UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALEXANDRA RODRIGUES DE SOUSA BARBOSA

UM ESTUDO DOS CONHECIMENTOS QUE ALUNOS INGRESSANTES NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFT – CÂMPUS DE ARAGUAÍNA-TO MOBILIZAM PARA SOLUCIONAREM SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FRAÇÃO

ARAGUAÍNA-TO
2019

ALEXANDRA RODRIGUES DE SOUSA BARBOSA

UM ESTUDO DOS CONHECIMENTOS QUE ALUNOS INGRESSANTES NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFT – CÂMPUS DE ARAGUAÍNA-TO MOBILIZAM PARA SOLUCIONAREM SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FRAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática.
Orientador: Prof. Msc. Marcos José Pereira Barros

ARAGUAÍNA-TO
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

B238e Barbosa, Alexandra Rodrigues de Sousa .
UM ESTUDO DOS CONHECIMENTOS QUE ALUNOS INGRESSANTES NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFT – CÂMPUS DE ARAGUAÍNA-TO MOBILIZAM PARA SOLUCIONAREM SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FRAÇÃO. / Alexandra Rodrigues de Sousa Barbosa. – Araguaína, TO, 2019.
67 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2019.
Orientador: Marcos José Pereira Barros

1. Ensino e Aprendizagem de Fração. 2. Educação Matemática. 3. Significados de Fração. 4. Características das quantidades. I. Título

CDD 510

ALEXANDRA RODRIGUES DE SOUSA BARBOSA

UM ESTUDO DOS CONHECIMENTOS QUE ALUNOS INGRESSANTES NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFT – CÂMPUS DE ARAGUAÍNA-TO MOBILIZAM PARA SOLUCIONAREM SITUAÇÕES QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FRAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática.

Aprovada em 12 / 12 / 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Msc. Marcos José Pereira Barros. Orientador, UFT

Prof. Dr. Douglas Silva Fonseca. Examinador, UFT

Prof. Msc. André Luiz Ortiz da Silva. Examinador, UFT

Dedico este trabalho aos meus pais Antônio e Clarice, ao meu esposo Luiz Filho, aos meus filhos Luis Henrique e Larissa e a toda minha família pelo amparo, compreensão e incentivo que foram decisivos durante todo o caminho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que me proporcionou capacidade física e intelectual suficientes para concluir este trabalho. Seu infinito amor me ajudou a superar meus limites e vencer meus medos, sem Ele nada seria possível.

Ao meu esposo Luiz Filho e aos meus filhos Luis Henrique e Larissa, que me incentivaram e me deram o suporte necessário para retomar o sonho de finalizar este curso. Aos meus pais Antonio e Clarice e aos meus irmãos Alexon e Leciane Thewsley, por acreditarem no meu potencial mesmo quando eu duvidava. A minha prima Eneida Daiana, pela amizade e ajuda na revisão textual. A toda minha família, base necessária para minha formação como cidadã.

Ao meu professor e orientador Marcos José Pereira Barros, por ter me acolhido dentre seus orientandos e me apresentado essa proposta de pesquisa, pela sua disponibilidade, pela paciência e direcionamentos essenciais para o bom andamento deste trabalho.

Aos alunos ingressantes no primeiro período 2019/01 do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) que se disponibilizaram a fazer parte desta pesquisa.

A todos os colegas que tive a oportunidade de conhecer durante o curso, que dividiram comigo momentos felizes e me apoiaram em momentos difíceis. Em especial à Evanilde, condiscípula de orientação, pela amizade e ajuda incondicional.

À Universidade Federal do Tocantins (UFT) e a todo seu corpo administrativo que me ajudaram na minha jornada acadêmica. Gratidão também a todos os professores do colegiado de matemática que atravessaram minha trajetória trazendo valorosa contribuição para meu aprendizado e crescimento pessoal.

“Deixem-nos pegar nossos livros e canetas porque estas são as nossas armas mais poderosas. Uma criança, um professor, uma caneta e um livro podem mudar o mundo. A educação é a única solução. Educação antes de tudo.”

Malala Yousafzai (2013)

RESUMO

Apresentamos neste trabalho um estudo, que traz como base, resultados de pesquisas na área de Educação Matemática sobre ensino e aprendizagem do conceito de fração. Este conceito faz parte de inúmeras situações cotidianas, e tem se mostrado um conteúdo de difícil assimilação, tanto para os professores quanto para os alunos. A partir da observação das dificuldades enfrentadas por estudantes recém inseridos na vida acadêmica, em assimilar os diferentes significados das frações, verificou-se a necessidade desta pesquisa. Diante disso, o objetivo geral deste trabalho é responder a questão de pesquisa: "Quais os conhecimentos que os estudantes ingressantes no curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) campus de Araguaína, mobilizam ao solucionarem situações de frações? Considerando seus cinco significados - Parte-Todo, Número, Medida, Quociente e Operador multiplicativo - com base nos trabalhos de Merlini (2005) e Barros (2018). Para a coleta de dados necessários às análises qualitativas desta pesquisa, desenvolvemos uma sequência didática com cinco atividades, organizadas em tarefas referentes aos significados fracionários e a aplicamos a 29 alunos do primeiro período 2019/01 do curso de Licenciatura em Matemática da (UFT). A partir dessa análise, concluiu-se que os conhecimentos dos participantes, em relação ao conceito de fração, não são abrangentes em relação aos cinco significados analisados e que não há uniformidade nas estratégias dos participantes para resolução das questões dentro do mesmo contexto. Outro ponto observado é o uso recorrente de regra de três simples e do significado Parte-Todo como estratégia de resolução presente em todas as atividades.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem de Fração; Educação Matemática; Significados de Fração; Características das quantidades.

ABSTRACT

We present in this study, which presents as a basis, the results of research in the area of Mathematical Education on teaching and learning the concept of fraction. This concept is part of many everyday situations, and shows content that is difficult to assimilate for both teachers and students. From the observation of the difficulties faced by students recently inserted in the academic life, as well as the different meanings of the fractions, there was a need for this research. Therefore, the general objective of this paper is to answer the research question: “What knowledge do students entering the undergraduate mathematics course at the Federal University of Tocantins (UFT) Araguaína campus, mobilize themselves to solve fraction problems? Considering its five meanings - part-whole, number, measure, quotient and multiplicative operator - based on the works of Merlini (2005) and Barros (2018). To collect the necessary data for qualitative analysis of this research, we developed a didactic sequence with five activities, organized into tasks related to fractional meanings and applicable to 29 students from the first period 2019/01 of the undergraduate mathematics course (UFT). From this analysis, it was concluded that the participants 'knowledge regarding the concept of fraction is not comprehensive in relation to the five meanings analyzed and that there is no uniformity in the participants' strategies for solving the issues within the same context. Another point noted is the recurring use of the simple three-rule and the Part-Whole meaning as a resolution strategy present in all activities.

Keywords: Fraction Teaching and Learning; Mathematics education; Meanings, Fraction; Rating Features.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente estudo busca explorar, dentro da temática do processo de ensino e aprendizagem do conceito de fração, a abrangência dos conhecimentos dos diferentes significados fracionários, que os discentes ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática trazem da sua experiência na Educação Básica (EB). Expõe-se aqui as inquietações que motivaram a trilhar caminhos que visam esta compreensão.

Os números racionais, em sua representação fracionária ou apenas “frações”, fazem parte do nosso cotidiano e muitas vezes passam despercebidos, como em quantidades de ingredientes de uma receita de bolo, nos descontos ou acréscimos financeiros, dentre outras situações em que são utilizados na vida cotidiana e que nem sempre são percebidas. Apesar da aplicabilidade prática, nota-se que muitos alunos saem da escola sem saber reconhecer seus principais significados e com dificuldades de relacionar o que lhes foi apresentado na EB com suas reais necessidades.

As minhas experiências vivenciadas desde minha formação escolar, perpassando a academia, despertou-me a consciência da necessidade de estudar e pesquisar as práticas de ensino e os processos de aprendizagem do conceito de fração por estudantes ingressantes no curso de Matemática.

Apresenta-se a seguir, a questão problema que norteia este trabalho, os objetivos, justificativa e demais estruturações.

1.1 Inquietações acerca da Educação Matemática no Ensino Básico

Filha de uma cidade pequena e de uma família de poucos recursos, tive toda a minha EB cursada em escolas da rede pública de ensino. Ingressar em uma faculdade parecia uma possibilidade muito distante da minha dura realidade, mas parar os estudos ao concluir o Ensino Médio era uma ideia que não me agradava. Ao vislumbrar uma oportunidade real de ingressar num curso superior, que veio por meio da criação de uma nova universidade no Estado do Tocantins (ainda UNITINS), minha opção pelo curso de Licenciatura em Matemática não foi muito difícil, tendo em vista o pequeno leque de cursos oferecidos na época, a minha facilidade em compreender os conteúdos das disciplinas de exatas e o encantamento que desde muito cedo nutri pela disciplina.

Quando iniciei a graduação, no primeiro semestre de 2002, percebi que havia uma lacuna na EB que tornava a graduação um universo totalmente estranho para os iniciantes. Na minha experiência estudantil na EB, senti que os conteúdos foram trabalhados superficialmente e o método utilizados por meus professores tornavam os alunos agentes passivos do processo de ensino e de aprendizagem. Assim, percebi que os alunos eram conduzidos a somente observar o conteúdo e reproduzi-lo nas avaliações. Já no ensino superior, notei que a estrutura curricular e a rotina das aulas eram completamente distintas do que vimos na EB e o aluno era surpreendido pelo fato de não receber todas as respostas já prontas.

Na escola pude ter uma ideia de como era o dia a dia de um professor, isso porque trabalhei com aulas particulares e substituí uma professora numa escola pública estadual por algum tempo. Essa experiência me fez refletir, ainda jovem, no porquê de grande parte dos alunos apresentar dificuldades e até uma aversão à disciplina de matemática. Na graduação, me surpreendi com as dificuldades que muitos dos meus colegas ainda tinham com conceitos básicos de matemática. Os meus desafios na faculdade apresentaram-se com conteúdos e conceitos que deveriam ter sido aprendidos durante o Ensino Médio, mas que não foram abordados por meus professores. Desde então, tenho me interessado em compreender os processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos de matemática.

1.2 Problemática, questão de pesquisa e objetivos

Desde a minha formação inicial até a primeira temporada na graduação em matemática, vivenciei grandes dificuldades de aprendizagem enfrentadas por meus colegas. Penso, que devido a isso, parecia normal para boa parte dos alunos com quem eu me relacionava, manter uma certa aversão ou mesmo indiferença aos conteúdos desta ciência. Inicialmente, na minha inexperiência de jovem estudante na escola, não conseguia compreender por que o processo era tão desgastante para muitos, enquanto para poucos não era necessário tanto esforço. Se os métodos de ensino seguiam o mesmo padrão para todos, onde estava a falha? No método? Nos professores? Nos alunos? No primeiro momento não pude obter respostas.

Já na faculdade, notei que alguns colegas trouxeram dificuldades que não conseguiram sanar na escola. Por este motivo, o conteúdo apresentado na faculdade tornava-se ainda mais desafiador e muitas vezes incompreensível. As disciplinas e sua estruturação programática na academia, por sua vez, também não cooperavam com a superação desses desafios, pois não eram e ainda não são pensadas para o fim de minimizar as lacunas trazidas da EB pelos alunos. Conforme Franchi (2003), os cursos superiores, onde está incluído também o curso de

Licenciatura em Matemática, deve levar em conta o perfil do aluno ingressante para planejar seu projeto pedagógico e implementar ações que possam levar o aluno a superar suas dificuldades e desenvolver suas habilidades, pensando em um contexto global que leve em conta a realidade social e a Instituição.

Foi então que comecei a perceber algumas falhas no EB e a levantar questões sobre o processo de formação de professores de matemática, como: quais recursos os novos professores têm recebido para garantir um processo de ensino aprendizagem capaz de trazer inovação e reflexão desde a EB? De que maneira a licenciatura contribui com ideias inovadoras no ensino da matemática? O que é necessário para que professores, que receberam uma educação pautada em métodos tradicionais – aulas expositivas, fórmulas, cálculos sem razão significativa ou qualquer associação ao que é palpável na realidade dos alunos - consigam adaptar os conteúdos aos conceitos de um mundo centrado na tecnologia que gera mudanças contínuas nas vivências das atuais e futuras gerações de alunos?

Presenciei em vários momentos, tanto na escola quanto na graduação, o fracasso de meus colegas com a conceituação de fração. O que me chamou a atenção, foi perceber que uma maioria gritante dos acadêmicos não sabem efetuar cálculos com frações. Na faculdade, também tivemos a oportunidade de vivenciar a realidade das salas de aula (pela perspectiva do professor) em atividades realizadas nas disciplinas de Estágio Supervisionado, com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Essa experiência possibilitou constatar, que pouca coisa havia mudado no tocante às dificuldades que os alunos têm em realizar cálculos utilizando números fracionários.

Diante de uma nova oportunidade de formação, precisei abandonar o curso de graduação de Licenciatura em Matemática em 2007/1 e ao retomar em 2018/01, após ter obtido a formação em Ciências Contábeis em 2010/02, pude observar de forma mais madura, os debates sobre a formação de professores. Foi então que tomando conhecimento da pesquisa Barros (2018) sobre “O processo de ensino e aprendizagem de fração”, percebi a necessidade do aprofundamento em tal pesquisa, para contribuir com o melhor desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem do conceito de fração.

Considerando que a aprendizagem do conceito de fração é de difícil assimilação, tanto para professores quanto para estudantes o que, conforme indicam os trabalhos de Barros (2018), Silva (2013), Merlini (2005), e outros, isso pode limitar o processo de ensino, nos desafiamos a identificar como os estudantes ingressantes no Curso de Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) resolvem situações de fração.

Neste sentido, este trabalho tem como objetivo geral, identificar conhecimentos que os alunos iniciantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFT campus de Araguaína, mobilizam ao solucionarem situações de frações. Em decorrência disso, estabelecemos como pergunta de pesquisa: **Quais os conhecimentos que os estudantes ingressantes no curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT) campus de Araguaína, mobilizam ao solucionarem situações de frações?**

Deste modo pretendemos responder à pergunta de pesquisa e alcançar o objetivo geral, estabelecendo como objetivos específicos:

a) Detectar se os alunos ingressantes no primeiro período 2019/01 no curso de licenciatura em matemática da UFT campus de Araguaína, conhecem diferentes significados de fração.

b) Examinar, a partir de uma sequência de atividades, quais conhecimentos esses alunos utilizam para resolverem situações que envolvem frações, considerando os conceitos fracionários e a natureza das quantidades.

c) Fornecer dados relevantes para o curso de Licenciatura em Matemática, promover iniciativas que possam contribuir com a diminuição da distância entre a EB e o ensino superior.

1.3 Justificativa da pesquisa

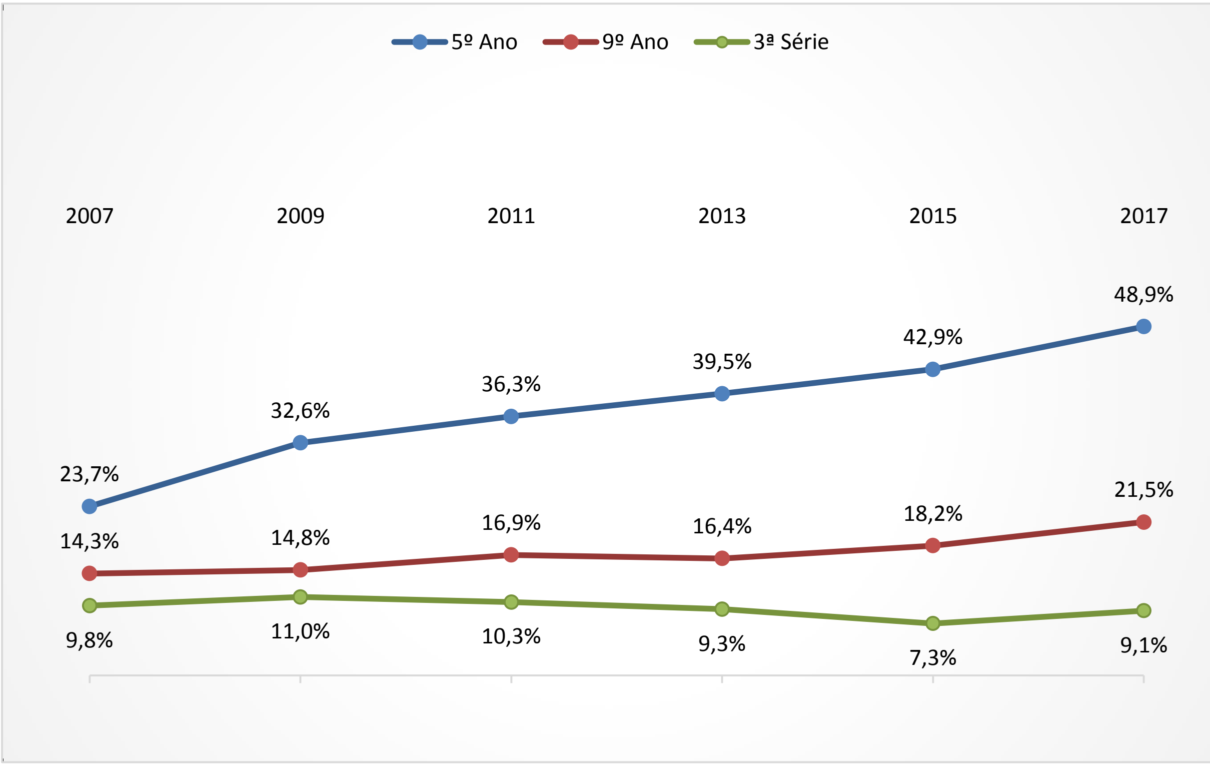
Hoje no Brasil, nota-se pouco avanço no aprendizado de Matemática, conforme mostra o estudo divulgado em 21/03/2019 pelo movimento Todos pela Educação, baseado nos dados do Sistema de Avaliação da EB – Saeb, do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep).

Segundo os dados do levantamento, entre 2007 e 2017 a percentagem de estudantes com aprendizado adequado em matemática é maior no 5º ano do Ensino Fundamental, onde cresceu de 23,7% para 48,9%, mas esse percentual vai diminuindo a medida em que se avança na vida escolar.

No 9° ano, há uma evolução em ritmo mais lento, porém parte-se de um número muito pequeno, de 14,3% para 21,5%, chegando ao cenário mais crítico na 3ª série do Ensino Médio, onde o percentual caiu de 9,8% para 9,1%. Os números de transição do Ensino Fundamental para o médio apontam que o aprendizado de matemática nas series iniciais está em declínio.

O Gráfico 1 abaixo, foi montado com os dados fornecidos pela pesquisa, utilizando apenas os números referentes ao aprendizado de matemática para as três séries analisadas pelo estudo.

Gráfico 1: Percentual de alunos com aprendizado adequado em Matemática



Fonte: Todos pela Educação (2019)

Pode-se verificar, que em dez anos, o 5º ano cresceu 25,2%, o 9º ano cresceu apenas 7,2% e a 3ª série do EM caiu 0,7%. Apesar do bom número que o 5º ano apresenta, estudiosos acreditam que a raiz do problema está nas formações de conceitos matemáticos nas séries iniciais.

Neste sentido, Schastai, Farias e Silva (2013, p.19), acreditam que o problema pode estar na formação dos professores das séries iniciais, na qual "formação do pedagogo – professor que atua nos anos iniciais – concentra-se muito no 'como fazer', considerando princípios metodológicos e didáticos, e carecem de conteúdos específicos para o ensino das áreas do conhecimento" .

Dentro desta realidade, encontra-se a construção do conceito de frações, que segundo o entendimento de Barros (2018, p 46), "para o profissional da educação desenvolver sua aula com entendimento de conteúdo e domínio, é necessário que haja uma formação de qualidade que aborde o ensino de frações de forma objetiva na e para a prática do professor."

Outro ponto muito criticado é a forma como os conteúdos de matemática são ensinados, valorizando somente as exposições de conteúdos, a memorização de regras e macetes para resolver todo tipo de situação ou problema (SILVA, 2013).

Retomando minha vivência escolar como aluna em contraponto com os dados acima, acredito que alcancei sucesso na EB, por me adaptar bem aos métodos de ensino utilizados pelos meus professores, mas no tocante ao aprendizado de frações, percebo agora, diante de tudo que tenho aprendido com o desenvolvimento deste trabalho, que não havia contextualização relevante para minha vida prática ou mesmo algo que, timidamente, me remetesse aos significados das frações, ainda que implicitamente. Fomos, meus colegas e eu, levados a decorar macetes para resolver exercícios sem que houvesse um aprendizado significativo, e o que percebi em minhas experiências é que a fórmula do insucesso perdura até hoje, mesmo com tantas discussões e orientações registradas oficialmente.

Exemplo disso, são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elaborado em 1997 pela Secretaria de Ensino Fundamental/MEC e agora a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) apresentada pela RESOLUÇÃO CNE/CP Nº 2, DE 22 DE DEZEMBRO DE 2017, que sugerem que o ensino de frações seja introduzido a partir do 2º ciclo do Ensino Fundamental (4º e 5º anos do EF), reconhecendo a relevância desse conteúdo e propondo discussões sobre processos pedagógicos a serem adotados. Estes registros, norteiam o trabalho de professores nas escolas de todo o país e consideram que ao final do ensino fundamental o estudante consiga distinguir os diferentes significados e representações de frações. Divergem apenas em relação aos significados das frações os quais devem ser explorados nas situações-problema.

Assim, dentre os inúmeros conteúdos de matemática, optou-se por trazer neste trabalho uma discussão sobre frações, por perceber que existem dificuldades tanto no tocante ao ensino quanto à aprendizagem, que se iniciam na EB e perduram durante toda a vida acadêmica.

Com base na observação, detecção e levantamento de soluções às limitações e dificuldades enfrentadas por alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática, referentes à solução de situações envolvendo o conceito de frações, a presente pesquisa poderá ajudar no ensino de conceitos e resoluções das problemáticas levantadas durante o desenvolvimento desta, tanto no ensino e aprendizagem no âmbito acadêmico da Licenciatura Matemática, quanto no âmbito da EB.

Assim, este trabalho tenta trazer maiores esclarecimentos acerca dos conceitos e das possibilidades de representação de frações, propondo um ensino mais palpável e próximo da realidade quotidiana dos alunos. Pois, diante das diversas situações práticas do dia a dia, em que é preciso lidar com situações que envolvem fração, é necessário deixar de lado a ideia da barra de chocolate e da pizza, no ensino deste conteúdo. Tendo em vista, lidar com diversos elementos e, a partir deles, diversas bases de medidas às quais aplica-se o conceito de fração.

Para buscar e criar sugestões para estes esclarecimentos, toma-se por base os raciocínios de Cardoso e Mamede (2015, apud Barros 2018), que defendem a necessidade de uma formação capaz de superar as dificuldades de professores e futuros professores para o ensino de fração, e que assim, será importante o empenho de universidades quanto à superação das fragilidades do conhecimento matemático, de tal modo que atenda às exigências preconizadas em um currículo.

Este trabalho foi organizado em cinco seções. Na primeira, apresentamos as inquietações que levaram à pesquisa, expusemos a problemática e objetivos, assim como sua justificativa. Na segunda, tratamos da parte teórica do estudo das frações trazendo a base de sustentação da pesquisa. Já na terceira seção, elucidamos a metodologia. A quarta trouxe a análise dos resultados e, por fim, a quinta seção fechou-se com algumas considerações sobre o desenvolvimento do trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresenta-se a visão de alguns autores que discorrem sobre o papel do professor no processo de ensino e do aluno no processo de aprendizagem de frações na EB, buscando compreender as possíveis causas das dificuldades em relação a este conceito. Destaca-se aqui, os trabalhos de Barros (2018), Silva (2013), Lopes (2008), Merlini (2005), nos quais se baseia para apresentar alguns apontamentos a respeito deste assunto.

Muito se tem discutido no âmbito da educação, acerca da atuação e relação desses dois agentes. Estudiosos e pesquisadores, em geral, buscam respostas que justifiquem o baixo nível de aprendizagem e apontam caminhos que criticam os métodos de ensino utilizados, sugerindo uma nova postura do educador. No tocante à disciplina de matemática, com destaque no estudo das frações, o cenário é um pouco mais complexo, pois além do baixo nível de aprendizagem que se tem verificado, as variáveis das possíveis causas vão além dos métodos utilizados, passam pela estruturação curricular das escolas, forma de abordagem do conteúdo, e a formação dos futuros educadores.

Existe um consenso entre os autores, de que o conteúdo de frações é, sem dúvidas, de extrema importância e indispensável no currículo escolar elementar, pois faz parte da vida cotidiana e agrega outros conceitos, como: razão, porcentagens, probabilidade e números decimais, apontados nos trabalhos de Barros (2018), Silva (2013) e Merlini (2005). Tornando-se assim um “megaconceito” – termo utilizado por Lopes (2008) – “constituído (construído) por diferentes subconceitos, aquilo que chamamos de interpretações do conceito” (LOPES, 2008, p.8). Concordam também que trata-se de um conceito muito delicado, que exige uma maior atenção por parte dos professores ao introduzi-lo (LOPES, 2008, p.7). Por estas razões Silva (2013) aponta que o conteúdo de fração é tido como um dos mais difíceis para professores e estudantes em Matemática, dada a sua relevância e complexidade, o conteúdo de frações tem aparecido como tema central de várias discussões e pesquisas.

Segundo Barros (2018, p.28), “as dificuldades na aprendizagem desse conceito estão relacionadas às abordagens metodológicas de ensino, à falta de interesse dos estudantes quanto aos conteúdos matemáticos e à descontextualização do conceito de fração com situações concretas.”

Na opinião de Silva (2013, p.17 e 18), “é possível que os problemas de aprendizagem que os alunos enfrentam para a formação de conceitos sejam decorrentes de uma prática mecanicista, que valoriza excessivamente o “fazer” e o “operar” e desconsidera a importância do pensar e do abstrair.”

Para Lopes (2008, p. 20) “o ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo.” Merlini (2005, p 02) afirma que, “com relação ao ensino, o que se tem revelado, é uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos, e uma forte tendência para introduzir esse conceito com base no significado Parte-Todo.” O que reafirma o mecanicismo citado por Lopes (2008), com o qual concordamos.

2.1 O ensino das frações

Conforme orientam, tanto os PCN quanto a BNCC, o ensino das frações inicia-se a partir do 2º ciclo do Ensino Fundamental, ou seja, no 4° e 5° ano. Numa situação ideal, as crianças têm nesta fase, de 9 a 10 anos. Esse período corresponde ao estágio das operações concretas, segundo a divisão do desenvolvimento intelectual da criança de Piaget, definido por Goulart (1989, p. 33 apud SILVA, 2013). Para Goulart, é nesse estágio que a criança começa a realizar operações mentalmente e não mais apenas através de ações físicas: constitui uma fase de transição entre a ação e as estruturas lógicas mais gerais[1].

Para Silva (2013, p.35), o professor deve elaborar suas aulas sobre frações de maneira a facilitar-lhe a identificação do grau de maturidade que cada criança possui com relação à formação dos conceitos de fração. Os dois documentos – PCN e BNCC – convergem ao entendimento de que ao final do 3º ciclo (6º e 7º ano), já estejam consolidados os estudos com frações.

Já Lopes (2018) afirma que um dos problemas detectados no ensino de frações, é o fato de que seu ensino tem estado restrito até o final da 6ª série, sugerindo que os currículos deveriam contemplar experiências diversas com frações em todas as séries do ensino fundamental e médio, algo que vá além da revisão com frações mais “difíceis”. Ressalta-se aqui, que um trabalho eficaz, com práticas de ensino que favoreçam a aprendizagem de frações, demanda tempo e por esse motivo acredita-se que o ideal é que contemple todo o ensino fundamental, médio e superior, tanto para os cursos de Pedagogia quanto de Licenciatura em Matemática.

As minhas experiências nas aulas de estágio (I, II e III), me fizeram perceber que sempre que se falava em frações para os alunos, o primeiro pensamento que vinha em suas

[1] Não nos aprofundaremos na teoria de Piaget, uma vez que não é objetivo de nosso trabalho. Todavia entendemos a necessidade de apenas apontar a fase de desenvolvimento da criança para situar o leitor quanto ao momento em que se inicia os processos de ensino e de aprendizagem do conceito de fração.

mentes era a partição de um todo. Seja ela uma medida de cumprimento, por exemplo, ou a divisão de partes iguais de uma barra de chocolate. Esta percepção é apontada por Barros (2018, p. 33) em sua pesquisa:

> “Nota-se que há uma diversidade de representação de fração; no entanto, os estudantes “aprendem” ou decoram apenas um deles: o registro fracionário, quando relacionado à parte de um todo. Isso nos leva a entender que aquilo que está sendo ensinado nas escolas com maior frequência é a representação fracionária do tipo parte/todo, e que outras representações como a decimal, percentual e divisão, não são abordadas como parte de um mesmo conteúdo.

Isso indica uma forte tendência dos professores a priorizar o significado Parte-Todo em detrimento dos demais. Isso contraria as orientações dos PCN (BRASIL, 1997, p. 57), que já preveem para o 2º ciclo o trabalho com os significados de Quociente, Parte-Todo e razão:

> Neste ciclo, são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal. (BRASIL,1998, p.57).

As pesquisas como a de Barros (2018), Silva (2013), Lopes (2008), Merlini (2005), Nunes *et al (*2009), entre outros autores, defendem a existência de cinco distintos significados das frações, e ressaltam a importância de proporcionar aos estudantes, um contato com o maior número de significados. Barros (2018, p. 61) defende a ideia de que o professor deve lançar mão de diferentes registros de representação e outros significados além do Parte-Todo, como Quociente, Medidas, Operador multiplicativo e Número, a fim de que os estudantes possam aprender o conceito de fração.

Em seus estudos Merlini (2005, p. 36) “considera que situações de ensino que de fato têm como objetivo a construção do conceito de fração, deveriam levar em conta os diferentes significados nos distintos contextos que a fração pode assumir.”

Apesar dos PCN (1997) sugerirem que o educador entenda o aluno como agente da construção do seu conhecimento, assumindo o papel de mediador da aprendizagem, o que tem sido observado, do ponto de vista de Barros (2018), é que o ensino desse conceito se caracteriza por aulas tradicionais, privilegiando a comunicação de conteúdo. Essa metodologia de ensino pode levar os professores a estacionar seus “modos de ensinar” na zona do conforto, onde não há confrontos, nem espaços para perguntas e reflexão daquilo que está sendo ensinado. Desse modo, os professores passam a exercer total controle sobre a aula, privilegiando a realização de exercícios com o objetivo de memorização (BARROS, 2018).

De acordo com os PCN, no volume de Matemática, a atividade matemática escolar não é olhar para coisas prontas e definitivas, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (BRASIL, 1997, p. 19). Neste sentido, Silva (2013, p.34), acredita que "o conhecimento é um produto de transformações internas do sujeito, que este por sua vez também é social e se interage com o ambiente, dando ao professor o papel de mediador".

Do ponto de vista de Merlini (2005), não se pode estudar um "ente" Matemático sem considerar seu aspecto como ciência, levando em conta sua evolução e formalismo. Por esse motivo, levando em consideração que a matemática surgiu da necessidade de solucionar problemas oriundos da vida diária, o mesmo entendimento se aplica quando se estuda as frações.

Barros (2018), afirma que, da mesma maneira, que a matemática emerge da ação do homem o conteúdo de fração também é oriundo de apreensões sensíveis da realidade, algo pertencente à vida diária das pessoas e, nesse sentido, o seu ensino não pode estar descontextualizado do cotidiano dos estudantes. O que para Lopes (2017, pg. 11) "não significa mantê-la conectada apenas aos fenômenos do mundo real, senão também ao realizável, imaginável ou razoável para os alunos, desta perspectiva a componente cultura tem que ser levada em conta como contexto".

Outro fato relevante está no período no qual ocorre a formação do conceito de frações, em que o aluno deveria ser acompanhado por um professor pedagogo que, em sua formação acadêmica, não foi preparado para dominar os conteúdos de matemática, ou seja, sua formação não tem como foco principal o preparo para dominar os conteúdos de matemática. Porém é sabido que o sistema educacional brasileiro não vive uma realidade ideal, e muitas vezes o que se tem nesta fase é um professor licenciado em matemática ou em outras áreas, que por sua vez, obtiveram formação acadêmica para atuar nas séries finais do 3º ciclo do Ensino Fundamental e não nesta fase do desenvolvimento infantil.

Em sua pesquisa Silva (2013), percebeu que as professoras pedagogas, participantes da amostra, não aprenderam sobre frações, ou o seu aprendizado foi insuficiente a ponto de não contribuir com suas atuações em sala de aula. Muitos pedagogos, escolhem essa área de atuação por acreditar que não terão que lidar com conceitos muito elaborados, ou seja, seus conhecimentos baseiam-se no que foi aprendido na EB sobre o assunto e a sua pratica em geral é uma repetição da abordagem que o seu professor da EB. Silva (2013, p. 92) conclui que "as universidades ao invés de proporcionarem os saberes disciplinares reduzidos a uma área específica, devem propiciar aos futuros professores conhecimentos mais abrangentes, do ponto de vista dos saberes docentes, curriculares e experienciais pedagógicos."

Tanto os professore pedagogos quanto os professores licenciados têm capacidade de ensinar matemática, porém as lacunas em suas formações iniciais – como mencionado anteriormente – geram dificuldades ao ensinar frações. Silva (2013, p. 93), diante dos fatos observados acredita que “o ensino de frações deve estar fragilizado em turmas de 4º e 5º anos, dificultando o aprendizado dos alunos.”

São inúmeros os desafios a serem superados, para se alcançar sucesso com o ensino de frações. Por não ser um conteúdo fácil de se assimilar porque, do ponto de vista de Merlini (2005), pressupõe rupturas com conceitos mais intuitivos como o número natural, por muitas vezes a responsabilidade do aprendizado recaiu apenas sobre os alunos como observou Barros (2018).

Silva (2013) indica que tanto para os professores pedagogos como para os professores licenciados em matemática é evidente a falta de conhecimento para o ensino de frações, e ambos demonstram insatisfação com relação à sua formação e preparação para a docência. Esse despreparo evidentemente afeta a aprendizagem do aluno. Diante destes fatos, lidar com este conceito exige um esforço maior do professor que está à frente desta missão, que por sua vez precisaria ter sido melhor preparado na sua formação inicial. Não existe uma fórmula mágica para sanar o problema. Todos os envolvidos: alunos, pais, professores, escolas, universidades e governo devem enfrentar suas responsabilidades e buscar soluções.

Barros (2018, p. 61) defende que é “também extremamente importante que os docentes busquem, constantemente, cursos de formação continuada, cujo objetivo seja o de refletir sobre a prática educativa e compreender que um mesmo conceito pode estar imbuído de vários significados”.

> “(...) E assim conseguir proporcionar situações de ensinos que de fato têm como objetivo a construção do conceito de fração, que levem em conta os diferentes significados nos distintos contextos que a fração pode assumir: parte-todo, número, medida, operador multiplicativo e quociente” (MERLINI, 2005, p 36).

Considerando tudo que foi exposto, passa-se agora a definir cada um dos cincos significados de frações, buscando exemplificá-los para maior entendimento, assim como também discorre-se sobe as características das quantidades e quais as suas importâncias no processo de ensino e de aprendizagem do conceito de fração.

2.2 Características das quantidades

Antes de discorrer sobre os significados das frações, é de fundamental importância entender sobre as características das quantidades. Conforme afirma Barros (2018):

> Quando compreendemos as características das quantidades e conseguimos diferenciar quantidade contínuas e discretas (descontínuas), intensivas e extensivas, o processo de ensino e aprendizagem do conceito de fração se torna significativo, tanto para o professor quanto para o estudante. (BARROS, 2018, p.82)

Nunes *et al* (2009, p.148), menciona que "podemos classificar as quantidades usando diferentes tipos de critério. Uma das maneiras de classificar as quantidades é distinguir quantidades extensivas e intensivas." Conforme definições de Nunes *et al* (2009) temos que:

Quantidades Extensivas**:** refere-se a medida de uma quantidade que se baseia na comparação de duas quantidades da mesma natureza e na lógica parte-todo. A exemplo disto temos que quando dizemos "três botões", "três tijolos", ou "três quilos", estamos nos referindo a quantidades extensivas, pois pensamos no número 3 como um indicador de quantas unidades temos. Nunes *et al* (2009).

"A lógica das quantidades extensivas baseia-se, na relação parte-todo: portanto, no raciocínio aditivo." (NUNES et al., 2009, p. 123).

Quantidades Intensivas**:** "é um tipo de quantidade que é medida através da comparação entre duas quantidades diferentes."

> Por exemplo, quando queremos saber se uma limonada está 'forte' ou 'fraca', estamos nos referindo à concentração do suco de limão. A medida da concentração de um copo de limonada envolve uma comparação entre a quantidade de suco de limão (uma quantidade) e a quantidade de água (a segunda quantidade) que utilizamos. (NUNES et al., 2009, p.122).

"A lógica das quantidades intensivas baseia-se numa relação entre duas quantidades: portanto, no raciocínio multiplicativo". (NUNES et al., 2009, p. 123).

Silva (2013), defende que o professor pode utilizar instrumentos que são definidos como quantidades contínuas (como exemplo as figuras geométricas) e quantidades discretas (como por exemplo as coleções), a fim de conseguir identificar o grau de maturidade que cada criança possui com relação ao conceito de fração.

Quantidades Discretas (descontínuas)**:** "é um conjunto de objetos de mesma natureza (ou unidades naturais) que, mesmo depois de realizar algum tipo de operação matemática, continuam sendo da mesma natureza inicial, formando novo conjunto ou subconjuntos." (BARROS, 2018, p.82). Por exemplo, ao se dividir 8 bolas de gude por 3 crianças.

Quantidades Contínuas**:** "aquelas que são passiveis de serem divididas exaustivamente, sem que necessariamente percam suas características. Por exemplo: um chocolate pode ser dividido em inúmeras partes, sem deixar de ser chocolate." (MERLINI, 2005, p. 96).

2.3 Significados de fração

Com base nos estudos de Merlini (2005) e Barros (2018) apresenta-se nesta seção a visão dos autores em relação aos cinco significados de frações: Número, Parte-Todo, Medida, Quociente e Operador multiplicativo. Essa classificação teórica foi proposta por Nunes et al. (2003, apud MERLINI, 2005).

Merlini (2005), aponta que nos estudos sobre frações, uma mesma situação pode ser resolvida utilizando-se de diferentes estratégias, que podem ou não divergir da classificação inicial proposta. Isto porque as situações mantem uma estreita relação com as estratégias escolhidas e com os símbolos matemáticos que se dispõe para representar tal situação.

O exemplo proposto por Merlini, demonstra essa característica muito bem, e é corriqueiramente encontrado nos livros didáticos. Trata-se de: *Dividir 2 barras de chocolate para 3 pessoas.* Essa situação poderia ser classificada inicialmente com o significado Quociente, mas dependendo da estratégia utilizada, pode ser resolvido corretamente utilizando-se do significado Parte-Todo ou ainda ser interpretado com o significado Operador multiplicativo.

Isso revela a importância de se explorar todas as possibilidades deste conceito, fornecendo o máximo de experiencias possíveis para munir os alunos de ferramentas capazes de ajuda-los nas mais diversas situações.

Barros (2018) admite em seu trabalho que o estudo sobre o conceito de fração é complexo e que os professores devem ter consciência da necessidade de os alunos reconhecerem os diferentes significados de fração.

A seguir apresenta-se alguns exemplos que tentam elucidar cada um dos significados.

2.3.1. Significado Parte-Todo

Para Merlini (2005, p. 28), “o significado parte-todo consiste em considerar “um dado todo (contínuo ou discreto), dividido em partes iguais em situações estáticas, cuja utilização de um procedimento de dupla contagem dá conta de chegar a uma representação correta.”

Exemplo: Paulo comeu sozinho 6 pedaços de uma pizza grande, dividida em 8 pedaços. Represente a fração que corresponde a quantidade de pizza que sobrou.

Para se chegar à resposta o sujeito deve imaginar a pizza como um todo que foi dividido em 8 partes iguais. Diferenciando as partes que foram comidas das que sobraram, ele deve perceber que o número total de partes em que a pizza foi dividida (8) corresponde ao denominador e que as partes que sobraram (2) correspondem ao numerador. Que agora pode ser representada pela fração $\frac{2}{8}$.

Este tipo de situação é muito abordado pelos livros didáticos, sendo muitas vezes utilizada como única estratégia para a introdução do conteúdo de frações. Porém Barros (2018) ressalta que:

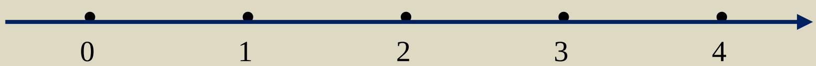
> O ensino de um conceito ou proposição matemática passa a ser significativo quando o mesmo é abordado por meio de uma variedade de situações. Assim, restringir o ensino do conceito de fração à ideia de "dividir" algo em várias partes e representá-las por meio da sobreposição de dois números inteiros, numerador e denominador ($\frac{a}{b}$, a e $b \in \mathbb{Z}$), não é justificável. O significado parte-todo é importante, mas não pode ser o único. (BARROS, 2018, p.74)

Tanto o trabalho de Barros (2018) quanto o de Merlini (2005) apontam uma tendência dos educadores de privilegiar o significado Parte-Todo no trabalho com frações e alertam que esta tendência acaba por prejudicar o aprendizado deste conceito tão amplo, conduzindo os alunos a terem dificuldades em enxergarem os números racionais como um conjunto e que estes são também uma extensão do conjunto dos números naturais.

2.3.2. Significado Número

No significado Número, Barros (2018, p. 76), destaca que "esse significado se refere ao fato de que a fração, da mesma maneira que os números inteiros, não precisa necessariamente remeter a uma determinada quantidade (contínua ou discreta)". Ou seja, uma fração pode assumir o significado de Número e ser posicionada na reta numérica, existindo segundo Merlini (2005), duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal, para exemplificar vamos utilizar a fração $\frac{1}{4}$ (representação ordinária) que pode ser escrita como 0,25 (representação decimal). Vejamos abaixo, um exemplo de abordagem deste significado:

Exemplo: Represente na reta abaixo os números $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{2}$.



O sujeito deverá reconhecer as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{2}$ como números que possuem um lugar na reta numérica e que suas localizações devem obedecer uma ordem, reconhecendo qual deles é o maior e qual é o menor, ou seja, ele deve perceber que o número $\frac{3}{4}$ está compreendido entre 0 e 1 ao passo que o número $\frac{3}{2}$ está compreendido entre 1 e 2.

Este significado é pouco abordado, tanto pelos professores quanto pelos livros didáticos e isso acaba prejudicando a organização do conceito, pois o aluno tende a não identificar a fração como um número. Barros (2018) defende a importância de o aluno reconhecer este significado, visualizar seu posicionamento na reta numérica e reconhecer que existem infinitos números entre duas frações.

2.3.3. Significado Medida

Barros (2018, p. 77), baseado em Merlini (2005), explica que, "esse significado está ligado à identificação de quantas vezes uma unidade "cabe" em outra e que fração corresponde a essa comparação". Neste caso, a ideia presente é de comparação entre duas grandezas. "Para tal se faz necessário o estabelecimento de um referencial de comparação único para grandezas de mesma espécie como, por exemplo, centímetros para metros" (SANTANA, 2012, apud BARROS, 2019, p.77).

Exemplo 01: Para fazer certa medida de suco, Ana utiliza no preparo 2 medidas de poupa de caju para 3 medidas de água. Qual a fração que representa a medida de poupa em relação ao total de suco?

A receita desse suco é medida pela razão entre as 2 medidas de poupa para 3 medidas de água, ou seja $\frac{2}{3}$. Neste exemplo, o suco que é o resultado entre a mistura de poupa e água, assume o papel de um "todo" constituído por 5 partes, sendo assim temos $\frac{2}{5}$ de poupa de caju e $\frac{3}{5}$ de água.

Merlini (2005) afirma que algumas medidas envolvem fração por se tratar da relação entre duas variáveis, como no caso do cálculo de probabilidade.

> "Por exemplo, a probabilidade de um evento é medida pelo quociente do número de casos favoráveis, dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos é fracionária". (MERLINI, 2005, p. 29).

Exemplo 02: Em uma brincadeira entre Pedro e João, eles colocaram em uma urna 9 bolinhas, sendo 5 brancas, 4 vermelhas. Quem tirar uma bola branca não ganha nada e quem tirar uma bola vermelha ganha um brinde. Qual a fração representa a probabilidade de Pedro ganhar um brinde?

Para solucionar esta situação, o sujeito deve medir as possibilidades de se retirar uma bolinha vermelha entre as 9 bolinhas totais dentro da urna. Assim podemos expressar essa medida pelo quociente entre o número de bolinhas totais e o número total de bolinhas vermelhas, ou seja, $\frac{4}{9}$.

2.3.4. Significado Quociente

Em relação ao significado Quociente, “este significado está presente em situações em que a divisão surge como uma estratégia bem adaptada para resolver um determinado problema. Isso significa que conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo”. (MERLINI, 2005, p. 30).

Exemplo: Luis comprou 3 bombons e quer dividir igualmente entre os seus 2 amigos. Que fração representa a quantidade de bombons cada amigo receberá?

O sujeito frente a esta situação deve perceber que a forma mais eficiente de resolver é efetuando a divisão para que seja calculado a quantidade que cada um irá receber. Para isso ele deve admitir que 3: 2 é igual a $\frac{3}{2}$ e que esta fração pode ser admitida como resposta.

2.3.5. Significado Operador multiplicativo

Barros (2018, p.80) traz a concepção a respeito do significado Operador multiplicativo. Na sua perspectiva “a fração pode ser vista, como um escalar (como um número inteiro) que quando aplicado a uma quantidade, a modifica de tal modo que a aumenta ou diminui.”

Merlini (2005), considera que esse significado, agindo em um número ou uma quantidade, assume um papel transformador:

> Associamos a esse significado o papel de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo. Conceber a fração como um operador multiplicativo é admitir que a fração $\frac{a}{b}$ funciona em quantidades contínuas como uma máquina que reduz ou amplia essa quantidade no processo; e que em quantidades discretas, sua aplicação atua como um multiplicador divisor. (MERLINI, 2005, p.31).

Exemplo: Pedro tomou $\frac{3}{4}$ de uma jarra de suco contendo 800 ml. Qual a quantidade de suco, em mililitros, ele bebeu?

Nesta situação a fração $\frac{3}{4}$ é o operador multiplicativo (escalar), que aplicado a quantidade de suco (800 ml) chaga a resposta para essa situação (600 ml). Para executar este cálculo dispomos de pelo menos três maneira que exemplificamos no Quadro 1.

Quadro 1: Exemplos de cálculo com o Significado Operador multiplicativo

Operador Multiplicativo	**Quantidade de suco Total**	**Maneiras de efetuar o Cálculo**	**Resultado final**
3/4	800 ml	Multiplicar 800 pelo numerador 3 e dividir o resultado pelo denominador 4: $\left(\frac{3}{4}\times 800 = \frac{3\ \times 800}{4}\right.$ $\left.2400\right)$	600 ml
		Dividir 800 pelo denominador 4 e multiplicar o resultado desse quociente pelo numerador 3: $\left(\frac{3}{4}\times 800 = 3\times\frac{800}{4}\right)$	
		Dividir o numerador 3 pelo denominador 4 e multiplicar o resultado por 800. $\left(\frac{3}{4}\times 800 = 0{,}75\right)$	

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim tem-se os cinco significados de frações baseados em Merlini (2005) e Barros (2018), que reforça a importância de ensinar este conceito considerando seus cinco significados:

> Ensinar o conceito de fração considerando cinco significados – número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo – é de fundamental importância tanto para os professores quanto para os estudantes, porque dessa maneira pode-se evitar dificuldades de compreensão desse conteúdo. (BARROS, 2018, p.81)

Dada a sua versatilidade, podendo ser representada por diferentes significados, o estudo das frações deve comtemplar todos os cinco significados em situações problemas a fim de possibilitar uma maior experiencia para os alunos, enriquecer o ensino e auxiliar a aprendizagem.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Apresenta-se nesta seção uma descrição detalhada dos procedimentos utilizados para a coleta de dados da pesquisa e elaboração deste trabalho, bem como a metodologia adotada na busca por respostas às nossas questões de interesse.

Após tomar conhecimento do trabalho de dissertação de mestrado de Barros (2018), escolheu-se e delimitou-se o tema da pesquisa. Assim, iniciou-se o processo de desenvolvimento do trabalho que se deu em três fases distintas, sendo a primeira a seleção dos trabalhos que dariam o suporte teórico necessário e para a elaboração do pré-projeto de pesquisa.

Concomitante a isto, iniciou-se a elaboração de uma sequência didática, envolvendo o conceito de fração e seus significados, com o objetivo de verificar quais experiências os alunos ingressantes no curso de matemática da Universidade Federal do Tocantins traziam da sua vida escolar. Estabeleceu-se então 5 atividades, uma para cada significado (Parte-Todo, Número, Medida, Quociente, Operador multiplicativo), organizadas em tarefas consideradas suficientes para abordar distintos registros de representação semiótica.

A elaboração da sequência foi desenvolvida por um grupo de três estudantes da mesma temática, Brito (2019) que desenvolveu o trabalho intitulado "A solução de situações que envolvem o conceito de fração por formandos do curso de licenciatura em Matemática da UFT – Campus Araguaína -TO" e Ribeiro (2019) abordando a temática "Sequência Didática: uma proposta para o ensino de frações".

A segunda fase constituiu-se na aplicação dessas atividades. Para tanto foram selecionados os alunos do primeiro período, semestre 2019/01, no período matutino, da Universidade Federal do Tocantins no campus universitário de Araguaína, TO.

Participaram da pesquisa 29 alunos. A aplicação da sequência ocorreu em 31.05.2019 no horário normal de aula, com duração de aproximadamente 2 horas. Após uma explanação sobre a proposta do trabalho, foi feito o convite para participação e para aqueles que aceitaram, foi solicitado que deixassem suas anotações no documento e se possível explicassem como resolviam as questões, a fim de identificar os caminhos utilizados para solucionar os mesmos.

Na terceira e última fase, deu-se a análise e o tratamento dos dados coletados. Tendo como base os resultados obtidos a partir das estratégias que os acadêmicos utilizaram para resolverem as atividades e as ideias apresentadas na fundamentação teórica deste trabalho. De posse desses dados, desenvolveu-se a escrita do texto final.

De natureza básica, a pesquisa busca identificar quais conhecimentos os acadêmicos participantes utilizam para solucionarem a sequência didática proposta e assim fornecer dados relevantes para promover iniciativas que possam contribuir com a diminuição da distância entre a EB e o ensino superior.

Segundo Silveira e Córdova (2009, p 35), a pesquisa objetiva gerar conhecimentos novos, úteis para o avanço da Ciência, sem aplicação prática prevista. Envolve verdades e interesses universais. O que torna este trabalho uma pesquisa de natureza básica.

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória onde buscamos maior entendimento sobre o problema. O que foi possível através de uma bibliografia constituída pelos trabalhos de Barros (2018), Silva (2013), Merlini (2005), Nunes et al (2009), Oliveira (2013), Borges Neto (2013), Zabala (1998).

A pesquisa traz uma abordagem qualitativa, pois tem a intenção de analisar os dados de forma a compreender quais os conhecimentos do grupo selecionado e não apenas quantificar seus erros ou acertos. Conforme entende Silveira e Córdova (2009)

4 RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados dos dados coletados na pesquisa, feita por meio de questionário aplicado, e a análise qualitativa dos mesmos, com base nos fundamentos teóricos construídos nas seções anteriores. Para isso as atividades foram organizadas levando em consideração os cincos significados (Parte-Todo, Número, Medidas, Quociente e Operador multiplicativo) e as características da quantidade.

O Quadro 2 a seguir, apresenta a estrutura com a disposição de cada atividade:

Quadro 2: Estrutura e disposição das atividades que compõem o questionário

ATIVIDADE 1 - SIGNIFICADO PARTE-TODO						
	Questões					
Tarefa 01:	a	b	c	d	e	
Tarefa 02:	a	b	c	d		
Tarefa 03:	a	b	c	d		

ATIVIDADE 2 - SIGNIFICADO NÚMERO						
	Questões					
Tarefa 01:	a	b	c	d		
Tarefa 02:	a	b	c	d	e	f

ATIVIDADE 3 - SIGNIFICADO MEDIDA						
	Questões					
Tarefa 01:	a	b	c	d		
Tarefa 02:	a	b	c	d		

ATIVIDADE 4 - SIGNIFICADO QUOCIENTE						
	Questões					
Tarefa 01:	a	b	c	d		
Tarefa 02:	a	b	c			

ATIVIDADE 5 - SIGNIFICADO OPERADOR MULTIPLICATIVO						
	Questões					
Tarefa 01:	a	b	c	d		
Tarefa 02:	a	b	c			
Tarefa 03:	a	b	c			

Fonte: Elaborado pelo autor

Participaram da pesquisa 29 acadêmicos do primeiro período, semestre 2019/01, no período matutino, da Universidade Federal do Tocantins no campus de Araguaína, TO. Como não foi exigido que os participantes se identificassem, eles foram numerados de 01 a 29 conforme ordem de entrega dos instrumentos de pesquisa.

A análise foi realizada, avaliando o desempenho dos participantes para cada atividade e seguirá um roteiro, no qual apresentam-se, em primeiro lugar, os objetivos iniciais, ou seja, o modo como se poderia resolver cada tarefa, em seguida, expõe-se os resultados verificados pelos dados coletados e produzidos pela pesquisa.

4.1 Atividade 1 – Significado Parte-Todo

A atividade 1 foi composta por 3 tarefas, que tratam de situações que remetem ao significado Parte-Todo com quantidades extensivas e contínuas (NUNES et al, 2009), com o intuito de verificar quais as estratégias os acadêmicos utilizam para resolverem atividades de fração que envolvem a relação parte-todo. Para responder as tarefas que compõem esta atividade o participante deveria recorrer a outras formas de representações numéricas (percentual e decimal), como também poderá utilizar-se de desenhos.

Na Tarefa 01, o enunciado traz uma situação envolvendo valor monetário, onde mostra-se um valor salarial e as despesas mensais de um sujeito.

Tarefa 01: Carlos recebe por mês o salário de R$ 1284,00 reais. Sabe-se que ele gasta mensalmente R$ 642,00 reais com alimentação, R$ 321,00 reais com aluguel e o restante com água, energia elétrica e transporte.

a) Qual fração representa os gastos com a alimentação?
b) Os gastos com aluguel representam qual fração do salário?
c) Qual fração representa os gastos com água e energia elétrica?
d) R$ 107,00 reais representa que fração do salário?
e) R$ 321,00 reais representa que porcentagem do salário?

Dada a questão problema, conclui-se entre erros e acertos, que os alunos apresentaram maior dificuldade na questão “c” (vide Quadro 3).

Quadro 3: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 01 – Significado Parte-Todo

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	24	3	2
b)	23	4	2
c)	3	24	2
d)	19	6	4
e)	15	9	5
Totais	**84**	**46**	**15**
%	**57,93%**	**31,72%**	**10,35%**

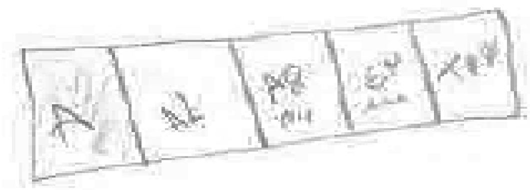
Fonte: Elaborado pelo autor

Nesta tarefa dois dos participantes (22 e 24), não responderam nenhuma das questões da atividade e outros dois (15 e 16) responderam equivocadamente a todas as questões: O participante nº 15 dividiu o valor total do salário em cinco partes e utilizou essa estratégia para responder todas as questões. Já o participante nº16 utilizou-se de porcentagens, chegando a respostas equivocadas para todas as questões, sem exemplificar qual cálculo utilizou para chegar a este resultado.

A maioria dos participantes representaram diretamente o salário (R$ 1.284,00) como um todo e os valores com as despesas (alimentação, aluguel, água, energia elétrica e transporte) como sendo as partições (Ex.: $\frac{642}{1284}$), utilizando depois de simplificação para chegar as frações reduzidas. Apenas 4 participantes (17, 20, 26 e 28) não efetuaram a simplificação, mantendo as frações equivalentes para as questões “a”, “b” e “d”. Os participantes 11 e 21 responderam corretamente, mas utilizaram a regra de três simples, chegando primeiro a um valor percentual (“a” = 50%, “b” = 25%) e só depois representando esse valor como as frações “a” = $\frac{1}{2}$ e “b” = $\frac{1}{4}$.

Sobre a questão “a”, dois participantes (14 e 25) chegaram à fração $\frac{2}{4}$ como resposta, mas não demonstraram a maneira como chegaram ao resultado. É provável que dividiram o salário em quatro partes iguais e tomaram duas partes para compor os gastos com alimentação como se pedia na questão. Responderam equivocadamente três participantes: o participante nº 23, assim como o nº 15, consideraram os cinco gastos citados na atividade (alimentação, aluguel, água, energia elétrica e transporte) como partes do todo (salário R$ 1.284,00), chegando ao resultado equivocado de $\frac{1}{5}$, como se pode observar na Figura 1.

Figura 1: Representação equivocada do salário dividido em gastos mensais



Fonte: Participante nº 15, 2019

Na questão “b” o participante nº 9 utilizou como estratégia dividir o valor total do salário pelo valor correspondente ao gasto com aluguel ($1284 \div 321$), utilizando assim uma estratégia que remete ao significado Quociente. Quatro participantes (12, 15, 16 e 23) não conseguiram representar corretamente a fração que correspondia aos gastos com aluguel, como se pedia na questão. Dois deles (12 e 23) chegaram a $\frac{1}{3}$, mas não demostraram como procederam para chegar a este resultado.

Na questão "c" 24 participantes não conseguiram compreender que poderiam dividir o todo em mais partes iguais. É possível que o enunciado da questão não tenha deixado claro que o valor mensal restante (R$ 321,00) gasto com água, energia elétrica e transporte era dividido igualmente para as três despesas, ficando R$ 107, 00 reais para cada. Assim, o salário poderia ser dividido em 12 partes iguais no valor de R$ 107,00 sendo que, para chegar ao resultado poderiam pegar duas partes correspondentes à água e energia elétrica (107,00 + 107 = 214) e dividir pelo todo, que no caso, corresponde ao valor do salário (R$ 1.284,00), e simplificando conseguiriam chegar a fração $\frac{1}{6}$ que era a resposta esperada. Porém, os participantes parecem ter considerado o valor restante total de R$ 321,00 e procedido da mesma maneira como fizeram na questão anterior ("b"), onde responderam com a fração $\frac{1}{4}$. Apenas três participantes apresentaram a fração $\frac{1}{6}$ como resultado, porém nenhum deles demonstrou como foi pensado o caminho para responder a questão.

Na questão "d", seis participantes (2, 7, 12, 16, 19, 23) não conseguiram responder corretamente, e também não indicaram a forma como pensaram para tentar chegar à resposta. Um caso curioso foi a resposta do participante nº 2 que inverteu a fração e, ao invés de escrever $\frac{1}{12}$ ele escreveu $\frac{12}{1}$. Merlini (2005), definiu em seu trabalho, esse erro como uma categoria e chamou de E2 compreendendo as estratégias em que "há uma inversão das posições do numerador pelo denominador" (MERLINI, 2005, p. 171). Dentre os participantes que obtiveram sucesso ao compreender que é possível dividir o valor do salário em 12 partes igual, três deles fizeram apenas a relação entre a parte (R$ 107,00) e o todo (R$ 1.284,00) e não efetuaram a simplificação ficando a fração $\frac{107}{1284}$ como resposta.

Para responder a questão "e" a estratégia mais utilizada foi calcular através da regra de três simples. Seis participantes (4, 7, 10, 13, 14, 25) responderam $\frac{1}{4}$, mas não interpretaram a fração em termos percentuais, apenas o participante nº 18 chegou à fração $\frac{1}{4}$ e fez a relação direta entre a fração e o seu valor percentual ($\frac{1}{4} = 25\%$). Outros 3 participantes (15, 16 e 28) chegaram a outras respostas, como o participante nº 15 que respondeu 3,2%; o participante nº 16 respondeu 20% e o de nº 28 anotou a fração $\frac{321}{1284}$, mas não desenvolveu nenhum outro cálculo. Não responderam a esta questão 05 participantes.

Na Tarefa 2, pede-se que os participantes considerem uma pizza circular dividida em oito partes iguais para responder as questões propostas.

Tarefa 02: Considere uma pizza circular que foi dividida em oito partes iguais.

a) Uma pessoa comeu 50% da pizza. Que fração representa a parte que ela comeu?

b) Uma pessoa comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte que ela comeu?

c) Faça um desenho que represente a parte da pizza que sobrou.

d) Represente a quantidade de pizza que foi consumida pelas duas pessoas.

Como mostra o Quadro 4 abaixo, esta foi a tarefa na qual os participantes obtiveram maior sucesso nesta atividade, com 89,66% de acertos totais e apenas 8,62% de erros.

Quadro 4: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 02 – Significado Parte-Todo

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	27	2	0
b)	25	4	0
c)	26	2	1
d)	26	2	1
Totais	**104**	**10**	**2**
%	**89,66%**	**8,62%**	**1,72%**

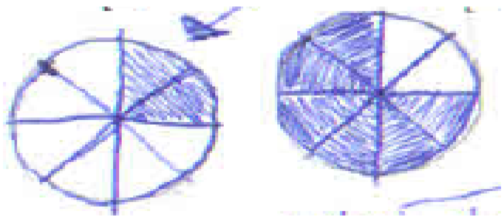
Fonte: Elaborado pelo autor

Na questão "a", onde pede-se para representar a fração que corresponde a 50% da pizza, a maioria dos participantes conseguiram relacionar imediatamente a fração $\frac{1}{2}$ a 50%, usando a regra de três simples como estratégia de cálculo. Outros 8 participantes entenderam os oito pedaços da pizza como um todo e que 50% correspondiam a 4 pedaços desse todo, dando como resposta $\frac{4}{8}$, deixando a fração sem simplificação. Um caso interessante é a resposta, do participante nº 16 na qual responde que 50% da pizza correspondem as frações "$\frac{5}{10}$ ou $\frac{4}{8}$". O que é curioso, porque as duas frações representam 50%, mas na primeira ele ignora totalmente o fato da questão tratar de uma pizza dividida em 8 partes. Outras duas respostas fogem totalmente do esperado: o participante nº 23 respondeu $\frac{1}{5}$ e o participante 26 respondeu $\frac{50\%}{100\%}$, provavelmente ele interpretou a questão como se tivéssemos pedindo para escrever a forma fracionária da porcentagem em questão (50%).

Na questão "b", 25 participantes responderam à questão corretamente ($\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$), em muitos casos utilizando-se de um desenho que representava a pizza em 8 pedaços. Os participantes 12, 21, 22 e 23 chegaram a respostas diferentes: o participante nº 12 respondeu que a fração que representa a parte que ele comeu é $\frac{1}{6}$; já os participantes 21, 22 e 23, para responde à questão “b” levaram em consideração a questão “a” onde 50% da pizza já havia sido comido, restando apenas um todo de 4 partes, por esse motivo chegaram as respostas $\frac{2}{4}\ ou\ \frac{1}{2}$.

Pediu-se na questão “c” para representar, através de um desenho, a parte da pizza que sobrou. Um total de 13 participantes respondeu desenhando uma pizza dividida em 08 partes aparentemente iguais, hachurando seis pedaços e deixando dois pedaços que representavam o que havia sobrado da pizza em branco. Outros cinco participantes fizeram o inverso, hachurando os dois pedaços que sobraram e deixando os seis pedaços consumidos em branco, a Figura 2 exemplifica os dois desenhos mais utilizados para responder à questão.

Figura 2: Desenhos utilizados para responder à questão “2c”



Fonte: Participante nº 1 e 3, 2019

No entanto, outras representações surgiram, como por exemplo, 4 participantes desenharam apenas 2 pedaços de pizza e o participante nº 21, ao invés de um círculo, desenhou um retângulo dividido em 8 partes, destacando 2 partes. Apenas dois participantes responderam equivocadamente, são eles: o participante nº 23, que desenhou um círculo sem divisões e escreveu "não sobrou" e o nº 26, que desenhou seis pedaços de pizza apenas, sem destacar o que havia sido consumido ou o que havia sobrado.

Na questão “d” pediu-se que os participantes representassem a quantidade de pizza consumida, deixando livre o modo de representação da quantidade. Apenas um dos participantes (nº 26) não respondeu à questão. Dezesseis participantes, usaram algum desenho, em geral desenharam um círculo dividido em oito partes para representar a pizza, destacando 6 pedaços como a quantidade consumida, sendo que metade dos participantes utilizaram apenas o desenho e a outra metade, além do desenho, indicou também que correspondia a fração $\frac{6}{8}$ e/ou $\frac{3}{4}$ ou ainda no caso do participante nº 07 que utilizou um desenho de pizza, mas deu sua resposta utilizando porcentagem para representar a quantidade de pizza consumida (75%). Optaram por não utilizar desenho, dez participantes que representaram o consumo apenas com as frações $\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$. Nesta questão destacamos dois participantes que deram respostas distintas dos demais: o participante nº 09, utilizou apenas um desenho circular dividido em 8 partes, mas tomou 5 partes como pedaços consumidos e 3 partes como pedaços que sobraram. Já o participante nº 23, fez um desenho da pizza dividida em 8 partes, destacou 4 pedaços e indicou que correspondia a fração $\frac{1}{5}$, o que indica claramente que ele não conseguiu associar a pizza como um todo que foi dividido em partes.

Na Tarefa 3, pede-se para se considerar uma garrafa de leite de um litro para responder as questões propostas.

Tarefa 03: Considere uma garrafa de leite de um litro.

a) Represente a jarra com metade do leite.
b) 250 ml representa que fração da quantidade de leite?
c) 75% representa que fração do leite?
d) 0,4 representa qual quantidade (ml) de leite?

Nesta tarefa os participantes obtiveram o segundo melhor desempenho, 70,69% de acertos totais e 17,24% de erros, como demonstra o Quadro 5 a seguir.

Quadro 5: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 03 – Significado Parte-Todo

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	26	0	3
b)	21	5	3
c)	17	9	3
d)	18	6	5
Totais	**82**	**20**	**14**
%	**70,69%**	**17,24%**	**12,07%**

Fonte: Elaborado pelo autor

Na questão "a" pediu-se para representar o recipiente com metade do leite. Três participantes não responderam a esta questão. As respostas dos demais participantes dividiram-se em dois grandes grupos. O primeiro totalizando 16 participantes, que responderam utilizando-se de algum tipo de desenho. Neste grupo os participantes nº 09, 15 e 21 utilizaram somente o desenho, os demais desenharam a garrafa e fizeram uma relação entre o desenho e os valores que representavam a metade do leite (Ex.: $\frac{1}{2}$, 500 ml, 50%, 0,5). 26 participantes representaram corretamente o que se pedia, porém encontramos desenhos muitos distintos do que se esperava para um recipiente com leite. Dentre eles destacam-se o participante nº 15, que representou através de um retângulo horizontal, dividido em duas partes e o participante nº 21 que desenhou um círculo e dividiu ao meio. O participante nº 16, fez um desenho de uma jarra, mas utiliza também, novamente a fração $\frac{5}{10}$, como havia feito antes na letra “a” da Tarefa 2, para representar a metade de um todo. Na Figura 3, trazemos 4 exemplos de desenhos utilizados para responder a questão “a”.

Figura 3: Desenhos utilizados para representar metade do leite

Fonte: Participante nº 1, 5, 9, 19, 2019

O segundo grupo, com o total de 10 participantes, não utilizou nenhum desenho, recorrendo apenas a representações numérica. Sete desses participantes usaram como resposta a fração $\frac{1}{2}$, os participantes nº 23 e 24 usaram a representação decimal 0,5, o participante nº 20 utilizou a fração $\frac{500}{1000}ml$.

Na questão “b”, três participantes não responderam à questão e dezenove apresentaram a resposta corretamente $\frac{1}{4}$ entendendo 1 litro (1000 ml) como um todo e 250 ml como partes desse todo. Apenas o participante nº 26 não efetuou a simplificação da fração respondendo $\frac{250}{1000}$. Entre as respostas equivocadas tem-se: o participante nº 16 que respondeu $\frac{2,5}{10}$ ou 0,25%; o participante nº 02 que considerou o denominador como sendo 2 e, novamente inverteu a ordem do numerador com denominador $\frac{4}{2}$. Conforme visto anteriormente esse erro é muito comum, segundo entende Merlini (2005), o aluno entende a situação, porém não é capaz de representa-la utilizando a fração, o aluno não consegue distinguir a relação que há entre o numerador e o denominador. O participante nº 9 se equivocou ao converter 1 litro em 1000 ml e para responder a questão usou a fração $\frac{250}{100}$ chegando a resposta $\frac{5}{2}$; o participante nº 12 que interpretou a resposta como $\frac{1}{2,5}$; o participante nº 15 chegou a $\frac{1}{2}$ como resposta, ele pode ter considerado apenas metade do leite da questão “a” para chegar a este resultado.

Na questão “c” 17 participantes responderam à questão conseguindo identificar que 75% do leite correspondia a 750 ml, relacionando corretamente o todo (1 litro) com as partes (750 ml) e efetuando a simplificação da fração $\frac{750}{1000} = \frac{3}{4}$. Apenas o participante nº 20 não efetuou a simplificação. Nove participantes, não conseguiram interpretar o que se pedia, dando respostas que divergiam do esperado. Dentre estes tem-se: o participante nº 02 que representa o resultado como na questão anterior $\frac{4}{2}$, provavelmente ele acredita que se trata da mesma quantidade; os participantes nº 8, 12, 23, 24 responderam a questão com a fração $\frac{1}{3}$; os participantes nº 11 e 17 representaram a resposta com 750 ml; o participante nº 16 respondeu que a fração que corresponde a 75% do leite é $\frac{7}{10}$. Este provavelmente queria expressar a porcentagem como uma fração decimal. O participante nº 29 chegou à fração $\frac{1}{6}$. Todos eles não efetuaram nenhum cálculo que pudesse oferecer uma ideia de como pensaram pra chegar as respostas.

Na questão “d” 18 participantes responderam que 0,4 representa 400 ml de leite, utilizando diretamente a multiplicação (0,4 x 1000 ml). Cinco participantes deixaram sem resposta e seis deram respostas diferentes do que foi solicitado ou do esperado: o participante nº 12 respondeu com a fração $\frac{1}{4}$; o participante nº 14 respondeu que 0,4 correspondia a 400%; os participantes nº 15 e 16 responderam que se tratavam de 40 ml e os participantes nº 20 e 21 responderam com a fração $\frac{40}{10}$ e $\frac{4}{10}$ respectivamente.

4.2 Atividade 2 – Significado Número

Esta atividade foi composta por 2 tarefas, que pretendem verificar se os participantes compreendem as frações como número (significado) e não apenas como uma sobreposição de dois números inteiros, percebendo ainda que cada um desses números representa um ponto sobre a reta numérica. (BARROS, 2018, p.76).

Na Tarefa 01 foi solicitado aos participantes que localizassem num segmento de reta, frações com diferentes representações (fracionário, geométrico, decimal).

Tarefa 01: O seguimento de reta abaixo representará sua altura. Usando uma régua marque pontos que corresponda a: ____

a) $\frac{1}{2}$ da sua altura

b) 

c) 0,75 da sua altura

d) 5:6 da sua altura

Aqui, verificou-se um baixo desempenho dos participantes, com 21,55% de erros totais e 54,31% de acertos, como mostra o Quadro 6.

Quadro 6: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 01 – Significado Número

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	19	5	5
b)	18	6	5
c)	15	6	8
d)	11	8	10
Totais	**63**	**25**	**28**
%	**54,31%**	**21,55%**	**24,14%**

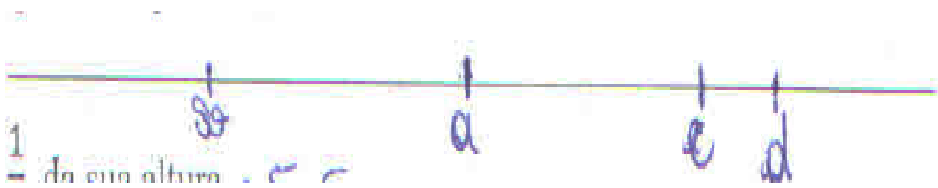
Fonte: Elaborado pelo autor

A tarefa foi pensada para que os participantes não precisassem utilizar cálculos. Ao considerar o segmento de reta como sua altura, o comprimento total da reta corresponde ao todo e ao localizar os pontos os participantes demostrariam sua compreensão quanto a ordem (maior ou menor) das frações.

Não responderam a nenhuma das questões, cinco participantes. Os participantes nº 08 e 09 não marcaram os pontos na reta, porém mediram a reta e utilizaram essa medida (11 cm) para calcular o valor de cada fração até converter todas as frações em números decimais, utilizando-se do significado Operador multiplicativo. Dois outros participantes, nº 6 e 7, utilizaram a mesma estratégia e conseguiram localizar os pontos na reta corretamente.

Apenas 09 participantes obtiveram sucesso em todas as questões. Entre estes, cinco responderam corretamente sem utilizar maiores cálculos. Como exemplo tem-se o participante nº 06 que marcou os pontos na ordem, mas pareceu não ter se importado com a distância entre eles, conforme podemos observar na Figura 4.

Figura 4: Pontos marcados no segmento de reta



Fonte: Participante nº 6, 2019

Não obtiveram sucesso em nenhuma questão, quatro participantes. Todos os participantes não consideraram a reta como um todo (altura): o participante nº 04, marcou o meio com um zero e outo ponto a direita sem indicação de valor e neste intervalo marcou os pontos "a" e "b" considerando o ponto "b" a direita do ponto "a"; o participante nº 20 também representou todos os pontos entre o intervalo de zero a um, porém, marcou este intervalo no início da reta; o participante nº 15, transformou todas as frações em decimais, e foi marcando os pontos da esquerda para a direita seguindo a ordem das questões; o participante nº 17, marcou a reta com sua altura (1,70m) e respondeu utilizando os mais diversos cálculos: converteu metros em cm, fez a relação entre o todo (altura) e as partes (os pontos) para chegar às frações, utilizou regra de 3 simples para relacionar 5:6, transformando todas as frações em decimais. mas não marcou os pontos corretamente na reta.

Alguns participantes encontraram dificuldades em localizar o ponto referente à questão “d” na reta. Por exemplo, o participante nº 01, que marcou os pontos correspondentes às questões “a”, “b” e “c” corretamente, usando a mesma estratégia do nº 17, em que se utiliza inclusive a mesma medida da altura (1,70m), fizeram uso, também, de regra de 3 simples para relacionar 5:6, mas não localizou o ponto "d" na reta; o participante nº 03, parece não ter conseguido relacionar o quociente entre 5 e 6 como uma representação fracionária e também não conseguiu localizar o ponto "d", a pesar de ter respondido as demais questões marcando os pontos na reta com suas representações fracionárias, inclusive na questão "c" fez a relação do número decimal (0,75) com a fração $\frac{3}{4}$; os participantes 25 e 28 responderam as demais questões corretamente, mas não responderam a esta questão.

Destacam-se aqui três equívocos quanto a posição dos pontos, como por exemplos, o participante nº 12, que ao marcar o ponto correspondente a questão "d" (5:6) considerou o ponto a esquerda do ponto "c" (0,75). O segundo participante nº 16 considerou a questão "c" a esquerda da "b" além também de ter desprezando a reta como um todo e marcando os pontos no início da reta, considerando um intervalo de 0 a 1. O terceiro participante, nº 18 considerou o ponto "b" igual ao ponto "c" como se fossem equivalentes. Os participantes nº 21 e 24 consideraram toda a reta, mas só conseguiram marcar os dois primeiros pontos.

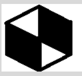
A Tarefa 2, foi composta por 6 questões, onde solicitou-se aos participantes que realizassem uma comparação ente duas formas de representações distintas de frações, a fim de identificar a ordem (< ou >) e equivalência (=) entre elas.

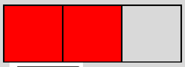
Tarefa 02: Marque como < (menor), > (maior) ou = (igual).

a) $\frac{1}{2}$ _______ 0,5

b) $5 \div 3$ _______

c) Metade _______ 75%

d)  _______

e) 0,5 _______ 

f) 50% _______ 

Nesta tarefa, obteve-se 84,48% de êxito ao responderam todas as questões que a compunham, como mostra o Quadro 7.

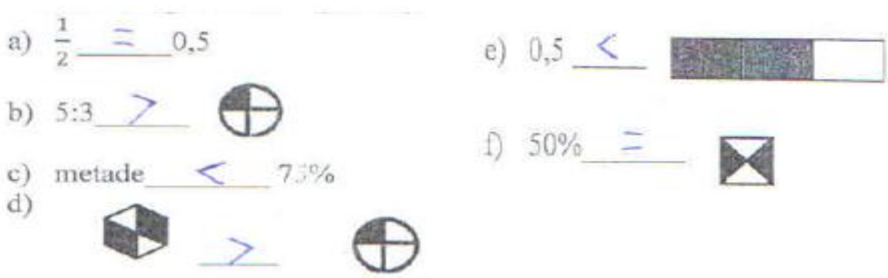
Quadro 7: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 02 – Significado Número

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	27	2	0
b)	15	13	1
c)	27	2	0
d)	24	4	1
e)	25	4	0
f)	29	0	0
Totais	**147**	**25**	**2**
%	**84,48%**	**14,37%**	**1,15%**

Fonte: Elaborado pelo autor

As questões “a” e “f” tratava-se de frações equivalentes (=) que representavam, por coincidência, a mesma quantidade (meio). Porém na questão “a” ($\frac{1}{2}$ = 0,5) registramos duas respostas equivocadas enquanto na questão “f” (50%  =) todos responderam corretamente. A Figura 5 mostra as respostas do participante nº 5.

Figura 5: Resposta Tarefa 2 Significado Número



Fonte: Participante nº 5, 2019

Notou-se que os participantes encontraram maior dificuldade para responder a questão "b" (5:3 > = $\frac{1}{4}$), esta dificuldade pode ter ocorrido devido ao fato de não especificar-se no enunciado da tarefa que, nas figuras os participantes deveria considerar as partes pintadas como numerador, assim eles poderiam considerar a figura como sendo correspondente da fração $\frac{3}{4}$ ao invés de $\frac{1}{4}$. Neste caso seria correto afirmar que (5:3 < = $\frac{3}{4}$). No total 13 participantes responderam equivocadamente, dentre estes um considerou que se tratava de frações equivalentes e outro não respondeu. Na questão "c" registramos apenas dois equívocos, "d" e "e" foram 4 respostas equivocadas e um participante deixou a questão "d" sem resposta.

4.3 Atividade 3 – Significado Medida

Composta por duas tarefas, a Atividade 3, traz em cada uma, situações onde se aborda o significado Medida em quantidades contínuas e intensivas (MERLINI, 2005).

Na Tarefa 1, apresenta-se uma situação que envolve uma jarra com 2 litros de suco.

Tarefa 01: Luísa dispõe de uma jarra de 2 litros de suco de laranja. Ela toma um copo de 250 ml de suco pela manhã, 2 copos da mesma quantidade durante o almoço, e 2 copos durante a tarde.

a) Represente de todas as maneiras possíveis a quantidade de suco de laranja que ela consumiu durante todo o dia

b) Represente de todas as maneiras que você conseguir a quantidade de suco que sobrou.

c) Qual a fração que representa a quantidade de suco que Luísa tomou pela manhã?

d) Qual fração representa a quantidade de suco consumida durante a tarde?

Nesta tarefa não foi atribuído conceito certo e errado para as questões "a" e "b", ficando os dados estatísticos baseados apenas nas questões "c" e "d" como demonstra o Quadro 8.

Quadro 8: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 01 – Significado Medida

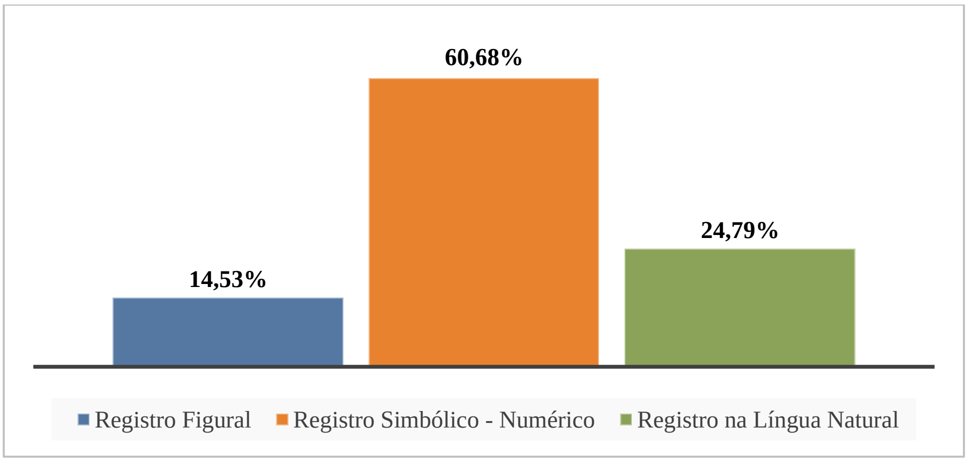
Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	-	-	-
b)	-	-	-
c)	20	5	4
d)	21	4	4
Totais	**41**	**9**	**8**

%	**70,69%**	**15,52%**	**13,79%**

Fonte: Elaborado pelo autor

Nas questões “a” e “b”, solicita-se que os participantes representem respectivamente, a quantidade de suco consumida e a que sobrou de todas as maneiras que conseguissem. Para categorizar todos os registros apontados pelos participantes recorreu-se ao trabalho de Maranhão e Igliori (2017) que com base em Duval (1999) classificam os registros de representação de fração em três tipos: “no registro **simbólico** – numérico (fracionário e decimal) ou algébrico; **no figural** (representação de partes de grandezas discretas ou contínuas); e, evidentemente, no registro da **língua natural**.” MARANHÃO; IGLIORI (2017, p. 61). Os dados apurados estão demonstrados no Gráfico 2. Eles apontam que os registros mais frequentes foram, simbólico numérico com 60,68% e língua natural com 24,79% de representações.

Gráfico 2: Registros de representações fracionárias apurados nas questões “a” e “b”



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 6 exemplifica os três tipos de registros considerados. Da esquerda para direita temos um desenho retangular que configura um **registro figural contínuo**, seguido pela fração $\frac{3}{8}$ que representa **um registro simbólico – numérico** e a conclusão escrita que equivale a um **registro na língua natural**.

Figura 6: Resposta Tarefa 1 questão “b” Significado Medida

Fonte: Participantes nº 19 e 26, 2019

Nas questões "c" e "d" pediu-se, respectivamente para que fossem representadas as frações correspondentes à quantidade de suco consumida pela manhã e a quantidade consumida durante a tarde. Não responderam as estas questões 04 participantes. Responderam corretamente a questão "c" 20 participantes e a questão "d" 21 participantes. Em geral fazendo a relação entre as quantidades consumidas (partes) e a quantidades total de suco (todo, 2 L), na questão "c", 18 participantes responderam com a fração $\frac{1}{8}$, e apenas dois participantes responderam com a fração $\frac{250}{2000}$. Já na questão "d" 13 dos 21 participantes que obtiveram êxito responderam com a fração $\frac{2}{8}$, assim como na questão "c", dois participantes responderam com a fração $\frac{500}{2000}$.

A Tarefa 2, faz referência a quantidades contínuas e extensivas (NUNES et al, 2009), onde se apresenta uma situação de preparo de vitamina de maracujá.

Tarefa 02: No preparo de um litro e meio de vitamina de maracujá, foi utilizado três medidas de leite, duas medidas de polpa de maracujá e uma medida de açúcar.

a) Qual a fração representa a quantidade de açúcar na vitamina?
b) Qual fração representa a quantidade de leite na vitamina?
c) Qual a quantidade de leite na vitamina?
d) Qual a fração que representa a quantidade de polpa de maracujá e açúcar na vitamina?

Um total de 38,79% de respostas em branco e 21,55% não alcançaram sucesso nesta tarefa. Este baixo desempenho está demonstrado no Quadro 9 abaixo.

Quadro 9: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 02 – Significado Medida

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	14	4	11
b)	14	4	11
c)	10	8	11
d)	8	9	12
Totais	**46**	**25**	**45**
%	**39,66%**	**21,55%**	**38,79%**

Fonte: Elaborado pelo autor

Observou-se que 4 participantes responderam equivocadamente a todas as questões: o participante nº 04 não conseguiu perceber que o todo (vitamina de maracujá) é composto por 06 partes (3 + 2 + 1 = 6) e considerou como o todo 1,5 litro (1500ml) que foi informado no corpo da tarefa, utilizando como numeradores as quantidades de leite, poupa e açúcar. Por exemplo na questão “a”, ele considera a fração que representa a quantidade de açúcar na vitamina como sendo $\frac{1}{1500}$ e não $\frac{1}{6}$; o participante nº 15, considerou o todo composto por 6 partes, mas respondeu as questões “a”, “b” e “c” com a fração $\frac{2}{6}$ e a questão “d” com a fração $\frac{6}{6}$; o participante nº 16 e 28 consideraram o todo com apenas 5 partes, muito provavelmente não contaram o açúcar como parte do todo.

Na questão “a”, solicita-se a fração que corresponde a quantidade de açúcar na vitamina. Observou-se que 14 participantes conseguiram estabelecer a relação correta, considerando a quantidade total de medidas igual a 6 e a quantidade de açúcar na vitamina igual a 1, chegando assim à fração $\frac{1}{6}$ que representa essa relação. A questão “b” pede a fração que represente a quantidade de leite na vitamina e apresenta o mesmo número de respostas corretas que a questão “a”.

Na questão “c”, onde se pede a quantidade de leite na vitamina, dois participantes (7 e 8) entenderam que tratava-se do total da vitamina (1,5L), outros dois deram respostas diferentes: o participante nº 21 respondeu que se tratava de 500 ml de leite, mas não explicou como chegou a esse resultado, já o participante nº 28 considerou a fração correspondente a quantidade de leite como $\frac{2}{3}$, fazendo uma relação entre duas quantidades da vitamina as 2 medidas de poupa de maracujá e as 3 medidas de leite. Os demais participantes (11) responderam corretamente que a quantidade de leite era de 750 ml.

Apenas 08 participantes, conseguiram responder satisfatoriamente a questão “d”, onde se pediu a fração que representa a quantidade de poupa de maracujá e de açúcar da vitamina. Os demais participantes que responderam a esta questão utilizaram a fração $\frac{2}{6}$ ou sua simplificação $\frac{1}{3}$, ao invés de somar as frações correspondente às quantidades de cada ingrediente solicitado na questão ($\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$), consideraram cada ingrediente como uma parte do todo ($\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$). A Figura 7 traz as resposta do participante nº 03 que conseguiu compreender a proposta da tarefa e respondeu corretamente.

Figura 7: Resposta Tarefa 2 Significado Medida

Fonte: Participantes nº 03, 2019

4.4 Atividade 4 – Significado Quociente

Esta atividade foi composta por duas tarefas onde pretendeu-se verificar se os participantes reconhecem que a divisão é a melhor estratégia para solucionar a situação. (MERLINI, 2005).

Na Tarefa 01 desta atividade solicita-se que se divida igualmente as lembrancinhas de uma festa de aniversário entre os convidados presentes e descreva qual a estratégia usada para se chegar ao resultado.

Tarefa 01: Em uma festa de aniversário, foram convidadas 45 crianças. Foram preparados saquinhos com 20 balas como lembranças para cada criança convidada. Um quinto dos convidados não foram a festa.

a) Represente da maneira que você conseguir como distribuir todos os saquinhos entre as crianças presentes.
b) Qual a quantidade de saquinhos cada criança recebeu?
c) Além da quantidade de saquinhos quantas balas a mais cada criança recebeu?
d) Qual estratégia você utilizou para chegar a estes resultados?

Antes de começarem a responder às questões desta tarefa, os participantes precisam calcular o total de convidados que faltaram $\left(Ex: 45 \times \frac{1}{5} = \frac{45}{5} = 9\right)$ e subtrair do total (45-9=36), utilizando-se assim, do significado Operador multiplicativo. A tarefa apresenta 37,93% de respostas em branco. Não se achou necessário atribuir julgamento de valores (certo ou errado) para as questões "a" e "d" como mostra o Quadro estatístico nº 10.

Quadro 10: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 01 – Significado Quociente

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	0	0	0
b)	13	5	11
c)	12	6	11
d)	0	0	0
Totais	**25**	**11**	**22**
%	**43,10%**	**18,97%**	**37,93%**

Fonte: Elaborado pelo autor

Dois participantes (2 e 20) não conseguiram calcular $\frac{1}{5}$ de 45 e consideraram que um quinto dos convidados que não foram a festa significava que 5 convidados haviam faltado. Outros três participantes (08, 16 e 27) não indicaram que quantidade de convidados estavam considerando para as respostas das questões.

Pediu-se na questão "a" que os participantes representassem como distribuir todos os saquinhos entre os presentes. As questões "b" e "c" são apenas para evidenciar as respostas que se chegaria ao efetuar os cálculos corretamente e a questão "d" pede que o participante, explique qual estratégia utilizou para chegar às respostas. Assim, conseguiram alcançar êxito 10 participantes: Todos eles conseguiram calcular o número exato de presentes utilizando-se (como exemplificado acima) da fração como operador multiplicativo. Para chegar à quantidade de saquinhos que cada criança recebeu ("b"), dividiram o total de lembrancinhas (45) pelo total de convidados presentes (36), e chegando ao quociente 1,25 (45:36=1,25). Dois participantes (01 e 11), concluiu que se tratava de 1 inteiro e ¼, outros cinco (3, 4, 5, 10, 21) responderam que cada criança recebeu apenas 1 saquinho, o restante no total de três participantes respondeu que cada criança receberia 1, 25 sacos de balas. Para responderem quantas balas a mais cada criança recebeu ("c") os participantes 1, 4 e 5 calcularam o número total de balas (45 x 20 = 900) e dividiram o resultado pelo total de convidados presentes (900 ÷ 36=25), deste resultado, diminuiu 20 balas que correspondiam a 1 saquinho e chegaram a 5 balas.

O participante nº 03 utilizou outra estratégia diferente, multiplicou o total dos convidados que faltaram pelo total de balinhas nos saquinhos (9 × 20 = 180) e dividiu o resultado pelo total de presentes (180 ÷ 36 = 5). Concluindo: "Então dá 1 saquinho para cada, abre os outros 9 e divide as balinhas, dando 5 para cada uma das crianças"; Os participantes 13 e 14, pegaram os 9 sacos de balinha das pessoas que não foram e dividiram para as 36 crianças presentes (9 ÷36 = 0,25), concluindo diretamente que o resultado seria 5 balinhas para cada. Quando perguntados na questão "d" qual estratégia utilizaram para chegar aos resultados, a maioria não respondeu, ou simplesmente se restringiu a dizer que utilizou divisão. Dentro destes destacamos o participante nº 04 que respondeu " dividi o total de bolas por 36 (quantidade de pessoas)"; o participante nº 10 disse: "Dividi a quantidade de balinhas que sobrou de uma forma que desse para dividir igualmente entre todos os presentes"; outros indicaram que utilizaram os cálculos feitos na questão "a".

Responderam equivocadamente 08 participantes. Os participantes 2 e 20 não conseguiram calcular a quantidade de presentes; os participantes nº 7 e 8 utilizaram apenas o número que indicava a quantidade de balas em cada saquinho (20). Dividiram a quantidade de crianças presentes pelo número de balas em cada saquinho (36 ÷ 20 = 1,8) concluindo que cada criança teria recebido 1 saco de balas e 8 balas a mais. Os participantes nº 16 e 27 deram respostas aleatórias e não utilizaram nenhum cálculo e explicam na questão "d" que para responder utilizaram de lógica.

Na Tarefa 2, pede-se para dividir igualmente dois bolos entre oito crianças. Tem-se aqui uma situação onde se deve considerar dois inteiros.

Tarefa 02: Dois bolos chocolates foram divididos igualmente entre 8 crianças

a) Qual a fração representa a quantidade que cada criança recebeu?
b) Faça uma representação da quantidade de bolo recebida por cinco crianças.
c) Quantos pedaços de bolo representa 75%?

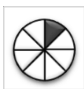
Aqui, 45,97% dos participantes deixaram em branco, e apenas 24,14% responderam como o esperado. É o que demonstra o Quadro 11.

Quadro 11: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 02 – Significado Quociente

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	7	9	13
b)	4	12	13
c)	10	5	14
Totais	**21**	**26**	**40**
%	**24,14%**	**29,89%**	**45,97%**

Fonte: Elaborado pelo autor

A questão "a" pede exatamente para representar a fração que cada criança recebeu. Esperava-se que os participantes dividissem os bolos em 8 pedaços cada, e depois realizassem a divisão entre as crianças. Assim tomariam um pedaço de cada bolo para cada criança e deveriam realizar a soma chegando à fração $\frac{2}{8}$, indicando a quantidade de cada bolo que cada criança receberia.

Por exemplo:  

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$$

Quatro deles simplificaram chegando à fração $\frac{1}{4}$ e os outros três mantiveram $\frac{2}{8}$ como resposta final. Oito participantes responderam equivocadamente com a fração $\frac{2}{16}$, muito provavelmente efetuaram a soma os denominadores: $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{16}$ e apenas o participante nº 15 respondeu com a fração $\frac{4}{8}$.

A questão “b” pede pra representar a quantidade de bolo recebida por cinco crianças. Apenas quatro participantes conseguiram compreender o que se pedia nesta questão, mesmo os que haviam respondido corretamente à questão anterior, não obtiveram o mesmo sucesso. Para isso, bastava que o participante que encontrou a fração $\frac{2}{8}$ na questão “a” referente a quantidade de bolo recebida por cada criança, multiplicasse este valor por 5 ($\frac{2}{8} \times 5 = \frac{10}{8}$) ou também simplificasse por 2 obtendo a fração $\frac{5}{4}$. Dentre os quatro participantes, um único respondeu corretamente utilizando representação fracionária, os demais utilizaram uma representação geométrica (figura) de dois bolos divididos em quatro partes onde destacavam cinco pedaços ou dois bolos divididos em oito partes, onde destacavam dez pedaços. Dois participantes, o nº 02 e 04 inverteram a fração, ou seja, ao invés de escreverem $\frac{10}{8}$ escreveram $\frac{8}{10}$.

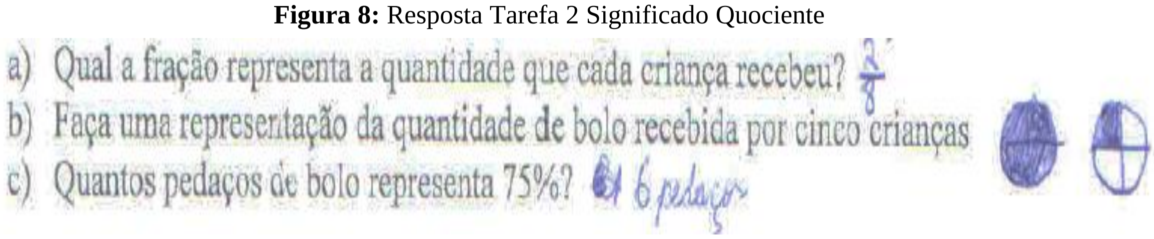
A questão “c” pede pra identificar quantos pedaços representa 75% do bolo, mas não deixa claro se o participante deve considerar os dois bolos ou apenas um dos bolos, por isso foram consideradas corretas duas respostas:

a) Para um bolo dividido em 8 pedaços, temos: $\left(\frac{75}{100} \times 8 = \frac{600}{100} = 6\, pedaços\right)$;

b) Para dois bolos divididos em 8 pedaços cada, temos: $\left(\frac{75}{100} \times 16 = \frac{1.200}{100} = 12\, pedaços\right)$.

O participante nº 05, considerou apenas um bolo para responder a questão “c” como podemos verificar na Figura 8.

Figura 8: Resposta Tarefa 2 Significado Quociente



Fonte: Participantes nº 05, 2019

Cinco participantes não compreenderam que a questão pedia apenas pra identificar a quantidade de pedaços correspondentes a 75% e acabaram por responder utilizando representações fracionárias equivocadas como, por exemplo a fração $\frac{12}{16}$ ou $\frac{6}{8}$. Sete participantes utilizaram apenas um bolo para responder e outros três efetuaram os cálculos com os dois bolos.

4.5 Atividade 5 – Significado Operador multiplicativo

A atividade foi organizada em 3 tarefas, que pretendem verificar quais os procedimentos os participantes utilizam para responder as questões propostas dentro do significado Operador multiplicativo.

Na Tarefa 1, as questões "a" e "b" pedem as frações que representam o total de bolas de gude de Abel e Luís respectivamente.

Tarefa 01: Abel e Luís ganharam juntos 12 bolas de gude. Abel recebeu $\frac{2}{6}$ e Luís recebeu $\frac{4}{6}$.

a) Qual a fração representa o total de bolas de gude Abel ganhou?

b) Qual fração representa a quantidade de bolas de gude que Luís ganhou?

c) Represente 20% da quantidade de bolas e explique como você pensou/procedeu para chegar a essa resposta.

d) Calcule $\frac{3}{4}$ do total de bolas de gude e explique como você pensou/procedeu para chegar a essa resposta.

O próprio enunciado da tarefa já traz essas respostas quando diz que Abel recebeu $\frac{2}{6}$ e Luís recebeu $\frac{4}{6}$, porém destaca-se que os participantes poderiam responder simplificando as frações, ou seja, dividindo o numerador e o denominador por 2 e obtendo as frações simplificadas $\left(Ex: a)\,\frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3} \text{ e } b)\,\frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}\right)$.

Esta tarefa contabilizou um total de 45,69% de acertos e 41,38% de respostas em branco. O Quadro 12 demonstra os dados estatísticos apurados.

Quadro 12: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 01 – Sig. Op. multiplicativo

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	17	3	9
b)	18	2	9
c)	7	7	15
d)	11	3	15

Totais	53	15	48
%	45,69%	12,93%	41,38%

Fonte: Elaborado pelo autor

Do total de participantes que responderam, utilizaram de simplificação, 6 na questão "a" e 7 na questão "b", outros 6 utilizaram a fração $\frac{2}{6}$ para "a" e $\frac{4}{6}$ para "b" conforme o enunciado. Outra resposta utilizada foi $\frac{4}{12}$ e $\frac{8}{12}$ onde 05 participantes inverteram a simplificação e retornaram à fração original. Para isso eles multiplicaram o numerador e o denominador por 2 e transformaram $\frac{2}{6}$ em $\frac{4}{12}$ e $\frac{4}{6}$ em $\frac{8}{12}$ $\left(Ex\!: a)\, \frac{2\times 2}{6\times 2} = \frac{4}{12}\ e\ b)\, \frac{4\times 2}{6\times 2} = \frac{8}{12}\right)$. Os participantes nº 01, 02, 08 e 28, calcularam também a quantidade de bolas correspondente utilizando a fração como escalar $\left(Ex\!: \frac{2}{6} \times 12 = \frac{24}{6} = 4\ bolas\ ou\ \frac{4}{6} \times 12 = \frac{48}{6} = 8\ bolas\right)$. Equivocaram-se os participantes nº 07 e 19 que responderam a questão "a" com a fração $\frac{3}{12}$ e a questão "b" com a fração $\frac{9}{12}$, mas não deram nenhuma indicação de como chegaram a este resultado, já o participante nº 03 se confundiu com o enunciado da questão "a" e respondeu como sendo pedida a fração que representa o total de bolas de gude $\frac{12}{12}$.

A questão "c" trata-se de quantidade discreta (NUNES et al, 2009), pois pede pra calcular 20 % da quantidade de bolas de gude. Neste caso temos um número percentual (20%), cujo todo (12) refere-se as bolas de gude. Apenas 7 participantes conseguiram chegar a um resultado satisfatório nesta questão, sendo que três (07, 17, 20) participantes recorreram a regra de três simples para chegar ao resultado. O participante nº 05 fez um desenho e concluiu que 20% de 12 é 2,4 sem nenhuma outra explicação ou cálculo; o nº 11 transformou a quantidade de bolas (12) em número decimal $(Ex\!: 12 \div 100 = 0{,}12)$ e multiplicou o resultado por 20 $(Ex\!: 0{,}12 \times 20 = 2{,}4)$, o participante nº 18 respondeu corretamente mas disse que não sabe como fez, o participante nº 28 simplificou a fração $\frac{20}{100}$ para $\frac{1}{5}$ e multiplicou por 12 $\left(Ex\!: \frac{1}{5} \times 12 = \frac{12}{5}\right)$.

Dentre as respostas equivocadas 03 (03,04,08) participantes utilizaram regra de 3 simples, mas acabaram por deslizar nos cálculos aritméticos, outros 04 participantes (10,13,16,27) não demonstraram os cálculos, por exemplo, o participante nº 16 respondeu 3 bolas e disse ter usado lógica. Na questão "d", 11 dos participantes conseguiram responder à questão fazendo a relação da parte com o todo.

A Tarefa 2, solicita que os participantes calculem uma fração de um todo, utilizando a fração como um número que multiplica uma quantidade (Operador multiplicativo).

Tarefa 02: Calcule

a) $\frac{2}{5}$ de 250, explique como pensou/procedeu para chegar nessa resposta.

b) 25% de 300

c) $\frac{3}{4}$ de 2756 kg

O Quadro 13 mostra um alto índice de respostas em branco. Dos participantes que responderam 49,43% fizeram corretamente e 10,34% não obtiveram sucesso.

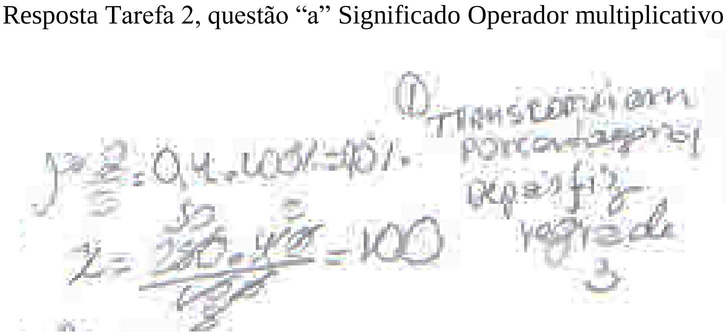
Quadro 13: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 02 – Sig. Op. multiplicativo

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	16	0	13
b)	18	2	9
c)	9	7	13
Totais	**43**	**9**	**35**
%	**49,43%**	**10,34%**	**40,23%**

Fonte: Elaborado pelo autor

A questão "a", onde deve-se calcular $\frac{2}{5}$ de 250, todos os participantes que responderam chegaram a um resultado satisfatório, porém utilizando caminhos diferentes. Nove dos dezesseis que responderam, dividiram 250 por 5 e em seguida multiplicaram o resultado por 2: [(250 ÷ 5) × 2] = [50 × 2] = 100. Outros três multiplicaram 250 por 2 e dividiram o resultado por 5: [(250 × 2) ÷ 5] = [500 ÷ 5] = 100. O participante nº 8 dividiu o numerador 2 pelo denominador 5 e multiplicou o resultado por 250: [(2 ÷ 5) × 250] = [0,4 × 250] = 100, já o participante nº 17 iniciou seus cálculos igual o participante 8, mas foi ainda por um caminho desnecessariamente mais longo, ele dividiu o numerador 2 pelo denominador 5, transformou o resultado em porcentagem e utilizou regra de três simples, como se pode observar na Figura 9.

Figura 9: Resposta Tarefa 2, questão "a" Significado Operador multiplicativo



Fonte: Participante nº 17, 2019

Na questão “b”, dois participantes responderam equivocadamente, o participante nº 04 transformou o valor percentual em fração decimal $\frac{25}{100}$, multiplicou 25 por 300, dividiu o resultado por 100 e chegou a resposta 75, porém diminuiu esse valor de 300 e chegou ao resultado 225: [$\frac{25 \times 300}{100} = \frac{7.500}{100}$ = 75 e 300 - 75 = 225]. O participante 27 utilizou 75% como resposta, mas não demonstrou como procedeu. Os demais participantes que responderam à questão, no total de 18 participantes entenderam que 25% de 300 tratava-se do valor 75. Cinco deles não demonstraram como procederam e outros dois chegaram à resposta apenas raciocinando e utilizando cálculos mentais: o participante nº 05 respondeu 75 e disse “Já que 50% é 150 e 25% = 150/2 e o participante nº 19 escreveu "Se a metade de 300 é 150, a metade de 150 é 75, e 25% é a metade da metade". Dentre as estratégias mais utilizadas pelos demais participantes, seis deles compreenderam que 25% correspondia a fração $\frac{1}{4}$, multiplicaram a fração por 300 e dividiram por 4: [$\frac{1\times 300}{4} = \frac{300}{4}$ = 75], os demais utilizaram o mesmo cálculo do participante nº 04, demonstrado acima: (300 × 25) ÷ 100 = 7.500 ÷ 100 = 75, apenas um participante, o nº 08 transformou a porcentagem em número decimal (0,25) e multiplicou por 300, destaca-se a utilização de regra de três simples que foi utilizado por 3 participantes.

A questão “c” é análoga à questão “a” portanto era esperado que os participantes respondessem utilizando as mesmas estratégias, porém o que constatou-se foi que o sucesso obtido na questão “a” não se repetiu, e na questão “c” sete participantes não chegaram a uma resposta satisfatória, dentre estes, apenas o sujeito nº 24 havia deixado a questão “a” em branco, os demais até utilizaram as mesmas estratégias, mas erraram nos cálculos aritméticos.

A Tarefa 03 traz um problema referente a uma coleção composta de quantidades discretas (NUNES et al, 2009), onde o participante, para responder as questões deverá calcular frações do todo (quantidade de carros).

Tarefa 03: Carlos tem 30 carros da coleção da hot wheels. Ele perdeu $\frac{1}{6}$ dos carros e emprestou $\frac{3}{5}$ a seu melhor amigo.

a) Quantos carros Carlos perdeu?

b) Quantos carros Carlos emprestou para seu melhor amigo?

c) Qual a quantidade de carros que Carlos ficou

Os percentuais entre acertos, erros e respostas em brancos seguem parecidos com os da tarefa anterior, onde 41,48% não responderam às questões propostas, como está demonstrado no Quadro 14.

Quadro 14: Percentuais de acertos, erros e branco da Tarefa 03 – Sig. Op. multiplicativo

Questão	Total de Acertos	Total de Erros	Total de Brancos
a)	17	0	12
b)	12	5	12
c)	12	5	12
Totais	**41**	**10**	**36**
%	**47,13%**	**11,49%**	**41,38%**

Fonte: Elaborado pelo autor

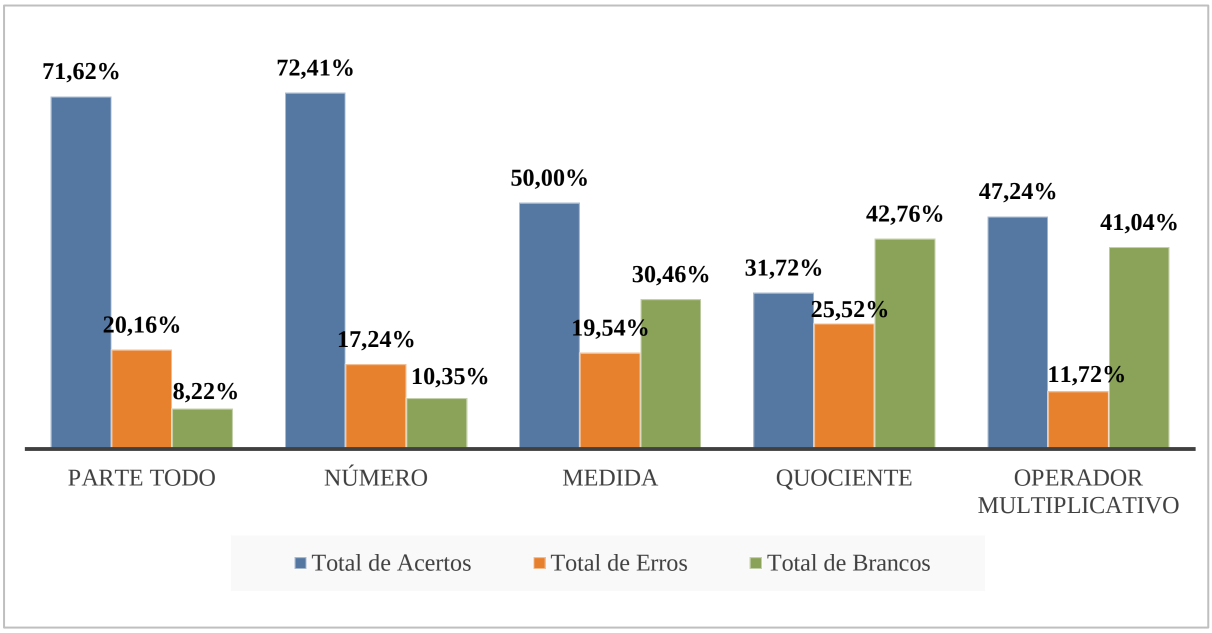
Na questão "a" pede-se a quantidade de carros perdida por Carlos. Não houve registro de erros nesta questão, 12 dos participantes não responderam e 17 responderam conforme o esperado, prevalecendo a estratégia de cálculo onde os participantes multiplicaram o todo (30 carros) pelo numerador da fração referente a perda ($\frac{1}{6}$) e dividiram o resultado pelo denominador 6: $[(30 \times 1) \div 6] = [30 \div 6] = 5$.

Na questão "b" o participante deve calcular agora a quantidade de carros que foi emprestada. Esta questão segue o mesmo raciocínio da questão anterior mudando apenas a fração do todo que se deve calcular, porém cinco participantes não alcançaram sucesso. Quatro deles responderam que a quantidade de carros emprestada foi de 15 carros e um deles respondeu que foram apenas 2 carros emprestados. Nenhum dos cinco fizeram algum tipo de cálculo que indicasse a forma como chegaram a estes resultados.

A questão "c" fecha o problema solicitando que o participante, após calcular a quantidade perdida e emprestada de carros, aponte com quantos Carlos tem no momento, bastando para isso, diminuir do valor total da coleção (30 carros) os valores encontrados nas questões "a" = 5 e "b"= 18: $(30 - 5 - 18) = 7$. Evidentemente, os mesmos cinco participantes que não responderam a questão "b" como era esperado, por consequência repetiram o equívoco nesta questão também.

O Gráfico 3 apresenta uma visão panorâmica do desempenho geral apurado em cada um dos cinco significados, quantificando o percentual de erros, acertos e respostas em branco apurados nas cinco atividades propostas no instrumento de coleta de dados.

Gráfico 3: Comparativo do percentual de erros, acertos e respostas em branco



Fonte: Elaborado pelo autor

Assim pode-se observar que os participantes obtiveram maior sucesso nos significados Parte-Todo e Número, chegando com 71,62% e 72,41 respectivamente, seguidos pelo significado Medida com 50,00% de acertos e Operador multiplicativo com 47,24%. O pior desempenho ficou com o significado Quociente com apenas 31,72% de acertos, o que indica que os participantes tiveram dificuldades em relacionar a fração como um quociente. Neste significado também obteve-se maior porcentagem de respostas em branco 42,76% e erros 25,52%. Destacam-se ainda dois pontos interessantes, o primeiro ponto é que a porcentagem de erros não ultrapassou a porcentagem de acertos em nenhuma das atividades e o outro ponto é o alto percentual de respostas em branco que se verifica nas atividades referentes ao significado Medida, Quociente e Operador multiplicativo que podem indicar falta de empenho em responder ou hesitação com intuito de evitar um possível erro.

Analisando agora os conhecimentos e estratégias aplicadas pelos participantes para solucionarem as questões propostas onde buscou-se tratar das características das quantidades e significados de fração, destacou-se que: a Atividade 1, que remete ao significado Parte-Todo, apesar do pedido para que os participantes deixassem seus cálculos explícitos para que se pudesse identificar como procedeu para responder 13 participantes não atenderam a este pedido e não demonstraram **nenhum cálculo** que indicasse sua estratégia de raciocínio. Dentre os que expuseram seu modo de pensar, 04 participantes utilizaram a **razão entre as quantidades** nas questões 1a, 1b, 1d, 2b, 2d, 3a, 3b e 3c. Destes apenas 01 simplificou para chegar as frações reduzidas, percebendo que nas situações apresentadas era possível dividir o todo em partes iguais. Verificou-se o uso da **regra de três simples**, por 11 dos participantes nas questões 1a, 1b, 1e, 2a e 2b, mesmo em casos onde outra estratégia seria mais eficiente como na questão 1a, 1b e 2b, frequente sempre que a questão envolvia a representação percentual. Outro recurso utilizado por 4 dos participantes foi a **divisão** "inversa" entre denominador e numerador para simplificar algumas frações, por exemplo na questão 1b, o participante nº 9 efetuou a divisão do salário pelo valor correspondente ao gasto com aluguel $(1284 \div 321 = 4)$ para chegar a fração $\frac{1}{4}$. Na Tarefa 2, um total de 26 participantes utilizam **representações geométricas** com sucesso em todas as questões (a, b, c e d) e também na questão 3a.

As mesmas estratégias foram usadas por 06 dos participantes, porém sem sucesso. Dentre estes 03 não **utilizaram cálculo** algum, 02 tentaram utilizar a **razão entre as partes,** porém tiveram dificuldades em determinar o todo e as partes corretamente ou invertendo a fração (denominador no lugar do numerador) e 01 participante utilizou **representações geométricas equivocadas** com base também na dificuldade de identificar o todo e as partes, sobretudo na Tarefa 2.

Na Tarefa 01 da Atividade 02, onde se trata do Significado Número, apenas 04 participantes não conseguiram localizar nenhuma fração corretamente, todos eles não consideraram a reta como um todo (altura) e não conseguiram localizar as partes solicitadas. O pior desempenho ocorreu na questão "d" (5÷6) onde 08 dos participantes não conseguiram localizar o ponto na reta e 10 participantes não tentaram responder. Apenas 09 participantes responderam corretamente a todas as questões e para isso utilizaram a **divisão,** obtendo assim um número decimal.

Na Tarefa 02, 45% dos participantes acertaram todas as questões, o que corresponde a 13 do total da população, a questão "f" onde temos uma igualdade entre uma representação percentual e uma representação geométrica não registrou nenhuma resposta errada. A questão "b" foi a que registrou o maior número de equívocos, onde 13 participantes erraram e um não respondeu. Mais uma vez os participantes demonstram dificuldade com frações na forma de quociente.

No significado Medidas, abordado na Atividade 03, os participantes tiveram maior facilidade em responder a Tarefa 01, que se tratava de quantidades contínuas e intensivas, onde 09 participantes utilizaram da **razão entre as partes,** 02 participantes fizeram **regra de três simples** outros 02 participantes utilizaram **representações geométricas.** Mostraram maior domínio sobre os **registros simbólicos-numéricos** que totalizaram 60,68% (vide Gráfico 2) do total de registros solicitados nas questões 1a e 1b. Já na Tarefa 2, os participantes apresentaram maior dificuldade ao lidar com quantidades contínuas e extensivas (NUNES *et al*, 2009), sobretudo na questão 2d, para identificar as partes do todo. Verificou-se que 08 participantes não conseguiram calcular na questão 2c a quantidade que o leite representava na tarefa, mesmo tendo respondido corretamente na 2b qual fração o leite representava do todo (vitamina).

Na Atividade 04, onde foi abordado o significado Quociente, foi o que obteve um desempenho abaixo do esperado, os participantes, tiveram maior sucesso na Tarefa 01, onde 12 participantes conseguiram compreender e responderam acertadamente, utilizando a **divisão** como principal recurso presente em 99% dos cálculos demonstrados apenas 02 participantes disseram ter usado apenas o **raciocínio lógico** para responder. Já na Tarefa 02 a questão 2b, foi a que obteve o pior desempenho onde apenas 04 participantes compreenderam o que se pedia. Os participantes demonstraram dificuldades ao lidar com frações impróprias e efetuar a **soma de frações** com mesmo denominador, registramos dois casos onde os participantes **inverteram o numerador com o denominador.** Apenas 3 participantes se utilizaram de **representações geométricas** e todos obtiveram com êxito.

Na Tarefa 01 da atividade que trata do significado Operador multiplicativo, os participantes tiveram maior dificuldade na questão 01c para calcular uma porcentagem do todo, sendo que 03 dos 07 participantes que responderam corretamente utilizaram **regra de três simples** e 01 utilizou uma **representação geométrica**, os demais **não fizeram cálculos.** Na Tarefa 02, os participantes utilizaram também a **regra de três simples** para a questão 02b semelhante a 01c, com maior sucesso nos cálculos. Outros 02 participantes converteram a porcentagem em número decimal e efetuaram a multiplicação pelo todo. Na Tarefa 03, para as questões 03a e 3b, dos 17 participantes que responderam, utilizaram as operações de divisão e multiplicação prevalecendo a estratégia de cálculo onde os participantes multiplicaram o todo pelo numerador da fração e dividiram o resultado pelo denominador.

5 CONSIDERAÇÕES

O sistema educacional brasileiro, no que tange ao ensino e a aprendizagem de matemática, com ênfase no conceito de fração, enfrenta inúmeros desafios no mundo atual. Existem falhas em todo o percurso, que se iniciam na EB e ultrapassam o Ensino Superior. Um ensino de qualidade não ocorre por si só, cada elemento envolvido neste processo deve assumir sua responsabilidade. É preciso identificar as deficiências e buscar corrigir os erros em qualquer âmbito. Assim, a proposta dessa pesquisa foi verificar dentro da temática do processo de ensino e aprendizagem do conceito de fração, a abrangência dos conhecimentos dos diferentes significados fracionários, que discentes ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática trazem da sua experiência na EB.

Para chegar à resposta da questão problema e atingir os objetivos, buscou-se suporte teórico em pesquisas que tratam do tema ensino e aprendizagem do conceito fração, em paralelo foi elaborado e aplicado uma sequência de atividades. As atividades aplicadas foram desenvolvidas com acadêmicos do primeiro período do curso de licenciatura em Matemática da UFT, campus de Araguaína. Estas atividades consideram os diferentes significados de fração (Parte-Todo, Número, Medidas, Quociente e Operador multiplicativo) de acordo com os pressupostos de Barros (2018) e Merlini (2005).

Em termos gerais, observou-se que os percentuais de acertos tiveram seus melhores resultados nos dois primeiros significados aplicados no questionário com 71,62% de acertos para o significado Parte-Todo e 72,41% para o significado Número.

O significado Parte-Todo, obteve o segundo melhor desempenho, considerando que teve 20,16% de respostas erradas. Os participantes apresentaram melhor desempenho na Tarefa 02 com 89,66% (vide Quadro 4) de acertos totais. Além disso, observou-se, que os participantes obtiveram melhor desempenho quando se utilizam de representações geométricas, sendo assim um facilitador para solucionar as questões.

No significado Número os participantes apresentaram o melhor desempenho em termos percentuais com 72,41% de acertos e 17,24% de erros. Os participantes conseguiram, na maioria, reconhecer as frações como números, entendendo que possuem lugar na reta e estabelecendo relações de ordem e equivalência entre diferentes tipos de registros. Ficou evidente que tiveram dificuldades em reconhecer a fração como quociente devido ao baixo desempenho nas questões 01d e 02b.

O significado Medida foi o terceiro melhor desempenho com 50,00% de aproveitamento, porém já é notório uma elevação do percentual de respostas em branco. A

Tarefa 01 foi onde os participantes obtiveram maior sucesso, apresentando dificuldades na Tarefa 02 sobretudo na questão “d” para identificar o todo e as partes.

O significado Quociente obteve o pior desempenho, assumindo a quinta posição com 31,72% de acertos e o nível mais alto de erros 25,52% e respostas em branco 42,76%. Este resultado, reforça a importância em se utilizar esse significado com mais frequência para o ensino do conceito de fração. Os participantes, tiveram maior sucesso na Tarefa 01.

O significado Operador multiplicativo, ficou em quarto lugar, a pesar de ser a última atividade do questionário, obteve 47,24% de aproveitamento, onde os participantes alcançaram maior sucesso na Tarefa 02.

Após as análises feitas na seção anterior e considerações apontadas acima, ficou evidente que os conhecimentos do conceito de fração, demonstrados nas resoluções das situações problemas propostas no questionário aplicado, não abrangem satisfatoriamente todos os cinco significados apresentados neste trabalho. Ficou evidente, sobretudo, a falta de uniformidade nas estratégias de resoluções de um mesmo participante para situações similares e o baixo desempenho apresentados nas atividades referentes aos significados Medida, Quociente e Operador multiplicativo. Constatou-se o uso recorrente da regra de três simples e do significado Parte-Todo, presente em todas as atividades.

Com base nos dados apurados que apontam para um aprendizado pouco abrangente do conceito de fração e diante das inúmeras questões que foram sendo levantadas no decorrer do desenvolvimento deste trabalho, enquanto se buscava responder ao objetivo geral desta pesquisa, registra-se aqui uma sugestão para futuras investigações; que se desenvolva um estudo diagnóstico com os alunos do 1º ano do Ensino Médio, a fim de verificar se os conhecimentos desses alunos abrangem os cinco significados do conceito de fração – Parte-Todo, Número, Medida, Quociente e Operador multiplicativo. Esses alunos acabaram de sair do Ensino Fundamental, onde seus conhecimentos sobre o tema já deveriam estar sólidos. Seria interessante averiguar se esse conceito matemático foi explorado suficientemente no Ensino Fundamental para garantir que esses alunos não tenham dificuldades ao ingressarem no Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

BARROS, Marcos José Pereira. **A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Dissertação** (Mestrado Acadêmico) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, TO, 2018.

BORGES NETO, Hermínio *et al*. **Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências.** Fortaleza: Edições UFC, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

______. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

______. Secretária de Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum:** educação é a base. Brasília: MEC/SEB, 2017.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels) Fascículo I. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FRANCHI, Regina H. de O. L. **Enfrentando as falhas na formação básica dos alunos ingressantes.** In: Congresso Brasileiro de Educação em engenharia, XXXI, 2003, Rio de Janeiro, RJ. **Artigo.** Rio de Janeiro, RJ, 2003.p. 1-8.

LOPES, Antonio José. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. In: **BOLEMA**, Ano 21, nº 31, p. 1-22, 2008.

MARANHÃO, M. Cristina Souza Albuquerque; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. Registros de representação e Números Racionais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.** Papirus Editora: 2017.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental**.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

NUNES, Terezinha *et al*. **Educação Matemática 1:** números e operações numéricas**.** São Paulo: Cortez, 2009.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência Didática Interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

SCHASTAI, Marta Buda; FARIAS, Elizabeth Regina Streisky de; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da. **Formação de Professores e o Ensino de Frações nos Anos Iniciais.** 1. ed. Curitiba: Appris, 2017. v. 1. 193p

SILVA, Maria do Socorro Lucinio da Cruz. **Concepções e práticas de professores do Ensino Fundamental sobre o ensino de frações**: um estudo em escolas de Cuiabá. 2013. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2013.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. Métodos de pesquisa. UAB/UFRGS e SEAD/UFRGS. Porto Alegre, RS: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em: 19 nov. 2019.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS. **Manual de Normatização para elaboração de Trabalhos acadêmico-científicos da Universidade Federal do Tocantins**. Palmas: UFT, 2017, 102 p.

APÊNDICE

<u>QUESTIONÁRIO</u>

ATIVIDADE 01 - SIGNIFICADO PARTE-TODO

Tarefa 01: Carlos recebe por mês o salário de R$ 1284,00 reais. Sabe-se que ele gasta mensalmente R$ 642,00 reais com alimentação, R$ 321,00 reais com aluguel e o restante com água, energia elétrica e transporte.

a) Qual fração representa os gastos com a alimentação?
b) Os gastos com aluguel representam qual fração do salário?
c) Qual fração representa os gastos com água e energia elétrica?
d) R$ 107,00 reais representa que fração do salário?
e) R$ 321,00 reais representa que porcentagem do salário?

Tarefa 02: Considere uma pizza circular que foi dividida em oito partes iguais.

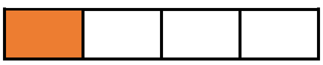
a) uma pessoa comeu 50% da pizza. Que fração representa a parte que ela comeu?
b) Uma pessoa comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte que ela comeu?
c) Faça um desenho que represente a parte da pizza que sobrou.
d) Represente a quantidade de pizza que foi consumida pelas duas pessoas.

Tarefa 03: Considere uma garrafa de leite de um litro.

a) Represente a jarra com metade do leite.
b) 250 ml representa que fração da quantidade de leite?
c) 75% representa que fração do leite?
d) 0,4 representa qual quantidade (ml) de leite?

ATIVIDADE 02 – SIGNIFICADO NÚMERO

Tarefa 01: O seguimento de reto abaixo representará sua altura. Usando uma régua marque pontos que corresponda a:

a) $\frac{1}{2}$ da sua altura
b) 
c) 0,75 da sua altura
d) 5:6 da sua altura

Tarefa 02: Marque como < (menor), > (maior) ou = (igual)

a) $\frac{1}{2}$ ______0,5
b) 5:3______ 
c) metade________ 75%
d)  _____ 
e) 0,5 ______ 
f) 50%_______ 

ATIVIDADE 03 – SIGNIFICADO MEDIDAS

Tarefa 01: Luísa dispõe de uma jarra de 2 litros de suco de laranja. Ela toma um copo de 250ml de suco pela manhã, 2 copos da mesma quantidade durante o almoço, e 2 copos durante a tarde.

a) Represente de todas as maneiras possíveis a quantidade de suco de laranja que ela consumiu durante todo o dia
b) Represente de todas as maneiras que você conseguir a quantidade de suco que sobrou
c) Qual a fração que representa a quantidade de suco que Luísa tomou pela manhã?
d) Qual fração representa a quantidade de suco consumida durante a tarde?

Tarefa 02: No preparo de um litro e meio de vitamina de maracujá, foi utilizado três medidas de leite, duas medidas de polpa de maracujá e uma medida de açúcar.

a) Qual a fração representa a quantidade de açúcar na vitamina?
b) Qual fração representa a quantidade de leite na vitamina?
c) Qual a quantidade de leite na vitamina?
d) Qual a fração que representa a quantidade de polpa de maracujá e açúcar na vitamina?

ATIVIDADE 04 – SIGNIFICADO QUOCIENTE

Tarefa 01: Em uma festa de aniversário, foram convidadas 45 crianças. Foram preparados saquinhos com 20 balas como lembranças para cada criança convidada. Um quinto dos convidados não foram a festa.

a) Represente da maneira que você conseguir como distribuir todos os saquinhos entre as crianças presentes.
b) Qual a quantidade de saquinhos cada criança recebeu?
c) Além da quantidade de saquinhos quantas balas a mais cada criança recebeu?
d) Qual estratégia você utilizou para chegar a estes resultados?

Tarefa 02: Dois bolos chocolates foram divididos igualmente entre 8 crianças

a) Qual a fração representa a quantidade que cada criança recebeu?
b) Faça uma representação da quantidade de bolo recebida por cinco crianças
c) Quantos pedaços de bolo representa 75%?

ATIVIDADE 05 – SIGNIFICADO OPERADOR MULTIPLICATIVO

Tarefa 01: Abel e Luís ganharam juntos 12 bolas de gude. Abel recebeu $\frac{2}{6}$ e Luís recebeu $\frac{4}{6}$

a) Qual a fração representa o total de bolas de gude Abel ganhou?
b) Qual fração representa a quantidade de bolas de gude que Luís ganhou?
c) Represente 20% da quantidade de bolas e explique como você pensou/procedeu para chegar a essa resposta.
d) Calcule $\frac{3}{4}$ do total de bolas de gude e explique como você pensou/procedeu para chegar a essa resposta.

Tarefa 02: Calcule

a) $\frac{2}{5}$ de 250, explique como pensou/procedeu para chegar nessa resposta.

b) 25% de 300

c) $\frac{3}{4}$ de 2756 kg

Tarefa 03: Carlos tem 30 carros da coleção da hot wheels. Ele perdeu $\frac{1}{6}$ dos carros e emprestou $\frac{3}{5}$ a seu melhor amigo.

a) Quantos carros Carlos perdeu?
b) Quantos carros Carlos emprestou para seu melhor amigo?
c) Qual a quantidade de carros que Carlos ficou