntos.

Figura 5



Fonte: Elaborado pela autora (2015).

Nesta intencionalidade, nos reportamos a Centurión, ao explicitar os processos de resolução da divisão, a partir das subtrações consecutivas:

Ao iniciar o aprendizado do algoritmo da divisão pelo processo das subtrações sucessivas, a tendência da criança é ir colocando um, depois mais um, etc. Com o tempo, a pergunta que se deve fazer é “Cabem dez?”, “E cem?”, “E mil?” O processo, então, fica bem mais rápido, e a criança fica satisfeita por acabar a conta em menos tempo (CENTURIÓN, 2006, p. 194).

Aprofundamos, ainda, mais nos conceitos matemáticos abordados no decorrer da aplicação da atividade, explanando as possibilidades de utilização do material em outros conteúdos matemáticos, como a adição e a subtração, entre outros, possibilitando um melhor contato e reconhecimento do Material Dourado e de sua visível contribuição na compreensão de alguns conceitos relacionados à Matemática.

Em função desses aprofundamentos durante a manipulação do Material Dourado, algumas dúvidas foram sendo apresentadas de modo a proporcionar relevantes questionamentos por parte dos alunos, principalmente a respeito do método de utilização do material e dos conteúdos matemáticos trabalhados, sendo que essas inquietações por parte dos alunos proporcionaram, durante a aula, um ambiente de discussões, dúvidas, respostas e sugestões, fortalecendo, assim, as relações de ensino e aprendizagem entre professor e aluno.

Ao final da aula, acreditamos numa assimilação significativa das etapas de manipulação do material didático trabalhado e conteúdos propostos, partindo então para resoluções, no caderno, para que desse modo as definições fossem incorporadas a sua aprendizagem. Verificamos que a utilização do Material Dourado pode ser uma ferramenta poderosa no desenvolvimento de aulas com materiais instrucionais, pois propõe ao aluno visualizar os conceitos matemáticos, dando sentido ao ato de educar: “dar aulas é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem (LORENZATO, 2006, p. 5).

Portanto, trabalhar com Material Dourado proporciona um saber/fazer abrangente e possibilita sanar dúvidas, romper barreiras de receio ao questionamento de conceitos no decorrer de uma aula, o fortalecimento do trabalho em grupo, além do estímulo à criticidade com infundáveis levantamentos de: “Por que isso?”, “Como isso ocorre?”, “E agora?”; construindo, dessa forma, os alicerces de uma aprendizagem em Matemática, mais significativa e estimuladora.

Considerações Finais

Dessa forma, o docente, ao se apropriar dessas tendências metodológicas no ensino de Matemática, para criar um ambiente propício para que ocorra um ensino significativo de Matemática em sala de aula. No contexto da prática desenvolvida com o Material Dourado, em detrimento do ensino fundamental II, buscou-se personificar e representar conceitos matemáticos ou ideias exploradas, favorecendo a abstração por meio da manipulação do material.

O estímulo por parte do professor a uma criticidade matemática conduz o aluno a pensamentos e reflexões mais críticos em detrimento de um determinado conceito, conduzindo a uma educação fundamentada como um espaço de aprendizagem inter-relacionada a uma boa prática; propicia e conceitua a aula como espaço para a construção de saberes, reportando-nos ao fato de que não existe receita para a “boa aula”, mas caminhos capazes de induzirem a construção dessa essência.

Portanto, percebem-se os aspectos essenciais para um ensino de Matemática, quando o professor vai ao encontro de novas tendências metodológicas de modo a tornar a Matemática mais atraente e divertida. Assim, analisamos a importância desse tipo de atividade e a grande relevância para o processo de ensinar e aprender a Matemática, visto a possibilidade de oferecer aos alunos condições de compreender esse conhecimento, pois, com nível de abstração e reflexão elevado, promove constantemente situações transformadoras e construtivas por meio do conhecimento matemático adquirido em sala de aula.

BIBLIOGRAFIA

CARDOSO, V. C. **Materiais didáticos para as quatro operações**. 5. ed. São Paulo: CAEM /IME-USP, 2002.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e Metodologia da Matemática Números e Operações**. 2. ed. São Paulo/SP: Scipione, 2006.

FABIANO, P. Disponível em: <<http://patriciafabiano.blogspot.com.br/2010/03/material-dourado.html>>. Acesso em: 2 jul. 2012.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade – Um projeto em parcerias**. 6. ed. Março de 2007 – São Paulo: Edições Loyola, 1991.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**/Sergio Lorenzato. Campinas/SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

8.

Formação de professores de Matemática: uma experiência com ábaco na graduação e pós-graduação

Janderson Vieira de Souza⁵³
Adriano Fonseca⁵⁴

Neste relato de experiência apresentamos duas atividades e analisamos os resultados de sua aplicação usando o material instrucional denominado por ábaco, efetivamente realizadas com licenciandos na disciplina Laboratório de Ensino de Matemática (2012) do curso de Matemática – ministrada pelo primeiro autor – e com professores de Matemática na disciplina Metodologia de Ensino e Aprendizagem da Matemática I (2011-2012) do curso de especialização em Educação Matemática – ministrada pelo segundo autor – câmpus UFT - Araguaína. Esse material é utilizado de maneira recorrente tanto nas escolas de ensino básico quanto em várias universidades no Brasil como um recurso metodológico para a elaboração de aulas de matemática sobre os conteúdos de sistema decimal. Para nossa experimentação, optamos por realizar atividades com os sistemas de base dez e base dois.

Portanto, pretendemos de maneira inicial apresentar algumas das possibilidades que este material pode revelar na sua efetiva aplicação.

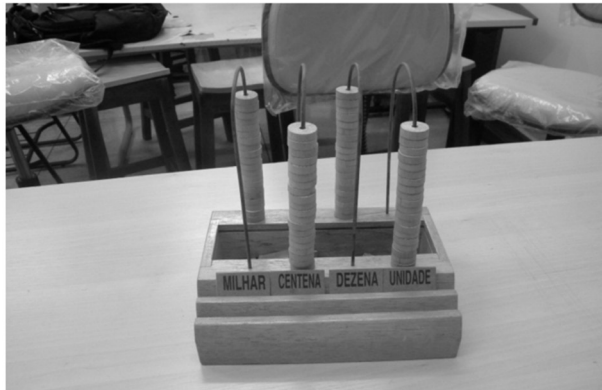
⁵³ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará.
E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

⁵⁴ Professor Assistente da Universidade Federal do Tocantins, Doutorando em Educação na Universidade de Campinas, e-mail: adrianofonseca@uft.edu.br.

O ábaco

A origem deste antigo material de cálculo data de 2700–2300 a.C.⁵⁵. Foi utilizado por várias civilizações como mesopotâmicos, babilônios, egípcios, gregos, romanos, indianos, chineses, japoneses, russos e indígenas brasileiros e em cada uma delas a estrutura do ábaco sofreu algumas modificações, mas mantendo em todas inalterado seu princípio básico: realizar cálculos nos diversos sistemas de numeração de cada cultura. Além de servir “para representar números no sistema de numeração posicional” (BITTAR; FREITAS, 2005).

Atualmente, encontramos este material confeccionado em madeira ou plástico. Quando em madeira, suas hastes podem ser de madeira ou de metal. Cada haste representa um valor posicional (unidade, dezena, centena,...). Encontram-se dois tipos de ábacos: aqueles com hastes na horizontal e aqueles com hastes na vertical⁵⁶ (estes podem ser abertos ou fechados). Geralmente os ábacos escolares possuem quatro ou cinco hastes, cada um contendo geralmente dez “contas” (de madeira ou plástico ou emborrachada), ou seja, sua estrutura se baseia no sistema de numeração decimal. Além disso, existem ábacos com cada haste provido de vinte contas. Este foi o tipo de ábaco utilizado nas disciplinas mencionadas acima.



⁵⁵ Consulta do artigo *ábaco* na *Wikipédia, A Enciclopédia Livre*. Disponível em <http://pt.wikipedia.org>. Acesso em 09 de agosto de 2012.

⁵⁶ Considerando a relação da estrutura do ábaco. Com a estrutura do número no sistema decimal consideramos mais indicado o trabalho com ábaco de hastes verticais.

Experiências compartilhadas na aplicação de atividades com o ábaco

Sugerimos ao leitor, se possível, acompanhar as atividades e os comentários com um ábaco à mão, pois a compreensão do dizer será tanto melhor quando acompanhado do fazer.

Quadro 1 - Atividade para compreensão da estrutura e funcionamento do ábaco

ATIVIDADE 1: Entendendo a estrutura e funcionamento do ábaco no sistema de base dez:

- a) Quantas colunas possui o ábaco? Quantas contas existem em cada coluna? Como podemos representar esta relação entre as contas e as colunas?
- b) Para contar, utilizaremos sempre a primeira coluna (da direita para esquerda). Como fazer então para representar uma quantidade superior a 10? Como podemos representar, por exemplo, o número 14? E o número 35? E o número 100? “Vamos para o item (c)?”
- c) Para podermos representar quantidades maiores, há necessidade de representar desde o número um até a quantidade indicada? Como podemos representar no ábaco de maneira rápida o número 127? E o número 502? E o número 1374?
- d) Considerando o item anterior, da direita para a esquerda, o que representa as contas da primeira coluna? E as contas da segunda coluna? E da terceira? E da quarta?
- e) Faça no caderno um desenho simplificado do ábaco para cada representação feita nos itens anteriores, e abaixo deste desenho escreva o número representante de cada quantidade indicada.
- f) Qual número corresponde a:
 - Uma conta na 2ª coluna e nove contas na 1ª coluna?
 - Três contas na 2ª coluna e duas contas na 1ª coluna?
 - Duas contas na 3ª coluna, cinco contas na 2ª coluna e oito contas na 1ª coluna?
 - Sete contas na 3ª coluna e seis contas na 1ª coluna?
 - Uma conta na 4ª coluna, três contas na 3ª coluna, oito contas na 2ª coluna e nove contas na 1ª coluna?
 - Duas contas na 4ª coluna e sete contas na 2ª coluna?
- g) Represente no ábaco os seguintes números: 35, 108, 180, 810, 476, 1034.

Cada material concreto-pedagógico possui sua estrutura e funcionamento específicos, tendo como base para sua existência algum conceito matemático principal. Posteriormente, outros conceitos podem vir a ser aprendidos com o uso do mesmo material. Apesar de um mesmo conceito matemático poder ser trabalhado com diferentes materiais didático-pedagógicos – sejam eles reais ou virtuais –, devido sua estrutura e funcionamento específicos, eles tendem a requerer uma elaboração das atividades um pouco diferente.

No caso do ábaco, a Atividade 1 (ver **Quadro 1**) fica mais limitada ao reconhecimento da estrutura e funcionamento do material, considerando sua estrutura rígida (hastes/varetas fixas) e movimentação limitada (das “contas”), as quais não são características, por exemplo, das peças do material dourado. Portanto, a questão do reconhecimento do material via atividade livre, lúdica, criativa, não é possível no ábaco, de modo que uma orientação mais específica das ações se faz necessária. Isto se vê contemplado no item (a) da Atividade 1. Os itens (b), (c) e (d) referem-se à estrutura de número e do sistema de numeração decimal. O item (e) contempla a representação simbólica das quantidades representadas no ábaco e os itens (f) e (g) buscam trabalhar mais enfaticamente o processo concreto-abstrato-concreto.



Como um dos objetivos do uso do ábaco era compreender sistemas de numeração em outras bases, esses buscaram ser contemplados na Atividade 2.

Quadro 2 - Atividades com ábaco para estudo de sistemas de numeração em outras bases

ATIVIDADE 2: Entendendo os sistemas em outras bases e suas relações com sistema de base 10:

2.1. Base 2

- a) Neste sistema, quantos e quais são os algarismos/símbolos utilizados para representar todas as quantidades?
- b) Utilizando o ábaco, como ficaria representado os dez primeiros números (quantidades) neste sistema? Faça os registros em seu caderno indicando a correspondência destes números com os da base 10.
- c) O número 1100 na base 2 corresponde a qual número na base 10? Como podemos relacionar os números na base 2 com os números na base 10, de modo a termos um algoritmo capaz de nos ajudar a transitar de uma base para outra?
- d) Represente os números binários abaixo no ábaco e depois escreva-os na base 10:
- | | |
|--------|----------|
| · 1001 | · 1111 |
| · 1101 | · 100101 |
- e) Escreva os números decimais abaixo na base 2:
- | | | |
|------|-------|-------|
| · 16 | · 101 | · 203 |
| · 32 | · 128 | |

Para os itens 2.2 e 2.3, aplica-se os itens (a), (b), (c) e (d) do item 2.1, com as devidas adaptações.

2.2. Base 3

2.3. Base 5

Sendo um instrumento cuja estrutura e funcionamento possibilitam realizar cálculos e correspondências de modo simples e dinâmico, o ábaco é ideal para o estudo de sistemas de numeração em outras bases. As bases trabalhadas nas disciplinas foram base 2, base 3 e base 5 e suas relações com sistema decimal. Trabalhar nestas (e em outras) bases não é fácil. Apesar de utilizarem poucos símbolos para representarem qualquer quantidade – por

exemplo, na base 5 temos somente os símbolos 0, 1, 2, 3 e 4 – a relação biunívoca entre o número e a respectiva quantidade, a distância entre um número e outro, a realização das operações aritméticas, são quase incompreensíveis. O fato de serem símbolos conhecidos e o fato de sabermos sobre a estrutura do sistema de numeração com estes símbolos não são suficientes. É preciso assimilarmos as relações entre o símbolo e a quantidade representada. Não somente assimilar, mas estas novas relações precisam ser acomodadas na nossa “bagagem” de conhecimento, de modo a haver um (re)equilíbrio com relação à compreensão que temos do sistema decimal e o novo sistema. Por exemplo, visualizamos (mentalmente) com tranquilidade a quantidade representada pelo número 25 (duas dezenas e cinco unidades) no sistema decimal e rapidamente podemos responder que a distância ao número 32 (três dezenas e duas unidades) é 7 (sete unidades) e isto é compreensível para nós. Agora, quando nos é apresentado o número 100⁵⁷ (uma centena, zero dezenas e zero unidades) na base 5, nossa mente logo o identifica com a quantidade cem, mas sabemos não poder ser esta quantidade. Então, qual será? E qual seria a distância deste com o número 112⁵⁸ (uma centena, uma dezena e duas unidades) na base 5? 12 (um dois)? Isto é incompreensível para nós.

O ábaco pode auxiliar na compreensão destes números quando representamos a sequência do 1 até 112 na base 5 e paralelamente vamos fazendo a relação com sistema decimal. No trabalho com os graduandos/professores, esta situação foi contemplada nos itens (c), (d) e (e) da Atividade 2 (ver **Quadro 2**), tanto com a base 2 quanto com as bases 3 e 5, principalmente buscando responder à pergunta do item (c). Após algumas tentativas pelos graduandos/professores, analisando a própria estrutura do ábaco – correspondente à própria estrutura de número –, como cada haste corresponde a um valor posicional, quando precisamos representar um número de uma base n ($2 \leq n \leq 9$)⁵⁹ para a base 10, basta somar os produtos das quantidades de

⁵⁷ Lê-se: um zero zero. A palavra 'cem' se aplica somente ao número 100 na base 10.

⁵⁸ Lê-se: um um dois. A expressão 'cento e doze' se aplica somente ao número 112 na base 10.

⁵⁹ Para bases superiores a 10, seria necessário criar outros símbolos além daqueles conhecidos.

“contas” indicadas em cada haste com suas respectivas potências de n . No caso do 100_5 , seu correspondente na base 10 é:

$$1 \times 5^2 + 0 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = 25. \text{ Portanto, } 100_5 = 25_{10}.$$

Agora, para obter o correspondente numérico de uma quantidade representada na base 10 para outra base n , basta considerar a soma dos produtos dos ‘possíveis’ algarismos com as suas respectivas potências de n . Assim, por exemplo, o número 32 na base 10 corresponde ao número 112 na base 5, pois,

$$32_{10} = \underline{\quad} \times 5^0 + \underline{\quad} \times 5^1 + \underline{\quad} \times 5^2 + \underline{\quad} \times 5^3 + \underline{\quad} \times 5^4 + \dots (?)$$

Para obtermos igualdade entre os termos precisamos preencher as lacunas com os algarismos 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4. Assim,

$$32_{10} = \underline{\mathbf{2}} \times 5^0 + \underline{\mathbf{1}} + 5^1 + \underline{\mathbf{1}} + 5^2 + \underline{\mathbf{0}} \times 5^3 + \underline{\mathbf{0}} \times 5^4 + \dots$$

Como na estrutura do ábaco (e na numérica), a ordem das potências é crescente da direita para a esquerda temos

$$32_{10} = 112_5$$

Importante mencionar que no trabalho com material concreto-pedagógico não é possível considerar o conhecimento ocorrendo num único sentido, ou seja, do concreto para o abstrato, considerados como momentos rígidos no tempo e espaço, do qual um é ponto de partida e o outro ponto de chegada. Jardinetti (1996) considera a relação concreto-abstrato ser um movimento, sendo o concreto tanto como ponto de partida como quanto ponto de chegada. Ao apresentar uma relação dialética entre concreto e abstrato, o autor revela

O concreto ponto de partida refere-se ao seu aspecto sincrético, sensorial, empírico, captado nas suas manifestações mais imediatas, o que lhe confere um conhecimento superficial e fragmentário.

O concreto ponto de chegada refere-se ao seu aspecto multifacetado, revelado em sua essência, em suas propriedades não acessíveis à apreensão sensorial. Trata-se do concreto apreendido na multiplicidade de suas determinações.

[...] Assim, segundo a concepção dialética do processo de elaboração do conhecimento, as abstrações são mediações necessárias para superação do concreto-sincrético [...] (JARDINETTI, 1996, p. 50).

E ainda completa dizendo

[...] a interpretação aqui adotada [dialética] coloca-se enquanto uma relação entre momentos do processo de conhecimento, superando a ideia simplista de uma relação entre estados ou entes fixos onde comumente se afirma que a Matemática é o lugar das abstrações e que não teria sentido falar em concreto, seja como ponto de partida, seja como ponto de chegada. A abordagem aqui adotada [dialética] entende essa relação como um movimento, cuja tendência é caracterizada a partir de um empírico (sensorial-concreto, síncrese, visão caótica do todo), passando pelo abstrato (a análise), para que através de uma síntese seja possível chegar a uma totalidade rica de múltiplas determinações, o concreto-pensado (JARDINETTI, 1996, p. 50).

Portanto, o trabalho com materiais concreto-pedagógicos não pode se limitar somente a um momento inicial, mas, durante o processo de construção do conhecimento, o mesmo deve estar acessível ao aluno sempre que ele necessitar. Não entenda o professor que isto signifique um regresso do aluno, ou que ele

ainda não abstraiu aquele conceito matemático. Neste contexto do ensino e aprendizagem da matemática via utilização de materiais concreto-pedagógicos, concordamos com as afirmações de Jardineti (1996), nas quais o processo de conhecimento matemático (a compreensão do conceito matemático) ocorre pelo movimento da relação dialética entre concreto e abstrato⁶⁰. Tanto na elaboração quanto no desenvolvimento das atividades, esta relação entre o concreto (com o uso do material) e o abstrato (compreensão do conceito, representação simbólica) buscou ser contemplada.

Finalizando esta parte, com relação às atividades envolvendo operações aritméticas no ábaco, foram trabalhadas as atividades 3 a 6 (**Quadro 3**).

⁶⁰ Para uma melhor compreensão da relação dialética entre concreto e abstrato descrita por José Roberto Boettger Jardineti, sugerimos leitura de seu artigo “Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões” (1996), principalmente as páginas. 49-52.

Quadro 3 - Atividades para estudo das quatro operações aritméticas básicas com ábaco

ATIVIDADE 3 (para séries da 2ª fase do EF): Adicionando quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes adições e seus respectivos resultados:

$$\begin{array}{lll} \cdot 4 + 8 & \cdot 130 + 46 & \cdot 20 + 642 + 35 \\ \cdot 12 + 6 & \cdot 75 + 225 & \end{array}$$

Qual o significado do “vai um” na adição?

ATIVIDADE 4 (para séries da 2ª fase do EF): Subtraindo quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes subtrações e seus respectivos resultados:

$$\cdot 12 - 6 \quad \cdot 130 - 46 \quad \cdot 225 - 75$$

Qual o significado do “empresta um” na subtração?

ATIVIDADE 5 (para séries da 2ª fase do EF): Multiplicando quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes multiplicações e seus respectivos resultados:

$$\begin{array}{ll} \cdot 12 \times 6 & \cdot 30 \times 46 \\ \cdot 45 \times 8 & \cdot 125 \times 5 \end{array}$$

ATIVIDADE 6 (para séries da 2ª fase do EF): Dividindo quantidades

Utilizando o material dourado, represente as seguintes divisões e seus respectivos resultados:

$$\begin{array}{lll} \cdot 24 : 6 & \cdot 120 : 40 & \cdot 361 : 12 \\ \cdot 38 : 4 & \cdot 225 : 25 & \cdot 159 : 15 \end{array}$$

Obviamente, como a estrutura e funcionamento do ábaco são diferentes das do material dourado – apesar de suas finalidades serem as mesmas – o trabalho com as operações também foi diferenciado. Apresentaremos adiante de modo sucinto algumas observações importantes quando do uso do ábaco nas disciplinas, para trabalho com operações aritméticas. Como já havíamos trabalhado anteriormente nas disciplinas estas operações com material dourado, com o objetivo de compreender suas construções concretas e seus algoritmos, o foco foi compreender como no ábaco estas construções poderiam ser visualizadas.

Com relação à adição e subtração, a visualização de todo o processo, ou seja, de todos os movimentos realizados com as “contas” do ábaco garante uma compreensão clara destas operações. A “junção” de duas ou mais quantidades, ou a subtração de uma quantidade menor de outra maior, das correspondências (“trocas”) necessárias até o resultado final, são realizadas no ábaco de forma bastante dinâmica, dada sua estrutura e funcionamento. Mas, queremos chamar a atenção ao fato de que, no ábaco, as quantidades originais somadas ou subtraídas não são preservadas para uma visualização posterior da operação, como ocorreu quando do trabalho com o material dourado no método de aproximação do algoritmo. Caso o professor tenha como objetivo a compreensão dos discentes em relação aos algoritmos e suas particularidades, provavelmente o ábaco não irá atender plenamente a esta necessidade, sendo necessária a intervenção com outros materiais ou atividades.

Com relação à multiplicação no ábaco, percebemos (os graduandos/professores e nós) ser desnecessário esta operação seguir aquela regra do algoritmo de “multiplicar sempre da direita para a esquerda”, pois no ábaco os valores posicionais dos algarismos não são reduzidos à categoria de unidades quando da efetuação da operação. Por exemplo, na multiplicação 125×5 , podemos resolvê-la pelo método “intuitivo-dedutivo” (somar o 125 cinco vezes) ou decompor o 125 e utilizar a propriedade distributiva: $(100 + 20 + 5) \times 5 = 100 \times 5 + 20 \times 5 + 5 \times 5$. Neste caso, cada multiplicação pode ser feita mentalmente e os produtos parciais representados no ábaco. Deste modo, observamos ao término destes cálculos o resultado final da conta. Observe, nesta atividade estarmos trabalhando

conforme Jardinetti (1996) denomina por concreto-pensado, pois estamos a utilizar tanto a construção concreta da operação quanto a compreensão abstrata do conceito matemático.

Outra multiplicação também bastante discutida nas disciplinas foi 30×46 . Como realizar esta operação no ábaco de modo a visualizar todo o processo? Concluímos assim da utilização do método intuitivo-dedutivo não ser interessante neste caso. Portanto, buscamos discutir outros métodos. Duas possibilidades foram apresentadas:

- a) fazer $30 \times 46 = (10 \times 3) \times 46 = 10 \times (3 \times 46)$. Deste modo, representa-se no ábaco o produto parcial de $3 \times 46 = 138$ (pelo método intuitivo-dedutivo ou pela decomposição do $46 = 40 + 6$). Depois, interpretou-se que a multiplicação por 10 fazia com que cada quantidade “subisse” um nível de seu valor posicional. Deste modo a centena subia ao nível de unidade de milhar, as três dezenas ao nível de três centenas e as oito unidades ao nível de oito dezenas. A particularidade deste método está no uso da propriedade associativa, que coloca a multiplicação por 10 como etapa final, onde compreende-se essa multiplicação como a elevação do nível do valor posicional para “casa” imediatamente à esquerda – se a multiplicação fosse por 100, a elevação seria de duas casas para esquerda e assim por diante;
- b) fazer $30 \times 46 = (2 \times 15) \times 46 = 2 \times (15 \times 46)$. Deste modo, representa-se no ábaco o produto parcial $15 \times 46 = 690$ (pelo método “intuitivo-dedutivo” ou pela decomposição do $15 = 10 + 5$). Depois, multiplica-se este resultado por 2. A particularidade deste método também está no uso da propriedade associativa, onde neste caso o objetivo é utilizar o método intuitivo-dedutivo, mas reduzir pela metade o número de vezes que se adiciona/repete uma das quantidades, no caso o 46, de modo a repetir uma vez o resultado parcial ($690 + 690 = 1380$). Esta redução pode ser feita considerando-se a terça parte ou a quarta parte na qual iremos multiplicar uma das quantidades.

Observe que estes processos não ocorrem de maneira puramente empírica, manipulativa, mas mobilizam saberes já apreendidos ou interiorizados, percebendo assim a relação dialética entre concreto e abstrato. Nesta etapa, deve observar-se que os conceitos matemáticos já foram assimilados e acomodados pelos alunos, mas o (re)equilíbrio entre o conhecimento já interiorizado com o novo conhecimento ainda está ocorrendo⁶¹.

Finalmente, na divisão, os fatos ocorridos não foram menos inéditos. Como representar no ábaco a divisão de modo que se visualize todo o processo desta operação? Após um tempo buscando responder a esta pergunta, chegamos (os graduandos/professores e os autores deste capítulo) a dois métodos possíveis:

- considerar o método intuitivo-dedutivo⁶², ou seja, verificar quantas vezes o divisor cabe no dividendo. Para isto, utilizamos uma das hastes como registro das vezes que íamos acrescentando a quantidade do divisor até chegar o mais próximo do dividendo. O ponto negativo deste método é que não conseguíamos visualizar no ábaco o resto de uma divisão não exata. No final do processo conseguíamos visualizar apenas o dividendo e o quociente.
- considerar o método de aproximação do algoritmo. Fazendo as correspondências necessárias num sentido inverso, ou seja, trocando dezenas por unidades, centenas por dezenas, retira-se vez a vez a quantidade indicada no divisor. Cada vez da retirada desta quantidade, fazíamos o registro numa haste do ábaco, no qual consideramos esta haste como neutra, ou seja, neutralizamos sua representação posicional para podermos realizar os registros necessários. No final do processo conseguíamos visualizar tanto o quociente quanto o resto da divisão.

⁶¹ No texto "A Utilização de Materiais Concretos para o Ensino e Aprendizagem da Matemática: aspectos teórico-metodológicos e práticos" o autor apresenta algumas contribuições da teoria de Piaget (1976; 2011).

⁶² Intuitivo, pois a ação de juntar, tirar, multiplicar ou dividir objetos entende-se ser instintiva ao ser humano. Dedutivo, pois a ação de somar, subtrair, multiplicar ou dividir sempre é intencional, sendo entendido como "modo ou processo de raciocinar, partindo da causa para os efeitos, do princípio para as consequências, do geral para o particular" (RIOS, 2009).

Gostaríamos de enfatizar ainda sobre a realização das operações aritméticas no ábaco ter como exigência a possibilidade de todo o processo de resolução poder ser visualizado. Mesmo buscando contemplar esta exigência, as abstrações estavam ocorrendo o tempo todo, pois já não estávamos mais trabalhando com um concreto sincrético, puramente empírico, mas num momento em que o concreto e o abstrato estavam sendo considerados na sua relação dialética.

Retomando as palavras de Jardinetti (1996) sobre a dupla definição de concreto⁶³, o trabalho com várias metodologias contribui para uma melhor compreensão de conceitos matemáticos. Como os conceitos matemáticos trabalhados foram o de número e sistema de numeração, uma sugestão é não limitar o ensino e aprendizagem destes conceitos ao trabalho com materiais concreto-pedagógicos, mas que haja uma integração do trabalho no concreto enquanto cotidiano dos alunos com esses materiais pedagógicos. Compreender a estrutura de número e do sistema de numeração é extremamente importante, mas não suficiente. É preciso compreendê-los em sua utilização e significação nas diversas situações do cotidiano. Citamos aqui, como referência ao leitor, o trabalho realizado por Maria de Fátima Teixeira, publicado na revista Educação Matemática em Revista em 2003, que retrata uma experiência do ensino de número via situações do cotidiano do aluno. Segundo a autora,

O fato de as atividades envolverem situações do mundo infantil como jogos, brinquedos, pessoas, sua história de vida, favoreceram o maior envolvimento das crianças e permitiram o contato com o mundo dos números de forma mais natural. [...]

[...] O número foi tratado de forma contextualizada, permitindo ao aluno expor-se e expor a sua realidade sócio-histórica, sendo, portanto, sujeito da sua aprendizagem. [...]

⁶³ Jardinetti (1996, p. 46) apresenta duas interpretações para concreto: a primeira interpretação o concreto é compreendido como a utilização de materiais concretos, recursos audiovisuais; na segunda, o concreto é associado ao cotidiano, ao não escolar.

[...] Em nossa concepção, esta foi uma experiência que contribuiu para a construção do número pela criança, de forma contextualizada e significativa, experiência esta de fácil aplicação em qualquer escola pública, pois os recursos utilizados foram retirados da própria vida da criança, e envolveram jogos, brincadeiras usuais. [...] (TEIXEIRA, 2003, p. 46).

Isto nos remete a questão de que qualquer material concreto-pedagógico não possui somente vantagens, mas também limitações. Do ponto de vista didático-pedagógico a utilização do ábaco como apresentado neste relato, pode se configurar como uma das estratégias de ensino do professor. Porém, é importante compreender duas principais limitações do ábaco: 1. A dificuldade ou impossibilidade de se operar com números grandes; 2. Considerando-se a falta de prática dos alunos (e também do professor) em manipular este material, o tempo utilizado para cada operação se torna mais longo, comparado com a utilização do algoritmo. Não podemos nos esquecer da calculadora, que acreditamos ser outra ferramenta que o professor pode se utilizar nas aulas de matemática.

Considerações Finais

Pretendemos neste relato apresentar algumas experiências com material manipulativo – neste caso o ábaco – de modo a mostrar que o ensino e o aprendizado do conceito matemático não ocorre “naturalmente”, ou seja, apenas pelo contato dos alunos com o material.

Do ponto de vista do ensino, estas experiências nos revelaram que o professor precisa se ater a alguns aspectos do trabalho com material manipulativo: a preocupação com a estrutura física do material, conservar a estrutura lógica do conceito matemático (“isomorfismo estrutural”); o estudo de outros sistemas de numeração de base não-decimal; a compreensão do concreto como

ponto de partida (concreto sincrético) e como ponto de chegada (concreto pensado), tendo a abstração mediando este movimento; a compreensão das operações aritméticas tanto pelo processo “intuitivo-dedutivo” quanto pela aproximação do algoritmo.

Já do ponto de vista da aprendizagem, constatamos que o professor precisa considerar que a mesma somente ocorrerá mediante a visualização de todo o processo de construção do conceito no material didático-pedagógico, tanto pelos alunos quanto pelo professor.

Além destas constatações, outras preocupações também importantes entram em jogo, quando do trabalho com materiais concreto-pedagógicos:

- a sequência didática das atividades;
- o tempo de realização para cada etapa;
- a organização de grupos de estudo;
- a socialização das produções dos alunos e consequentemente com o que entendemos por “correção das atividades”;
- a avaliação;
- a compreensão por parte do professor das potencialidades e limitações do material concreto-pedagógico.

Esperamos que este relato de dois trabalhos desenvolvidos tanto com graduandos do curso de Matemática, quanto com professores do curso de Matemática da educação básica num curso de especialização em Educação Matemática possam contribuir com aqueles que buscam uma motivação para o trabalho com materiais concreto-pedagógicos.

BIBLIOGRAFIA

BITTAR, F.; FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2. ed. Campo Grande: Ed. UFMS, 2005.

JARDINETTI, J. R. B. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. **Revista Bolema**, Rio Claro, ano 11, n. 12, p. 45-57, 1996.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**: problema central do desenvolvimento. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

_____. **Seis Estudos de Psicologia**. 25. ed. Tradução de Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forence Universitária, 2011.

RIOS, D. R. **Grande Dicionário Unificado da Língua Portuguesa**. São Paulo: DCL, 2009.

TEIXEIRA, M. F. Atividades Significativas para a Construção do Número nas Séries Iniciais. **Educação Matemática em Revista**, ano 10, n. 15, p. 39-46, dez. 2003.

WIKIPÉDIA, A Enciclopédia Livre. **Ábaco**. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org>>. Acesso em: 09 ago. 2012.

9.

Uma vivência com o ábaco em atividades pedagógicas durante a graduação

Maria Francisca de Sousa Gomes⁶⁴
Valdirene de Sousa Mendonça⁶⁵
Janderson Vieira de Souza⁶⁶

Este trabalho vincula-se ao Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Federal do Tocantins câmpus de Araguaína (LEM/UFT) e tem por finalidade promover junto aos professores de matemática, discentes em formação, entre outros interessados a inserção de materiais concretos durante as aulas de matemática, sendo que nesta ocasião o ábaco será o material a ser investigado. O LEM/UFT é um local designado para professores e discentes em formação buscarem/promoverem auxiliarem e disponibilizarem materiais manipuláveis/instrucionais.

O LEM torna-se um local rico para os professores e discentes, que pleiteiam inserir/diversificar suas aulas por meio de materiais concretos. Sendo assim, compreendemos que a utilização de materiais concretos deve ocorrer já durante a formação primeira do licenciando em Matemática por se tratar de um conteúdo de grande relevância para os futuros professores. Consequentemente

⁶⁴ Licenciada em matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Mestranda em Matemática pela Universidade Federal de Goiás, E-mail: mariafsg@uft.edu.br

⁶⁵ Licenciada em matemática na Universidade Federal do Tocantins (UFT), campus de Araguaína, E-mail: valdirene@uft.edu.br.

⁶⁶ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará. E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

poderão, quando forem exercer sua profissão, utilizar desses materiais em busca de promover uma melhor aprendizagem de seus futuros alunos.

Contudo, neste trabalho buscaremos mostrar algumas atividades envolvendo o material didático denominado por *ábaco*.

A utilização dos materiais concretos durante a formação do professor de matemática

Em função dos alarmantes níveis de aprendizado de matemática nos ensinos fundamental e médio⁶⁷ recorrentes no cenário educacional e a concepção de muitos discentes de que a matemática é um “bicho de sete-cabeças”, consideramos ser necessário que o discente tenha a oportunidade de aprender por meio de outras formas de ensino, principalmente interagindo e refletindo com materiais, evitando assim um aprender mecânico e descontextualizado, repetitivo, um fazer sem saber o que faz e por que faz.

Nesse sentido, optamos por desenvolver um trabalho sobre o uso do material concreto (MC), por acreditarmos que com essa ferramenta poderemos tornar as aulas de matemática mais interativas, buscando o despertar da curiosidade, estimulando os alunos a fazerem perguntas, a descobrirem semelhanças e diferenças, a criarem hipóteses e a chegarem às próprias soluções. Uma vez que material concreto, segundo Matos e Serrazina (1996), é considerado como sendo “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar”.

Além disso, pretendemos mostrar a importância que os materiais concretos têm ao serem utilizados em sala de aula. Segundo Carraher (1988, p. 179), “os materiais concretos são usados porque refletem uma análise matemática particular; de fato, pressupõe-se que, subjacente aos materiais concretos existem princípios lógico-matemáticos, os quais desejamos ensinar”. Princípios esses que auxiliam nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática.

⁶⁷ Ver no site do INEP relacionado a provinha Brasil, site <http://portal.inep.gov.br/>

Por conseguinte, o MC pode ser um grande aliado do professor nas aulas de matemática, porém um primeiro passo é o docente saber manuseá-lo, por isso torna-se de grande importância a utilização de MC no ensino superior durante sua formação primeira. Em nosso ponto de vista se faz necessário que o primeiro contato do professor com materiais manipuláveis para o ensino da matemática deve acontecer durante sua formação primeira (graduação).

Utilização do ábaco em sala de aula

Nossa intenção ao realizar este trabalho foi promover a utilização de MC como meio para auxiliar professores de matemática no ensino de alguns conteúdos de matemática.

Pretendemos, por meio da utilização do ábaco como instrumento pedagógico, mostrar um tratamento das operações: soma, subtração, multiplicação e divisão podem ser ensinadas de forma atrativa, construtiva, interessante e motivadora, ou seja, diferenciar o processo atual de ensino, “aulas expositivas, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante”, (D’AMBROSIO, 1989, p. 1) por meio da utilização de materiais concretos.

A adição é uma das primeiras operações que o aluno tem contato na escola, sendo a “pedra de toque” para compreensão das outras operações (subtração, multiplicação e divisão), daí, entendemos ser necessário preparar o educando para essa operação primeiramente. Mas antes disso vamos caracterizar esse material denominado ábaco nos próximos parágrafos.

O que é o ábaco?

O ábaco é um antigo instrumento de cálculo, formado por uma moldura com bastões ou arames paralelos, dispostos no sentido vertical, correspondentes cada um a uma posição digital (unidades, dezenas, centenas...) nos quais estão os elementos de contagem (fichas, bolas, contas,...) que podem fazer-se deslizar livremente (**Figura 1**: ábaco de pinos).

O ábaco pode ser considerado como uma extensão do ato natural de se contar nos dedos. Emprega um processo de cálculo com sistema decimal, atribuindo a cada haste um múltiplo de dez.

Há vários tipos diferentes de ábacos, mas todos obedecem basicamente aos mesmos princípios. Um deles é o ábaco de pinos, um material utilizado como recurso para o trabalho de Matemática, para desenvolver atividades envolvendo o Sistema de Numeração Decimal, a base 10 e o valor posicional dos algarismos, além das 4 operações (com mais ênfase na adição e na subtração).

O ábaco de pinos tem uma grande vantagem frente ao ábaco horizontal, pela possibilidade de movimentação das peças, que podem ser retiradas e não só “passadas” de um lado para outro, como no ábaco horizontal.

Figura 1 - ábaco de pinos



Neste MC, cada pino equivale a uma posição do Sistema de Numeração Decimal, sendo que o 1º, da direita para a esquerda, representa a unidade, e os três pinos imediatamente posteriores representam a dezena, centena e a unidade de milhar.

De acordo com a base 10 do sistema indo-arábico, cada vez que se agrupam 10 peças em um pino, deve-se retirá-las e trocá-las por uma peça que deverá ser colocada no pino imediatamente à esquerda, representando uma (1) unidade da ordem subsequente.

Atividade com a utilização do ábaco (adição, subtração, multiplicação e divisão)

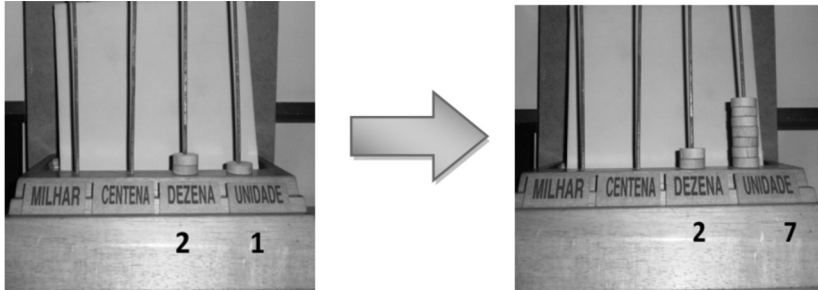
Para a realização das atividades utilizaremos o ábaco de 20 pinos em cada haste. As mesmas são indicadas para alunos das primeiras séries da escola básica, além de alunos que tem certa dificuldade relacionada às quatro operações.

Soma

Para iniciarmos nossa atividade com a utilização do ábaco é interessante propormos equações simples, para que os alunos se familiarizem com tal instrumento. Por exemplo: $21 + 6$

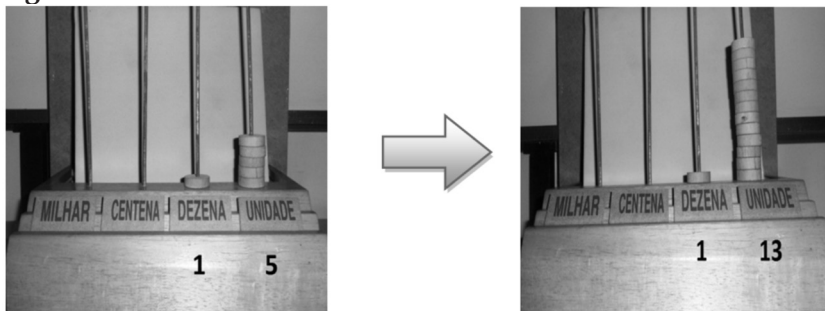
Para efetuar esse cálculo, passamos na primeira haste (bastão) do primeiro pino da direita para a esquerda o total de 21 argola. Em seguida, colocaremos duas argolas no segundo pino onde são colocadas as dezenas. Agora colocaremos o número de argolas correspondente ao segundo número que é seis, deste modo colocaremos as mesmas no primeiro pino (das unidades). Como já tínhamos duas argolas no segundo pino (das dezenas) e uma no primeiro pino (das unidades), fazendo a soma teremos 27 argolas ou unidades.

Figura 2



Como já estamos familiarizados com tal instrumento, vamos fazer outra operação mais complicada do que a anterior. O próximo desafio será somar os valores $15 + 8$.

Figura 3

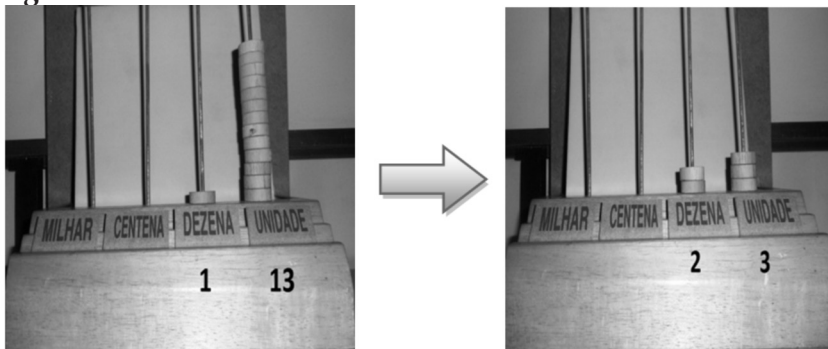


Faremos esta operação do mesmo modo da anterior só que com uma diferença. Como temos mais de 10 argolas no pino das unidades e a regra é não deixar mais de 10 argolas em um mesmo pino, então vamos pegar 10 das 13 argolas e trocá-las por uma argola e colocá-la no segundo pino representando uma dezena. Como temos duas argolas no pino das dezenas e três no pino das unidades, fazendo a soma temos 23 argolas ou unidades.

Essa regra de nunca acumular 10 em cada argola representa o “vai um” quando ensinamos o algoritmo da soma. Ressaltamos

ainda que esta é a parte do experimento na qual o professor deverá ter maior astúcia, pois o principal objetivo dessa atividade é fazer com que o participante dela visualize uma justificativa desse algoritmo, pois, geralmente, são dadas justificativas frágeis relacionadas a essa questão.

Figura 4

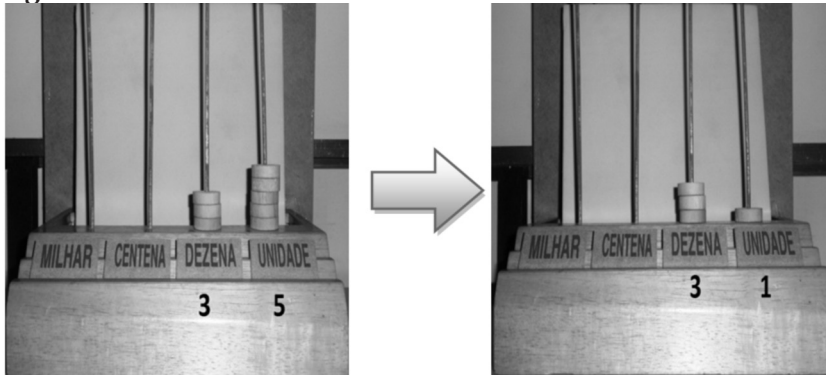


Subtração

Para iniciarmos essa atividade com a utilização do ábaco, vamos começar com operações simples. Por exemplo: $35 - 4$.

Inicialmente colocamos nas hastes o número de argolas correspondente ao primeiro número que é 35. Depois disso, retiramos as argolas que representam o que está sendo subtraído, no caso o 4.

Figura 5



Agora vamos subtrair $48 - 12$. Faremos essa operação da mesma forma da anterior. Primeiramente colocamos nas hastes o primeiro número que é 48. Depois retiramos as argolas do que está sendo subtraído, no caso o 12.

Figura 6

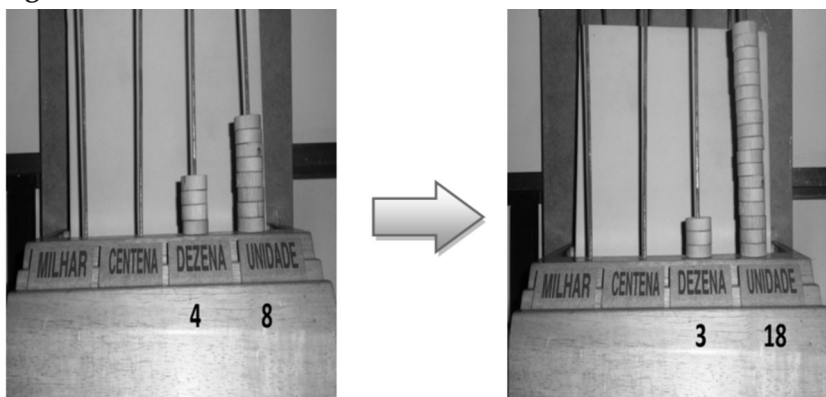
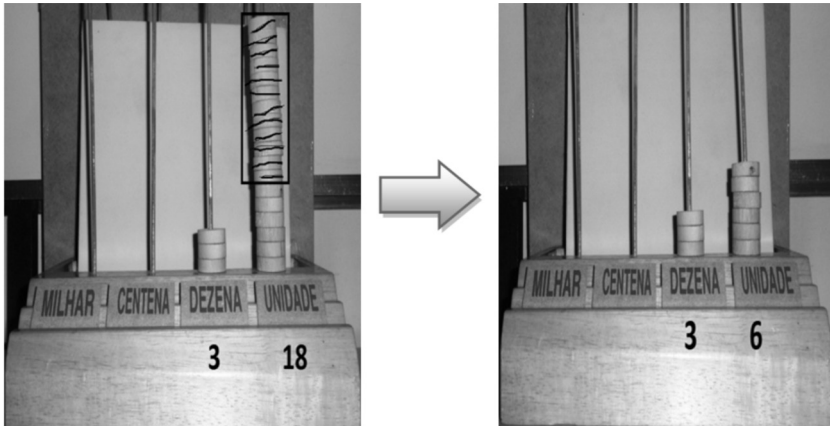


Figura 7



Multiplicação

Para iniciarmos essa atividade com a utilização do ábaco, primeiramente vamos propor operações simples, por exemplo: 3×2 .

Para fazer essa operação utilizaremos os mesmos procedimentos utilizados na soma, ficando atentos para o mesmo argumento do “vai um”.

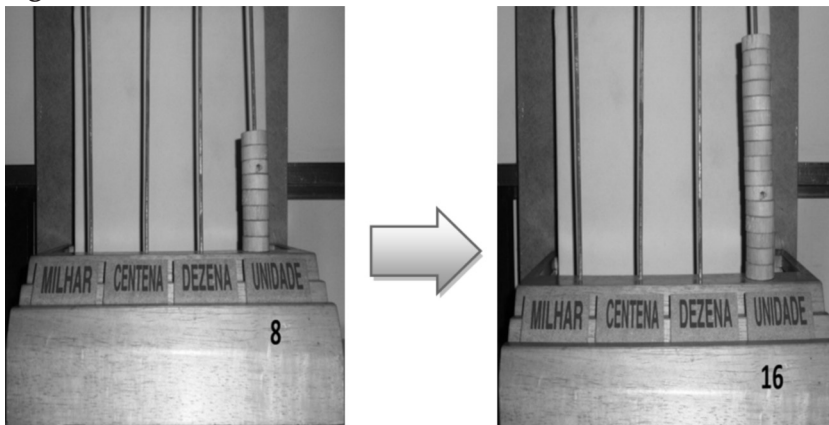
Realizar essa operação com a utilização do ábaco não é difícil, uma vez que multiplicar é somar parcelas iguais. Para multiplicarmos 3×2 no ábaco podemos somar tanto o 3, duas vezes, quanto o 2 três vezes, no nosso caso vamos somar o 3 duas vezes. Inicialmente colocamos nas hastes das unidades o 3 duas vezes, que é igual a seis.

Figura 8



Agora vamos multiplicar 8×4 , faremos essa operação da mesma forma da anterior. Vamos somar o 8 quatro vezes.

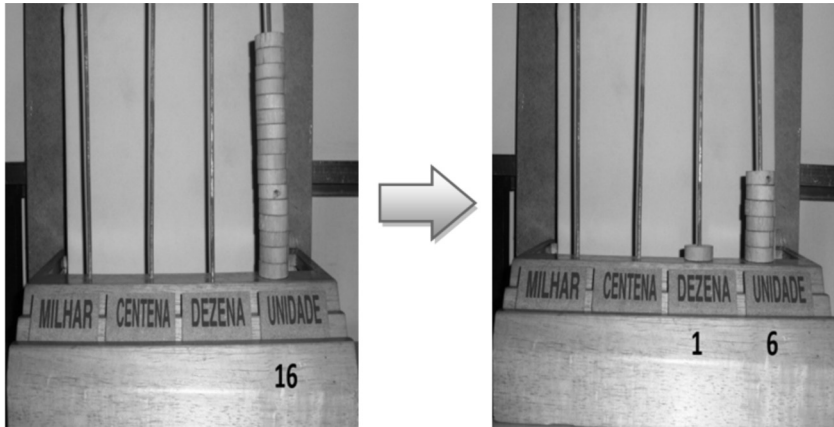
Figura 9



Ao somarmos 8 duas vezes no ábaco percebemos que na haste das unidades acumula-se mais de dez pinos. Como vimos

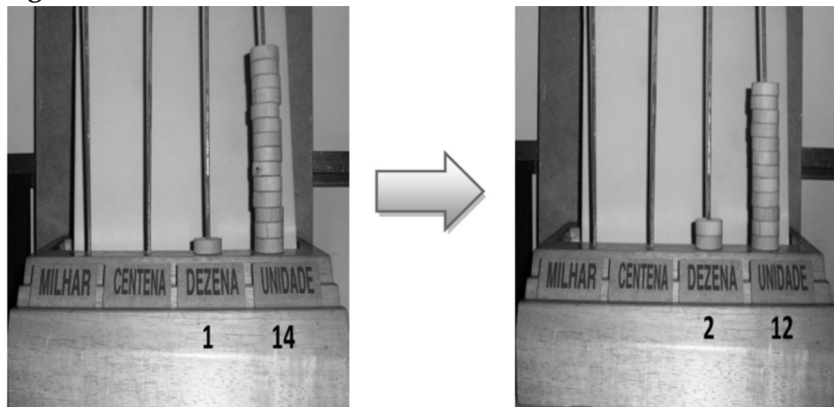
anteriormente, não podemos acumular mais de dez pinos nas hastes. Então vamos tirar os dez pinos das unidades e colocar um pino nas dezenas.

Figura 10



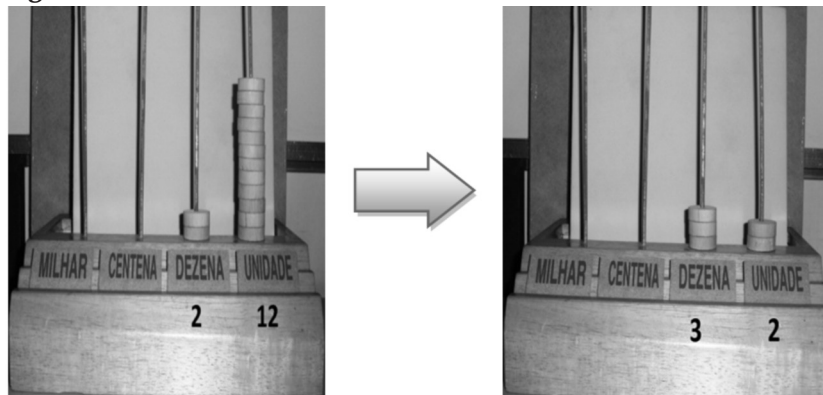
Depois disso, vamos somar o 8 mais uma vez, que fará o total de três vezes, faltando apenas somar a última vez.

Figura 11



Agora vamos somar o 8 a última vez, fazendo o total de 4 vezes. E o resultado dessa operação é 32.

Figura 12



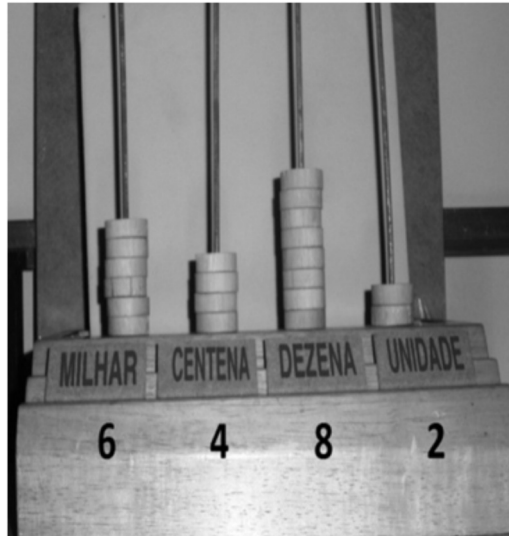
Divisão

Na divisão no ábaco, não são utilizados somente os movimentos das peças (concreto), mas um grau de abstração já se faz presente, dado o trabalho com todas as demais operações que a antecedem.

A divisão pode ser vista como uma subtração de parcelas iguais. Vejamos como a divisão pode ser abordada em sala a partir do uso do ábaco.

Para efetuarmos divisão com a utilização do ábaco é necessário que tenhamos três ábacos, um para representarmos o número a ser dividido e os demais representam por quanto iremos fazer nossa divisão. Isto pode ser visto como positivo, pois sempre poderemos ter um grupo de pelo menos 3 alunos envolvidos nas atividades propostas. Exemplo: primeiro vamos representar o número 6.482 num dos ábacos.

Figura 13



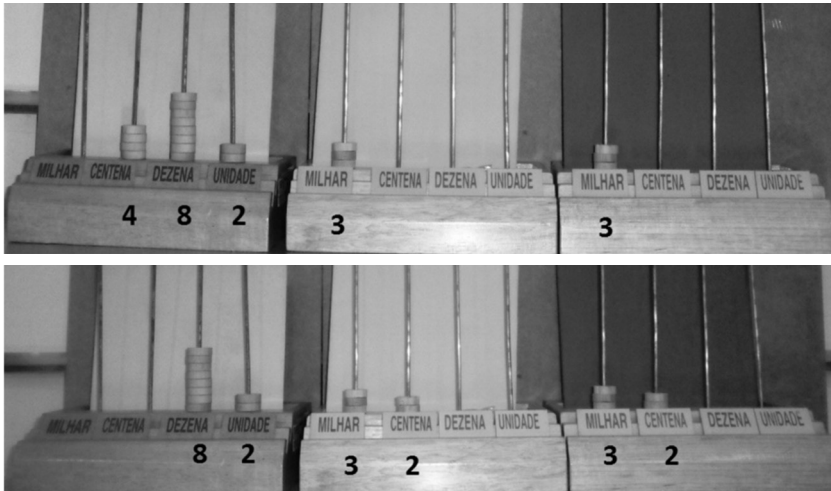
Uma vez representado o número, vamos dividir esta quantidade entre os dois ábacos disponíveis.

Figura 14



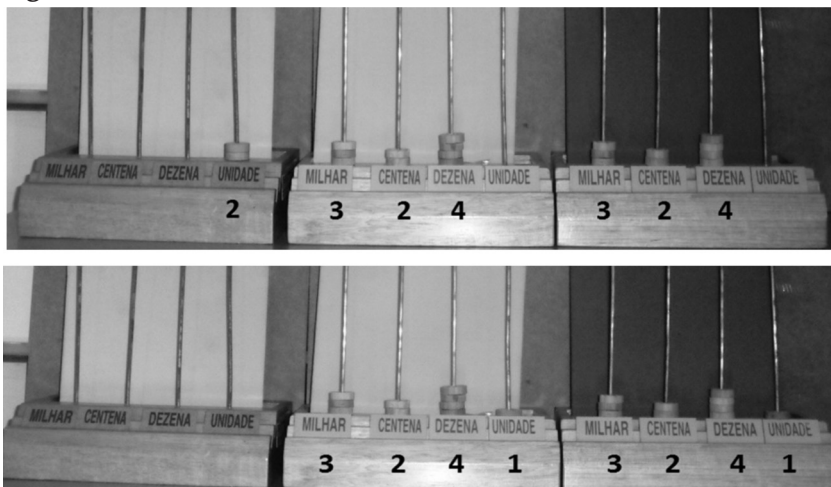
Primeiramente vamos começar pela unidade de milhar. Vamos dividir 6 mil entre os dois ábacos vazios. Depois disso, vamos dividir centena nos dois ábacos vazios.

Figura 15



O mesmo se aplica nas dezenas e nas unidades

Figura 16



Após o término da divisão no ábaco pode-se pedir aos alunos que façam a mesma divisão no caderno para se certificarem que a resposta está correta.

Outra forma dos alunos certificarem a resposta encontrada é utilizando a compreensão da relação entre multiplicação e divisão, enquanto operações inversas entre si. Ou seja, os alunos podem multiplicar o resultado por dois, para verificar se o resultado da divisão está correto.

Considerações finais

A aprendizagem dos algoritmos nas aulas de matemática no que tange as quatro operações matemáticas – adição, subtração, multiplicação e divisão – vem sendo uma das dificuldades enfrentadas entre os discentes que buscam compreender como manuseá-los. Para os professores é notável um quadro extremamente negativo em relação ao aprendizado, desses algoritmos como um modo de realização destas operações ou resolução de problemas que sugerem a utilização destas técnicas.

Assim, visualizamos no ábaco por meio desta atividade proposta no texto como uma possibilidade pedagógica de estabelecer conceitos talvez pouco trabalhados ou até mesmo incompreendidos devido a um ensino muito mecânico das operações matemáticas por meio dos algoritmos, como por exemplo o “vai um” supracitado no capítulo.

Portanto, o trabalho com este material instrucional pode ser uma outra forma para os professores ensinarem as quatro operações de forma concreta. Por outro lado, é importante ressaltarmos as limitações que este material tem em relação principalmente a utilização de números maiores que dez mil, o que por sua vez, pode ser uma oportunidade para o professor ressaltar ainda mais a necessidade da compreensão dos algoritmos nas operações fundamentais.

BIBLIOGRAFIA

CARRAHER, T. *et al.* **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez Editora, 1988.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM.** Ano II. N. 2. Brasília. 1989. p. 15-19

DUARTE, N. **Multiplicação e a Divisão com o Uso do Ábaco** Disponível em: <<http://www.aprimora.educacional.com.br/Aprimora/roteirosMat/Mat65.pdf>>. Acesso em: 04 mar. 2012.

LIMA, L. C. L. *et. al.* **Especial para a Página 3 Pedagogia & Comunicação,** Disponível em: <<http://www.educacao.uol.com.br/matematica/ult1692u81.jhtm>>. Acesso em: 25 fev. 2011.

LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino Matemática na formação de professores.** 2. ed. ver. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. L. **Didática da Matemática:** Recursos na aula de Matemática. Lisboa: Universidade Aberta, 1996.

WIKIPÉDIA, **A enciclopédia livre.** Disponível em: < <http://pt.wikipedia.org>>. Acesso em: 19 fev. 2011.

10.

O Geoplano como alternativa metodológica na formação inicial do professor de Matemática: utopia ou realidade?

Dailson Evangelista Costa⁶⁸
Mônica Suelen Ferreira de Moraes⁶⁹
Janderson Vieira de Souza⁷⁰

Este trabalho é fruto de concepções, seminários, leituras e discussões que foram (re)formuladas no decorrer de uma disciplina cursada na graduação, intitulada “Laboratório de Ensino de Matemática – LEM*”⁷¹, ministrada por um dos organizadores deste livro e coautor deste trabalho.

Serão trazidas, nos parágrafos seguintes, algumas percepções e reflexões proporcionadas aos licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) - câmpus de Araguaína, em relação às contribuições de algumas leituras em educação matemática no sentido de intervir na postura do futuro professor, sobretudo no que tange os processos de ensino e de aprendizagem. Em especial destaca-se uma atividade construída

⁶⁸ Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA/2012/2013). Professor Assistente da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Arraias.
E-mail: dailson_mat@hotmail.com

⁶⁹ Professora da Universidade Federal do Tocantins (UFT/Arraias), mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA). E-mail: monicasuelen@yahoo.com.br.

⁷⁰ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará.
E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

⁷¹ Para diferenciarmos a abreviação LEM - Laboratório de Ensino de Matemática, de LEM* - disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática, usaremos este asterisco na segunda.

ao longo da disciplina sobre o material concreto Geoplano. Essa atividade é fruto de leituras, entendimentos e conscientização de que a matemática “pode” ser ensinada de maneira prazerosa e investigativa.

Antes desta atividade, será apresentada uma discussão teórica sobre o próprio material - o Geoplano - assim como alguns apontamentos críticos de autores discordantes da maneira extremamente expositiva que vem sendo, ao longo dos tempos, abordada as aulas de matemática e que, além de aulas expositivas e dialogadas, é possível inserir outros recursos durante estas aulas.

Trazemos algumas inquietações que propomos investigar e que refletem na pergunta norteadora deste trabalho: é possível aprender-a-aprender-a-ensinar matemática ainda na formação inicial do professor? Como suporte a esta pergunta refletimos quanto ao que pode ser feito para possibilitar que o licenciando aprenda outras metodologias de ensino de matemática, além das aulas expositivas.

O objetivo deste trabalho é mostrar algumas contribuições que a disciplina Laboratório de Ensino de Matemática (LEM*) está trazendo ao professor de matemática na sua formação inicial. Além disso, refletir sobre a possibilidade de inserção de metodologias alternativas, ainda na formação primeira desse professor, podendo contribuir nos aspectos práticos do ensino, no sentido desse professor manter-se investigando alternativas na busca de uma aprendizagem mais significativa/investigativa/concreta, como por exemplo, por meio de materiais manipuláveis.

A metodologia utilizada será tomada a partir de uma vivência durante a própria disciplina de LEM*, destacando uma atividade construída no intuito de promover uma motivação/investigação se tratando do ensino e da aprendizagem da matemática. Sobre o suposto assunto trabalhado, assim sendo, justifica-se pela relevância existente nas contribuições que a disciplina LEM* traz à formação inicial do professor. No entanto, as conclusões serão anunciadas nas considerações e reflexões sobre o todo deste trabalho.

Para início, discorreremos sobre alguns apontamentos a respeito do LEM. Em seguida, será abordado um tratamento teórico e conceitual sobre o Geoplano, assim como algumas contribuições

de teóricos defensores do uso deste material. Como exemplificação do que é defendido neste capítulo, trazemos também uma atividade construída e aplicada na sala de aula durante a disciplina. São feitas algumas considerações sobre esta atividade e sua aplicação. Finalizando, são tecidas algumas reflexões sobre o trabalho como um todo e possíveis implicações, almejando responder as perguntas norteadoras desta investigação.

LEM*: em busca de uma mudança de pensamento

Para falarmos sobre o LEM, trazemos algumas contribuições de Lorenzato (2006). Neste livro, intitulado “Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores”, nos primeiros capítulos, o autor faz algumas considerações sobre o próprio LEM e sobre os materiais didáticos manipuláveis. Segundo ele, o LEM é

uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir (LORENZATO, 2006, p. 7).

Assim sendo, para se fazer um bom uso desse ambiente e dos seus respectivos materiais didático-pedagógicos é necessário que o professor possua conhecimentos matemáticos, acredite no potencial do LEM e seja bastante criativo para realizar diversas atividades matemáticas e orientar seus alunos (LORENZATO, 2006).

Ainda segundo Lorenzato (2006), todo profissional deve ter um local apropriado de trabalho. No caso do professor, esse ambiente de trabalho com diferentes instrumentos disponíveis para uma ação metodológica diferenciada pode ser o LEM. Também enfatiza que a maneira de ensinar matemática no Brasil apresenta necessidades de aprimoramento, sendo que o LEM tanto pode como deve contribuir para melhorar os pontos críticos desse processo de ensino e aprendizagem.

Entretanto, nem todas as escolas brasileiras de ensino fundamental e médio possuem um LEM, mas para Lorenzato (2006), mais importante do que a escola possuir um LEM é o professor saber utilizá-lo corretamente. Pois sua construção física, no que diz respeito aos materiais, pode ser feita pelo próprio professor com auxílio de diferentes seguimentos da escola, e principalmente dos alunos, que ao trabalharem na construção de materiais podem aprender vários conteúdos matemáticos. Para isso se realizar, precisa-se de professores com perspectivas dinâmicas sobre o uso do LEM.

Procedendo um paralelo a estas conjecturas tecidas pelo autor, quando ele investe a importância do professor saber utilizar, assim como na questão de ser preciso acreditar no LEM*, a disciplina citada aqui vai ao encontro destas afirmações, ou melhor, contribui na formação desse tipo de professor.

Neste caso, ao observar os professores de nossas escolas podemos detectar a falta de conhecimento sobre os tipos de materiais que podem compor um LEM e raras foram as vezes que tiveram oportunidades de presenciar o uso de diferentes materiais na tentativa de favorecer a aprendizagem da matemática. Assim, muitas vezes podem ter materiais disponíveis, mas não sabem utilizá-los e agir em suas aulas por meio desses recursos, pois não são capacitados para utilizá-los.

Um exemplo concreto deste fato são os Centros de Ensino Médio (CEM) e alguns Colégios Estaduais da cidade de Araguaína – TO. Neles existem vários materiais didáticos, inclusive armários com diferentes materiais que compõem um LEM, materiais estes financiados pelo Governo. Entretanto, pouco se vê sendo utilizado pelos professores.

Na montagem de um LEM, segundo o pesquisador, se faz necessário considerar a respeito de quais alunos ele se destina, se é para crianças da primeira ou da segunda etapa do ensino fundamental ou para o ensino médio.

Ainda de acordo com o autor, de modo geral, o LEM pode ser composto por uma grande quantidade de materiais, podendo ser livros didáticos, livros paradidáticos, problemas interessantes, ilustrações de ótica, falácias, sofismas e paradoxos, jogos, figuras, sólidos, materiais didáticos industrializados, computadores, materiais

produzidos pelos alunos e professores, materiais e instrumentos necessários à produção de materiais didáticos, entre outros.

Embora existam muitos profissionais defendendo o uso do LEM nas aulas de matemática, também existem muitos educadores apontando algumas objeções ao uso desse recurso. Tais objeções coincidem no fato de acreditarem que o LEM pode ser um investimento caro e que poucas escolas os possuem. Nestas circunstâncias, Lorenzato (2006) aponta a importância de o professor construir estes materiais junto com os alunos e ao mesmo tempo aprendendo a usá-los durante as suas construções.

Lorenzato (2006) vem apontando outras objeções encontradas quando se utiliza um LEM, como por exemplo, a possibilidade do “uso pelo uso”, o fato de nem todo conteúdo poder ser ensinado com o auxílio dele, a dificuldade de usá-lo em classes numerosas, a exigência de mais tempo para ensinar, o aumento da dificuldade de ministrar aulas quando o utiliza, a possibilidade de induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material manipulável ou gráfico. Todas essas objeções são esclarecidas pelo autor, defendendo que mesmo com estas dificuldades, empecilhos e diferentes situações que impõem uma quantidade maior de trabalho por parte do professor, existem possibilidades maiores dele ser recompensado pelo aumento da qualidade do conhecimento adquirido pelos alunos.

Lorenzato (2006) tece também sobre material didático (MD), definindo-o como sendo “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros” (LORENZATO, 2006, p. 18). Embora os MDs contribuam para a aprendizagem matemática, ainda segundo o autor, não garantem uma aprendizagem significativa, mas enfatiza que alunos ensinados com MD reagem de forma mais positiva comparado aos alunos ensinados sem MD. Quanto aos alunos, é importante que, ao conhecer a matemática, eles sintam alegria com a descoberta e compreendam a existência de aprender com prazer o que eles veem como quase impossível.

As potencialidades do MD dependem do entendimento do aluno e do modo como o professor vai utilizá-lo, podendo facilitar a aprendizagem do aluno, mas também complicar a ação do professor. Lorenzato (2006) justifica que é mais fácil dar aulas sem MD, entretanto também é mais difícil para o aluno aprender sem ele.

Segundo Rêgo & Rêgo (*apud* LORENZATO, 2006, p. 40) “as demandas sociais educativas apontam para a necessidade de um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo aluno”. Desta forma, é interessante ser introduzida, na educação, novas metodologias de ensino, considerando o aluno como centro do processo de ensino e aprendizagem, propiciando-lhe uma preparação para atuar como cidadão numa sociedade em constante mudança.

Com efeito, com todas essas considerações apresentadas, nada mais oportuno e conveniente do que promover uma articulação entre o saber matemático aprendido com o saber matemático a ser ensinado. Assim sendo, esta articulação pode começar a ser promovida ainda na formação inicial do professor, criando assim uma mudança de pensamento no que diz respeito às expectativas, às visões, ao entendimento desses futuros professores em proporção à sua profissão, a seus objetivos e, no nosso caso, concernente à matemática, principalmente no que tange seu ensino e sua aprendizagem.

Momentos importantes convergentes para este ponto de vista são percebidos nas disciplinas pedagógicas – que tratam dos conteúdos matemáticos, na tentativa de estabelecer articulações entre os conteúdos matemáticos e os aspectos pedagógicos relacionados ao mesmo – que estão se constituindo ao longo dos anos nos cursos de licenciatura em matemática, como por exemplo: História da Matemática, Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC), Didática da Matemática, Laboratório de Ensino de Matemática, dentre outras tendências, teorias e abordagens em Educação Matemática que gradativamente estão contribuindo de certa forma na formação do professor.

Chamando a atenção para a última disciplina citada, Laboratório de Ensino de Matemática⁷², apresentaremos, neste trabalho, algumas considerações de uma experiência vivenciada durante a disciplina, assim como destacaremos alguns aspectos consideravelmente relevantes na formação inicial do professor de matemática.

Figura 1 – Laboratório de Ensino de Matemática



Especificamente na UFT, câmpus de Araguaína, o curso de Licenciatura em Matemática desenvolve, gradativamente, alternativas metodológicas para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A disciplina de Laboratório de Ensino é peça fundamental nesse processo. A cada semestre o professor responsável promove discussões, debates, seminários, reflexões sobre o pensamento matemático, ou melhor, tenta-se refletir sobre como os discentes (futuros professores) compreendem o processo de ensino e aprendizagem da matemática e tenta-se intervir nesse processo apontando algumas possibilidades.

Na tentativa de vislumbrar esta forma de pensar o ensino diferenciado da matemática numa perspectiva de “mudança de pensamento⁷³”, fizemos várias leituras e conseqüentemente várias

⁷² Veja **Figura 1**. Nela mostra alguns dos materiais pertencentes ao LEM. O leitor pode perceber que o LEM é improvisado numa sala de aula.

⁷³ Quando falamos sobre mudança de pensamento, queremos evidenciar que a partir do momento em que o professor (licenciando) se exercita para uma possível mudança na maneira de ensinar, de ver, de entender a matemática, fugindo da forma tradicional que é preponderante nas aulas, ou seja, nessa maneira extremamente expositiva, em que o aluno é um simples receptor no processo de ensino e aprendizagem, entendemos que quando o professor faz esse esforço, já está havendo uma mudança de pensamento em relação ao processo de ensino e aprendizagem.

apresentações em grupos sobre textos/livros/artigos referentes à Educação Matemática. Entre eles, destacamos: Kilpatrick (1996); Edgar Morin (2003; 2005; 2010), Fiorentini e Lorenzato (2006); Lorenzato (2006). Assim, entendemos que leituras como estas contribuíram positivamente na formação inicial do professor⁷⁴, principalmente em relação ao olhar desse professor sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Dentre estas leituras e discussões, uma das propostas metodológicas da disciplina foi de dividir a turma em grupos de alunos, em que cada grupo tinha que construir uma atividade de ensino envolvendo os materiais didáticos existentes no LEM. Portanto, neste trabalho, destacaremos uma atividade construída com o auxílio do material concreto Geoplano⁷⁵.

Geoplano: uma possibilidade

Narraremos agora um pouco sobre o material didático denominado Geoplano, no sentido de promover uma argumentação sobre algumas literaturas a respeito do mesmo.

O nome *Geoplano* é derivado da junção *Geo* – que significa Geometria – e *plano* – de superfície plana, portanto, Geoplano, que vem de Geometria Plana. Segundo Knijnik, Basso e Klüsener (2004), sua primeira utilização foi aproximadamente em 1961 pelo professor Caleb Gattegno do *Institute of Education da University of London*. Quanto à sua utilização, Menezes (2008) esclarece que é feita por meio de ligas de borracha (sendo até mesmo aquelas usadas para prender dinheiro), podendo ser formada com elas algumas figuras geométricas planas e, portanto, se fazer conjecturas, reflexões, estimativas, obtendo uma melhor visualização de polígonos construídos.

Gattegno *et al* (1967, p. 214), afirmam,

⁷⁴ O objetivo aqui não é falar sobre os textos citados, mas sim destacar que foram discutidos e que influenciaram, ao longo da disciplina, no entendimento sobre o ensino e aprendizagem da matemática.

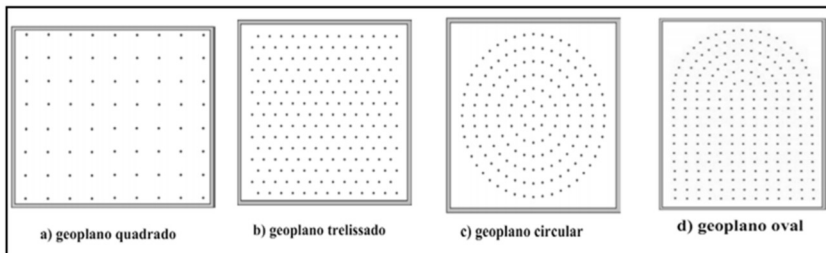
⁷⁵ Outros grupos construíram atividades com outros materiais, como por exemplo, o tangram, dominó matemático de porcentagem, ábaco, material dourado.

Existem três tipos de lições com a ajuda de geoplanos: 1) o professor pode utilizar no lugar do quadro; 2) os alunos podem obtê-los individualmente para fazerem investigações sobre situações que os propõe, e, 3) se empregam sistematicamente, basta explorar suas possibilidades [Tradução nossa].

Segundo Machado (2004), o Geoplano oferece possibilidades de representações mentais aos alunos, se constituindo em um caminho para a abstração, proporcionando uma experiência geométrica e algébrica aos estudantes. Nesta perspectiva, “o geoplano é um modelo matemático que permite traduzir ou sugerir ideias matemáticas, constituindo-se em um suporte concreto para a representação mental, um recurso que leva à realidade ideias abstratas” (LEIVAS, 2004, p. 2).

Existem diversos tipos de Geoplanos: retangular/quadrado, circular, oval, treliçado (veja **Figura 2**⁷⁶).

Figura 2 – Tipos de Geoplano



⁷⁶ Esta figura é uma junção de imagens retiradas do minicurso: Explorando o Geoplano, de autoria da Profa. Rosa Maria Machado, disponível em: < www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf > acesso em: 03 fev. 2012.

No LEM referido até o momento, existem apenas Geoplanos Retangulares/Quadrados e Circulares construídos por um grupo de alunos do PIBID de Matemática, em meados de 2009⁷⁷. Veja abaixo registros destes materiais (Figura 3 e 4):

Figura 3 – Geoplanos

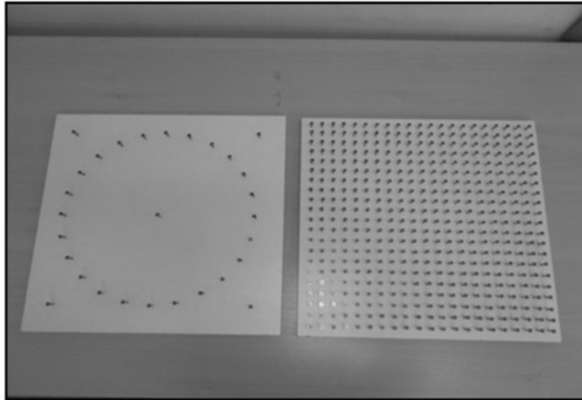
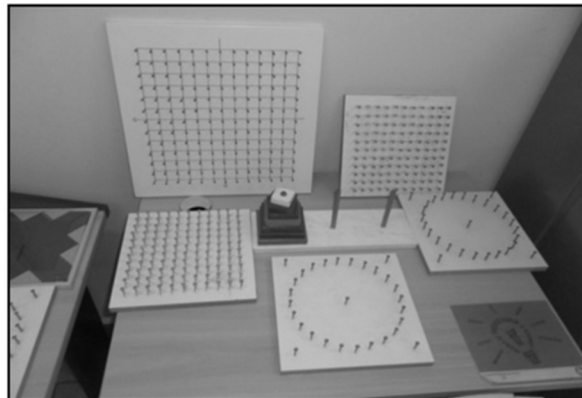


Figura 4 – Geoplano circular e retangular



⁷⁷ Para melhores informações, conferir: Pereira, Costa e Mafra (2010).

Sobre a literatura referente aos Geoplanos e suas características, Knijnik, Basso e Klüsener (2004, p. 5-6) citando Gattegno (1967) afirmam:

Todos os Geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino.

Com base nesta passagem, perceptivelmente uma afirmação muito forte, principalmente quando o autor refere-se à potencialidade deste material, na sua ampla proporção e aos possíveis assuntos a serem abordados pelo mesmo, entendemos o material Geoplano como uma alternativa metodológica para o ensino e aprendizagem da matemática.

Neste sentido, abordaremos posteriormente uma atividade que tem como um dos objetivos proporcionar ao aluno condições para calcular áreas e perímetros de algumas figuras planas, tendo em vista que

com a ajuda de geoplanos retangulares pode-se plantar problemas de áreas, longitudes e valores de ângulos, que são resolvidos facilmente, ainda correspondendo a uma experiência matemática considerável (GATTEGNO *et al*, 1967, p. 214,) [tradução nossa].

Em outras palavras, o Geoplano é um material didático concreto que possibilita uma abordagem diferenciada nas aulas de matemática. Como foi escrito acima, é uma alternativa metodológica para tornar a aula de matemática mais prazerosa e investigativa.

Do ponto de vista da maneira como a matemática vem sendo ensinada, trazendo algumas contribuições críticas e reflexivas de Ubiratan D'Ambrosio (2005),

é muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico (D'AMBROSIO, 2005, p. 31).

Essas inquietações D'Ambrosio (1991) evidencia que a matemática que se ensina na escola é desinteressante, inútil e obsoleta. Fato esse que nos incomoda, quando passamos a refletir sobre as possibilidades existentes de tornar essa matemática pelo menos interessante e investigativa. Por exemplo, como mostra a atividade a baixo.

Atividade com o Geoplano

Destacamos neste tópico uma atividade construída e aplicada durante a disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática. Segue abaixo o plano de aula apresentado na disciplina LEM*, para os alunos que estavam a cursá-la⁷⁸.

⁷⁸ Para mantermos a originalidade, preferimos disponibilizar o plano de aula na íntegra e, paralelamente aos momentos estabelecidos, trazemos algumas notas para o leitor compreender detalhadamente o que pensamos ao construir e aplicar esta atividade.

PLANO DE AULA

IDENTIFICAÇÃO:

Professores: Dailson E. Costa; Janderson V. de Souza

Escola: Pitágoras⁷⁹

Turma: 9º Ano Turno: Matutino

Horário da aula: 07h50min à 09h30min (duas aulas)

TEMA DA AULA: Cálculo de área e de perímetro de figuras planas e o Teorema de Pitágoras

OBJETIVOS PROPOSTOS: **(1)** Proporcionar ao aluno uma aprendizagem de matemática pela percepção visual de formas geométricas planas, **(2)** Proporcionar ao aluno condições para calcular áreas e perímetros de (algumas) figuras planas utilizando o Teorema de Pitágoras, mostrando maneiras diversificadas para realizar cálculos de áreas sem a utilização de fórmulas, **(3)** Motivar a criatividade dos alunos com relação a problemas matemáticos através do Geoplano.

LINHA DE AÇÃO:

Técnica ou estratégia: Aula teórica (expositiva e dialogada) e prática (uso do Geoplano);

Recursos audiovisuais ou materiais utilizados: lousa; pincel; calculadora, papel A4, régua, lápis, borracha, Geoplanos e elásticos;

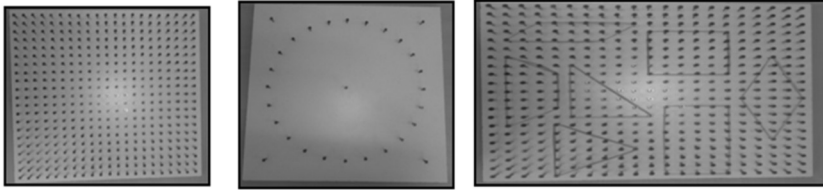
Instrumentos de Avaliação: Participação, comportamento e ficha de rascunho-anotação.

DESENVOLVIMENTO DA AULA: Dividir a aula em 5 (cinco) momentos:

- **1º Momento:** manipulação dos materiais – Geoplanos – pelos alunos e, paralelamente a isso, explicar o que é o Geoplano, como usá-lo, como trabalhar com ele e o que será desenvolvido na aula.

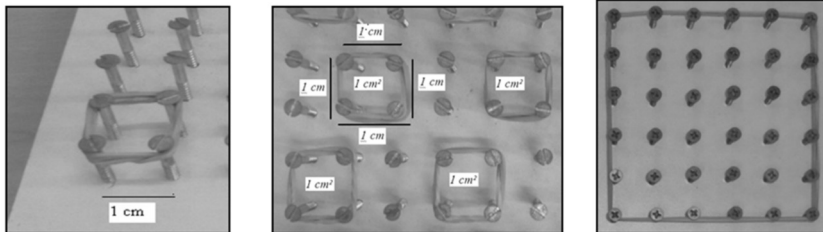
⁷⁹ Nome fictício.

Figuras 5, 6 e 7 – respectivamente



- **2º Momento:** solicitar para os alunos construírem qualquer polígono plano (como mostra a figura 7) com os elásticos e calcular seu perímetro e sua área (sem utilizar o Teorema de Pitágoras). Tomar de inicio a distancia de 1 cm de um prego para o outro e de 1 cm² a área do quadradinho (como mostra as figuras 8 e 9, respectivamente).

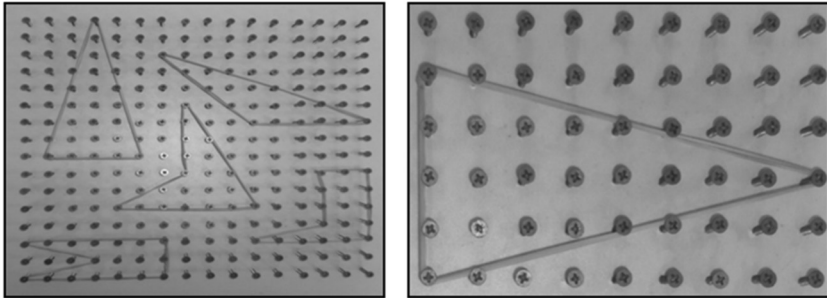
Figuras 8, 9 e 10 – respectivamente



Nota: Como foi solicitado para não utilizarem o Teorema de Pitágoras, caso os alunos já tenham conhecimento e que é provável que sim, pois esta atividade foi destinada ao 9º ano, os procedimentos que eles irão tomar para calcular a área e o perímetro será o de contagem. Isto é, se a distância de um prego para o outro é de 1 cm, então, cada quadradinho terá 1 cm² de área. Por exemplo, na figura 10, temos 20 quadradinhos, então, a área dela será de 20 cm² e seu perímetro será de 20 cm. Portanto, caso os alunos construísem figuras análogas a esta, poderá tomar o mesmo procedimento e encontrar suas áreas e seus perímetros. Contudo, se aparecer um desenho como a figura 11,

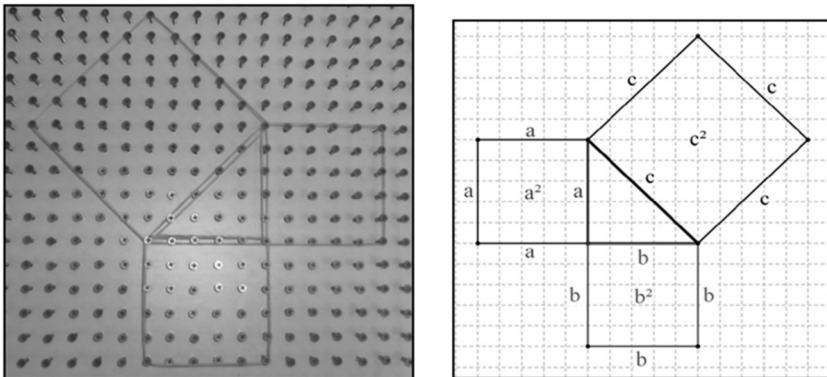
eles perceberão que será impossível encontrar o perímetro utilizando o mesmo procedimento adotado até o momento, ou seja, neste momento surge a necessidade de introduzir o conceito do Teorema de Pitágoras.

Figuras 11 e 12 – respectivamente



- **3º Momento:** mostrar que precisam saber encontrar os valores das distâncias das diagonais entre dois pregos, por exemplo, se formarem um polígono plano parecido com o da figura 12. Entretanto, dependendo da figura, necessita-se do Teorema de Pitágoras para calcular seu perímetro.

Figuras 13 e 14 – respectivamente



Neste momento, tomar um triângulo retângulo com dois lados iguais e mostrar que a área do quadrado maior, construída com a hipotenusa do triângulo é igual à soma das áreas dos quadrados menores construídos com os lados menores (catetos) do triângulo (como mostram visualmente as figuras 13 e 14). Assim, chegamos à definição do Teorema de Pitágoras.

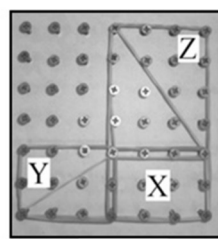
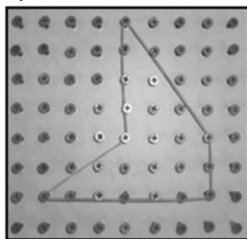
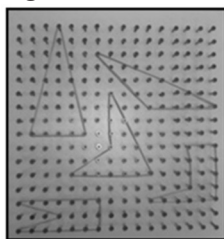
Teorema de Pitágoras: “o quadrado da área formada pela hipotenusa é igual à soma dos quadrados das áreas formadas pelos catetos”. Ou seja,

$$c^2 = a^2 + b^2$$

- **4º Momento:** agora, tendo em vista que os alunos já têm o conceito do teorema de Pitágoras, diz-se que eles conseguem calcular qualquer área e qualquer perímetro de figuras construídas com o Geoplano.

Neste momento, solicitar que os alunos construam (novamente) qualquer figura no Geoplano e a partir daqui, utilizando-se do Teorema de Pitágoras, calcular a área e o perímetro da figura construída (tudo isso feito um registro numa folha).

Figuras 15, 16 e 17 – respectivamente



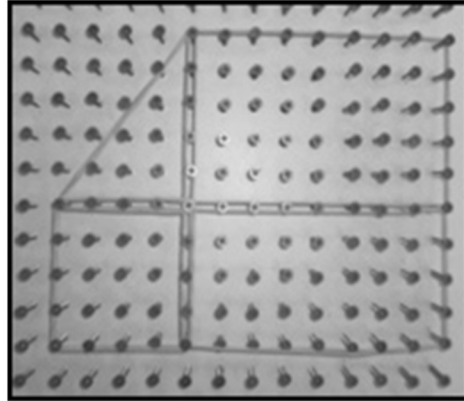
Nota: Surgirão diversos tipos de polígonos, como os que seguem na **Figura 15**. Entretanto, como exemplo, tomemos a **Figura 16**. Veja! Se o aluno construir um polígono como este da **Figura 16**, ele poderá proceder de várias maneiras para calcular

sua área e seu perímetro. Uma dessas maneiras está apresentada na **Figura 17**, onde o aluno poderá preencher o polígono em retângulos, neste caso, em três. E, facilmente, sem ao menos usar qualquer fórmula, ele consegue, de imediato, encontrar a área da **Figura 16**. Detalhadamente temos: o retângulo X está completamente inserido na figura, ou seja, faz parte da **Figura 16**, então sua área será de 6 cm^2 , pois temos seis quadradinhos, e sabemos que cada quadradinho tem 1 cm^2 de área. O retângulo Y, que por sinal tem a mesma área de X, não está completamente dentro da **Figura 16**, ou seja, não exatamente toda a área de Y pertence à **Figura 16**. Percebemos visualmente que a área correspondente à **Figura 16** preenchida por Y tem a metade de X que pertence à **Figura 16**, isto é, a metade do retângulo Y que vale 3 cm^2 é a área correspondente na **Figura 16** preenchida por Y. E, analogamente ao que foi feito para encontrar a área da figura preenchida por Y, encontremos a área da parte da figura preenchida com o retângulo Z, que é de 6 cm^2 , pois toda a área do retângulo Z tem 12 quadradinhos, ou seja, 12 cm^2 e, como visualmente percebemos que a metade de Z pertence à **Figura 16**, concluímos que 6 cm^2 é a área correspondente a Z que pertence à figura. Portanto, calculando a área total da figura 16 temos:

$$A = X + \frac{Y}{2} + \frac{Z}{2} = 6 \text{ cm}^2 + 3 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$$

- **5º Momento:** solicitar que os alunos construam um desenho de uma casa (ou de qualquer outra representação de alguma imagem conhecida) e pedir para calcular sua área e seu perímetro.

Figuras 18



Considerações, reflexões e percepções

É notório que atividades como estas não são encontradas facilmente nas práticas de ensino de muitos professores. A atividade descrita acima foi planejada e aplicada durante a disciplina de LEM*, para os alunos da turma.

Fundamentamo-nos em Matos e Serrazina (1996, p. 23), quando dizem:

Ao dar aos alunos a oportunidade de experimentar a matematização através da manipulação de materiais não estamos apenas a fomentar uma actividade lúdica, mas estamos principalmente a criar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento abstracto. A formação dos conceitos pertence à essência da aprendizagem Matemática e ela tem de ser fundamentalmente baseada na experiência. A base da nossa experiência reside na aprendizagem sensorial. É muito difícil, mesmo para um adulto, compreender o que se pode fazer com um geoplano, sem ter de factomanipulado um

deles, ter experimentado, desde a colocação do elástico, até a tentativa de resolver problemas mais complexos.

Nessa perspectiva, entendemos a necessidade de uma articulação entre os saberes matemáticos e as práticas de ensino ainda na formação inicial do professor, não apenas nas disciplinas de estágios supervisionados, mas também principalmente nas disciplinas específicas de matemática. Entendemos que estas articulações podem possibilitar indícios contribuidores que vão ao encontro da questão norteadora apresentada neste trabalho.

Neste sentido, acreditamos e defendemos que atividades como estas podem possibilitar ao licenciando algumas alternativas metodológicas para o ensino de matemática.

A título de reflexão, deixamos esta pergunta em aberto para que o leitor, caso seja um professor ou futuro professor de matemática, possa pensar sobre: “É possível, paralelamente, aprender matemática e aprender como ensiná-la? Ou seja, é possível, nas próprias aulas dos cursos de licenciatura em Matemática, aprender os conteúdos exigidos assim como, paralelamente, aprender também como ensiná-los?”

BIBLIOGRAFIA

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 12. ed. Campinas SP: Papirus, 2005. (Coleção perspectivas em Educação matemática)

_____. Matemática, ensino e educação: uma proposta global
In: Sbem temas & debates. **Matemática, Ensino e educação: concepções fundamentais**. Ano IV, n. 3. Rio Claro – SP – 1991. (p.1 – 15).

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**, (coleção formação de professores), Campinas: SP Autores Associados. 2006.

GATTEGNO, C. *et al.* **El Material para la enseñanza de las matemáticas**. 2. ed. Madri (Espanha): Aguilar, 1967.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico, **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 4, n. 5, p. 99-120, jan/jun, 1996.

KNIJNIK, G.; BASSO, N. V. A.; KLÜNSENER, R. **Aprendendo e ensinando matemática com o Geoplano**. 2. ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2004. (Biblioteca do professor. Coleção Programa do Livro na Escola).

LEIVAS, J. C. P. **Geoplano**. Cursos de Aperfeiçoamento em Matemática da FURG – Fundação Universidade Federal do Rio Grande. Disponível em: < http://escolovar.org/mat_geoplano_actividades.exel.pdf >. Acesso em: 10 fev. 2012.

LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

MACHADO, R. M. **Minicurso: Explorando o Geoplano**. In: II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. Disponível em < <http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>>. Acesso em 02 fev. 2012.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. de L. **Didática da matemática**. Universidade Aberta; Lisboa, 1996.

MENEZES, J. E. (Org.). **Conhecimento, interdisciplinaridade e atividades de ensino com jogos matemáticos: uma proposta metodológica**. Recife: UFRPE, 2008. (Série Contexto Matemático).

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**, Ed. Cortez, Brasília, DF: UNESCO, 2003.

_____. **Ciência com consciência.** 9. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasi, 2005.

_____. **A cabeça bem-feita:** repensar a reforma e reformar o pensamento. 18. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2010.

PEREIRA, M. J.; COSTA, D.; MAFRA, J. R. e S. **Geoplano no Ensino da Matemática:** alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula. In: Anais do X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 2010, Salvador.

11.

Tangram: uma reflexão sobre a sua utilização em sala de aula⁸⁰

Maria do Socorro de Souza Cardias⁸¹
Dailson Evangelista Costa⁸²
Janderson Vieira de Souza⁸³

Ao ministrar conteúdos de Matemática para alunos do 3º ano do ensino fundamental, percebi algumas dificuldades apresentadas pelos mesmos para compreender determinados termos matemáticos e, até mesmo, de resolver operações matemáticas simples. Quando eu propunha alguma situação-problema logo eles perguntavam se havia a necessidade de fazer conta de mais ou de menos, e conseqüentemente senti-me incomodada por essa situação.

Em função disso, procurei dinamizar as aulas, implementando materiais didáticos (em especial, o material concreto Tangram) para fazer demonstrações/ilustrações (visuais) do conteúdo a ser trabalhado. Ainda assim, percebia a dificuldade de alguns discentes em captar ou

⁸⁰ Este relato é fruto do trabalho de conclusão de curso da Especialização em Ensino de Ciências e Matemática para os Anos Iniciais (ECM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

⁸¹ Especialista em Educação em Ciências e Matemática Para os Anos Iniciais (IEMCI/UFPA-2013). Graduada em Licenciatura Plena em Pedagogia (UFPA-1998). Professora Colaboradora do Curso de Formação de Professores do Instituto Federal do Pará. Professora Efetiva da Rede Pública do Pará (SEDUC-PA).

⁸² Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA/2012/2013). Professor Assistente da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Arraias.
E-mail: dailson_mat@hotmail.com

⁸³ Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará.
E-mail: jandersonjvs@yahoo.com.br

relacionar-se com os conhecimentos matemáticos. Por outro lado, também não sentia segurança para explorar melhor esses materiais.

A partir dessas inquietações, busquei aprofundamento em leituras substanciais para minha prática docente em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática; esse fato pode ser contemplado plenamente ao ingressar na Especialização em Ensino de Ciências e Matemática (ECM).

O objetivo deste trabalho foi de investigar, por meio de algumas atividades, quais as expectativas, reações e contribuições promovidas pelo uso do Tangram, em relação ao aprendizado de alguns conceitos geométricos, com educandos do 3º ano das séries iniciais.

Atribui a justificativa desta investigação à relevância, tanto em nível de contribuições experienciais para a educação matemática, quanto para a prática do professor das séries iniciais. Para isso, trazemos como pergunta norteadora: em quais termos o uso do Tangram contribui para uma aprendizagem mais significativa, por parte dos alunos do 3º ano das séries iniciais, tomando como base alguns conceitos geométricos?

Assim sendo, neste capítulo, apresentaremos uma discussão teórica sobre alguns pressupostos pautados no uso de materiais concretos: seus conceitos, finalidades, funções e importância no ensino e na aprendizagem da matemática. Na seção seguinte, descrevemos a concretização das atividades planejadas com o uso do Tangram e os diversos fatores capazes de interferirem durante sua utilização, quer seja de forma positiva ou negativa. Por conseguinte, analisaremos a experiência vivenciada, apontando a utilização de MD (especialmente o material concreto Tangram) como sendo um dos recursos favoráveis a uma dinamização no processo de ensino e aprendizagem da matemática, proporcionando aos alunos e aos professores um pensar mais crítico e reflexivo; não deixando de ser um trabalho árduo e prazeroso.

Suportes teóricos e metodológicos

O uso de materiais concretos se difunde, conforme Fiorentini e Miorim (1990), com as diferentes propostas de trabalho, as quais possuem materiais com características muito próprias, utilizando-os, também, de forma distinta e em momentos diferentes no processo de ensino e aprendizagem.

Até o século XVI, acreditava-se que a capacidade de assimilação da criança era idêntica a do adulto, apenas menos desenvolvida, na qual a aprendizagem do aluno era considerada passiva, consistindo basicamente em memorização de regras, fórmulas e procedimentos. Nesse sentido, “o uso de materiais ou objetos era considerado pura perda de tempo, uma atividade que perturbava o silêncio ou a disciplina da classe” (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3).

Ainda segundo esses autores, no século XVIII, surge a escola na qual se passou a valorizar os aspectos biológicos e psicológicos do aluno em desenvolvimento (o sentimento, o interesse, a espontaneidade, a criatividade e o processo de aprendizagem), muitas vezes priorizando esses aspectos em detrimento da aprendizagem dos conteúdos.

Já no século XX, Montessori (1870-1952), após experiências com crianças excepcionais, desenvolveu vários materiais manipulativos destinados à aprendizagem da matemática. Esses materiais, com forte apelo à “percepção visual e tátil”, foram posteriormente estendidos para o ensino de classes normais. Entre seus materiais mais conhecidos, os autores destacam o “material dourado”, os “triângulos construtores”, “material de equivalência” e os “cubos para composição e decomposição de binômios, trinômios”.

Ao optarmos por um material, devemos refletir sobre a nossa proposta político-pedagógica. O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico, pois a simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem dessa disciplina (FIORENTINI; MIORIM, 1990).

Devido às dificuldades apontadas no ensino e na aprendizagem da matemática nas últimas décadas, iniciou-se um processo

de contextualização⁸⁴ do conhecimento escolar, buscando atribuir significados ao conhecimento matemático, proporcionando ao aluno, de acordo com sua realidade, uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos ensinados na escola.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's - (BRASIL, 1997), o ensino de matemática deve contribuir para a construção da cidadania⁸⁵ e, para isso, é necessário por parte do professor propiciar aos seus alunos metodologias, levando-os à construção de estratégias para desenvolver a criatividade, autonomia para resolver problemas e que saibam trabalhar coletivamente, dentre outras habilidades (BRASIL, 1997).

Dessa forma, ao aliar os conhecimentos matemáticos às situações contextualizadas, os alunos são capazes de ler o mundo com outros olhares. Nesse sentido, a formação matemática pretendida é aquela capaz de formar o cidadão⁸⁶ não apenas para um mundo de conhecimentos e abstrações, mas também para a vida em sociedade. Assim, a formação do cidadão crítico, reflexivo e participativo se dá, também, nas aulas de matemática.

Nessa perspectiva, estudos vêm sendo realizados no intuito de:

Transformar os novos conhecimentos e ferramentas matemáticas que possibilitam o desenvolvimento da matemática pura e aplicada em saberes escolares, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 4).

⁸⁴ O termo contextualização é citado dentro do que os PCNs preconizam. Contextualização no sentido do contexto no qual o aluno está inserido, isto é, o ambiente, suas vivências e experiências, seu meio. Entretanto, concordamos com Barbosa (2004, p. 2), quando afirma: “utilização do termo tem sido indevida, haja vista que todas as atividades da matemática escolar pertencem a um determinado contexto.” Portanto, segundo as reflexões deste autor, a matemática por si só é contextualizada.

⁸⁵ Conforme o dicionário da Língua Portuguesa (minidicionário escolar) - Cidadania: É o conjunto de direitos e deveres ao qual um indivíduo está sujeito em relação à sociedade em que vive.

⁸⁶ Conforme o dicionário da Língua Portuguesa (minidicionário escolar) - Cidadão: indivíduo no gozo de seus direitos e deveres civis e políticos.

Por outro lado, os PCN's recomendam no ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental estar associado com a parte lúdica dos aspectos referentes aos seus conceitos, pois, para as crianças atribuírem significados aos conceitos matemáticos, nessa faixa etária, é necessário atrelar a esses conceitos brincadeiras, jogos, materiais concretos, entre outras abordagens desenvolvidas em torno da ludicidade e, conseqüentemente, estabelecer uma evolução crescente para chegar a um nível mais abstrato, abandonando assim a parte concreta (BRASIL, 1997). Assim, se faz necessário um ambiente de aprendizagem da criança repleto de oportunidades e materiais propícios para o desenvolvimento e aprimoramento de conhecimentos.

Dessa forma, trazemos ao longo deste tópico algumas contribuições teóricas capazes de auxiliar na reflexão sobre o ensino e aprendizagem de matemática por meio de materiais concretos.

Antes disso, primeiramente, começamos por definir o material didático⁸⁷ para posteriormente conceituarmos material concreto e onde ele se situa.

Para Lorenzato (2009, p. 18), “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, entre outros”.

Em relação à sua funcionalidade, Lorenzato (2009, p. 18) nos esclarece:

Os MD podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para quê ele deseja utilizar o MD: para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD mais convincente à aula.

⁸⁷ Abreviaremos material didático por MD para evitarmos repetições.

Ou seja, a utilização de qualquer MD sem objetivos definidos não garante aprendizagem. Nesse processo, o papel do professor é fundamental, pois cabe a ele mediar e articular as situações experienciadas pelos alunos, com o MD, com os conceitos matemáticos envolvidos nesta manipulação, proporcionando assim, posteriormente, um nível crescente de capacidade de abstrair e formalizar tais conceitos.

Para Lorenzato (2009) existem vários tipos de MD, os estáticos capazes de permitir apenas a observação e os dinâmicos, os quais permitem transformações por continuidade, facilitando ao aluno (re)descobertas, percepção de propriedades e a construção de uma aprendizagem efetiva.

Vale frisar a importância de o professor estar atento às necessidades dos alunos, para ser possível pesquisar e adaptar materiais para os conteúdos desejados a trabalhar. Dessa forma, podemos perceber, de acordo com Lorenzato (2009) um fator determinante para o sucesso ou fracasso escolar: a atuação do professor. Embora seja preponderante o aluno também estar disposto/motivado a aprender. Portanto, considera-se importante saber explorar os MD na busca de induzir os alunos à construção dos seus próprios conhecimentos matemáticos, de forma prazerosa.

Lorenzato (2009, p. 25) também enfatiza:

Para o aluno, mais importante que conhecer as verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar.

Nesse sentido, o professor deve estimular o aluno a pensar, raciocinar, criar, relacionar ideias, descobrir e ter autonomia de pensamento, criando oportunidades e condições na sala de aula para o aluno descobrir e expressar suas descobertas.

Apresentamos algumas considerações teóricas sobre os materiais didáticos. Agora, situamos nosso entendimento, particularmente, por materiais concretos.

Para tanto, Mendes (2009, p. 25) afirma: “O uso de materiais concretos, no ensino da matemática, é uma ampla alternativa didática, que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula durante o semestre letivo”. Ou seja, em vez de substituir o professor, encara-se como uma alternativa metodológica para suas práticas no ensino de matemática.

Evidenciamos, portanto, a aproximação entre os estudos de Lorenzato (2009) e Mendes (2009) quando ambos dão o mesmo significado e importância aos MD e aos materiais concretos e destacam o papel do professor na clareza de suas ações ao desenvolver atividades de ensino com esses tipos de materiais, entendemos também materiais concretos como materiais didáticos (MD). Entretanto, nem todo material didático é concreto. Portanto, quando fizermos afirmações sobre os materiais didáticos, implicitamente estaremos nos referindo aos materiais concretos.

Mendes (2009, p. 50) afirma: “é importante estabelecer conexões contínuas entre os materiais utilizados e os principais conceitos e propriedades matemáticas evidenciadas em cada material”.

Conforme Bittar e Freitas (2005, p. 29), “o material didático deve ser visto como um instrumento facilitador da aprendizagem, porém, não se trata de um instrumento mágico com o qual tudo poderá ser entendido e assimilado pelo aluno”. Desta forma, desenvolver atividades com material concreto não é garantia de aprendizagem e não substitui de forma alguma o professor. Ao contrário, muitas vezes essas atividades tornam-se desmotivadoras (LORENZATO, 2006). Ou seja, o professor deve organizar, selecionar e estudar com antecedência (não é tarefa fácil) o material a ser trabalhado na sala, criando condições para as quais os alunos o manuseiem efetivamente e sirvam de subsídios para a construção de conceitos matemáticos.

Fiorentini e Miorim (1990) trazem uma reflexão bastante pertinente relacionada ao uso de materiais concretos no processo ensino e aprendizagem da matemática. Primeiramente eles pontuam as dificuldades enfrentadas pela maioria dos professores e

alunos nesse processo. Por um lado, existe o caso dos professores que não conseguiram atingir resultados satisfatórios e, por outro lado, alunos sentindo dificuldades em utilizarem os conhecimentos “aprendidos” na escola.

De acordo com os autores, o professor, por não ter condições de resolver sozinho essas questões, busca novas formas de ensinar. Cursos e oficinas sobre o uso de materiais didáticos são os mais procurados por esse professor. Mas ele, na maioria das vezes, não tem clareza sobre o uso desses materiais nem aporte teórico para justificar seu uso (FIORENTINI; MIORIN, 2006).

Num segundo momento, Fiorentini e Miorim (1990) fazem um retrospecto da utilização de materiais concretos em sala de aula e as modificações ocorrentes desde o século XVI, no chamado ensino tradicional, até os dias atuais com a teoria piagetiana, a qual traz no seu bojo a ideia fundamental de uma ação dever ser reflexiva, ou seja, à criança dever ser dado materiais capazes de despertarem seu interesse, para serem manipulados por ela e posteriormente passar do concreto para o abstrato.

Após esse momento, os autores tecem algumas reflexões sobre as funções, finalidades e importância dos jogos e materiais no ensino e aprendizagem da matemática e, de forma sucinta, enfatizam a necessidade de haver uma reflexão, antes de se optarmos por um material ou jogo, sobre a nossa proposta pedagógica, sobre o papel histórico da escola, sobre o tipo de sociedade pretendida, sobre o tipo de aluno a ser formado, sobre qual matemática acreditamos ser importante para esse aluno (FIORENTINI; MIORIN, 1990).

Atualmente, tangente ao uso de materiais concretos no ensino de matemática, encontra-se alguns livros, artigos e relatos disponibilizados na literatura. Por exemplo, Menezes (2008) traz algumas atividades com o uso de alguns materiais numa perspectiva interdisciplinar. Apresenta possibilidades com o uso do Tangram, Cálculo plus, Cubra 12, Geoplano, Mancala, Torre de Hanói, Sofismas, Falácias e Paradoxos. Knijnik, Bassos e Klünsener (2004) dissertam especificamente sobre o material Geoplano, apresentando várias maneiras de utilizá-lo como alternativa no ensino.

Para o próximo tópico, teceremos algumas contribuições teóricas a respeito do Tangram na tentativa de nos familiarizarmos

com este material, antes mesmo de apresentarmos as atividades construídas com o auxílio do mesmo.

O Tangram

Segundo Mendes (2009), o uso do Tangram como material de construção de conceitos geométricos surgiu, de acordo com uma lenda chinesa, quando um meteorito caiu próximo de um mosteiro chinês e os monges moradores de lá, ao encontrarem os sete pedaços do referido objeto, tentaram montá-lo. Nas várias tentativas de montar o meteorito, perceberam a possibilidade de se gerar novos contornos e formas geométricas. Deram-lhe então um nome relacionado a “algo como as sete tábuas da argúcia (habilidade, destreza)”⁸⁸.

Posteriormente, foi denominado Tangram, cujas peças evidenciam “que a curiosidade, criatividade e espírito explorador humano fez gerar novas formas geométricas a partir daquela forma básica (o quadrado)” (MENDES, 2009, p. 27).

Mendes (2009) ressalta que Tangram é um jogo (quebra-cabeça) geométrico muito divulgado como possibilidade didática para a aprendizagem de alguns tópicos da matemática no ensino fundamental e nos outros níveis de ensino.

Para Bittar e Freitas (2005) é possível explorar conteúdos matemáticos variados, como perímetros, áreas, ângulos, simetria, semelhança entre figuras geométricas, frações e outros.

O Tangram é formado por sete peças organizadas conforme a seguinte representação: dois triângulos retângulos isósceles grandes; dois triângulos retângulos isósceles pequenos; um triângulo retângulo isósceles médio; um quadrado e um paralelogramo.

Conforme Mendes (2009), muitos trabalhos foram feitos sobre o Tangram, dando ênfase ao seu caráter lúdico para motivar os alunos na montagem de diversas formas: geométricas, humanas, animais etc. Outros trabalhos enfatizam aspectos essencialmente geométricos. Entretanto, para ele todas as formas de uso do Tangram apresentam aspectos positivos, pois o pressuposto básico para seu uso didático “é possibilitar ao aluno a ação-reflexão”.

⁸⁸ Outra lenda sobre o Tangram encontra-se na Atividade 2.

Atividades com o uso do Tangram

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), o pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo existente ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades (BRASIL, 1997).

Apresentamos abaixo as atividades construídas com a intencionalidade de promover articulações sobre as orientações dos PCNs e das contribuições teóricas tecidas até aqui, com o material Tangram. Essas atividades estão embasadas principalmente nas seguintes obras: Silva (2008), Mendes (2009) e Centurion e Teixeira e Rodrigues (2011).

Quadro 1 - Planejamento das atividades⁸⁹

Série: 3º Ano do Ensino Fundamental	Conteúdo: Figuras geométricas planas
Objetivo geral: Promover capacidade de investigação matemática em relação aos conhecimentos geométricos identificados no Tangram, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções das atividades apresentadas.	
Objetivos específicos:	
Atividade 1 - Reconhecer as figuras geométricas planas contidas em um Tangram e refletir sobre a linguagem matemática utilizada durante as construções e manipulações com o Tangram.	Atividade 2 - Formar figuras a partir das sete peças do Tangram.
Atividade 3 - Perceber transformações geométricas por meio de decomposição e composição de figuras.	Atividade 4 - Identificar, comparar e descrever as figuras geométricas planas em situações e objetos do cotidiano.
Recursos: Tangram em material emborrachado; papel carmim (azul, amarelo e rosa); tesoura sem ponta; régua; lápis grafite; papel sulfite; papel A4.	

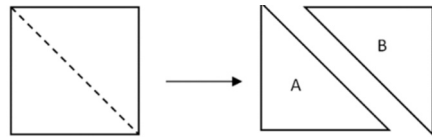
⁸⁹ Optamos por descrever pormenorizadamente o planejamento das atividades por acreditarmos que assim o leitor possa entender e compreender todos os procedimentos tomados.

Metodologia:

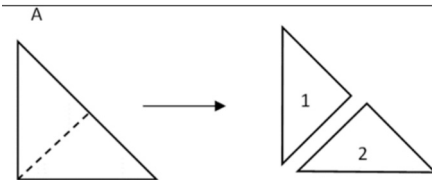
Por meio da observação e experimentação as crianças começam a discernir as características de uma figura e a usar as propriedades para conceituar classes de figuras. Dessa forma, propomos aos alunos a construção do Tangram com o propósito de desenvolver o raciocínio lógico para a resolução de problemas, coordenação motora e habilidades na utilização dos materiais e principalmente, como diz Silva (2008, p. 70) “possibilitar ao aluno a ação-reflexão-ação. Assim, a observação das propriedades geométricas antecede as definições, as quais devem ser construídas pelos alunos, sob a orientação do(a) professor(a)”.

Atividade 1 - Construindo o Tangram⁹⁰

1º Momento: entregar a cada aluno (a) um quadrado de papel carmim de 12 cm de cada lado. A partir deste quadrado, orientar os alunos para construir dois triângulos: dobre o quadrado pela diagonal formando dois triângulos congruentes/iguais. Desdobre e recorte pela dobra. Obteremos 2 triângulos (A e B). Perguntar: Defina triângulo? Qual a Definição de diagonal de um quadrado?

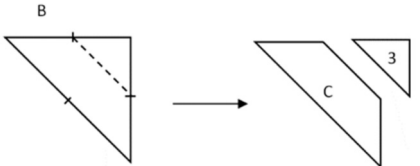
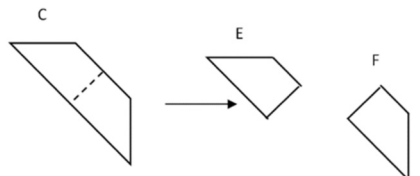
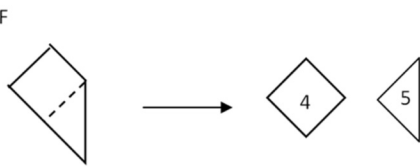
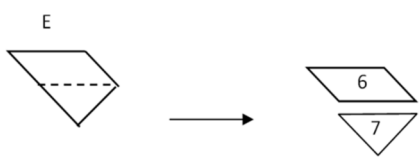
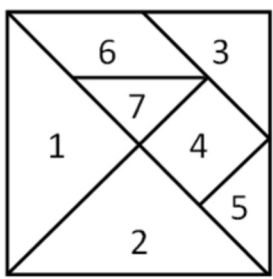


2º Momento: dobre o triângulo A em dois outros triângulos congruentes/iguais. Desdobre, recorte pela dobra. Obteremos as primeiras peças do Tangram, 2 triângulos, 1 e 2. Perguntar: com as duas peças (triângulo 1 e 2), é possível montar um quadrado? Podemos montar outras figuras com estas duas peças? Se sim, quais?⁹¹



⁹⁰ O Tangram será construído pelos alunos sob a orientação da professora.

⁹¹ Com esta pergunta, tenta-se induzi-los a montar um losango.

<p>3º Momento: dobrar o triângulo B em dois outros triângulos congruentes, desdobrar e marcar a dobra do lado maior (ponto médio). Sobrepor o vértice oposto ao ponto marcado, dobrar e recortar. Obteremos o triângulo 3. Perguntar: Defina um vértice.</p>	
<p>4º Momento: a partir do trapézio resultante, serão construídas as quatro últimas peças do Tangram. Dobrar o trapézio ao meio e recortar. Obteremos dois trapézios.</p>	
<p>5º Momento: dobrar o trapézio F, recortar para obter um quadrado e um triângulo.</p>	
<p>6º Momento: dobrar o trapézio E, recortar para obter um triângulo e um paralelogramo.</p>	
<p>7º Momento - assim, dizemos asseveramos sobre o Tangram possuir dois triângulos grandes, um triângulo médio, dois triângulos pequenos um paralelogramo e um quadrado (7 peças).</p>	

Atividade 2 - Uma lenda sobre o Tangram⁹²

1º Momento: contar uma lenda sobre o Tangram (segue abaixo). Conta-se que na antiga China, um rapaz decidido a viajar pelo mundo foi despedir-se de seu velho mestre e esse lhe deu um simples ladrilho quadrado dizendo: - Vá, meu jovem, e use-o para registrar tudo que desejar. O rapaz se foi, mas sem entender a sugestão do mestre. Como usar o ladrilho para registrar tudo encontrado pela frente? Pensativo, distraiu-se e o ladrilho caiu-lhe das mãos, quebrando-se em sete peças. Com elas o rapaz descobriu como representar, pessoas, plantas, construções, animais, objetos e tudo visto nas suas andanças.


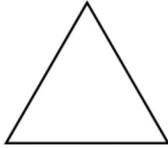
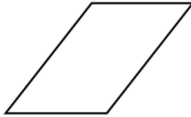
2º Momento: instigar os alunos a montarem figuras com as peças do Tangram, assim como o rapaz, e registrar as suas produções por escrito ou através de desenhos dos contornos das peças. Montar um painel com as produções.

Atividade 3 - Investigando a Matemática no Tangram

Utilizando-se questões como as seguintes, será possível estimular os alunos para operações além das simplesmente manipulativas. Com o uso do Tangram trabalharemos a identificação, comparação, descrição, classificação e desenho das formas geométricas planas. Após as respostas teremos condições de avaliar os conceitos dominados pelos alunos e poderemos, então, conduzir a discussão no sentido de aprimorar esses conceitos.

- 1 - Quantas peças são do mesmo tamanho?
- 2 - Quantos lados o triângulo tem? E quantos vértices?
- 3 - Compare o número de lados de um triângulo com o número de vértices. Descreva o observado.
- 4 - Mudando a posição de 2 triângulos de mesmo tamanho, quais figuras geométricas é possível formar?
- 5 - Forme o triângulo maior com:
 - a) os 2 triângulos menores e o quadrado.
 - b) os 2 triângulos menores e o triângulo médio.
 - c) os 2 triângulos menores e o paralelogramo.
- 6 - Observe o quadrado.
 - a) Quantos lados têm? Quantos vértices?
 - b) Compare o número de lados de um quadrilátero com o número de vértices. O que você concluiu?

⁹² Escolhemos essa lenda por acreditarmos que a linguagem está mais acessível aos alunos. Essa encontra-se em: Educatrix, ano I – nº 2 maio, 2012.

Atividade 4 - O quê parece com o quê?	
<p>Sair com os alunos em um passeio pelas dependências da escola, para eles observarem os objetos, estruturas, equipamentos e/ou materiais semelhantes às formas geométricas estudadas, listando-os. Esta atividade pode ser feita por equipes: cada equipe recebe uma folha de papel com as figuras e ao lado de cada figura escreve o nome dos elementos, ou cada equipe leva as peças do Tangram e vai relacionando com os elementos do ambiente.</p> <p>Entregar para cada equipe a seguinte atividade:</p> <p>O que parece com o quê?</p> <p>– Vários objetos de nosso dia a dia lembram formas geométricas planas. Observe o ambiente escolar e escreva o nome desses objetos, relacionando-os com a figura.</p>	<div style="text-align: center;">  <p>Quadrado</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Triângulo</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Paralelogramo</p> </div>

Quadro 2 - Relatando e discutindo a experiência⁹³

As atividades foram desenvolvidas na sala de aula no dia 28 de agosto de 2012, na Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, situada em Belém do Pará, com uma turma do 3º ano. Estavam presentes 26 alunos (faltaram 4 alunos) (Situação A)⁸². Na turma há 2 (dois) alunos portadores de necessidades educacionais especiais (déficit cognitivo e hiperatividade) (Situação B) e 5 alunos que ainda estão em processo de aquisição da leitura (Situação C). O tempo previsto para as aulas foi das 7h30 as 11h15 com intervalo de 20 minutos (recreio/lanche). Vale destacar o fato da maioria do material utilizado no desenvolvimento das atividades ter sido comprado com recursos próprios (Situação D).

⁹³ Esta aula foi filmada e analisada detalhadamente. Para efeito de análise, estabeleceremos alguns apontamentos de situações nas quais ocorreram e quais ocorreram durante o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

⁹⁴ Apresentaremos, ao longo destes relatos, algumas situações as quais acreditamos serem primordiais/determinantes por ocorrerem possivelmente durante a realização de atividades como as que apresentamos. Assim sendo, pontuaremos como situação A, B, C, ..., M, para retornamos posteriormente.

A concretização das atividades foi realizada sob a minha orientação (primeira autora). Após a chegada dos alunos iniciei a aula com as boas vindas e apresentação do tema “Figuras Geométricas Planas”. Fiz um rápido diálogo sobre quem já tinha ouvido falar desses assuntos; alguns responderam positivamente e outros não se manifestaram. Como práxis em sala de aula, a turma alterna momentos de calma com momentos de agitação, principalmente quando se trata de novidades, nesse caso, com o uso de outros tipos de materiais, diferentemente do livro didático (situação E).

Iniciamos a primeira atividade (Construindo o Tangram) entregando a cada aluno um quadrado em papel carmim, exploramos a figura geométrica (quadrado) com alguns questionamentos, dentre eles destacamos:

Eu: Qual figura é esta?

Aluno(s): É um quadrado!

Eu: Por que eu posso afirmar se tratar de um quadrado?

Aluno(s): Por que tem quatro pontas!

Eu: Podemos observar mais alguma coisa nesta figura?

Aluno(s): ela tem quatro lados! (Extraído da filmagem).

Alguns alunos não respondiam e outros falaram da cor ou se era parecido com uma pipa e outros objetos do cotidiano. Expliquei, então, partindo daquele quadrado, sobre confeccionar um quebra-cabeça de 7 (sete) peças, chamado Tangram (construído pela primeira vez na China há muito tempo atrás...). Conforme o planejamento das atividades, as etapas da confecção ocorreram em seis momentos.

A primeira parte do Tangram foi executada com certa facilidade pela maioria dos alunos, outros não conseguiram, pediram minhas orientações ou dos colegas, foi necessário desenhar no quadro o quadrado com a marcação da diagonal, visto alguns alunos não saberem definir diagonal de um quadrado. Após a separação do quadrado em dois triângulos, fiz os seguintes questionamentos:

Eu: Quais figuras se formaram após o corte?

Aluno(s): dois triângulos.

Eu: Mas, o que é um triângulo?

Aluno(s): Uma figura geométrica de 3 pontas! (Extraído da filmagem)

No segundo momento, pegamos o triângulo A (conforme mostra na Atividade 1) e seguimos as instruções já mencionadas. Fiz, então, outro questionamento:

Eu: É possível montar um quadrado com dois triângulos iguais/congruentes? (Extraído da filmagem).

As respostas dos alunos ficaram bastante divididas; uns diziam sim e outros diziam não. O interessante é os alunos que disseram sim, procuravam demonstrar com o seu material e ajudar os outros aos quais ainda não tinham conseguido. No final todos concordaram sobre a possibilidade de confecção das peças, conferindo com mesma.

No terceiro momento, a maioria dos alunos demonstrava maior habilidade com o material e faziam questão de perguntar se estavam certos: “Assim professora?”, “Assim?”. Entretanto, para aqueles aos quais não conseguiam fazer, foi necessário desenhar o esquema no quadro ou ajudá-los pessoalmente.

Ao retornamos as atividades, os alunos demonstravam pouca concentração, dificultando um pouco o terceiro momento (a obtenção do triângulo 3, Situação F). Foi necessário demonstrar com o material emborrachado várias vezes para construir. Vale destacar o desempenho de 4 (quatro) alunos que conseguiam fazer rapidamente e ajudavam os outros colegas (Situação G).

Para obtermos as últimas 4 (quatro) peças do Tangram (4º, 5º e 6º momentos) os alunos sentiram mais dificuldades, sendo necessário, além da demonstração com o material emborrachado, fazer um esquema no quadro e orientação/ajuda individual. Solicitei a eles/elas para compor novamente o quadrado. A maioria demonstrou dificuldades em montá-lo, e os que conseguiam ajudavam os colegas. Então, entreguei um modelo do Tangram (emborrachado) para que eles/elas montassem seu quebra-cabeça. É importante ressaltar a demonstração de alguns alunos de dificuldades em concluir seu Tangram, o tempo previsto para esta atividade não foi suficiente (Situação H).

Na segunda atividade (A lenda do Tangram), o momento foi de muita dispersão por parte dos alunos e de interferência de outras pessoas (técnica, professoras, diretora). Foi necessário uma parada para pedir silêncio, mas mesmo assim demos continuidade a atividade (Situação I).

Depois de ter contado a lenda sobre o Tangram, os alunos foram instigados a montar figuras com suas peças, desenhar os contornos e colori-las. Esse foi um momento de bastante concentração dos alunos (Situação J), uns conseguiram montar diversas figuras usando somente as próprias peças, outros utilizaram os modelos (disponibilizado durante o conto da lenda) na tentativa de montar as mesmas figuras. Alguns usaram régua para montar suas figuras e se ajudaram mutuamente. Ao final dessa atividade, montamos um painel com as figuras desenhadas.

Na terceira atividade (Investigando a Matemática no Tangram), na medida que se concluíam as atividades pelos alunos, eles recebiam automaticamente uma ficha com as questões relacionadas aos conceitos matemáticos. Como alguns ainda não sabem ler foi necessária a leitura das questões para eles poderem participar oralmente.

Com relação à primeira questão – “Quantas peças são do mesmo tamanho?” – deu margem para respostas variadas, uns responderam 4 (dois triângulos pequenos e dois médios), outros responderam ser apenas 2 peças e um aluno respondeu haver dois pares de triângulos do mesmo tamanho. Consideramos todas as respostas plausíveis, e percebemos então problemas na escrita da questão (Situação K).

Sobre as questões 2, 3, 4, e 6 eles responderam adequadamente, uns mais facilmente, outros com ajuda. Com essas questões, percebi a apropriação, por parte dos alunos, de alguns termos novos: vértices no lugar de pontas, losango, quadrilátero (Situação L). A questão 5 tratava da composição de novas formas geométricas e foi feita com o material confeccionado pelos alunos e com o material emborrachado.

Devido ao horário, não foi possível aplicarmos a última atividade, a qual será desenvolvida em outra aula (Situação M).

Análise da experiência

Trabalhar com MD, sem dúvida nenhuma, traz grandes benefícios tanto para quem ensina como para quem aprende, mas devemos nos alertar para algumas questões fundamentais, como por exemplo, a afirmação trazida por de Bittar e Freitas (2005): o MD por si só não é mágico, devemos levar em consideração vários fatores favoráveis para sua eficácia ou não.

Durante a investigação deparamo-nos com diversas situações. Nas Situações A, B e C, a quantidade de alunos e os níveis de desenvolvimento/aprendizagem diferenciados exigem do professor adequações de materiais e de linguagem, de tal forma a contemplar todos, pois, “o professor é quem deve selecionar, para cada material escolhido, as atividades matemáticas que julgar adequadas para seus alunos.” (MENDES, 2009, p. 29).

Na Situação D, apesar de ser um discurso recorrente no intento de garantir uma boa aprendizagem, as escolas devem ter recursos multimídias, laboratório de ciências, de matemática, etc., porém se observa ainda muitas escolas brasileiras não possuem esses equipamentos, restando ao professor poucas opções metodológicas, mas isso não quer dizer uma restrição por parte do professor ao quadro e giz, ele precisa desenvolver estratégias de parceria com a família, alunos, técnicos, professores, buscando materiais alternativos para a eficácia do bom aprendizado significativo e dinâmico.

Na Situação E percebemos que ao trabalharmos com MD ou outra estratégia causamos nos alunos um pensar por si mesmo,

uma tomada de decisão com mais autonomia, tornando-os mais inquietos, haja vista a necessidade de trocar ideias com os colegas, ou mesmo de verificar o andamento da atividade do outro. E isso faz muitos professores abominarem essas práticas, para não gerar “bagunças” e indisciplina na sala de aula (LORENZATO, 2006).

A partir do momento em que propiciamos aos alunos serem sujeitos ativos na construção de seus próprios conhecimentos matemáticos estamos respeitando o seu direito de aprender, como ressalta Fiorentini e Miorim (1990, p. 7), “um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando assim sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade”.

Observamos, portanto, quando ocorrem interferências no decorrer de uma aula, principalmente quando é exposição oral (Situação F), a existência de uma quebra no desenrolar da atividade. Então se faz necessário um resgate do assunto.

Ao aplicarmos atividades com MD (Situação G), é possível avaliarmos os alunos, o seu nível de conhecimento adquirido, quais conceitos precisam ser aprimorados e quais precisam ser adquiridos. Vale destacar o papel de alguns alunos, que principalmente nas aulas “tradicionais” demonstram apatia em relação aos conteúdos, entretanto, ao manipular com MD demonstram confiança, autonomia e procuram ajudar os colegas com maior dificuldade. Ressaltamos aqui um ponto implícito na manipulação de MD: a cooperação; fato comprovado na atividade aplicada, os alunos concluintes das suas atividades faziam questão de colaborar, explicando/orientando os colegas com maior dificuldade aparente.

Contudo, o(a) professor(a) precisa estar preparado(a) para dificuldades/situações diferenciadas que possam ocorrer nas suas atividades e precisa ter consciência da heterogeneidade da turma, na qual cada criança tem seu próprio ritmo de aprendizagem e habilidades diferentes. Fato evidenciado na Situação H. Isto é, muitas vezes planejamos pensando num aluno hipotético, em situações nas quais ocorrerão perfeitamente como planejadas, entretanto, quando estamos a par dessas diferenciações natas do ser humano, percebemos, assim, a insuficiência do tempo estimado no planejamento.

Em relação à Situação I, detectamos uma falta de maior dinamismo (da primeira autora) e estratégias interessantes, despertando a curiosidade e atração dos alunos. É importante frisar o quanto esta atividade deixou-a angustiada, mas por outro lado levando-a a refletir sobre sua própria práxis docente. Em outras palavras, muitas das vezes colocamos nossos alunos como desatentos, desinteressados, desanimados, mas, em contrapartida, não nos damos conta se nossas interações/explicações estão sendo interessantes, animadoras, motivadoras.

A falta de interesse na atividade anterior foi compensada na atividade destacada durante a Situação J, na qual os alunos puderam expressar seu entendimento e expor sua criatividade e conhecimento apreendido através de seus desenhos.

A fundamentação teórica, sobre os saberes matemáticos (e outros saberes) e suas metodologias, é imprescindível para a atuação do professor, como ressalta Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 4): “a educação matemática caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática), e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou apropriação/construção do saber matemático escolar.”

Evidenciamos isso na Situação K, na qual percebemos, após analisarmos os vídeos da aula o fato de que, às vezes, as questões não estão tão claras em relação aos objetivos pretendidos a alcançar. No que diz respeito aos saberes matemáticos, observamos a existência de uma falta de clareza na questão destacada nesta situação.

A partir do momento em que se observa a apropriação dos alunos de novos conhecimentos, como destacamos na Situação L, é possível arriscarmos a dizer o acontecimento de uma aprendizagem significativa e uma ampliação dos conceitos matemáticos.

É preciso estar claro, para o professor, entretanto, mesmo um bom planejamento de suas aulas levando em consideração o tempo necessário, isso não significa esgotar determinado assunto em uma única aula, mas pode – e deve – ser resgatado em outros momentos. Para tanto, concordamos com Lorenzato (2009), quando afirma sobre os usos do MD despertar nos alunos indagações as quais o professor não havia previsto. Dessa forma, o ensino demandará mais tempo para estas elucubrações.

Considerações Finais sobre a experiência

A utilização do MD – Tangram – no ensino da matemática, principalmente no ensino fundamental, é um meio propício, aos alunos e professores, realizarem atividades de natureza exploratória e investigativa, na qual o conhecimento não é transmitido para o aluno, mas sim a promoção da interação entre objeto, discente e professores a fim de (re)construir situações matemáticas para explorarmos conteúdos dessa área de conhecimento.

O papel do professor é primordial, ou seja, caberá a ele escolher, mediar, orientar e avaliar todo o processo de ensino-aprendizagem. É necessário, por um lado, ter aporte teórico para sustentar as suas escolhas e para ficar claros seus objetivos tanto em relação aos conteúdos matemáticos quanto aos tipos de sujeitos almejados formarem. Por outro lado, é preciso ter consciência de que por mais incentivadoras e inovadoras sejam as práticas, ainda assim, deverá contar com a atividade mental do aluno e sua motivação para aprender.

Percebemos, por meio da investigação apresentada neste trabalho, possíveis indícios de resultados apontarem para utilização de MD como motivação do interesse dos alunos, inicialmente apenas pelo material, depois pelo conteúdo matemático desenvolvido em sala de aula e a utilização das atividades manipulativas, favorecendo a aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Entretanto, apontamos também algumas situações decorrentes de quando o professor está desenvolvendo atividades desta natureza, dentre elas destacamos: o quantitativo de alunos; alunos com déficit de aprendizagem; alunos hiperativos; falta de material; tempo insuficiente.

Para tanto, qualquer recurso(s) optado em trabalhar com os alunos, é necessário ter uma boa fundamentação teórica, tempo para planejar as atividades, estar preparado(a) para possíveis entraves, avaliar-se constantemente e buscar/fazer reflexões contínuas sobre sua prática docente.

BIBLIOGRAFIA

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a modelagem na educação matemática ensino do médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM. 1 CD-ROM.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e Metodologia de Matemática Para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2. ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CENTURION, M. R.; TEIXEIRA, J. La S.; RODRIGUES, A. B. **Porta Aberta: Alfabetização Matemática: 3 ano/9**. 1. Ed. São Paulo: FTD. 2011. (Projeto Porta Aberta).

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais e concretos jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM - SP**, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

KLUG, B. M. **Língua Portuguesa: minidicionário escolar**. Blumenau: Vale das Letras, 2010. 352 p.

LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (coleção formação de professores).

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em Sala de Aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

SILVA, N. O. **Matemática nas Séries Iniciais**. Belém: EDUFPA, 2008.

Posfácio

O apoio de laboratórios de ensino para as aulas de matemática vem se tornando cada vez mais frequente. Pode-se dizer que isto se deve ao crescimento das pesquisas que reforçam a importância do trabalho com materiais manipuláveis ou com informática para o ensino dessa disciplina, ou pelas atuais propostas de formação dos professores e pelos investimentos em equipamentos que vêm sendo feitos por escolas particulares e pelas redes públicas de educação básica.

Entretanto, a utilização plena e com sucesso de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é uma tarefa difícil de ser alcançada. É preciso a opção por uma proposta pedagógica com objetivos bem definidos, sustentados por pressupostos de aprendizagem claros, com destaque para o papel do professor e a relação entre os participantes do processo. E a busca pela elaboração de tal proposta, de seus objetivos, de fundamentação teórica e de experiências práticas têm neste livro uma nova bússola.

Além da reflexão teórico-metodológica – importantíssima a qualquer procedimento educacional – os textos apresentam diversas situações que podem servir de guia para os (futuros) professores da educação básica: alternativas à criação de ambientes de aprendizagem que envolvem diferentes materiais, métodos e conteúdos a serem explorados.

Saber lidar com o trabalho num laboratório de ensino de matemática é importante para a formação de futuros professores, mas também para a formação continuada de professores, em

especial aqueles que nunca tiveram essa experiência. Ele oferece a oportunidade para os docentes redimensionarem suas práticas particularmente quanto a sua participação no processo ensino-aprendizagem: o professor como “detentor de um conhecimento que deve ser passado aos alunos” dá lugar ao orientador, investigador, provocador, incentivador.

Acredito que os relatos contidos nestas páginas vão colaborar muito com a formação inicial e continuada de professores de todas as etapas da escolarização básica, além de bem embasadas teoricamente, foram escritas por pessoas que lidam diretamente com a formação de professores e com o ensino de matemática do nível básico ao superior. Mas não só por isso, as próprias razões que inicialmente destaquei como subjacentes ao uso do LEM atualmente, que, aliás, podem ser ainda consideradas consequência uma da outra, podem ser consideradas catalisadoras desta produção que reflete as experiências dos autores e essas suas preocupações com a educação matemática.

Fernando Guedes Cury