UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

SEVERINO ROBERTO DE LIMA

UMA ANÁLISE DE QUESTÕES DE FRAÇÃO DAS PROVAS DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DO ESTADO DO TOCANTINS – SAETO

PALMAS - TO
2020

SEVERINO ROBERTO DE LIMA

UMA ANÁLISE DE QUESTÕES DE FRAÇÃO DAS PROVAS DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DO ESTADO DO TOCANTINS – SAETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação.
Orientador: Prof. Dr. Idemar Vizolli.

PALMAS (TO)

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

L732a Lima, Severino Roberto de.

UMA ANÁLISE DE QUESTÕES DE FRAÇÃO DAS PROVAS DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DO ESTADO DO TOCANTINS – SAETO. / Severino Roberto de Lima. – Palmas, TO, 2020.

239 f.

Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) em Educação, 2020.

Orientador: Idemar Vizolli

1. Ensino de Matemática. 2. Avaliação em Larga Escala. 3. Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins. 4. Conteúdo de Fração. I. Título

CDD 370

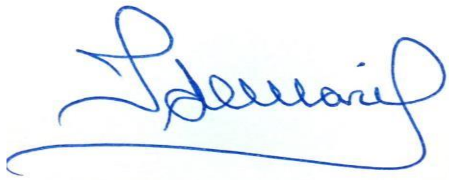
Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

SEVERINO ROBERTO DE LIMA

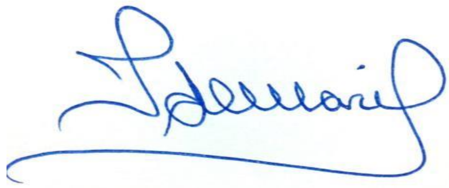
UMA ANÁLISE DE QUESTÕES DE FRAÇÃO DAS PROVAS DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DO ESTADO DO TOCANTINS – SAETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação.
Orientador: Prof. Dr. Idemar Vizolli.

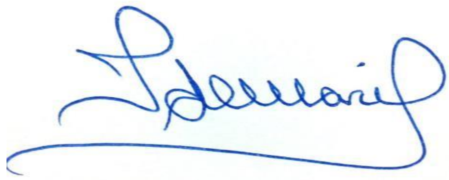
Banca Examinadora:



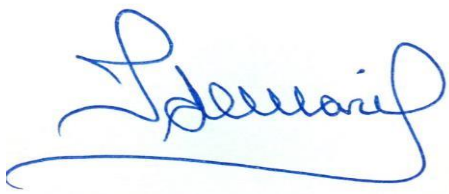
Prof. Dr. Idemar Vizolli. Orientador, UFT



p/ Prof. Dr. Janeisi de Lima Meira. Examinador, UFT



p/ Prof. Dr. Pedro Franco de Sá. Examinador, UEPA



p/ Profa. Dra. Carmem Lucia Artioli Rolim. Suplente, UFT

Local: Palmas, TO
Data de aprovação: 21/09/2020

Dedico este trabalho a minha amada família: irmãos, sobrinhos, primos, tios, madrinha, cunhada, amigos e em especial, minha mãe, por ter me concedido a oportunidade de frequentar a escola pela primeira vez aos sete anos de idade no Engenho Jenipapo e incentivado incessantemente a busca pelo conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Quero neste momento expressar meu eterno agradecimento primeiramente a Deus pela minha vida, saúde e por me conceder paciência e determinação para concluir o curso de Mestrado em Educação, bem como pelas experiências e conhecimento que esta pesquisa me proporcionou. E de modo muito especial:

Ao meu ilustre orientador, Professor Dr. Idemar Vizolli, por ter aceitado o desafio de me orientar, pelo apoio, incentivo, conhecimento, amizade, compreensão, paciência e pela credibilidade a mim confiada, uma missão desafiadora no caminhar desta pesquisa.

À minha professora de Matemática do Ensino Fundamental II, Lourdes de Souza (*in memoriam*), pela delicadeza, sabedoria e amor pela profissão docente, os quais me trouxeram inspiração e dedicação para ser professor de Matemática.

Ao Dr. José Ricardo e Souza Mafra, professor de especialização, pelo incentivo à pesquisa acadêmica; à amiga e professora Dra. Elisângela Aparecida Pereira de Melo, companheira de várias lutas, determinação e resiliência nos enfrentamentos, que não foram poucos.

A todos que fazem parte da Escola Estadual Sampaio, em Sampaio – Tocantins, Bico do Papagaio, pelo acolhimento e apoio nos meus primeiros três anos de docência nesse Estado.

À Secretaria da Educação, Juventude e Esportes do Tocantins, da qual faço parte como servidor efetivo há vinte anos, pela oportunidade e compreensão em conceder minha licença para o Mestrado e permitir o acesso às avaliações do SAETO, que se configuram como meu objeto de pesquisa.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação (PPGE/UFT), pelos conhecimentos proporcionados antes e durante a pesquisa.

À Dra. Carmem Lucia Artioli Rolim (UFT), ao Dr. Janeisi de Lima Meira (UFT) e Dr. Pedro Franco de Sá (UEPA), por fazerem parte da banca de qualificação e defesa e, sobretudo, pelas belíssimas contribuições proporcionadas para a melhoria do meu trabalho de dissertação.

Aos colegas do PPGE/UFT (Programa de Pós-Graduação em Educação) Deyse Oliveira, Ana Cleia, Leni Pidjorã, Ademir Brandão, Ritiane de Fátima, Wander Alberto, pelas experiências vivenciadas, oportunidades de aprendizagem, viagens para apresentar trabalhos e apoio durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

À minha mãe, Auta Claudino de Lima (*in memoriam*); à minha tia e madrinha, Maria Das Dores da Rocha Lima *(in memoriam*); aos meus irmãos, Fernanda Cristina de Lima, Ana Flavia de Lima, Renata Michele de Lima, José Cherrales de Lima, José Antonio de Lima Junior; à minha sobrinha Maria Eduarda de Lima Oliveira, à minha afilhada Maria Laura Dias de Lima, à minha cunhada Rejane Maria Dias; aos meus primos Leonila Rocha Lima, Leônia Rocha de Lima e Leonildo Rocha de Lima; e ao meu tio Luiz Antonio de Lima, pelo apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

A todos os colegas da SEDUC/TO e professores da Rede Estadual do Tocantins, que de maneira indireta ou direta, se dispuseram a contribuir com a minha pesquisa.

Enfim, a todos o meu "muito obrigado".

RESUMO

Esta dissertação resulta da análise em questões envolvendo fração nas provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO. Autores como Luckesi, Gatti, Sousa, Hoffmann, dentre outros, têm demonstrado inquietações com o processo avaliativo, pois o ato de avaliar não é tarefa simples e só terá sentido se sua finalidade for pautada na construção de conhecimentos, no diagnóstico, e não tão somente no caráter classificatório. Para esta pesquisa, foram mapeadas setenta questões de Matemática que tratam do conteúdo de fração no período de 2011 a 2018, dentre elas, destacamos que (vinte e cinco são do 5º Ano, trinta e seis do 9º Ano do Ensino Fundamental e, nove questões propostas ao 3º Ano do Ensino Médio), destas, anunciamos que desesseis questões foram analisadas neste trabalho. Destaca-se que o conteúdo de fração está presente no currículo escolar desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental; integra avaliações de larga escala de sistemas de avalição da União, Estados e Municípios; e tem sido objeto de pesquisas em programas *stricto sensu*. A pesquisa teve como objetivo analisar aspectos do conteúdo de fração presentes nas provas do SAETO de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio, no período de 2011 a 2018. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, cujo método esteve ancorado na pesquisa bibliográfica e documental. As análises inspiram-se na teoria dos registros de representação semiótica de Duval, dos significados de fração e características das quantidades propostos por Nunes *et al*. Os aspectos de fração presentes nas questões, em grande parte estão expressos em linguagem natural, com dados e informações em registros numéricos decimais e fracionários; estão presentes as frações e seus significados, a saber: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo e, fazem uso de quantidades contínuas, discretas, intensivas e extensivas. Os resultados indicam a necessidade de utilizar diversas possibilidades de análise nos aspectos supramencionados, por professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental e Médio, de modo que os estudantes possam compreender efetivamente o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e dos conceitos de fração.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Avaliação em Larga Escala. Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins. Conteúdo de Fração.

ABSTRACT

This dissertation results from the analysis of questions involving fraction that are present in tests of the Evaluation System of the State of Tocantins – SAETO. Authors such as Luckesi, Gatti, Sousa, Hoffmann, among others, have shown concerns about the evaluation process, since the act of evaluating is not a simple task, and it will only make sense if its purpose is based on the construction of knowledge and on the diagnosis, rather than merely on classificatory features. For this research, seventy Mathematics questions were mapped that deal with the fraction content in the period from 2011 to 2018, among them, we highlight that (twenty-five are from the 5th grade, thirty-six are from the 9th grade of Elementary Education and, nine questions proposals for the senior year of High School), of these, we announce that sixteen questions were analyzed in this work. It is noteworthy that the fraction content has been present in the school curriculum since the early years of Elementary School; integrates large-scale assessments of Union, State and Municipality assessment systems; and has been the subject of research in stricto sensu programs. The research aimed to analyze aspects of the content of fraction present in SAETO tests of 5th and 9th grades of Elementary School and the 3rd grade of High School, in the period from 2011 to 2018. This is a qualitative study, anchored in bibliographic and documentary research. The analysis was inspired by the theory of semiotic representation records from Duval, of the meanings of fraction, proposed by Nunes *et al*, and of the characteristics of the quantities, also proposed by Nunes *et al*. The fraction aspects, in the questions, are largely expressed in natural language, with data and information in decimal and fractional numerical records; the fractions and their meanings are present, namely: number, part-whole, measure, quotient and multiplicative operator, and make use of continuous, discrete, intensive and extensive quantities. The results indicate the necessity for teachers of Mathematics in Elementary and High School to use several possibilities of analysis when teaching contents of fraction, so that students can effectively understand the teaching and learning process of Mathematics and fraction concepts.

Keywords: Teaching of Mathematics. Large Scale Assessment. Evaluation System for the State of Tocantins. Mathematical Education. Contento of Fraction.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 O MENINO DE ENGENHO: A LUZ DO CAMINHAR

A história e memória do menino de engenho a princípio trazem como referência o filme *Colcha de Retalhos*[1], no sentido de que tenho buscado se participo efetivamente no processo de construção do meu destino, considerando que é a partir das "pequenas partes que construímos o todo", ou se simplesmente tenho sido apenas mais um sobrevivente à luz deste caminhar.

Minha infância também me faz lembrar o livro *Menino de engenho*[2] de José Lins do Rego, cujo personagem principal, Carlinhos, narra seu passado e, em sua trama de recordações, relembra um acúmulo de experiências e de emoções que lhe anteciparam a maturidade. Minha história também começa num engenho chamado Imbu, no município de Vicência, microrregião da zona da mata norte de Pernambuco. Foi lá que nasci em 11 de dezembro de 1966, filho de uma professora leiga que tão cedo ficou viúva e viu-se obrigada a deixar seu único filho aos cuidados dos avôs maternos e da tia, enquanto trabalhava para poder suprir parte das necessidades existentes.

Mais tarde, minha mãe, dona Auta (*in memoriam*), casa-se novamente e fomos morar em uma casa onde também funcionava a escola na qual ela lecionava. Algum tempo depois, nos mudamos para o "Engenho Jenipapo", pertencente à Usina Cruangi, município de Timbaúba (PE), sendo a atividade predominante o cultivo da cana-de-açúcar.

Nessa época, o "menino de engenho" inicia um novo capítulo de sua vida: o primeiro contato com a escola aos sete anos de idade, em um "grupo escolar" constituído por duas salas de aula, uma cantina, um depósito para guardar os produtos da merenda, um banheiro masculino e outro feminino.

Lembro dos traços da minha primeira professora, isso por volta do ano de 1974. Dona Zezita, mulher de pele morena clara, cabelos pretos longos e vestes impecáveis. Nesse

---

[1] O filme "Colcha de Retalhos" *(How to Make,* na American Quilt), produzido em 1995 sob a direção da australiana Jocelyn Moorhouse, trata de um drama inspirado no romance de mesmo nome escrito por Whitney Otto. Apesar de o longa não deixar claro onde e quando exatamente está ambientado, é possível presumir que se passa aproximadamente na mesma data de sua produção (1995), passeando, através de *flashbacks,* por diversos momentos anteriores a ele. O filme trata da construção de uma colcha de retalhos tecida por um grupo de mulheres que carregam consigo suas histórias e memórias de vida. Vislumbra-se que, de uma forma ou de outra, nós somos cobertos, desde o nosso nascimento, pelas colchas tecidas com as experiências, mitos, tradições, permissões e proibições que, ao longo de várias gerações, vão marcando nossos caminhos.

[2] Tendo sido publicado em 1932, o livro é a estreia do autor José Lins do Rego como romancista e também o primeiro romance do ciclo da cana-de-açúcar. Essa tendência virou moda nos anos 30, alguns anos após a Semana de Arte Moderna, momento em que surgiram muitos romances apresentando a dura realidade nordestina com seus problemas, não livre, logicamente, do tom crítico introduzido na literatura da época pelo movimento modernista.

período, morávamos em uma casa muito simples de alvenaria, mas com energia elétrica. A água para o consumo era buscada na casa grande[3], que ficava em frente a nossa residência. É nessa época que se inicia o mundo mágico da descoberta dos números, dos símbolos, das letras, da linguagem escrita, a magia de aprender a somar, diminuir, multiplicar e dividir.

Poucos anos depois, fui estudar em uma nova escola. Mais uma etapa da história escolar se inicia, numa escola de estrutura admirável, várias professoras, secretaria, biblioteca, sala de leitura, refeitório, salas de aula amplas com ventiladores, carteiras individuais e um pátio para o recreio; era obrigatório o uso do uniforme, cantar o Hino Nacional, hastear a bandeira e rezar, para depois dirigir-nos enfileirados à sala de aula.

Aquela escola havia sido construída para atender os filhos de empregados que possuíam cargos de confiança na indústria açucareira e, nessa mesma escola, eu – filho de uma professora leiga e de um padrasto operador de máquina agrícola (tratorista) – tive o privilégio de concluir o Ensino Fundamental I. Hoje, fazendo uma releitura dessa situação, compreendo como parte importante no processo de escolarização o rompimento com alguns paradigmas ali existentes.

Como tantas outras crianças e adolescentes ali matriculados, também sofri *bullying*, preconceito e racismo, foram muitos enfrentamentos, muita resiliência e resistência até concluir em 1979 o Ensino Fundamental I, de 1ª a 4ª série. Agora surgia mais um desafio no caminhar do menino de engenho – estudar numa escola pública, a Escola Estadual Professor José Mendes da Silva, localizada no município de Timbaúba (PE). Uma escola com estrutura ampla e confortável, com isso, um novo olhar se inicia e outros caminhos a serem percorridos também pelo menino de engenho.

Em 1980, inicia-se o ano letivo e os desafios também, agora cursar de 5ª a 8ª serie, porém, algo me chamou atenção, a professora de Matemática, Senhora Lurdes Souza (*in memoriam*), uma professora fantástica, que lecionava por prazer. Sempre muito bem-vestida e elegante, usava algumas joias e salto alto. Porém, era muito exigente; desenhava os números numa delicadeza e perfeição inexplicável, *daí começa minha paixão e zelo pela disciplina de Matemática.* Sua mão tinha a beleza dos números e sua mente a sabedoria de ensinar.

[3] "Casa grande" era como nos referíamos à casa onde morava o administrador do Engenho Jenipapo, homem de plena confiança do proprietário da Usina Cruangi, grande fábrica de açúcar e álcool. A principal cultura do engenho era a cana-de-açúcar.

Até aqui minha mãe continuava sendo professora “leiga”, mas cursando magistério, na época, chamado “Logo os dois[4]”, na modalidade semipresencial. Assim, nos dias em que aconteciam os encontros presenciais, eu a substituía no grupo escolar.

No ano de 1983, o menino de engenho termina o Ensino Fundamental II, e em 1984, inicia o curso técnico em Contabilidade numa instituição particular, o Colégio Timbaubense. É importante destacar que essa instituição foi criada para profissionalizar os filhos dos comerciantes e donos de fábricas têxteis e de calçados ali existentes, como também os filhos de comerciantes e proprietários de terras residentes nas cidades vizinhas. Assim, em 1986, concluí o curso Técnico em Contabilidade (Ensino Médio).

Após esse período minha mãe, dona Auta, sofre um acidente, indo a óbito. Foram momentos difíceis, mas no ano de 1992 participei do processo seletivo (vestibular) em uma faculdade particular para o curso de Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática, tendo sido aprovado. Iniciei o curso em uma turma com 60 estudantes na mesma sala de aula, cheguei a trancar o curso por duas vezes por falta de condições financeiras. É importante destacar que dos 60 estudantes que iniciaram a licenciatura, apenas 18 deles conseguiram concluir com êxito. Eu, que vos falo, sou um deles; quanto aos demais, parte deles migraram para Ciências Biológicas, outros, para a Universidade Estadual de Pernambuco - UPE. Agora o menino de engenho passa a ser professor de Matemática.

1.1 O menino de engenho e a profissão docente

Como profissional da educação, o menino de engenho inicia suas atividades docentes ainda como estudante de graduação, tendo como oportunidade lecionar a disciplina de física no Ensino Médio na mesma escola em que foi aluno do Ensino Fundamental II (antigo ginásio). No ano seguinte, fui convidado a lecionar Matemática e, pouco tempo depois, tive a oportunidade de ser coordenador pedagógico, supervisor escolar e gestor escolar.

Como professor de Matemática, a tendência foi repetir o modo como meus professores ensinavam, ou seja, ensinar os estudantes a calcular como se o saber fosse pronto e cristalizado. Contudo, conforme Tardif (2002), o saber não é uma substância ou um conteúdo fechado em si mesmo; ele se manifesta através de relações complexas entre o professor e seus alunos.

[4] “Logo os dois”: nome dado na década de 1980 ao curso de magistério ofertado aos professores que já atuavam nas séries iniciais e que ainda não possuíam formação. O curso era modular com encontros presenciais a cada 15 dias.

No ano de 2000, concluí a licenciatura e começaram as inquietações. Logo depois, me matriculei em um curso de especialização em Educação Matemática para tentar minimizar os problemas existentes em sala de aula. No ano seguinte, em 2001, vim trabalhar na Rede Estadual do Tocantins, na região do Bico do Papagaio, norte do Estado, onde também ministrei aulas de física na Universidade do Estado do Tocantins - UNITINS/Tocantinópolis, no curso de formação de professores em regime especial.

Em 2002, prestei concurso público estadual e fui aprovado, logo em seguida, passei a atuar como gestor escolar. No ano de 2004, fui convidado para atuar na coordenação pedagógica da Secretaria Estadual da Educação do Tocantins (SEDUC/TO), onde também exerci a função de assessor educacional às Secretarias Municipais de Educação, diretor de administração e finanças, inspetor escolar e gestor de projetos educacionais no Programa Estrada do Conhecimento (PEC-PDRIS[5]) do Banco Mundial, no âmbito da Secretaria Estadual da Educação (SEDUC/TO).

Meu primeiro contato com o Mestrado em Educação da Universidade Federal do Tocantins – UFT se deu como aluno especial, ocasião em que tive a oportunidade de cursar algumas disciplinas, mergulhar na leitura, adentrar no universo da pesquisa e construir novos conhecimentos, um percurso cheio de tentativas, resiliências e de experiências exitosas.

Assim, no ano de 2018, finalmente o menino de engenho/professor de Matemática é aprovado no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) - Mestrado Acadêmico em Educação. Já nas primeiras conversas com o orientador, sugeri analisar as provas de Matemática do SAETO. Assim, o orientador lança a proposta de "***analisar aspectos do conteúdo de fração presentes nas provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins-SAETO de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio, no período de 2011 a 2018".***

1.2 Do grupo escolar: a luz da pesquisa

As atuais características da educação brasileira são consequências de um caminhar de longos períodos de governos, estudos e parcerias executadas em âmbitos administrativos e econômicos, que acabam por se refletir na educação e que, por sua vez, somente são compreendidos no percurso e contexto histórico em que foram constituídas (POLATO, 2014). Assim, existem no Brasil várias avaliações com o objetivo de verificar o nível de aprendizagem dos estudantes da educação básica.

[5] Contrato de Empréstimo nº 8185/BR (Projeto de Desenvolvimento Regional Integrado Sustentável do Tocantins).

> Na década de 1990, emergiu no Brasil uma série de avaliações educacionais, elaboradas e aplicadas por agentes externos à escola. Mais de duas décadas depois, essas avaliações se multiplicaram em vários âmbitos e modalidades: internacionais, nacionais, estaduais e municipais, voltadas, principalmente, para o Ensino Fundamental, ciclos I e II, Ensino Médio e Ensino Superior (POLATO, 2014, p. 12).

Pode-se dizer que a década de 1990 é o período precursor no delineamento das avaliações em larga escala no Brasil. Essa década se configura como um marco histórico do processo avaliativo da aprendizagem de estudantes, da gestão escolar e do contexto socioeconômico nas escolas públicas. *De certa maneira, considera-se que escola de qualidade é aquela que obtém os melhores resultados nas avaliações em larga escala*.

Assinala Sousa (2013), que esse conceito difunde uma ideia de qualidade que supõe diferenciações no interior dos sistemas públicos de ensino, como condição mesma de produção de qualidade. Contudo, ressalta-se que essa ideia, intrinsecamente, não reflete o contexto social, e muito menos as condições socioeconômicas, dos estudantes, uma vez que as avaliações são "padronizadas". Como professor de Matemática e alguém que vivenciou essa trajetória ora como aluno, ora como professor, percebe a expansão das avaliações externas e com isso, a grande disputa das escolas em ranquear os melhores resultados. Diante dessa situação, alguns Estados lançam uma espécie de "bônus" como premiação aos professores e funcionários das escolas e secretarias a título de "*valorização da educação*".

Na perspectiva de esclarecer a problemática em que se insere o processo de ensino e aprendizagem de fração, objeto de estudo deste trabalho, perpassamos por pesquisas que versam sobre a temática, trazendo um pouco do processo histórico da fração ao longo das civilizações. Destaca-se nesses estudos as necessidades, evolução, construção e a interpretação dos registros ao longo do tempo. O processo de familiarização com tais estudos se faz necessário para a compreensão do surgimento da ideia de fração com a finalidade de resolução dos problemas existentes em cada época e em cada civilização.

Desse modo, ao recorrer à História da Matemática, verificamos diferentes civilizações que desenvolveram a escrita dos números e formularam o conceito de fração a partir da demarcação de terras com vistas à cobrança de impostos. Para aferir as medidas dos terrenos, os agrimensores (esticadores de corda) estendiam uma corda sobre o contorno da área a ser medida. Assim, passavam a saber a quantidade de côvados (medida do cúbito indicando a medida entre os nós da corda) daquele espaço. Uma vez que nem sempre o terreno comportava medidas inteiras do cúbito, sentiu-se a necessidade de utilizar partes do cúbito (subunidades), ou seja, de fracionar a unidade, Eves (2004).

Para além de situações da vida prática, diferentes civilizações utilizavam a fração na Matemática. Embora o conceito de fração seja bastante antigo, ainda existe nos dias atuais a necessidade de novos estudos, especialmente em relação ao processo de ensino proposto nas escolas e à aprendizagem dos estudantes. A contemporaneidade é marcada pelas tecnologias e pelo desenvolvimento das ciências, e nelas a matemática se faz presente. No contexto educacional e da pesquisa, a compreensão do conceito de fração se reveste de condição fundante para a vida contemporânea.

Os estudos de Bertoni (2004) indicam que o conceito de fração apresenta uma série de problemas de aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e que as avaliações nacionais expressam baixo índice de acertos em questões que tratam desse conteúdo. A matriz de descritores do 5º Ano do SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, MEC/INEP – não inclui essas operações. De modo geral, os livros didáticos e as propostas curriculares do 6º ao 9º Ano não dão a devida atenção aos aspectos de Matemática necessários para a compreensão do conceito de fração. "Isso leva à constatação de que o espaço para a aprendizagem desses números nas séries iniciais foi diminuído e não houve ganho de espaço nas séries finais" (BERTONI, 2004, p. 1).

Ao analisar o desempenho de estudantes de 5º e 6º Ano, considerando os diferentes significados e contextos que a fração pode assumir – parte todo, número, medida, operador multiplicativo e quociente –, Merlini (2005) percebeu que somente 35% obtiveram sucesso nas respostas às questões. Já os estudos de Nunes e Bryant (1997) indicam que as dificuldades dos estudantes residem no fato de que eles não distinguem as características particulares dos conjuntos numéricos, transferindo as propriedades do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números racionais, incluindo-se as frações. Assim, há estudantes que concluem a Educação Básica sem necessariamente ter superado uma série de dificuldades em relação à compreensão do conceito de fração.

Ao verificar a proficiência em Matemática dos estudantes de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental no Estado do Tocantins nas três ultimas avaliações, período de 2013, 2015 e 2017, percebemos também níveis muito baixos, como mostra o quadro 1.

Quadro 1 - Nível de proficiência em Matemática dos estudantes de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental do Estado do Tocantins, no período de 2013, 2015 e 2017.

2013		2015		2017	
5º Ano	9º Ano	5º Ano	9º Ano	5º Ano	9º Ano
28%	9%	28%	11%	37%	16%

Fonte: https://qedu.org.br/estado/127-tocantins/proficiencia

Tais resultados coadunam com a realidade apresentada pelos estudos de Nunes e Bryant (1997) e Merlini (2005), e são indicativos de que muitos estudantes concluem a Educação Básica sem compreender adequadamente uma série de conceitos matemáticos, dentre eles o de fração.

Para Bertoni (2004), os estudantes devem compreender que os números racionais se desdobram nas representações decimais (bastante usuais no meio social e aparecem com muita frequência em quantias monetárias e medidas) e fracionárias (mais usuais em particionamentos da unidade e frequentes quando se trata de razões, escalas, porcentagens e probabilidade). Comumente nos referimos à metade de uma laranja, por exemplo, e escrevemos “1/2 laranja”; raras vezes representamos por “0,5 laranja”.

A pesquisa de Vizolli (2006) indica que, ao solucionar situações que envolvem porcentagem, estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) ancoram seus raciocínios em situações que lhes são familiares, como metade e quarta parte, por exemplo. Trata-se de estratégias interessantes do ponto de vista da aprendizagem, mas que exigem da parte de quem ensina a mobilização de conhecimentos produzidos, na maioria das vezes, por meio da pesquisa.

Entretanto, ao verificarmos o modo como as situações de fração são trabalhadas em sala de aula, e muitas vezes apresentadas pelos livros didáticos, percebemos que diferem daquelas que se fazem presentes nas avaliações de desempenho em larga escala, uma situação bastante preocupante para o professor e, principalmente, para os estudantes, o que precisa ser revisto no currículo escolar.

Diante disso, na perspectiva de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de fração, um grupo de professores e estudantes vinculados aos programas de Mestrado Acadêmico e Profissional em Educação, da Universidade Federal do Tocantins, está desenvolvendo pesquisas com o objetivo de deslindar possíveis contribuições do uso de sequências didáticas para promover a compreensão do conceito de fração por professores e estudantes de Educação Básica, considerando os diferentes significados de fração, o uso de diferentes registros de representação semiótica e as características das quantidades.

Entendemos que o conteúdo de fração precisa estar presente no currículo escolar e suscitar a mobilização de conhecimentos dos estudantes. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) expressa:

> A aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais também está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares. Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação (BRASIL, 2017, p. 298).

A BNCC também trata da importância da Matemática em sua linguagem, seus símbolos e seus significados, trazendo em suas Unidades Temáticas o estudo do conceito de fração. Percebe-se que o estudo do conceito de fração elucida-se gradativamente no decorrer dos Anos Iniciais estendendo-se ao Ensino Médio.

Nossa preocupação na amplitude desta pesquisa reside em saber como as escolas avaliam os resultados das avaliações em larga escala e de que modo encaminham atividades educativas junto aos estudantes. Considerando a formação em Matemática realizada com docentes da Rede Estadual de Ensino do Tocantins, o escopo de um dos projetos de pesquisa do orientador – que tematiza o processo de ensino e aprendizagem de fração –, e o fato de o Estado do Tocantins contar com um sistema de avaliação em larga escala (Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins - SAETO), elaboramos a seguinte pergunta de pesquisa: **Que aspectos do conteúdo de fração são considerados nas provas do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO?**

Para responder à pergunta de pesquisa, nos desafiamos em **analisar aspectos do conteúdo de fração presentes nas provas do SAETO de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio, no período de 2011 a 2018.**

Para tanto, estabelecemos como objetivos específicos da pesquisa:

a) **Entender a dinâmica do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO;**
b) **Analisar aspectos do conteúdo de fração presentes em questões de provas do SAETO;**
c) **Identificar os registros de representação semiótica, os significados de fração, bem como as características das quantidades presentes em questões de provas do SAETO.**

A fim de alcançar os objetivos estabelecidos, adotamos como critérios para análise: os registros de representação semiótica de Duval (1993; 1995; 2003); os significados de fração, propostos por Nunes *et al* (2003); e as características das quantidades (NUNES *et al,* 2005).

A escolha do conceito de fração se deve aos seguintes fatos: ela integra os conteúdos curriculares de Matemática desde os Anos Iniciais conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC); não é um conteúdo trivial para os estudantes nestes anos/séries e figura nas avaliações em larga escala. Já a opção em analisar as questões do SAETO de 2011 a 2018 é devido ao fato de entendermos que estudantes de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e de 3º Ano do Ensino Médio, em tese, compreendem o conceito de fração com mais facilidade.

1.3 O desvelar da investigação

O menino de engenho/professor de Matemática, em sua relação com o ensino de fração no Ensino Fundamental e Médio, perpassa pelo processo de compreensão da representação de uma fração, por exemplo, do tipo 1/4. Compreender que o número 1 representa as partes que foram tomadas e que o número 4 representa o total das partes (parte-todo), ou que das quatro partes de um dado objeto foi retirada uma parte, ou ainsa, a quarta parte, não é algo simples para os estudantes e é ainda mais complexo quando se trata de operar a partir de regras matemáticas com esse conceito.

Outra dificuldade bem frequente se devia ao fato de eu não compreender a representação e o conceito de metade (1/2 ou 0,5). Na essência do meu aguçar, 1/2 trazia o sentido de "um e meio" e não a percepção de meio, metade; ou seja, uma laranja dividida em duas partes iguais, uma delas representa a metade, e que ao somar as duas metades da laranja (1/2 + 1/2) o resultado será uma laranja inteira. Complicava muito mais quando se tratava do operador multiplicativo, vez que 1/2 x 1/2 continua sendo "meio", ou seja, 1/2 ≡ 0,5, muito embora o quociente de 1/2 ÷ 1/2 seja sempre um inteiro.

Essas e outras dificuldades perpassaram todo o processo de ensino e aprendizagem do menino de engenho durante o Ensino Fundamental, o que possivelmente exigia da parte de quem ensinava a mobilização de conhecimentos produzidos ao trabalhar os conceitos de fração. Tais dificuldades se minimizaram durante o curso de técnico em contabilidade.

> As representações permitem aos sujeitos elucidar as ideias e/ou imagens de um determinado objeto, o que reverbera em uma possibilidade metodológica para que o professor auxilie os estudantes a aprimorar suas ideias, expressões, concepções ou os registros de um dado objeto matemático, chegando às representações semióticas. Essas, por sua vez, são formadas por um conjunto de signos pertencentes a um sistema de representação, que apresentam características próprias de significado e funcionamento. E, ainda, as representações semióticas comportam um sistema particular de signos, de linguagem, de escrita algébrica ou gráficos cartesianos, e podem ser convertidas em representações equivalentes, dentro de outro sistema semiótico, embora possam apresentar significados diferentes para quem as utiliza (LIMA *et al*, 2019, p. 8-9).

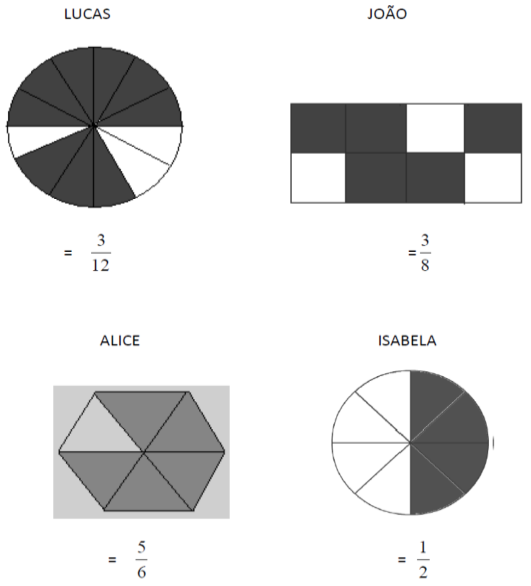
A mesma relação de compreensão pode ser concebida pelos estudantes da Educação Básica, quando se trata dos conceitos de fração. Tal situação me faz lembrar nitidamente quando os professores tendiam a promover a transposição didática[6] do conteúdo, utilizando quase sempre a representação parte-todo. Ressalta-se, entre as representações mais frequentes e utilizadas em sala de aula para uma fração, o uso de figuras geométricas, tais como (retângulo, quadrado, pizza); entre outras, como mostra o quadro 2, sem explorar os conceitos de fração presentes.

Dito isto, trazemos uma questão do SAETO proposta aos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental no ano de 2015 como possibilidades de reflexão acerca da compreensão do conceito de fração, o quadro 2 sintetiza como normalmente são apresentados os problemas em sala de aula.

[6] A transposição didática surgiu na França em 1975 por meio do sociólogo Michel Verret, como técnica para analisar o conhecimento. Em 1980, o matemático Yves Chevallard rediscute o termo transposição didática, que passa a adquirir o status de teoria.

Quadro 2 - Questão do 5º Ano do Ensino Fundamental (2015)

06. A professora do 5º ano da Escolinha Crescendo e Aprendendo desenhou no quadro as seguintes figuras e pediu para que alguns alunos escrevessem as frações correspondentes a cada uma delas. A parte pintada representa a quantidade que foi tomada do todo.



Observando as respostas dadas por eles, os dois alunos que responderam a atividade corretamente foram:

(A) Lucas e Isabela.
(B) Isabela e João.
(C) João e Lucas.
(D) Alice e Isabela.

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2015).

Observamos que a questão traz informações em linguagem natural e apresenta como ponto chave em seu enunciado "A parte pintada representa a quantidade que foi tomada do todo". Nesse caso, o estudante pode naturalmente apresentar uma ideia de **dupla contagem** ao ler o que se pede, pois não está claro que a parte pintada se refere à cor "preta ou branca"; desse modo, se o estudante responder 3/12 e 3/8 (Lucas e João) referindo-se a parte branca, é considerado correto, assim como também ao afirmar 5/8 e 1/2 (Alice e Isabela) também está correta, pois para elas a parte pintada é a de cor preta.

Conforme o gabarito, a alternativa correta é a letra D, evidenciando o modo de pensar de quem a elaborou. O problema traz diversos conceitos de fração que poderiam ser trabalhados em sala de aula, a exemplo: tipos de figuras geométricas; a referência da parte tomada ao numerador e ao todo, o denominador; o entendimento do estudante quanto ao que é a parte pintada; além do conceito de equivalência de frações. A questão se limitou apenas ao certo ou errado; entende-se que esse tipo de problema não promove a aprendizagem dos estudantes.

Segundo Schastai, Farias e Silva (2017 *apud* BARROS, 2018), os professores iniciam a abordagem do conceito de fração fazendo uso de figuras geométricas planas, direcionando o ensino e a aprendizagem matemática para os algoritmos.

> Os alunos, então, "dividem" o todo de acordo com a quantidade de partes indicadas no denominador e pintam as partes indicadas no numerador. O termo "dividem" está entre aspas porque, na maioria das vezes, os alunos repartem essas figuras não observando que a divisão deve ser feita em partes iguais. Ou seja, o procedimento considerado adequado para representar as frações utilizando figuras geométricas planas é dividir o todo em partes iguais em relação à área (SCHASTAI; FARIAS; SILVA, 2017, p. 74 *apud* BARROS, 2018, p. 22).

Inicialmente, o cuidado maior com a resolução da questão reside em seu enunciado. Dependendo de como se apresenta o problema, o estudante pode demonstrar várias interpretações de acordo com sua compreensão. Geralmente, esse tipo de questão reflete um ensino memorizado, por isso, desinteressante aos olhos dos estudantes, uma vez que não conseguem claramente refletir sobre seus significados, muito menos compreender que a divisão de uma figura plana deve ser efetuada em partes iguais. Conforme Bessa (2007, p. 20), é necessário romper a barreira de ensinar academicamente as disciplinas e os conteúdos curriculares aos estudantes e considerá-los como indivíduos, com suas dimensões afetivas, morais e sociais.

Desse modo, evidencia-se que não há uma aprendizagem do conceito abordado. Antes de tudo, é necessário que o estudante compreenda o significado da figura, o que representa o numerador e o denominador, e que entenda que o "traço" nesse caso indica um quociente. Faz-se necessário também que o professor possa trabalhar questões dessa natureza de maneira acadêmica, possibilitando novos momentos de compreensão aos estudantes.

> O esperado e desejável é que o professor tenha respaldo para ir além disso. Há diferenças entre a atuação do professor e a do educador. Cabe ao primeiro estar sempre preocupado em repassar conteúdos acadêmicos. O professor é caracterizado como aquele profissional que visa abrir o leque de possibilidades acadêmicas, para que o estudante seja um potencial competitivo e consiga vencer os diversos desafios que se propõe alcançar (BESSA, 2007, p. 20).

Conforme Bessa (2007), o professor na Educação Básica tem como preocupação principal o repasse do conteúdo matemático, neste caso, o de fração e os algoritmos de resolução de problemas. Possivelmente, o professor ainda fique preso apenas ao conteúdo de que tratam os livros didáticos, não acrescentando novos conhecimentos que despertem nos estudantes maior compreensão e interesse pelos números racionais. Isso tem ocorrido com bastante frequência nas escolas públicas, devido ao acúmulo de atividades a serem executadas no âmbito escolar e no espaço da sala de aula, tais como: simuladão para o SAEB; Prova Brsil e ENEM.

Minha experiência enquanto estudante na Educação Básica, quando se tratava da resolução de questões de Matemática que envolviam conceitos de fração, não foi das melhores. Na maioria das vezes, os professores não conseguiam se desprender das técnicas tradicionais. Desse modo, eu não conseguia estabelecer uma relação de proximidade com o conteúdo de fração. Por exemplo, 25%, 50% e 75%: eu não compreendia que 25% significa a quarta parte (1/4) da parte-todo; assim como 50% trata-se da metade (1/2) de um todo; e 75% implica dizer três quartos (3/4), ou seja, o todo dividido em quatro partes iguais, das quais se tomam três.

Como professor da Educação Básica, no início da minha vida profissional, minha atuação não foi diferente do fazer dos meus professores. Minha principal preocupação era transmitir o conteúdo de maneira puramente tradicional, seguir o que estava expresso no livro didático (listas de atividades para memorizar o conteúdo) e propor provas para “testar” a aprendizagem. Só a partir dos cursos de especialização é que comecei a enxergar outras possibilidades e novas maneiras de trabalhar matemática na sala de aula, como o trabalho em grupo em sala de aula, promovendo assim a troca de experiências entre os pares.

Segundo o entendimento de Schastai, Farias e Silva (2017, p. 45), o professor deve se desprender da prática pedagógica que tenha resquícios em uma racionalidade técnica de ensinar Matemática; “ele precisa ser um profissional que saiba articular o processo pedagógico com as necessidades dos alunos em sua vivência social e cultural”. Conforme Bolzan (2002), refletir sobre a prática pedagógica parece ser um dos pontos de partida, pois compreender o processo de construção de conhecimento pedagógico de forma compartilhada implica compreender como se constrói esse processo no cotidiano escolar. A reflexão de que trata Bolzan (2002) acontece nos espaços de convivência, de possibilidades e limites, momentos de interação, no compartilhamento das experiências no espaço escolar e na troca de saberes entre professores, alunos, coordenação pedagógica e gestão escolar.

Após essas reflexões acerca do processo investigativo deste trabalho, descreveremos o modo de organização de cada seção e que caminhos metodológicos cada uma delas percorre.

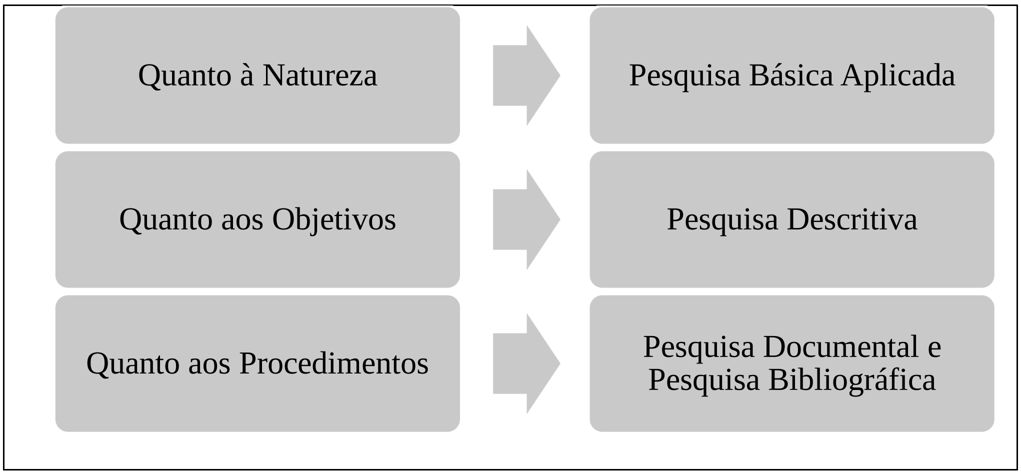
1.4 Caminhos metodológicos

Esta dissertação foi organizada em seis seções, conforme apresentamos a seguir:

- Iniciamos com a apresentação da investigação, os motivos que nos levaram a realizar a pesquisa e os procedimentos metodológicos;
- Em seguida trazemos os aspectos históricos das avaliações em larga escala;
- Dando sequência ao modo de organização da pesquisa, tratamos do referencial teórico e a revisão da literatura;
- Nesta seção exponhe-se um breve estudo histórico da Matemática e o deslindar das frações;
- Seguindo com os registros de representação semiótica, características das quantidades e significados de fração;
- Logo em seguida tratamos das análises em questões de fração do SAETO; Finalizando a dissertação tecendo as devidas considerações.

Essa breve apresentação é necessária, vez que possibilita ao leitor uma compreensão com maior amplitude do delineamento deste trabalho. Segundo Bogdan e Biklen (1994), para o delineamento de uma pesquisa científica, é essencial a identificação do procedimento a ser adotado para a coleta dos dados. Assim, dialogaremos sobre os aspectos metodológicos e mostraremos que os caminhos a ser seguidos para esta investigação estão ancorados na rubrica da investigação qualitativa, de natureza básica aplicada com o intuito de produzir conhecimentos que possam ser efetivamente aplicados em sala de aula como possibilidades de aprendizagens. Segue mapa conceitual para melhor compreensão.

Figura 1 - Caminhos metodológicos



Fonte: Elaborado pelo autor com base em Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50).

Para elucidar o que foi apresentado no mapa conceitual, apontamos cinco características básicas a serem seguidas na investigação qualitativa.

1. A princípio, na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Os investigadores introduzem-se e despendem grande quantidade de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas. Nesta pesquisa, o local para capturar os dados inerentes à pesquisa se insere no contexto da SEDUC/TO.
2. A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são organizados em forma de palavras, imagens e possibilidades. Os resultados escritos da investigação contêm citações com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação. Os dados para esta pesquisa foram capturados, descritos e analisados conforme as questões da prova de Matemática do SAETO do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio, no que diz respeito ao conteúdo de fração.
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. Nesse caso, o processo se dá por meio das avaliações de Matemática do SAETO.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares recolhidos vão sendo agrupados. Para este trabalho, o objetivo é analisar o conteúdo de fração presente nas questões de Matemática do SAETO, conforme critérios adotados proporcionando outras possibilidades de resolução.
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso desse tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. Nesta pesquisa, procuramos categorizar e compreender o objeto em análise, seus diferentes significados e possibilidades de resolução.

Observa-se que “nem todos os estudos que consideraríamos qualitativos patenteiam estas características com igual eloquência” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47). Alguns deles são, inclusive, totalmente desprovidos de uma ou mais características. A questão não é tanto de determinada investigação ser ou não totalmente qualitativa; trata-se do grau em que uma investigação adere aos critérios de uma pesquisa qualitativa.

> Os investigadores qualitativos em educação estão continuamente a questionar os sujeitos de investigação, com o objetivo de perceber “aquilo que *eles* experimentam, o modo como *eles* interpretam as suas experiências e o modo como *eles* próprios estruturam o mundo social em que vivem”. Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitem tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador. O processo de construção de

> investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51).

Segundo Chizzotti (1998), a abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito.

> O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito-observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados, relações que sujeitos concretos criam em suas ações (CHIZZOTTI, 1998, p. 79).

Desse modo, entende-se que o pesquisador é parte integrante da pesquisa qualitativa. Para Chizzotti (1998, p. 82), ele deve antes de tudo "despojar-se de preconceitos e predisposições para assumir uma atitude aberta a todas as manifestações que observa, sem adiantar explicações nem conduzir-se pelas aparências imediatas, a fim de alcançar uma compreensão global dos fenômenos".

> A pesquisa qualitativa privilegia algumas técnicas que coadjuvam a descoberta de fenômenos latentes, tais como a observação participante, histórias ou relatos de vida, análise de conteúdos, entrevistas não diretivas etc., que reúnem um *corpus* qualitativo de informações [...]. Assim, a pesquisa qualitativa pressupõe que a utilização dessas técnicas não deve construir um modelo único, exclusivo e estandardizado (CHIZZOTTI, 1998, p. 85).

Dito isso, ressaltamos que, neste trabalho, será aplicada a técnica de análise de conteúdos, uma vez que o objeto em estudo são as questões de Matemática do SAETO que envolvem o conteúdo de fração, proposto aos estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio, no período de 2011 a 2018.

Segundo Lüdke e André (1986, p. 1), para realizar uma pesquisa, é preciso "promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele"; em geral, "isso se faz a partir do estudo de um problema" que ao mesmo tempo desperta o interesse do pesquisador e limita sua atividade de pesquisa a uma determinada porção do saber, a qual ele se compromete a construir naquele momento.

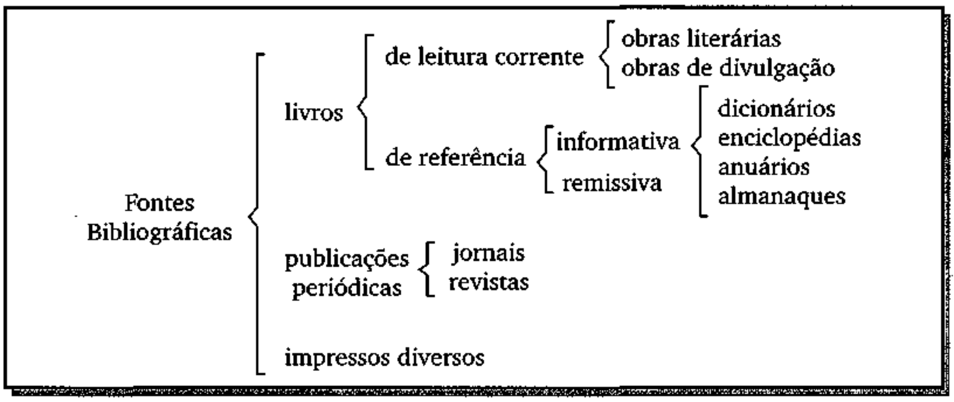
> Trata-se, assim, de uma ocasião privilegiada, reunindo o pensamento e a ação de uma pessoa, ou de um grupo, no esforço de elaborar o conhecimento de aspectos da realidade que deverão servir para a composição de soluções propostas aos seus problemas. Esse conhecimento é, portanto, fruto da curiosidade, da inquietação, da inteligência e da atividade investigativa dos indivíduos, a partir e em comunicação do que já foi elaborado e sistematizado pelos que trabalharam o assunto anteriormente (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 2).

Nesse sentido, o conhecimento, a curiosidade e a inquietação investigativa fazem parte do processo de construção do saber a ser sistematizado pelo pesquisador. Neste caso, quando tratamos dos conhecimentos matemáticos, Oliveira e Ortigão (2018) destacam um dos pontos fundamentais na pesquisa em Educação Matemática: a compreensão dos modos pelos quais as pesquisas estão sendo desenvolvidas envolve também a concepção de mundo, o que para os autores “é um termo amplo que abarca sociedade, história, cultura, constituição da pessoa, modos de comunicação, de materialidades disponíveis e de conhecimento” (OLIVEIRA; ORTIGÃO, 2018, p. 14).

Este conhecimento de que trata os autores, neste trabalho se deu por meio da pesquisa qualitativa, em que se fez uso de consulta bibliográfica e documental. De acordo com Gil (2002), a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído em sua maioria por teses, dissertações, livros e artigos científicos. Já as pesquisas documentais ancoram-se na análise de documentos, como leis, decretos, normativas, pareceres, atas, diretrizes, dentre outros.

A pesquisa bibliográfica proporciona uma aproximação com o objeto a ser estudado, ao mesmo tempo em que possibilita acurar os aspectos metodológicos e neles as categorias a serem consideradas por ocasião das análises.

Figura 2 - As fontes bibliográficas e suas classificações



Fonte: Gil (2002, p. 44).

Conforme entendimento de Gil (2002, p. 45), “[...] a principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente”. Como exemplo, pode-se elucidar o objeto de análise desta dissertação, a saber, questões do SAETO de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e de 3º Ano do Ensino Médio, disponíveis em documentos únicos (Cadernos de Prova), direcionados aos estudantes em cada edição no período de 2011 a 2018, assim como outros documentos necessários. Para tanto, temos disponível o material bibliográfico e documental a fim de captar os dados necessários ao desenvolvimento do trabalho.

Já a pesquisa documental vale-se de materiais que ainda não receberam um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa (GIL, 2002). Nesse método, os documentos estão mais dispersos. De um lado, os documentos "de primeira mão"; nesta categoria, encontram-se documentos preservados em arquivos de órgãos públicos e instituições privadas, como cartas pessoais, diários, fotografias, gravações, memorandos, regulamentos, ofícios, boletins etc. De outro lado, documentos "de segunda mão"; são aqueles que, de alguma forma, já foram analisados, tais como relatórios de pesquisa, relatórios de empresas, tabelas estatísticas etc. (GIL, 2002).

1.4.1 Procedimentos de análise

Lüdke e André (1986) asseveram que a análise documental busca identificar informações factuais nos documentos a partir de questões ou hipóteses de interesse. Esse método de análise compreende uma gama de vantagens na utilização de documentos tanto na pesquisa como na avaliação educacional, desse modo constituem fontes ricas de informações. Para tanto, é necessário caracterizar e selecionar os tipos de documentos que serão utilizados nas análises, uma vez que não são escolhidos de forma aleatória e possibilitam ao pesquisador alcançar os objetivos propostos.

Nesse sentido, após definição e reflexões acerca da metodologia a ser utilizada no desenvolvimento desta pesquisa, fez-se necessária uma pré-seleção dos documentos que subsidiam a base teórica para o diálogo e a compreensão das avaliações em larga escala, suas finalidades, a importância da implantação do sistema avaliativo nos estados e municípios, bem como as políticas educacionais de fortamecimento as ações pedagógicas desenvolvidas nas escolas, trazendo também a dinâmica de funcionamento do SAETO, o qual se configura nete trabalho, como objeto de estudo.

2 DO ENGENHO À ESTRADA DO CONHECIMENTO: POSSIBILIDADES E EXPECTATIVAS DAS AVALIAÇÕES EM LARGA ESCALA

Agora como professor de Matemática, o menino de engenho mergulha no universo acadêmico, bebe na fonte do saber e busca compreender um pouco sobre as avaliações em larga escala e seus aspectos históricos, contextualizando o processo de criação dessas avaliações, os objetivos a serem alcançados, os caminhos percorridos e sua importância no contexto educacional, incluindo a criação do Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO, que se configura neste trabalho como objeto de análise.

2.1 Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB

O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) é realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), sob a supervisão do Ministério da Educação (MEC) e foi instituído em 1990. Tem como objetivo delinear um diagnóstico amplo e permanente da educação brasileira. A partir do ano de 1995, as avaliações passaram a acontecer a cada dois anos, utilizando uma metodologia padrão conhecida como Teoria de Resposta ao Item (TRI)[7].

O SAEB contempla em sua estrutura duas características de medidas consideradas importantes. Uma delas se refere à qualidade do sistema de ensino nacional, tendo como instrumento a proficiência dos estudantes na Prova Brasil. A partir das escolas selecionadas, são distribuídos os cadernos de provas de Matemática a uma parte dos estudantes e de Língua Portuguesa à outra parte. A segunda característica se refere a aspectos ligados ao contexto socioeconômico da vida dos estudantes avaliados, como por exemplo: se moram com os pais, quantas pessoas moram na mesma casa, quantos trabalham, grau de escolaridade dos pais, se a residência tem energia elétrica, água encanada, rede de esgoto e outros.

Segundo Luckesi (1995), a avaliação só terá sentido se sua finalidade for o diagnóstico, não considerando apenas o caráter classificatório.

> A atual prática da avaliação escolar estipulou como função do ato de avaliar a *classificação* e não o *diagnóstico*, como deveria ser constitutivamente. Ou seja, o julgamento de valor, que teria a função de possibilitar uma nova tomada de decisão sobre o objeto avaliado, passa a ter a função estática de classificar um objeto ou um ser histórico num padrão definitivamente determinado. Do ponto de vista da

---

[7] A TRI não faz parte do objeto de estudo desta dissertação. Por isso, não entraremos em detalhes ao conceituarmos o padrão metodológico aplicado no SAEB. Caso o leitor tenha interesse em aprofundar os estudos nesse tema, indicamos o trabalho de Mauro Rabelo (2013): *Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro,* capítulo “Teoria de Resposta ao Item” (p. 125- 175).

> aprendizagem escolar, poderá ser *definitivamente* classificado como *inferior, médio* ou *superior* (LUCKESI, 1995, p. 34).

Essas classificações são registradas e podem ser transformadas em números e, por isso, adquirem a possibilidade de serem somadas e divididas em médias. Desse modo, consideram-se apenas os números, notas, média, adquirindo um caráter classificatório e não consideram o contexto social como parte do processo, o que neste caso seria o mais adequado.

No contexto histórico brasileiro, com os vários problemas decorrentes das mazelas sociais oriundas do processo de colonização e do desordenado crescimento demográfico, acirrado na segunda metade do século passado, o sistema educacional passou a enfrentar, de forma mais contundente, os altos índices de analfabetismo e a distorção idade-série.

Em decorrência dessa problemática, desnuda-se a precariedade do sistema educacional brasileiro e, como forma de enfrentamento, estabelecem-se políticas educacionais, além da ampliação e construção de escolas, com o objetivo de oportunizar aos adolescentes, jovens e adultos sem escolarização, ou com baixos índices de escolaridade, possibilidades diversas de uma formação cidadã, o que, conforme os resultados evidenciam, não tem ocorrido.

Segundo Gatti (2009), o ponto de partida das avaliações em rede teve início nos anos 1960: "em 1966 foi criado na Fundação Getúlio Vargas no Rio de Janeiro o CETPP[8] (Centro de Estudos de Testes e Pesquisas Psicológicas)" (GATTI, 2009, p. 9). A partir daí, foram elaboradas provas objetivas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Físicas e Naturais e Estudos Sociais. Essas foram aplicadas nos últimos anos do Ensino Médio, além de um questionário socioeconômico, o que conforme a autora se configura como a primeira iniciativa de processos avaliativos no Brasil.

Na década de 1970, realizou-se um estudo na tentativa de delinear instrumentos de medidas que permitissem verificar o desempenho dos estudantes do 1º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, foram aplicadas amostras de provas com estudantes de todas as regiões do país, contemplando Leitura, Escrita e Matemática.

> Este projeto derivou da experiência com outros estudos durante a década de setenta no então Estado da Guanabara (hoje cidade do Rio de Janeiro) e, outros pequenos estudos, feitos em convênio com o Centro Brasileiro de Pesquisas Educacionais/INEP/Ministério da Educação, desde a década de 1960 (GATTI, 2009, p. 9).

---

[8] CETPP – Centro de Estudos de Teses e Pesquisas Psicológicas – Um dos objetivos é promover estudos e pesquisas-piloto no campo da educação e dos recursos humanos, relacionados com o emprego de testes psicológicos e educacionais. As atividades desenvolvem-se através de dois grandes projetos, o Projeto Ford e o Projeto Usaid, denominações essas derivadas das instituições de cooperação internacional associadas aos trabalhos do Centro. (Disponível em: <http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/abpa/article/view/16294/15108>. Acesso em: 07 mai. 2020.)

Por volta do ano de 1988, dá-se início a alguns estudos exploratórios e, de maneira definitiva, na década de 1990, ocorre à implantação do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica.

De acordo com Bonamino (2002) e Freitas (2004), avaliações de sistemas educacionais tiveram seu início com a proposição do Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Público de 1º grau (SAEP). Ressalta-se que os primeiros resultados das avaliações realizadas no período de 1988-1991 causaram impactos na administração pública, pois os resultados revelaram baixos índices no rendimento escolar dos estudantes matriculados nas redes.

Os impactos gerados por essas avaliações motivaram o Ministério da Educação e secretarias de educação a implantar uma avaliação em larga escala: o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Em 2005, o SAEB foi reestruturado e passou a ser constituído pela Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), conhecida nos dias atuais como Prova Brasil, de caráter censitário, incluindo também a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), caracterizada por provas de Leitura e Escrita e de Matemática aplicadas a estudantes matriculados no 3º Ano do Ensino Fundamental, em escolas públicas, localizadas nas zonas urbana e rural, que estejam organizadas no regime de nove anos.

Dessa maneira, o SAEB passa a ser composto por três avaliações externas em larga escala, delineadas com base nos descritores das Matrizes de Referência de Matemática do 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio, conforme descritos no Anexo I. Além disso, conforme apresenta o Anexo II, existe a Descrição dos Níveis da Escala de Desempenho de Matemática, constituída por doze níveis, caracterizando o desempenho e a competência dos estudantes em Matemática no 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental, bem como no 3º Ano do Ensino Médio, em que se acrescentam outras habilidades.

A seguir, a figura 3 mostra a composição do SAEB.

Figura 3 - Composição do SAEB

Fonte: MEC/Inep.

O que se evidencia com a nova estrutura do SAEB

> [...] é uma tendência de governos estaduais organizarem seus sistemas de avaliação, em moldes semelhantes ao delineado pelo Ministério da Educação, assumindo como principal indicador de qualidade das redes e escolas a medida da proficiência dos alunos, obtida por instrumentos de testagem, apoiados na adesão à ideia da necessidade da avaliação para qualificar a gestão da educação (SOUSA, 2013, p. 67).

Com o crescimento das avaliações em larga escala em âmbito nacional, a tendência é que os estados e municípios também implantem seus próprios sistemas de avaliação para verificar o nível de aprendizagem dos estudantes.

2.2 Avaliação Nacional da Educação Básica – ANEB

Por meio da Portaria nº 931, de 21 de março de 2005, em seu art. 1º, o Ministério da Educação (MEC) instituiu o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), composto por dois processos de avaliação: a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC). Ambas avaliam os estudantes nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

A ANEB é uma avaliação de caráter amostral; isso significa que nem todas as turmas e nem todos os estudantes são avaliados, mesmo considerando as turmas selecionadas para reponderem os testes. Essa prova segue alguns critérios, por exemplo: no mínimo 10 estudantes por turma, as escolas sorteadas são das redes estadual, municipal e particular, e os procedimentos de amostragem de estudantes baseiam-se em metodologia que garante precisão nas estimativas dos parâmetros populacionais.

> São amostras aleatórias, probabilísticas e representativas da população de referência. De maneira geral, a população de referência da ANEB é composta pelos estudantes brasileiros do ensino regular que frequentam o 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e, do 3º ano do Ensino Médio, de todas as unidades da federação. Entretanto, faz-se

> necessário observar que essa população de referência é dinâmica, ou seja, os estudantes que a constituem em cada ciclo apresentam uma estrutura variada em relação ao nível socioeconômico e cultural, fatores não controlados pelo sistema (RABELO, 2013, p. 7-8).

Percebe-se que a ANEB se manteve como avaliação de caráter amostral das redes públicas e privadas, com ênfase na gestão da educação básica, enquanto a Prova Brasil é consederada de caráter censitário em escolas com no mínimo 30 alunos matriculados no 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental, sendo os resultados divulgados por municípios.

> A Avaliação Nacional da Educação (ANEB) tem como objetivo principal avaliar a qualidade, equidade e a eficiência da educação brasileira e se caracteriza por ser uma avaliação por amostragem, de larga escala, externa aos sistemas de ensino público e particular, de periodicidade bianual. Coleta e sistematiza os dados produzindo informações sobre o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental e Médio, assim como sobre as condições intra e extraescolares que incidem sobre o processo de ensino e aprendizagem. Essa avaliação afere as habilidades em Língua Portuguesa (foco em leitura) e em Matemática (foco na resolução de problemas). A partir de 2013, passou a realizar, também, provas de Ciências para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, com vistas a estabelecer um maior paralelismo com o PISA (ALEXANDRE, 2015, p. 5-6).

Na mesma linha de raciocínio, as informações produzidas pela ANEB fornecem subsídios para o delineamento de políticas públicas educacionais, com vistas à melhoria da qualidade da educação brasileira, e buscam a comparabilidade entre anos, séries e escolas, visando sempre ao aprimoramento das ações educativas.

Assim, as análises dos resultados permitem acompanhar a evolução do desempenho e dos fatos associados à qualidade e à efetividade do ensino ministrado nas escolas, inferindo-se o que os alunos sabem ou são capazes de fazer. Conforme Rabelo (2013), as informações obtidas com esse processo têm o objetivo de fornecer parâmetros para a implantação de ações governamentais nos níveis federal e estadual, voltadas à correção das distorções e debilidades identificadas.

2.3 Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – ANRESC/Prova Brasil

A Prova Brasil foi instituída por meio da Portaria nº 931, de 21 de março de 2005, como parte integrante do SAEB, utilizando a mesma matriz de referência (a qual consta no final desta seção), porém com foco no 5º e no 9º Ano do Ensino Fundamental. A principal diferença entre a ANEB e a Prova Brasil reside no fato de esta ser censitária no universo das escolas públicas urbanas, desde que atendam ao critério de no mínimo 30 estudantes matriculados nas séries a serem avaliadas, de modo que possibilite os resultados estatísticos por escola.

Em 2007, as escolas rurais que ofertavam o 5º Ano e tinham no mínimo 20 estudantes matriculados passaram a participar da avaliação. Essa condição se estendeu também ao 9º Ano em 2009.

De acordo com Polato (2014), o objetivo da Prova Brasil é contribuir para a melhoria da qualidade do ensino, reduzir as desigualdades, democratizar a gestão do ensino público e desenvolver uma cultura avaliativa que estimule o controle social sobre os processos e resultados do ensino.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

É importante destacar que a primeira avaliação ocorreu em 2005, organizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, atendendo 5.398 municípios de todos os Estados. Foram avaliados 3.306.378 estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental de 40.920 escolas públicas brasileiras. Para tanto, foram necessários o apoio e o envolvimento das secretarias estaduais e municipais de educação antes e durante a aplicação das provas, garantindo, assim, a efetiva realização das avaliações.

A Prova Brasil foi implantada pelo governo federal tendo como finalidade oferecer resultados acerca da qualidade da educação nos estados e municípios. Os arts. 1º e 2º da Portaria Ministerial nº 931[9] de 2005 tratam dos objetivos propostos para essa avaliação. Por meio desse documento, percebemos que a Prova Brasil não se distancia da dinâmica das demais avaliações. Sua proposta é sistematizada e padronizada, portanto, aos meus olhos, “cristalizada”. As provas são organizadas em blocos, sendo dois de Língua Portuguesa e dois de Matemática.

Os resultados são gerados por meio de relatórios simplificados para cada escola participante. Esse documento apresenta informações acerca do total de estudantes participantes, médias em Língua Portuguesa e Matemática, distribuição dos estudantes por faixa de proficiência, indicadores educacionais, taxa de aprovação e IDEB.

> No ano de 2007, foi institucionalizado o Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), o qual delineou metas e diretrizes a serem alcançadas, modificando alguns aspectos da Prova Brasil e, consequentemente, causando alguns impactos na realidade escolar. Com a criação do PDE, veio também o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). O IDEB é um indicador de qualidade educacional e representa uma situação inédita no país de reunir, em um único indicador, dois conceitos considerados importantes para a qualidade educacional: fluxo escolar (taxa de aprovação, reprovação e abandono) e média de desempenho nas avaliações – Prova Brasil e IDEB (OLIVEIRA, 2011, p. 135).

---

[9] BRASIL. Portaria n° 931, de 21 de março de 2005. Institui o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, que será composto por dois processos de avaliação: a Avaliação Nacional da Educação Básica – ANEB, e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – ANRESC. **Diário Oficial da União,** Brasília, Seção 1, p. 17, n. 55, 22 mar. 2005c.

O princípio básico do IDEB é o de que a qualidade da educação pressupõe que o estudante aprenda, desenvolva suas habilidades e passe de série/ano.

> Para se calcular esse índice, que varia de 0 a 10 pontos, utilizam-se os dados de fluxo escolar autodeclarados pelas escolas anualmente no Censo Escolar, e as médias de desempenho nas avaliações realizadas pelo Inep (a média do Saeb – para calcular o IDEB do País e UF, e a média da Prova Brasil – para as escolas e os municípios) (OLIVEIRA, 2011, p. 135).

Assim, cada escola, município e Estado terá como meta o desafio de alcançar 6 pontos no IDEB até o ano de 2021. Essa meta foi estabelecida a partir do nível médio de desenvolvimento da educação básica, dos países integrantes da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Ou seja, uma organização econômica intragovernamental com trinta e sete países membros, fundada em 1961 para estimular o progresso econômico e o comércio mundial.

Porém, no Brasil, resultados da Prova Brasil em 2017 apontam que, de cada 10 estudantes concluintes do Ensino Fundamental, 8 não aprenderam o adequado em Matemática. Trazendo esta realidade para o Estado do Tocantins, percebemos que este não se distancia do nível nacional, como evidenciam os quadros 3 e 4, a seguir.

Quadro 3 - Resultado Nacional em Matemática na Prova Brasil em 2017

5º Ano do EF	44%	Proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 5º Ano na rede pública de ensino. Dos 2.411.745 alunos, 1.064.398 demonstraram ter alcançado o aprendizado adequado.
9º Ano do EF	15%	Proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 9º Ano na rede pública de ensino. Dos 2.158.378 alunos, 334.568 demonstraram ter alcançado o aprendizado adequado.

Fonte: Inep (Organizado pelo autor). https://qedu.org.br/brasil/aprendizado.

Quadro 4 - Resultado do Estado do Tocantins em Matemática na Prova Brasil em 2017

5º Ano do EF	37%	Proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 5º Ano na rede pública de ensino. Dos 23.208 alunos, 8.527 demonstraram ter alcançado o aprendizado adequado.
9º Ano do EF	16%	Proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 9º Ano na rede pública de ensino. Dos 21.857 alunos, 3.463 demonstraram ter alcançado o aprendizado adequado.

Fonte: Inep (Organizado pelo autor). https://qedu.org.br/brasil/aprendizado.

Os dados mostram um déficit na aprendizagem dos estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental em Matemática. Essa situação aponta fragilidades das políticas públicas educacionais, assim como a falta de um trabalho mais efetivo das escolas na verificação de em quais descritores os estudantes necessitam de maior atenção. Nesse momento, também não podemos perder de vista a formação inicial dos professores e se existe de fato uma formação continuada que possa trabalhar as questões presentes em sala de aula, tanto em nível nacional como estadual.

2.4 Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA

A Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA) foi instituída por meio da Portaria MEC/INEP nº 304, de 2013, art. 2º, parágrafo 3º. Tem caráter censitário e por amostra para as turmas multisseriadas. A ANA tem o objetivo de avaliar a qualidade, equidade e eficiência do ciclo de alfabetização dos estudantes matriculados nas escolas das redes públicas. A avaliação conta com provas de Matemática e provas de Leitura e Escrita, avalia os estudantes matriculados no 3° ano do Ensino Fundamental, nas escolas públicas urbanas e da zona rural organizadas em regime de 9 anos.

O INEP é o órgão responsável pela ANA, que se insere no contexto de atenção voltada à alfabetização prevista no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), instituído pela Portaria nº 867, de 04 de julho de 2012.

> O Pacto constitui um compromisso formal assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos Estados e dos Municípios de assegurar que todas as crianças

> estejam alfabetizadas até a conclusão do Ciclo de Alfabetização (BRASIL, 2013c, p. 7).

A ANA vai além de testes de desempenho dos estudantes; ela propõe uma análise das condições de escolaridade dos alunos e, a partir daí, mede a aquisição de habilidades e de saberes necessários à sua idade e série. Configura-se por uma estrutura que envolve vários instrumentos, tendo como objetivos aferir o nível de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática dos estudantes regularmente matriculados no 3º Ano do Ensino Fundamental, assim como as condições gerais das escolas avaliadas. O exame acontece anualmente conforme os seguintes objetivos propostos:

> i) Avaliar o nível de alfabetização dos educandos no 3º Ano do Ensino Fundamental;
> ii) Produzir indicadores sobre as condições de oferta de ensino;
> iii) Concorrer para a melhoria da qualidade do ensino e redução das desigualdades, em consonância com as metas e políticas estabelecidas pelas diretrizes da educação nacional (BRASIL, 2013a, p. 9).

Conforme o MEC, a avaliação possibilita um diagnóstico da situação da alfabetização nas escolas públicas brasileiras, não se prendendo apenas a compreender como se estabelece o processo de ensino e aprendizagem em Língua Portuguesa e Matemática no caminhar da alfabetização. Avalia também aspectos num contexto bem mais amplo em relação à gestão escolar, como infraestrutura escolar, formação docente, organização do trabalho pedagógico, entendidos como aspectos intervenientes no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. É importante ressaltar que os estudantes com necessidades educativas especiais também são avaliados por meio de instrumentos específicos.

Todas as informações necessárias para o INEP são coletadas por meio de questionários destinados aos professores e gestores escolares das escolas avaliadas. O objetivo do questionário é mapear as condições gerais de estrutura, gestão, formação e organização do trabalho pedagógico, entre outras. E, para aferir o nível de alfabetização, aplicam-se testes aos alunos do 3º Ano do Ensino Fundamental.

> Os testes destinados a aferir os níveis de alfabetização e o desempenho em alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática são compostos por 20 itens. No caso de Língua Portuguesa, o teste será composto de 17 itens objetivos de múltipla escolha e 3 itens de produção escrita. No caso de Matemática, serão aplicados aos estudantes 20 itens objetivos de múltipla escolha (BRASIL, 2013a, p. 8).

Os termos utilizados, “alfabetização” e “letramento”, constam no art. 1º, inciso I, da Portaria nº 867, de 04 de julho de 2012. Conforme entendimento de Soares (2003), a alfabetização pode ser definida como a apropriação do sistema de escrita, a compreensão do princípio alfabético, indispensável ao domínio da leitura e da escrita. O letramento, por sua vez, é definido como as práticas e os usos sociais da leitura e da escrita em diferentes contextos[10].

Quanto à alfabetização em Matemática, esta é concebida como um processo de “organização dos saberes que a criança traz de suas vivências anteriores ao ingresso no Ciclo de Alfabetização, de forma a levá-la a construir um corpo de conhecimentos matemáticos articulados, que potencializem sua atuação na vida cidadã” (BRASIL, 2012, p. 60).

As provas da ANA são estruturadas a partir de objetivos e uma matriz de referência que permite verificar o nível de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática. Nesse sentido, a matriz de Matemática está estruturada em quatro eixos: Eixo Numérico e Algébrico, Eixo de Geometria, Eixo de Grandezas e Medidas e Eixo de Tratamento da Informação, conforme expressa o Anexo III deste trabalho. A partir desses eixos, foi definido um conjunto de conhecimentos e habilidades matemáticas necessárias à alfabetização em Matemática, esperada para a faixa etária à qual o instrumento se destina (BRASIL, 2013a).

Essas matrizes de Matemática, eixos e habilidades contemplam aspectos importantes que reverberam na construção do conhecimento matemático da criança. A exemplo disso, pode-se mencionar o reconhecimento de padrões de uma sequência que possibilita a identificação dos próximos elementos a serem estudados e a identificação de mudanças de objetos no tempo e no espaço.

Dessa maneira, não podemos afirmar que essas matrizes são indutoras do currículo escolar, mas norteadoras de uma avaliação em larga escala, entendendo-se que o trabalho desenvolvido em sala de aula deve ir muito além do que está proposto nessa avaliação. Para tanto, deve-se considerar também os aspectos sociais e de vivências dessas crianças.

Após essas considerações sobre a ANA, trazemos a seguir alguns aspectos históricos referentes ao ENEM, sua criação e reflexões condizentes ao processo avaliativo durante seus 20 anos de aplicação.

2.5 Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi instituído em 1998 pelo Ministério da Educação e Cultura, no governo do presidente Fernando Henrique Cardoso, na gestão de

[10] Para mais detalhes, acesse o documento oficial: BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). **Pró-Letramento:** Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental – alfabetização e linguagem. ed. rev. e ampl. incluindo Saeb/Prova Brasil Matriz de Referência/Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Paulo Renato Souza como Ministro da Educação. Trata-se de um exame individual, de caráter voluntário, oportunizado anualmente aos concluintes e egressos do Ensino Médio.

Ao ser instituído, o ENEM ficou sob a responsabilidade do INEP. Sua finalidade é avaliar o desempenho dos estudantes ao fim do ensino básico e aferir o desenvolvimento das competências e habilidades adquiridas no processo de ensino e aprendizagem ao longo da vida escolar. Nessa linha de raciocínio, o ENEM tem como "eixos estruturadores a interdisciplinaridade e a contextualização dos conhecimentos expressos na forma de situações-problema" (RABELO, 2013, p. 50). Trata-se de um instrumento de aferição das competências e habilidades dos estudantes, conferindo, a cada um, parâmetros para a autoavaliação e orientação durante todo o processo de formação acadêmica.

Destaca-se que, a partir de 2004, o ENEM passou a ser utilizado como um dos critérios básicos de seleção do Programa Universidade para Todos (ProUni), instituído pelo Ministério da Educação. De acordo com o MEC, o ProUni foi criado pelo governo federal com a finalidade de oferecer bolsas aos estudantes, estabelecendo duas modalidades: bolsas integrais e bolsas parciais (de 50%), nas instituições particulares de ensino superior. Também vale lembrar que neste período algumas das Instituições Federais de Ensino Superior (IFES) já utilizavam em parte os resultados do ENEM como meio de seleção para o ingresso no ensino superior.

Desse modo, conforme o INEP (BRASIL, 2015b), no período de 1998 a 2008, o ENEM era aplicado aos estudantes por meio de uma única prova, que contava com 63 questões objetivas, de múltipla escolha, além de uma redação. O desempenho dos estudantes era avaliado por meio da nota da prova objetiva e da redação, cada uma delas aferindo 100 pontos (GONÇALVES JR.; BARROSO, 2014).

A base desse exame é uma matriz de competências desenvolvida especificamente para ele, contendo cinco competências a serem avaliadas na prova de múltipla escolha, a partir das três áreas de conhecimento: Linguagem, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e Suas Tecnologias, todas definidas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio[11].

Ressaltamos que o foco principal neste trabalho é a avaliação em Matemática, por isso listamos no Anexo IV apenas a parte da matriz de referência correspondente a essa área, contemplando também os eixos cognitivos que são comuns a todas as áreas avaliadas. A

[11] BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Parecer nº CEB 15/1998. Aprovado em 01/06/1998.

matriz inclui as competências de área, as habilidades e os objetivos de conhecimentos que são utilizados para a elaboração dos itens.

Ainda em relação ao ENEM, a partir de 2009, o exame passa por reestruturação, ganhando novo formato. Agregam-se a ele novas funcionalidades; com isso, amplia-se o caráter de processo seletivo para acesso total às instituições de educação superior, além da Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) do Ensino Médio.

É importante destacar que, ao longo das onze edições (1998-2008), a procura pelo ENEM passou de 150 mil para mais de 5 milhões de inscritos. De acordo com um questionário aplicado, identificou-se um fato importantíssimo: mais de 70% dos participantes declararam que o objetivo da adesão ao exame estava atrelado ao desejo de ingressar em uma universidade. A partir de então, a nova proposta de reestruturação do Exame Nacional do Ensino Médio, encaminhada pelo INEP/MEC à Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior (Andifes), em 30 de março de 2009, passa a ter o seguinte objetivo:

> A democratização das oportunidades de concorrência às vagas federais de ensino superior por meio da unificação da seleção às vagas das IFES, utilizando uma única prova, e racionalizar a disputa por essas vagas, de forma a democratizar a participação nos processos de seleção para vagas em diferentes regiões do país (RABELO, 2013, p. 57).

Com essa reestruturação, o ENEM passa a ser composto por quatro cadernos de provas, cada um com 45 questões objetivas, totalizando 180 questões, além da redação. A partir de então, passa a funcionar como um processo seletivo que dá acesso direto às Instituições Federais de Ensino Superior. “Essas mudanças surgem devido à necessidade de elaborar uma prova que proporcionasse a contextualização e a interdisciplinaridade no exame” (SOUSA, 2017, p. 21).

Assim, o novo ENEM, como ficou conhecido, passa a compor quatro áreas do conhecimento humano, de acordo com o INEP (BRASIL, 2015b): a) Linguagens, Códigos e Suas Tecnologias, incluindo a redação; b) Ciências Humanas e Suas Tecnologias; c) Ciências da Natureza e Suas Tecnologias; e d) Matemática e Suas Tecnologias. Ainda conforme o INEP (BRASIL, 2015b), os estudantes, a partir dos eixos cognitivos propostos, passaram a trabalhar com 30 competências distribuídas nas quatro áreas do conhecimento já descritas, sendo que essas competências se subdividem em 120 habilidades que norteiam a elaboração das 180 questões de múltipla escolha do exame.

Assim, esse exame passa a aferir o desenvolvimento das competências e habilidades fundamentais ao exercício da cidadania, como mostra o trabalho de Rabelo (2013). O novo

ENEM propõe conferir ao cidadão parâmetros para uma autoavaliação, tendo como foco a continuidade de sua formação e, consequentemente, sua inserção no mercado de trabalho, criando uma referência nacional para qualquer estudante egresso das modalidades do Ensino Médio e, principalmente, subsidiando o acesso desses estudantes ao ensino superior.

Após essa retomada histórica do ENEM, percebe-se que esse exame surgiu em meio a algumas mudanças significativas para o sistema educacional brasileiro a partir dos anos 1990, como por exemplo, a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) nº 9394/96, do Parecer de nº 15/98 e da Resolução 15/98 da Câmara de Educação Básica (CEB) do Conselho Nacional de Educação (CNE), que instituíram as diretrizes curriculares para o Ensino Médio. Conforme Ramalho e Núnez (2009 *apud* SILVA, 2013), essas mudanças se constituíram em uma reforma educacional brasileira, com a finalidade de subsidiar as políticas públicas e os projetos educacionais no país como referência para os currículos escolares.

Fica evidente, portanto, que as avaliações em larga escala têm como objetivo fornecer dados para “implementação, manutenção e reformulação de políticas públicas e que avaliações governamentais de larga escala colocam muitas vezes em xeque o professor em relação às suas práticas avaliativas” (GONÇALVES JR.; BARROSO, 2014, p. 10). Dessa maneira, entende-se que o professor precisa conhecer e compreender o processo avaliativo do ENEM e ainda ser capaz de refletir sobre suas práticas em sala de aula.

> O Enem é um exame individual, de caráter voluntário, oferecido anualmente aos estudantes que estão concluindo ou que já concluíram o Ensino Médio em anos anteriores. [...] Possibilita aos estudantes, à sociedade e ao governo uma avaliação sobre o desenvolvimento, por parte do aluno, das competências fundamentais na sua formação enquanto pessoa, profissional e cidadão (GARCIA, 2014, p. 18).

Os resultados do ENEM também são utilizados pelo MEC na implementação de políticas públicas educacionais, no fortalecimento da gestão escolar e na oferta de cursos de formação continuada para os professores.

Uma novidade no ENEM 2019 se refere à ampliação de ofertas das universidades portuguesas, chegando a um total de 42 instituições com vagas nos cursos de graduação para estudantes brasileiros. De acordo com o INEP, essas instituições são parceiras do Ministério da Educação e aceitam a nota do ENEM como critério de seleção. É importante destacar que cada universidade atua de maneira independente e utiliza suas próprias regras. O ENEM Portugal foi criado em 2014 e já abriu portas para aproximadamente 1,2 mil brasileiros. A maioria dessas universidades são particulares e participam do programa de bolsas de estudo.

Como forma de dar mais visibilidade ao exame nos seus 20 anos de existência, o ENEM ganhou um logotipo comemorativo e trouxe a edição de um “documentário histórico” e uma série de cinco “minidocumentários” com toda sua trajetória contemporânea, acessível a toda a população por meio do site http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/historico.

É importante destacar que o ENEM, durante os 20 anos de sua criação, proporcionou, por meio dos resultados de suas avaliações, o ingresso de muitos estudantes das escolas públicas e particulares a diversos cursos das universidades públicas no Brasil e fora do país. É sabido que o número de inscritos tem aumentado a cada edição. A grande procura pelo ENEM de fato se dá pela possibilidade de o candidato cursar o ensino superior não só na própria região onde reside, mas em qualquer região do país, dependendo da nota de corte. Outro ponto que precisa ser lembrado se refere às cotas ofertadas aos estudantes egressos de escolas públicas, comunidades quilombolas e populações indígenas, embora em nosso entendimento estas não sejam suficientes para atender a grande maioria dos estudantes.

Para refletirmos um pouco sobre o que foi dito, sintetizamos os dados do ENEM referentes ao Estado do Tocantins. O quadro 5 a seguir, apresenta esses dados e evidencia um pouco da realidade do crescimento na procura por esse exame a cada edição.

Quadro 5 - Número de inscritos e presentes no ENEM no período de 1998-2012 no Tocantins

Ano de aplicação	Número de inscritos	Número de presentes	% de participantes	Número de faltosos	% de faltosos
1998	48	44	91,7	4	8,3
2003	13.798	8.966	65,0	4.832	35,0
2008	27.398	20.112	73,4	7.286	26,6
2012	39.803	28.745	72,3	11.058	27,7

Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados do INEP/MEC.

O Estado do Tocantins ainda é considerado como um estado novo, com apenas trinta e três anos desde sua emancipação. Além disso, sua população está entre as menores dentre os estados da federação. Localiza-se na região Norte do Brasil e traz várias dificuldades ainda decorrentes de quando fazia parte do norte de Goiás. Muitas escolas localizadas na zona rural são de difícil acesso para os estudantes, além das escolas indígenas e comunidades quilombolas. Ainda assim, percebe-se por meio dos dados, o crescimento do número de inscritos e, consequentemente, no número de estudantes presentes no exame.

Percebemos que o ENEM é, para boa parte da população estudantil brasileira e egressa do Ensino Médio, a porta de entrada em uma universidade pública de qualidade. Nesse sentido, o Tocantins conta hoje com sete *campi* da Universidade Federal (UFT), que adotam tal política como forma de ingresso para 50% das vagas nos cursos oferecidos nas cidades de Araguaína, Arraias, Porto Nacional, Miracema, Tocantinópolis, Gurupi e Palmas. Destacamos que a UFT, por meio da Resolução nº 25, de 29 de junho de 2018, que em seu texto dispõe "sobre a redução do percentual de oferta de vagas da UFT por meio do Sistema de Seleção Unificada (SISU/ENEM) do Ministério da Educação e dá outras providências", decide:

> Art. 1º Revogar a Resolução Consuni nº 13/2013, que aprovou a participação da UFT no ENEM/SiSU com oferta de 100% das vagas, a partir do 1º Semestre de 2015, em todos os cursos de graduação regulares presenciais da UFT;
> Art. 2º Aprovar a participação da UFT no ENEM/SiSU, com oferta de 50% (cinquenta por cento) das vagas a partir do 1º Semestre de 2019, em todos os cursos de Educação do Campo, com processos seletivos específicos (UFT, 2018, p. 1).

Em seu parágrafo único, a resolução decide que os cursos que apresentarem prova de habilidades específicas, como Arquitetura e Urbanismo, deverão utilizar o ENEM, no mínimo, como uma das fases do processo seletivo.

> Art. 3º. Aprovar a oferta dos outros 50% (cinquenta por cento) das vagas por meio do Processo Seletivo Vestibular e/ou outros processos seletivos, a partir do 1º Semestre de 2019, que vierem a ser aprovados pelo Conselho Universitário, respeitadas as reservas de vagas estabelecidas na Lei 12.711/2012 (UFT, 2018, p. 1).

Desse modo, a UFT, a partir do primeiro semestre de 2019, passou a ofertar seus cursos de graduação com duas modalidades de ingresso: 50% via ENEM/Sisu e 50% por meio do vestibular da própria instituição; possibilitando, assim, duas oportunidades de acesso a um dos cursos de graduação em cada um dos sete *campi* existentes no Tocantins.

Feitas essas reflexões sobre o ENEM, seu percurso histórico nesses 20 anos de criação e a importância para os estudantes brasileiros, trazemos a seguir considerações sobre o SAETO, um sistema próprio de Avaliação do Estado do Tocantins, bem como seus objetivos, funcionalidade e reflexões acerca das avaliações de Matemática, objeto de estudo deste trabalho.

2.6 Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins – SAETO

A Constituição Federal de 1988, em seu artigo 206, principia sobre a educação nacional. Entre outros, evidencia-se o item VII, "garantia de padrão de qualidade". Já o artigo 209 "reserva ao poder público, a função de avaliar a qualidade do ensino privado" (BRASIL, 1988, p. 123-124).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96 – LDB) corrobora com a Constituição no que determina ao Estado, a reponsabilidade de avaliar a educação, tendo como finalidade a obtenção de informações por meio dos testes padronizados, disseminando informações sobre a educação, além de estruturar um sistema de avaliação do rendimento escolar, no Ensino Fundamental e Médio em parceria com os sistemas de avaliação da educação.

Nesse sentido, para atender o que preconiza a LDB, o Plano Estadual de Educação do Tocantins (PEE/TO), em consonância com o Plano Nacional de Educação (PNE), a SEDUC/TO, em 2011, sistematizou e implantou o Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Tocantins (SALTO), hoje Sistema de Avaliação do Estado do Tocantins (SAETO), para aferir a proficiência de estudantes da rede estadual em Língua Portuguesa e Matemática, no 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e no 3° Ano do Ensino Médio, com avaliações realizadas anualmente.

Esse exame visa promover a modernização da gestão e o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem, com vistas à melhoria dos indicadores educacionais das escolas do Estado do Tocantins. Para isso, buscam-se em quais descritores/conteúdos os estudantes demonstram melhores resultados e em quais apresentam maior grau de dificuldades. Dessa maneira, torna-se capaz de articular ações pedagógicas com vistas a promover outros momentos de aprendizagem.

Para obter resultados satisfatórios, a SEDUC em 2013 publicou no Diário Oficial do Estado do Tocantins o Edital nº 038, de 09 de outubro de 2013, que trata do "Prêmio de Valorização da Educação Pública do Tocantins", destinado aos estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio, bem como aos professores, servidores das escolas e técnicos. Exemplos dessa política *equivocada* também foram disseminados nos Estados do Amazonas, Distrito Federal, Pernambuco e São Paulo, associando "os bons desempenhos dos profissionais da educação e discentes" ao recebimento de bônus (dinheiro). No Tocantins o documento preconizava que:

> O Prêmio de Valorização da Educação Pública do Tocantins objetiva incentivar, por meio de prêmios definidos por categorias, os bons desempenhos das Unidades Escolares, Profissionais da Educação Estadual e Municipal, Técnicos da SEDUC e Alunos regularmente matriculados no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, no Sistema de Avaliação do Tocantins – SALTO e no IDEB, objetivando estimular a gestão e as práticas educativas, que, direta ou indiretamente, subsidiam a boa qualidade das aprendizagens e o sucesso dos educandos nas avaliações e ingresso nas instituições de ensino superior (TOCANTINS, 2013, p. 17).

Percebe-se, por meio do que expressa o documento, que se concebe no interior das escolas da rede estadual do Tocantins a crença de competição, induzindo os estudantes à busca pelos melhores resultados. O mesmo pressuposto se torna evidente quando se trata de incentivos monetários aos profissionais da educação. Essa política de que trata o documento *não garante a aprendizagem dos estudantes*. Segundo Sousa (2014, p. 412), "a busca por melhores resultados pode levar a escola [ou, talvez, já esteja levando] a investir mais intensamente nos alunos julgados com maior potencial de obtenção de melhores pontuações nas provas externas, mesmo que isso resulte em iniquidades".

> A responsabilização das escolas e, particularmente de seus professores, pelos resultados da avaliação, associando-os ao recebimento – ou não – de incentivos está o suposto de que a avaliação gera competição e a competição gera qualidade (SOUSA, 2014, p. 413).

Esses mecanismos explicitam a "compreensão de que tal sistemática teria, entre outras atribuições, o poder de gerar envolvimento e compromisso de todos com a melhoria da qualidade da educação" (SOUSA, 2013, p. 72). Contudo, é importante ressaltar que essa política de "premiação" no Estado do Tocantins por meio de classificação das escolas, tendo como referência as notas do SAETO, embora considerada pela SEDUC uma forma de valorização dos profissionais da educação, não mais existe nos dias atuais.

O SAETO integra o Plano Estadual de Educação do Tocantins (PEE/TO, 2015-2025[12]) assegurado pela Lei 2.977, de 08 de julho de 2015, que estabelece critérios de informações e avaliação nas escolas públicas da educação básica, sendo de responsabilidade do SAETO, coordenado pela Secretaria da Educação, a elaboração do cálculo dos resultados e dos indicadores.

Com isso, a SEDUC/TO, visando o fortalecimento da gestão escolar e das práticas pedagógicas do professor, adota o Referencial Curricular do Ensino Fundamental, a Proposta Curricular do Ensino Médio e a Matriz de Referência da Prova Brasil como norteadores das provas do SAETO, e esses documentos constituem guias[13] pedagógicos destinados aos professores do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio, com o objetivo de propor novas alternativas de trabalho ao professor.

As provas do SAETO estão assentadas nos eixos estruturantes indicados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), também presentes na Matriz de Referência de Matemática do Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Tocantins – SAETO, composto pelos seguintes eixos: I - Espaço e Forma; II - Grandezas e Medidas; III - Números e Operações/Álgebra e Funções; IV - Tratamento da Informação.

---

[12] TOCANTINS. **Lei nº 2.977, de 08 de julho de 2015**. Publicada no Diário Oficial nº 4.411. Aprova o Plano Estadual de Educação do Tocantins – PEE/TO (2015-2025). Disponível em: <https://central3.to.gov.br/arquivo/412370/>. Acesso em: 21 fev. 2019.

[13] Os guias pedagógicos são materiais de apoio aos professores e estudantes, elaborados por meio de itens comentados, e objetivam subsidiar o trabalho pedagógico do professor em sala de aula. Disponível em: <https://seduc.to.gov.br/professor/saeto/>. Acesso em: 12 jan. 2019.

As avaliações do SAETO constituem uma "Avaliação da Aprendizagem", podendo demonstrar a evolução ou não do desempenho escolar de estudantes nos exercícios em que estão sendo avaliados.

O caderno de avaliação contempla questões de Matemática e Língua Portuguesa e é organizado em quatro blocos, (dois de Matemática e dois de Língua Portuguesa). Cada bloco é composto por dez questões, sendo o primeiro e o terceiro blocos numerados de 01 a 10; o segundo e o quarto blocos numerados de 11 a 20. As questões apresentam as opções de alternativas de resposta A, B, C e D. Para cada questão do caderno de avaliação, o estudante deve escolher uma "única alternativa que considerar correta", num tempo previsto de vinte e cinco minutos para responder cada bloco.

Considerando os desafios presentes no processo avaliativo do SAETO, trazemos a seguir, como possibilidade de reflexões, um quadro delineado a partir das notas obtidas à luz do caminhar do processo avaliativo dos estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e do 3º Ano do Ensino Médio, durante o período de 2011-2016. Ressalta-se que os dados foram obtidos a partir de planilhas disponibilizadas pela SEDUC ao pesquisador, o qual utilizou as notas das treze regionais de ensino (são polos educacionais no Estado) para calcular a média aritmética simples e obter a média final de cada ano/série.

Segundo informações da SEDUC, por problemas técnicos operacionais os dados relativos ao período de 2017 e 2018, não constavam no sistema de informações, portanto, o quadro 6 a seguir sintetiza as notas de 2011 a 2016.

Quadro 6 - Média estadual em Matemática dos estudantes de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio nas provas do SAETO 2011-2016

ANO / SÉRIE	2011	2012	2013	2014	2015	2016
5º ANO	4,9	4,5	5,0	5,1	4,3	4,0
9º ANO	4,5	5,1	4,6	4,6	3,8	4,3
3º ANO	2,7	3,5	3,8	3,3	2,3	4,0

Fonte: Elaborado pelo autor com base em SEDUC/TO.

De acordo com as médias aritméticas apresentadas no quadro 6, percebe-se que nenhuma das séries/ano alcança (7,0 pontos) o mínimo adotado pelo Sistema Educacional do Estado do Tocantins, registram-se nesse período a maior e a menor média do 5º Ano respectivamente em 2014 e 2016, ou seja, (5,1 pontos) e (4,0 pontos). Com relação aos dados do 9º Ano do Ensino Fundamental, registra-se a maior média em 2012 e a menor em 2015, fato este não justificado no referido documento, assim como também não menciona os possíveis procedimentos adotados para melhorar as condições de aprendizagens dos estudantes.

Em relação ao 3º Ano do Ensino Médio, constata-se uma situação ainda mais preocupante, pois as médias aritméticas obtidas estão abaixo das notas do 5º e do 9º Ano do Ensino Fundamental, registrando-se a menor média (2,3 pontos) em 2015 e a maior (4,0 pontos) no ano de 2016, situação esta, que deve ser repensanda pelos professores e equipe gestora, principalmente o modo como vem sendo discutido o planejamento escolar e o desenvolvimento das ações pedagógicas propostas aos estudantes.

Contudo, supõe-se que os estudantes nessa fase final do Ensino Médio deveriam ter conhecimentos e domínio dos descritores referentes aos quatro eixos que compõem a matriz de referência em Matemática.

Conforme entendimento de Horta Neto (2013), os testes propostos aos estudantes, fornecem dados que precisam ser trabalhados pelos professores e pelas escolas, de forma a se transformarem em informações que possibilitem compreender o processo de ensino e aprendizagem como um todo, sugerindo alternativas para o delineamento de políticas públicas educacionais.

> É necessária uma análise técnica e pedagógica sobre os itens que se utilizaram para identificar processos que precisam ser aprimorados. Os resultados obtidos devem ensejar ações que possam efetivamente modificar os processos no sentido de garantir o direito à educação em sua plenitude, garantindo o acesso e a permanência na escola (HORTA NETO, 2013, p. 22).

Isso parece não acontecer de maneira efetiva, como mostram os resultados do maior estudo sobre educação do mundo, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa[14]), que em 2018 apontou que o Brasil tem baixa proficiência em Leitura, Matemática e Ciências, se comparado com outros 78 países que participaram da avaliação.

Os resultados publicados em dezembro de 2019 revelam que 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem o nível básico de Matemática considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Em Ciências, o número chega a 55% e em Leitura, 50%. Os índices estão estagnados, segundo o relatório, desde 2009. Para o letramento em Matemática, conforme o INEP, os estudantes precisam ter capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos.

---

[14] INEP. Istituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Resultado da avaliação em 2018.

Quando se trata dos resultados do IDEB do Estado do Tocantins referentes ao 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio, é pertinente fazer algumas ponderações, considerando o desempenho dos estudantes e observando as Metas Projetadas no período de 2011 a 2017. Vide quadro 7, a seguir.

Quadro 7 - Resultados do IDEB do Estado do Tocantins do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio no período de 2011 a 2017

	2011	2013	2015	2017
5º Ano EF	4,9	5,1	5,0	5,8
Meta Projetada	4,5	4,7	5,0	5,3
9º Ano EF	3,9	3,7	3,8	4,4
Meta Projetada	3,8	4,2	4,6	4,8
3º Ano EM	3,5	3,2	3,3	3,7
Meta Projetada	3,2	3,4	3,8	4,2

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados do IDEB/INEP.

Verificando os resultados expressos no quadro, percebe-se que as notas do IDEB obtidas no 5º Ano do Ensino Fundamental no período de 2011 a 2017 relativamente superam as metas projetadas, com exceção do ano de 2015, em que estas permaneceram equivalentes (5,0 pontos). Porém, observa-se que, nesse período, o destaque cabe ao ano de 2017, em que o resultado alcançou (0,5 ponto), ou seja, meio ponto, acima da meta projetada.

Em relação aos resultados alcançados pelo 9º Ano do Ensino Fundamental, temos a considerar que apenas no ano de 2011 o resultado alcançou (3,9 pontos), ou seja, (0,1 ponto) acima da meta projetada. Contudo, considerando os resultados apresentados, vislumbra-se que, nessa etapa do EF, possivelmente os estudantes não tenham desenvolvido as habilidades necessárias para alcançar as metas projetadas.

Quanto ao 3º Ano do Ensino Médio percebe-se que apenas no ano de 2011 a nota alcançada (3,5 pontos) ficou (0,3 pontos) acima do que foi fixado. De modo geral, os anos iniciais do Ensino Fundamental vêm superando as expectativas planejadas, enquanto os anos finais e Ensino Médio, os estudantes precisam de mais atenção, isso implica na necessidade da revisão do planejamento pedagógico, o modo como são propostas e desenvolvidas as ações em sala de aula, os livros didáticos, material de apoio e a formação continuada dos professores.

Percebe-se que os resultados do IDEB apontam para possíveis fragilidades de aprendizagem dos estudantes nas séries/anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Com isso, conclui-se que esses estudantes não estão alcançando os critérios e habilidades descritos nas matrizes curriculares estabelecidas para essa etapa de ensino, assim como também não alcançam os resultados esperados nas avaliações internas, o que corrobora com os resultados obtidos nas avaliações de Matemática do SAETO. Embora alguns resultados demonstrem ser satisfatórios, continuo colocando em xeque os modelos de avaliações externas disponibilizadas para medir o grau de aprendizagem dos estudantes, "avaliações padronizadas", o que tem estimulado as escolas a disputar o pódio, como se isso fosse o suficiente para qualificar uma boa aprendizagem.

Segundo Lorenzato e Fiorentini (2001, p. 6), "muitas mudanças curriculares fracassaram porque entraram em conflito com as avaliações externas. Existe hoje um esforço para que as mudanças da prática docente em sala de aula venham acompanhadas de mudanças também no processo de avaliação".

> Em todos os países do mundo, em função da crescente interferência do governo na educação, tem havido nos últimos anos um aumento das avaliações externas. Estas, entretanto, nem sempre estão sintonizadas com os princípios de uma Educação Matemática crítica ou transformadora. O que tem ocorrido, com frequência, é uma adaptação da prática docente aos princípios e critérios que regem essas avaliações (LORENZATO; FIORENTINI, 2001, p. 6).

O que se tem percebido, ao analisar alguns trabalhos que tratam de avaliação em larga escala e o ensino da Matemática, é que as escolas estão promovendo ações que levam os estudantes ao mero "treinamento", ao preparo técnico para responder exclusivamente ao que se pede nas avaliações, além do estreitamento do currículo para poder adaptá-lo ao modelo tradicional dessas avaliações. E, desse modo, tais avaliações tornam as escolas e os estudantes reféns das políticas públicas governamentais, como único mecanismo de financiamento da educação.

Essas reflexões são pertinentes, uma vez que se faz necessária a compreensão do cenário que as escolas e principalmente os estudantes têm vivenciado nesses últimos anos com a expansão das avaliações externas. Feito esse movimento, trazemos na seção seguinte autores/pesquisadores que darão sustentação teórica, ao dialogar com mais rigor sobre os objetivos do processo avaliativo na perspectiva da construção do saber.

3 O MENINO DE ENGENHO RUMO AO CONHECIMENTO TEÓRICO E À LITERATURA ACADÊMICA

Esta seção consiste em discussões já feitas por autores sobre o processo avaliativo e suas implicações, tem como objetivo dar embasamento para o desenvolvimento desta pesquisa. Neste caminhar, o menino de engenho se debruça sobre os trabalhos acadêmicos e busca luz como ponto de partida para reflexões sobre avaliação e sobre aonde desejamos chegar com esse processo.

> O ponto de partida para atuar com avaliação é saber o que se quer com a ação pedagógica. A concepção pedagógica guia todas as ações do educador. O ponto de partida é saber aonde desejamos chegar em termos da formação do educando. Afinal, que resultados desejamos? Ou seja, precisamos definir com clareza o que queremos, a fim de produzir, acompanhar (investigar e intervir, se necessário) para chegar aos resultados almejados. O Projeto Político-Pedagógico configura tanto a direção da prática educativa como os critérios da avaliação. O que é ensinado e aprendido é avaliado, para vir a ser melhor. Se queremos compreender e atuar adequadamente em avaliação da aprendizagem, necessitamos de iniciar por esse ponto de partida (LUCKESI, 2011, p. 27).

3.1 A avaliação da aprendizagem e suas implicações no espaço escolar

Ao tratar da avaliação da aprendizagem dos estudantes no espaço escolar, precisa-se entender uma série de conceitos e significados imbricados no processo avaliativo. Pensar e fazer avaliação implica a necessidade incessante de construir novos conhecimentos, por isso o processo investigativo precisa caminhar sempre junto quando se pensa, se planeja e se realiza uma avaliação. Desse modo, "investigar para *conhecer* e conhecer para *agir* são dois algoritmos básicos para a produção de resultados satisfatórios. O contrário disso é: sem investigação, não se tem conhecimentos, e, sem conhecimentos, não se tem eficiência e qualidade" (LUCKESI, 2011, p. 149).

Com esse entendimento, lança-se neste texto o desafio de refletirmos e tentarmos compreender um pouco sobre o significado da avaliação da aprendizagem como um ato investigativo e construtivo no processo de avaliação do conhecimento dos estudantes em sala de aula, o ato de avaliar precisa ser entendido como um meio, não como fim, cristalizado. Para isso, "o primeiro ponto importante nesse diálogo é a compreensão do que é o conhecimento. Assumimos que ele elucida a realidade, transformando algo compreensível. Ele permite ver o que a realidade é e como funciona" (LUCKESI, 2011, p. 151). Por sua vez, o termo "investigar" implica a possibilidade de conhecer alguma coisa que ainda não é conhecida, ou seja, a compreensão de algo novo.

> Ainda que a ciência ofereça um entendimento o mais abrangente possível sobre alguma coisa, devemos estar cientes de que ela sempre será menor do que a totalidade da realidade estudada. Contudo, mesmo com essa limitação, esse entendimento, nascido da investigação científica, pode e deve ser eficiente; isto é, a ciência, além de proporcionar a compreensão da realidade em si mesma, possibilita agir com adequação, produzindo os resultados que desejamos (LUCKESI, 2011, p. 152).

No caso da avaliação da aprendizagem, estaremos sempre nos debruçando em leituras e pesquisas na tentativa de compreender, cada vez mais, o processo avaliativo como um meio e jamais como um fim. A avaliação deve ser vista como caminhos metodológicos que possibilitem aos estudantes a construção coletiva do conhecimento como garantia para a sobrevivência na sociedade contemporânea.

No cotidiano da prática escolar, um dos propósitos dos professores, gestores e coordenadores pedagógicos é promover momentos diversos de aprendizagem entre os estudantes, possibilitando desse modo, um universo rico de conhecimentos para o desenvolvimento de habilidades no caminhar do processo de escolarização.

> A avaliação da aprendizagem está a serviço desse projeto de ação e configura-se como um ato de investigar a qualidade da aprendizagem dos educandos, a fim de diagnosticar impasses e consequentemente, se necessário, propor soluções que viabilizem os resultados satisfatórios desejados. A avaliação, em si, é dinâmica e construtiva, e seu objetivo, no caso da prática educativa, é dar suporte ao educador (gestor da sala de aula), para que aja da forma mais adequada possível, tendo em vista a efetiva aprendizagem por parte do educando. A ação pedagógica produtiva assenta-se sobre o conhecimento da realidade da aprendizagem do educando, conhecimento esse que subsidia decisões, seja para considerar que a aprendizagem já está satisfatória, seja para reorientá-la, se necessário, para a obtenção de um melhor desempenho (LUCKESI, 2011, p. 175-176).

Segundo Luckesi (2011), além do ato de avaliar, é necessário que o professor se conscientize de que sua atividade tem por objetivo iluminar a realidade da aprendizagem do estudante; esse ato deverá se revestir de compromisso ao desenvolver as atividades pedagógicas no âmbito do espaço escolar. Para que isso aconteça de fato, é necessário que o professor esteja

> [...] comprometido com uma visão pedagógica (uma teoria) que considere que o ser humano sempre pode aprender e desenvolver-se e, em consonância com ela, ter um plano de ensino consistente e efetiva disposição de intervir no educando para que aprenda. Ter consciência de que o conhecimento estabelecido com sua atividade de investigador dependerá de suas abordagens teóricas, o que significa que não poderá olhar esse objeto sob todas as óticas possíveis, mas sim sob a ótica da teoria pedagógica assumida. Ter noção clara de que a prática avaliativa, no caso da aprendizagem, só faz sentido sendo, ao mesmo tempo, de acompanhamento (processo) e de certificação, 'testemunho final da aprendizagem satisfatória do educando' (LUCKESI, 2011, p. 176).

Nessa ótica, entende-se que a avaliação da aprendizagem só alcançará resultadospositivos se professores, gestores e coordenadores tiverem clareza do seu papel como educadores, de que caminhos seguir e de onde pretendem chegar. Para tanto, faz-se necessário um bom planejamento (projeto político-pedagógico), bem como metas e objetivos claros e visíveis para toda a comunidade escolar.

> O ato de avaliar a aprendizagem, ainda que tenha muitos componentes metodológicos comprometidos, é simples. Ele é o ato por meio do qual perguntamos ao nosso educando se aprendeu o que ensinamos. Se o educando aprendeu, ótimo; se não, vamos ensinar de novo, até que aprenda, pois o importante é aprender (LUCKESI, 2011, p. 178).

Um fator importantíssimo para a escola (equipe pedagógica) é buscar compreender o significado de “avaliação e exames”. Essas definições precisam estar muito claras no dia a dia da sala de aula, no fazer pedagógico do professor e nos objetivos propostos no projeto político-pedagógico da instituição.

> Nos últimos 70 anos, fora do Brasil como dentro deste país, vagarosamente, fomos transitando do uso da expressão *examinar a aprendizagem* para o uso de *avaliar a aprendizagem dos estudantes*, porém, na prática, continuamos a realizar exames, ou seja, mudamos a denominação sem mudar a prática. Então, nos dias atuais, em nossas escolas, efetivamente anunciamos uma coisa – avaliação – e fazemos outra – exames –, o que revela um equívoco tanto no entendimento quanto na prática (LUCKESI, 2011, p. 180).

Para melhor compreensão do que é o ato de “examinar e avaliar”, Luckesi (2011) aponta nove características principais que iluminam o professor quanto à prática pedagógica avaliativa dos estudantes.

> 1) Quanto à temporalidade, os exames estão voltados para o passado e a avaliação para o futuro; 2) quanto à busca de solução, os exames permanecem aprisionados no problema e a avaliação volta-se para a solução; 3) quanto à expectativa dos resultados, os exames estão centrados com exclusividade no produto final e a avaliação, no processo e no produto, ao mesmo tempo; 4) quanto à abrangência das variáveis consideradas, os exames simplificam a realidade, enquanto a avaliação tem presente a complexidade; 5) quanto à abrangência do tempo em que o educando pode manifestar o seu desempenho, os exames são pontuais e a avaliação é não pontual; 6) quanto à função, os exames são classificatórios e a avaliação é diagnóstica; 7) quanto às consequências das funções de classificar e diagnosticar, os exames são seletivos e a avaliação é inclusiva; 8) quanto à participação na aprendizagem, politicamente, os exames nas salas de aulas são antidemocráticos e a avaliação é democrática; e por fim, 9) quanto ao ato pedagógico, os exames são autoritários e a avaliação é dialógica (LUCKESI, 2011, p. 181-182).

Segundo a concepção do autor, a valiação se constitue como parte de um processo, um caminhar ao longo da vida acadêmica onde se deve ter clareza do que é ensinado, e dos objetivos a serem alcançados durante a escolarização, portanto, avaliação como diagnóstico no fazer pedagógico, antes, durante e depois. Esses três estágios não estão presentes nos exames propostos aos estudantes, seu foco se é o que ele aprendeu até o presente momento, não a construção do conhecimento.

Contudo, “a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional diz que ao educador cabe participar da elaboração do projeto político-pedagógico da escola, proceder ao planejamento do ensino e zelar para que a aprendizagem seja satisfatória” (LUCKESI, 2011, p. 185).

Conforme o que discute o autor sobre o ato de avaliar, é imprescindível em primeiro momento compreender de que espaço temporal a escola e o professor estão falando. Necessariamente, é importante que a escola como um todo esteja envolvida no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, tendo definidas em seu projeto político pedagógico as ações e metas necessárias ao processo avaliativo. Outro ponto importante é ter clareza que a avaliação da aprendizagem é diagnóstica, e que suas estratégias de ensino são o foco do trabalho. A equipe pedagógica precisa ser coesa e tomar decisões que auxiliem esse processo na melhoria da aprendizagem dos estudantes. Não se deve confundi-la com o ato de examinar, cujas características se configuram como um processo seletivo, por exemplo, o ENEM e os vestibulares, que excluem grande parte dos estudantes do acesso à universidade.

3.2 Avaliação/exame: um dilema do cotidiano escolar

Quando se trata das características envolvendo o conceito de examinar e avaliar, estas fazem imediatamente ressurgir na mente do professor uma prática educativa da aprendizagem, relacionada à expansão das avaliações que ora vêm sendo exigidas nas escolas públicas em âmbito nacional. O que significa dizer, segundo Luckesi (2009), que nossa prática educativa escolar passou a ser direcionada por uma “pedagogia do exame”.

O autor aponta a visibilidade dessa ação pedagógica presente nas escolas, principalmente com relação ao Ensino Médio, destaca-se que no 3º ano, “as atividades do professor e do estudante estão voltadas para um treinamento de ‘resolver provas’, tendo em vista a *preparação para o ENEM e o vestibular,* como porta (socialmente apertada) de entrada para a Universidade” (LUCKESI, 2009, p. 17; grifo nosso).

Dito isso, o que se percebe é a complexidade de um sistema de ensino que se debruça tão somente nos percentuais de aprovação/reprovação dos estudantes, assim como também, pouca cobrança das famílias, o que se caracteriza uma fragilidade no processo educacional. Outro ponto a ser observado, é o acúmulo de trabalho dos professores, muitas cobranças pelos órgões competentes, falta de reconhecimento profissional, desvalorização dos salários e ausência de formação continuada em serviço, o que tem reduzido cada vez mais o desejo de ser professor.

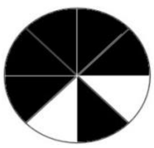
Luckesi (2009, p. 17) assevera que “os estudantes estão sempre na expectativa de virem a ser aprovados ou reprovados e, para isso, servem-se dos mais variados expedientes”.

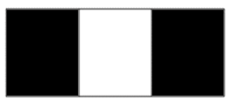
Segundo o autor, “o nosso exercício pedagógico escolar é atravessado mais por uma pedagogia do exame do que por uma pedagogia do ensino/aprendizagem” (LUCKESI, 2009, p. 18).

> Os sistemas de exames, com suas consequências em termos de notas e suas manipulações, polarizam a todos. Os acontecimentos do processo de ensino e aprendizagem, seja para analisá-los criticamente, seja para encaminhá-los de uma forma mais significativa e vitalizante, permanecem adormecidos em um canto. De fato, a nossa prática educativa se pauta por uma “pedagogia do exame”. Se os alunos estão indo bem nas provas e obtêm boas notas [...] (LUCKESI, 2009, p. 21).

De fato o Sistema Educacional tem proporcionado nos últimos anos uma prática pedagógica mais voltada aos exames, isso é visto com frequência em sala de aula devido à expansão das avaliações em larga escala que primam por resultados, notas. Supõe-se que “as notas são operadas como se nada tivessem a ver com a aprendizagem. As médias são médias entre números e não expressões de aprendizagens bem ou malsucedidas” (LUCKESI, 2009, p. 23). Na intenção de ilustrar essa realidade, o autor traz um exemplo do teste de Matemática proposto aos estudantes, neste caso, com figuras geométricas representando “fração”. Luckesi (2009) se deparou com a questão que se segue, acrescida da resposta do aluno e já corrigida pela professora. Trata-se de uma avaliação direcionada a alunos de nove anos de idade no 2º Ano do Ensino Fundamental.

Questão: Indique as frações correspondentes:





a) **b)**

Resposta do aluno:

a) 2/8
b) 1/3

Correção da professora:

a) 6/8
b) 2/3

Trata-se de uma questão ambígua, em que a professora decidiu arbitrariamente pelo entendimento da questão como supostamente ela havia formulado. “A questão não informa que parte do todo deve ser tomada para formar o numerador da questão” (LUCKESI, 2009, p. 23). São exemplos clássicos de questões postas no dia a dia da sala de aula, sem objetivos definidos que possam conduzir o estudante a uma compreensão do problema e muito menos, o que exatamente se pretende alcançar com o que foi proposto.

3.3 A avaliação como processo de construção do conhecimento

Avaliação como processo de construção do conhecimento não é tarefa fácil para os professores, pois exige tempo, planejamento e ação, segundo Hoffmann (2003), o que tem ocasionado a maioria das discussões em torno da avaliação é a tentativa de definição do significado primordial de sua prática na ação educativa. Desse modo, “vários educadores notáveis e com formação diversa voltam sua atenção para o processo de avaliação educacional” (HOFFMANN, 2003, p. 11). A autora traz em seu texto algmas inquietações que precisam ser pensados e repensados, quando se trata do processo avaliativo dos estudantes nas escolas de Ensino Fundamental, de Ensino Médio e dos que buscam acesso à universidade. Questionam-se várias práticas avaliativas arbitrárias e equivocadas praticadas por professores no ambiente escolar, especificamente na sala de aula.

Hoffmann (2003) argumenta sobre os diversos posicionamentos, posturas pedagógicas classificatórias e de opressão de professores com estudantes no tocante ao que eles expressam sobre o que avaliar e para que avaliar. Segundo a autora, são visíveis em alguns depoimentos e práticas avaliativas de alguns professores os vícios adquiridos ao longo do processo de escolarização pelos quais passaram, a saber; eu ensino do jeito que aprendi com meus professores, a avaliação é obrigatória, os estudantes precisam de nota para passar de ano. Esses vícios se perpetuam no caminhar da vida profissional; desse modo, “o caminho trilhado pela avaliação tem sido difuso, complicado e absolutamente malsucedido. E digo isso porque tenho sido principalmente uma ouvinte atenta de muitas histórias de avaliação” (HOFFMANN, 2003, p. 10).

Hoffmann (2003) e Luckesi (2009) concordam que não é tarefa simples o ato de avaliar na perspectiva de construção do conhecimento.

> A avaliação, na perspectiva de construção do conhecimento, parte de duas premissas básicas: confiança na possibilidade de os educandos construírem suas próprias verdades e valorização de suas manifestações e interesses. Entretanto, mais uma vez, esbarramos em nossa história de vida, que traz consigo uma conotação de erro como fracasso e de dúvida como insapiência (HOFFMANN, 2003, p. 18).

A autora ressalta que uma nova perspectiva de avaliação exige que o educador conceba crianças, jovens e adultos como sujeitos do seu próprio desenvolvimento, inseridos no contexto de sua realidade social e política. Nessa perspectiva de construção do conhecimento, Hoffmann (2003) nos convoca a refletir sobre uma questão da prova de Matemática feita por sua filha, Juliana, que cursava na época a 2ª série (hoje 2º Ano do Ensino Fundamental). Segue a questão:

Leonora tem 15 balas. Leonel tem oito balas. Quantas balas Leonora tem a mais que Leonel?	**Juliana responde:** Leonora tem sete balas a mais que Leonel. E resolve da seguinte maneira: **8 + 7 = 15.**

Observou-se que a professora de Juliana, ao corrigir sua prova, não considerou seu desenvolvimento no processo de construção de conhecimento, considerando, portanto, que a resolução manifestada pela estudante estava *"errada".* Nesse momento, aponta que o correto seria: 15-8=7. Essa atitude da professora demonstra a não aceitação da construção do conhecimento desenvolvido pela estudante; infelizmente, uma maneira equivocada, arbitrária, autoritária e não construtiva no processo avaliativo, sobretudo em relação a aprendizagem.

O que se percebe, de fato, é que a estudante encontrou outro modo para resolver o problema, considerando sua compreensão diante do que foi solicitado, uma atitude que reverbera o processo construtivo do conhecimento. Hoffmann (2003) elucida que pesquisas comprovam algumas dificuldades das crianças na compreensão e resolução dessas expressões. Assim, a autora defende:

> Configura-se a avaliação educacional, a meu ver, em mito e desafio. O mito é decorrente de sua história que vem perpetuando os fantasmas do controle e do autoritarismo há muitas gerações. A desmistificação, por outro lado, ultrapassa o desvelamento dessa história e a análise dos pressupostos teóricos que fundamentam a avaliação até então. Parece-me necessário desestabilizar práticas rotineiras e automatizadas a partir de uma tomada de consciência coletiva sobre o significado dessa prática. E esse é um desafio que se tem que enfrentar! O maior dentre os desafios é ampliar-se o universo dos educadores preocupados com o "fenômeno avaliação", estender-se a discussão do interior das escolas a toda a sociedade, pois, considerando-se que o mito da avaliação é decorrente da sua histórica feição autoritária, é preciso descaracterizá-la dessa feição pensando nas futuras gerações (HOFFMANN, 2003, p. 23).

Compreende-se como autoritarismo no processo avaliativo a falta de reflexão e flexibilização de uma prática construtiva, na qual o processo do conhecimento possa acontecer de maneira colaborativa, desmistificando a ideia de avaliação como caminho da punição. Assim, a aprendizagem não acontece de maneira autoritária, mas compreensiva e ideologicamente compartilhada.

3.4 A avaliação como processo ideológico

As questões que Romão (2009) traz sobre avaliação da aprendizagem em sua obra possibilita ao professor reflexões diversas acerca da flexibilização e autonomia nas escolas a partir da LDB. Na realidade, o que se tem percebido no âmbito das escolas públicas são grandes preocupações de toda a equipe gestora ao se tratar de políticas educacionais voltadas para a avaliação da aprendizagem dos estudantes.

Questiona-se até onde caminha essa flexibilização e autonomia nas escolas públicas, considerando que essas políticas chegam às escolas para serem cumpridas, ou seja, de cima para baixo, com certo rigor e exigências, portanto, carregadas de ideias e políticas centralizadoras. Essas concepções não buscam o fortalecimento da construção coletiva do saber, do conhecimento e muito menos, da aprendizagem dos estudantes. Ao que se parece, a avaliação possui caráter muito mais punitivo e disciplinar do que formativo.

Outros aspectos a serem considerados dizem respeito à avaliação e suas ideologias:

> Tudo leva a crer que, além das dificuldades resultantes da má formação, os problemas da avaliação da aprendizagem resultam também do tráfico ideológico das elites, que têm conseguido certos consensos mitológicos, favoráveis, evidentemente, à manutenção do *status quo* individualista, meritocrático, discriminatório e injusto. Dentre esses mitos, alguns já devidamente denunciados (ROMÃO, 2009, p. 43).

O autor elucida as dificuldades vivenciadas por professores resultantes do processo da má forção ao longo dos tempos, a resistência à mudança, além de outros aspectos ideológicos que afetam direta e indiretamente o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, como também os conceitos de avaliação trazidos por esses professores ao longo de sua trajetória pedagógica. Nesse sentido, destacam-se algumas ideologias impregnadas e vivenciadas no dia a dia das escolas públicas brasileiras.

> 1) Escola boa é aquela que exige muito e "puxa" pela disciplina; 2) o bom professor é aquele que reprova muito; 3) a maior parte das deficiências dos alunos é decorrente das carências que eles trazem de casa; 4) a democracia exige o respeito aos códigos socioculturais e às diferenças individuais; 5) avaliar é muito fácil e qualquer um pode fazê-lo; 6) avaliar é tão complicado que se torna, praticamente impossível fazê-lo de forma correta; 7) é preciso eliminar os aspectos quantitativos da avaliação; 8) nas escolas avalia-se apenas o conhecimento adquirido pelo aluno, desprezando-se os aspectos de seu amadurecimento físico e emocional. Essa situação deve ser invertida (ROMÃO, 2009, p. 43-49).

Alguns aspectos mencionados pelo autor são fortemente carregados de ideologias ultrapassadas, que exigem do professor uma urgência na reflexividade e flexibilização de uma prática pedagógica inovadora, de uma aprendizagem que traga luz ao caminhar dos estudantes, proporcionando momentos diversos na construção do saber. Urge a necessidade de uma prática pedagógica não punitiva, compreendendo que avaliar faz parte de todo um processo intrínseco presente no cotidiano da sala de aula e que o sucesso do estudante extrapola os muros da escola. A avaliação é um momento complexo porque exige do professor conhecimento, planejamento, metas, objetivos e, sobretudo, conhecimento e acompanhamento do desenvolvimento do estudante em sala de aula.

Nesse sentido, Romão (2009, p. 49) aponta ser “verdade que, na maioria das escolas e na esmagadora maioria dos professores, a avaliação versa apenas sobre os conhecimentos adquiridos pelos alunos. Ou, mais precisamente, sobre as informações que lhes são repassadas”.

3.5 Revisão da literatura: dissertações e teses que tratam de avaliação em larga escala em Matemática

Para iniciarmos a revisão da literatura, foi necessário buscar referências bibliográficas que tratam da temática em questão. Sendo assim, nos propusemos a um levantamento de produções com o objetivo de evidenciar e catalogar pesquisas já realizadas e que se encontram disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Para tanto, utilizou-se a Metodologia de Análise de Conteúdo, de Laurence Bardin (2006).

Para tanto consultou-se o Banco de Teses e Dissertações da CAPES, disponível no site http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!, o tema “AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA AND MATEMÁTICA”, exatamente como está escrito. Assim, encontramos 76 (setenta e seis) trabalhos acadêmicos cadastrados, sendo: 10 Teses e 66 Dissertações. A partir daí, realizamos a leitura dos títulos e percebemos que nem todos tratam do tema em questão na área da educação.

O tema “avaliação” tem sido objeto de diversas discussões por secretarias de educação, gestores escolares, pesquisadores, professores, principalmente nas últimas décadas. Com a publicação, em 1996, da terceira Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) nº 9.394, a lei orgânica e geral da educação brasileira legitima, em seu artigo 9º, a relação entre qualidade da educação e avaliação. De acordo com o art. 9º, a União se incumbirá de:

> VI – assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino (BRASIL, 2005a, s/p).

Para facilitar o trabalho e dar maior visibilidade ao que se pretende, buscou-se identificar nos títulos a frase “avaliação em larga escala e/ou SIGLAS” que apontam a realização dessas avaliações nos sistemas de ensino em âmbito federal, estadual e municipal, além da palavra “Matemática”. Assim, dos 76 trabalhos, verificaram-se 44 (quarenta e quatro) produções acadêmicas entre teses e dissertações.

Para dar sequência ao trabalho, organizamos as produções acadêmicas; Teses e Dissertações em dois quadros, no quadro 1 os trabalhos estão distribuídos por ano de publicação, em seguida apresentamos o quadro 2 organizado por região do pais.

1. Mapear as 44 teses e dissertações, identificando o ano de sua publicação;

Quadro 8 - Teses e dissertações e ano de referência

	2002	2008	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total
TESES			1		1	1	1	1	3	**8**
DISSERTAÇÕES	1	1	2	3	7	5	5	9	3	**36**

Fonte: Elaborado pelo autor.

2. Quantificar as 44 teses e dissertações por região;

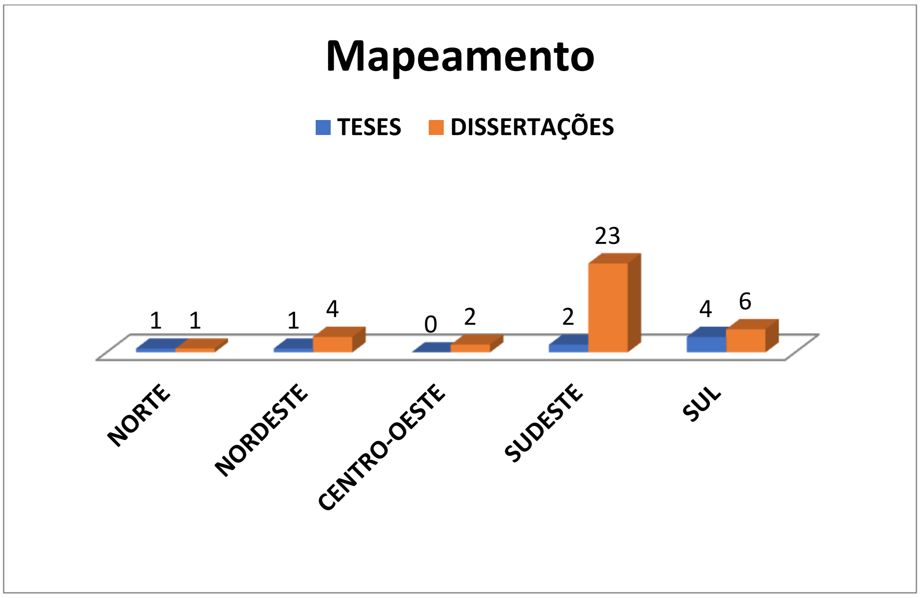
Quadro 9 - Teses e dissertações por região

	Região Norte	Região Nordeste	Região Centro-Oeste	Região Sudeste	Região Sul
TESES	1	1		2	4
DISSERTAÇÕES	1	4	2	23	6

Fonte: Elaborado pelo autor.

3. Representar graficamente o quantitativo de teses e dissertações por região;

Gráfico 1 - Representação gráfica das teses e dissertações por região



Fonte: Elaborado pelo autor.

4. Realizar a leitura do *Resumo*, *Palavras-Chave*, *Sumário* e *Considerações* dos 44 trabalhos de teses e dissertações, em seguida: identificar os trabalhos que tratam especificamente de "Avaliação em Larga Escala em Matemática". Destes, identificamos 11 trabalhos, entre teses e dissertações, que irão compor a revisão da literatura deste trabalho.

Sobre a revisão de literatura, Gil (2002, p. 162) postula:

> Esta parte é dedicada à contextualização teórica do problema e a seu relacionamento com o que tem sido investigado a seu respeito. Deve esclarecer, portanto, os pressupostos teóricos que dão fundamentação à pesquisa e as contribuições proporcionadas por investigações anteriores. Essa revisão não pode ser constituída apenas por referências ou sínteses dos estudos feitos, mas por discussão crítica do "estado atual da questão".

Assim, iniciamos nossa revisão da literatura com Andrade (2016), que elucida em sua dissertação a hipótese de que a implantação do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), desde 1996, deveria cumprir a função de produzir diagnósticos da situação da escolaridade básica paulista, visando orientar os gestores escolares da real situação da aprendizagem dos estudantes e o fortalecimento das políticas educacionais voltadas para a melhoria da qualidade educacional.

Participaram dessa pesquisa uma professora do 7º e outra do 9º Ano do Ensino Fundamental, responsáveis pelo componente curricular de Matemática de uma escola da rede pública de São Paulo. A pesquisa possui cunho qualitativo por meio de estudo de caso.

Observa-se que o trabalho trata no primeiro capítulo da “avaliação em larga escala e o SARESP”, registrando a necessidade de ampliar as investigações e os conhecimentos no tocante às avaliações externas, mas principalmente atentar para os impactos causados por essas avaliações, assim como também o papel do professor em sala de aula.

Em relação a avaliação do SARESP, verificou-se rigor na elaboração das questões e no tratamento dos relatórios produzidos a partir dos resultados; ainda assim, constata-se que as práticas profissionais dos professores no ensino e na avaliação das aprendizagens dos conteúdos curriculares sustentam independência em relação a elementos importantes do SARESP.

Conforme Andrade (2016), os resultados da pesquisa revelam restrições nos impactos dos resultados do sistema de avaliação em larga escala e na atuação profissional do professor.

> O estudo constatou a manutenção de expressivas diferenças entre a terminologia adotada nos documentos oficiais e a terminologia adotada nos relatos das professoras para a designação de habilidades e de medidas de aprendizagem, bem como restrições nos relatos das condições expressas no planejamento e nas descrições das ações dos alunos diante das condições de ensino oferecidas (ANDRADE, 2016, p. 8-9).

O autor Becher (2018) em sua tese de doutoramento investigou como professores de Matemática e supervisores escolares compreendem a Prova Brasil de Matemática, se os resultados dessa avaliação são utilizados por estes profissionais no planejamento escolar e na implementação das práticas pedagógicas.

O trabalho de Becher (2018) foi desenvolvido com professores e supervisores escolares no sentido de verificar o que esses profissionais concebem sobre a Prova Brasil, examinando opiniões sobre as avaliações em larga escala, se essas avaliações interferem ou não no cotidiano da escola, se os resultados são divulgados e trabalhados junto aos estudantes e à comunidade local, e quais as ações propostas no planejamento utilizando os dados obtidos em Matemática no ano de 2013. A pesquisa se deu em um município (não identificado) da região metropolitana de Porto Alegre (RS) e utilizou uma abordagem qualitativa e como método a pesquisa-ação.

De acordo com o autor, os resultados apontam que a falta de conhecimento dos participantes implica em um grande obstáculo na compreensão e análise dos resultados da Prova Brasil de Matemática nas escolas deste município. Logo, integrar esses resultados ao planejamento da rede ultrapassa os limites das escolas. Nesse sentido, é necessário propor ações que possam superar as limitações de formação e também barreiras que se desenvolveram ao longo de todo o processo de institucionalização das avaliações em larga escala no Brasil.

A pesquisa revela ainda que é de fundamental importância a compreensão dos impactos, influências e possibilidades em relação à utilização dos dados obtidos com as avaliações em larga escala para o ensino de Matemática e para o professor de Matemática. É necessário que se desenvolva uma cultura propositiva, permitindo o cruzamento dos resultados dessas avaliações externas e das avaliações em sala de aula e, com isso, possibilitando a elaboração de ações pedagógicas voltadas para o ensino e a aprendizagem dos estudantes.

Estudos realizados por Cocco (2013) em 19 escolas públicas do município de Frederico Westphalen (RS) tiveram como objetivo analisar a Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e verificar se ela se constitui como uma política educacional de avaliação em larga escala. A pesquisa possui abordagem qualitativa e como método a pesquisa de campo.

O autor desenvolveu seu trabalho a partir da perspectiva histórica das políticas educacionais da educação básica brasileira, pós-década de 1990, e faz uma análise das avaliações em larga escala como foco da política educacional. Participaram deste estudo 54 sujeitos, sendo 15 diretores, 28 professores de Matemática, 7 coordenadores da Olimpíada nas escolas, 2 organizadores também da Olimpíada nas escolas , o coordenador regional e a idealizadora da OBMEP.

Os resultados da pesquisa mostram que a OBMEP possui grande amplitude, sendo uma das maiores competições de Matemática do mundo. Suas provas são padronizadas e aplicadas anualmente, alcançando todas as escolas da rede pública. Mesmo não sendo obrigatória, segundo Cocco (2013), seu foco é a aprendizagem de Matemática. Ressalta-se que a OBMEP foi implementada no governo Lula, passa pelo governo Dilma Rousseff e permanece até os dias atuais. No entanto, é considerada uma política de governo e não de Estado.

Guimarães (2015) propõe um estudo para realizar um levantamento dos índices de acertos em provas do Sistema de Avaliação do Estado do Rio de Janeiro (Saerjinho) em Matemática no primeiro bimestre de 2013, 2014 e 2015, nas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental em todas as escolas do Estado do Rio de Janeiro, considerando as seis habilidades propostas em itens da prova.

O objetivo foi conhecer os resultados do Saerjinho de Matemática e verificar se existiam grandes variações de acertos comparando escolas de regiões diferentes dentro do mesmo Estado, e comparar a grande escala de resultados com nove turmas do 9º Ano de uma única escola (não mencionada) no município de Queimados localizada na periferia do Rio de Janeiro.

Em sua pesquisa, Guimarães constatou que os resultados alcançados pelos estudantes nas avaliações propostas do 9º Ano do Ensino fundamental, não é o adequado conforme define critérios da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC). Nos anos de 2013 e 2014, os índices de acertos não chegam a 50%, mínimo exigido pela SEEDUC. Já em 2015, "o percentual de acertos na habilidade que trata das operações com números reais, habilidade diretamente associada ao cotidiano dos alunos em situações problemas, diminui consideravelmente" (GUIMARÃES, 2015, p. 45). Além disso, os resultados de seis classes do 9º Ano de uma escola no município de Queimados em 2013, 2014 e 2015 não foram adequados conforme a SEEDUC, sendo que cerca de 95% dos estudantes seriam reprovados em Matemática. Segundo Guimarães (2015), os relatos dos pais, alunos e professores são contraditórios aos resultados. Percebeu-se também:

> Professores exaustos, paralisados, sem saber o que fazer e como fazer, desanimados com o desinteresse de pais e alunos, insatisfeitos com remunerações e com ações do governo que em nada agradam à classe e em nada melhoram a qualidade da educação, representam uma realidade na escola pesquisada (GUIMARÃES, 2015, p. 45).

A pesquisa ainda revela a triste situação de desânimo dos professores e constata que as ações educacionais por parte das autoridades competentes, tais como o Sistema de Avaliação do Estado do Rio (Saerjinho), os programas de aperfeiçoamento de professores, as gratificações salariais e o reforço escolar, "não apresentaram resultados satisfatórios no que diz respeito à melhoria da educação para o nono ano do Ensino Fundamental em 2013, 2014 e 2015" (GUIMARÃES, 2015, p. 45).

O autor Stadler (2017) propôs um estudo para analisar as informações contidas nas plataformas Devolutivas Pedagógicas e na Plataforma Digital da Prova Brasil (QEdu), https://www.qedu.org.br/brasil/ideb, sobre os resultados da Prova Brasil/Saeb de Matemática do 5º Ano do Ensino Fundamental. O objetivo da pesquisa foi verificar o nível de informações disponíveis nas duas plataformas em relação aos resultados da prova Brasil/Saeb de Matemática do 5º Ano do Ensino Fundamental.

O trabalho traz uma discussão dos pressupostos teóricos sobre avaliação em larga escala, permitindo identificar, por meio dos documentos oficiais, origem, concepções, objetivos e elementos que fundamentam a Prova Brasil/Saeb, além de realizar uma análise desses documentos principalmente da área de Matemática, fazendo uso da abordagem qualitativa e documental.

Para dialogar sobre avaliação em larga escala e seus pressupostos teóricos, o autor selecionou alguns autores, tais como: Afonso (2009; 2010) Fernandes (2008; 2009) Freitas (2009; 2013), Gatti (2011), Luckesi (2011), Sousa (2010), entre outros. Os resultados da análise do *design* e da funcionalidade das duas plataformas possibilitam afirmar, segundo Stadler (2017), que a consulta às informações contidas nos ambientes é de fácil acesso; porém, faz-se necessário que o usuário possua habilidades para poder interpretar os dados disponibilizados e também conhecimentos do *design* avaliativo da Prova Brasil/Saeb, para assim poder utilizar os resultados estatisticamente para trabalhar em sala de aula, promovendo momentos diferenciados de aprendizagem dos estudantes, em particular, em Matemática.

O trabalho desenvolvido por Cola (2015) investiga o entendimento de professores que ensinam Matemática na Educação Básica acerca das avaliações externas e em larga escala. O autor apresenta algumas referências que fundamentam seu trabalho: Almeida e Franco (2011), Arredondo e Diago (2009), Fernandes (2009), Buriasco e Soares (2012), Cury (2009), Sameshima (2008), Moraes e Moura (2009), Amaro (2013), Bonamino e Sousa (2012), Dantas (2009), Horta Neto (2010a; 2010b), Rosistolato e Viana (2014).

A pesquisa utilizou uma abordagem qualitativa, e o método aplicado se deu por meio de entrevistas semiestruturadas. Os resultados apontam que os entrevistados não possuem entendimentos claros em relação à avaliação em larga escala e que eles acreditam que tais avaliações introduzem elementos de uma prática avaliativa tradicional no ambiente escolar, por não valorizar o erro como uma possibilidade de saberes ainda não adquiridos pelos estudantes.

A pesquisa desenvolvida por Gois-Caio (2017), em sua dissertação de mestrado profissional, discute a consolidação das avaliações em larga escala em Matemática e seus resultados, tendo como objetivo a construção de um jogo que possa contribuir na interface entre essas avaliações e a aprendizagem matemática dos estudantes. O estudo tem assento no desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes de 5º Ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do Estado de São Paulo, ou seja, busca utilizar o conhecimento teórico de conteúdos matemáticos dos estudantes na construção de jogos que possibilitem de maneira prática momentos de aprendizagem. Para isso, foi proposto um simulado da Prova Brasil. Para este trabalho, adotou-se a metodologia qualitativa, tendo por princípios, segundo Gois-Caio

(2017), a construção de objetos de aprendizagem, os quais permitiriam articular conhecimento matemático e jogos digitais.

Segundo o autor, os resultados são particularmente sensíveis, considerando que crianças nessa faixa etária gostam de jogos e personagens. Isso possibilita o envolvimento na busca das respostas de maneira dinâmica e rápida. O simulado foi proposto com diferentes contextos e diálogos sobre as culturas presentes entre as fases do jogo. Percebeu-se que entre uma fase e outra é necessário um intervalo considerando o número de questões. Essa atividade permite avanços significativos na aprendizagem dos estudantes. Por isso, recomenda-se a utilização dos testes a partir dos jogos matemáticos no 5º Ano do Ensino Fundamental, com acompanhamento do professor.

Teixeira (2013), em seu trabalho, propôs analisar as mobilizações de conhecimentos matemáticos presentes nos treze itens e nas cinco questões divulgados no Relatório do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar (SARESP) 2010, em relação aos níveis de proficiência que são categorizados pelo SAEB. Esse relatório trata dos níveis de funcionamento do conhecimento delineados por Robert (1998) quanto à mobilização de conhecimentos matemáticos. Para tanto, fez-se necessária a análise histórica dos resultados do SARESP, a partir de sua institucionalização em 1996 até a edição de 2010, além dos níveis de proficiência e suas respectivas escalas. A pesquisa se deu por meio da abordagem qualitativa e da análise documental e se apoia na Didática da Matemática, desenvolvida por Robert (1998), a qual aborda o funcionamento dos conhecimentos matemáticos em três níveis (técnico, mobilizável e disponível).

Segundo o autor, os resultados apontam fragilidades na mobilização de conhecimentos matemáticos por parte dos estudantes avaliados, bem como nas habilidades exigidas para o 9º Ano. Desse modo, o autor propõe que o ensino da Matemática tenha como base as dificuldades apresentadas pelos estudantes conforme Relatório Pedagógico do SARESP 2010.

A pesquisa realizada por Frinhani (2013) teve como objetivo, analisar as ações utilizadas pela Secretaria de Educação e as metodologias adotadas por professores de Matemática da Rede Municipal de Muniz Freire, Espírito Santo, no período de 2005 a 2011, e contribuições para os índices alcançados nas avaliações de Matemática. Para examinar essas ações, partiu-se de uma seleção e estudos bibliográficos sustentados por argumentos teóricos que permitiram alcançar os objetivos propostos, a abordagem foi qualitativa e de natureza descritiva. A pesquisa se deu na região do Caparaó Capixaba, utilizando dados de 11 municípios, porém, aprofundou-se especificamente no município de Muniz Freire. A proposta foi estudar algumas características de grupos educacionais, identificando opiniões, preferências e ações metodológicas utilizadas pela Secretaria da Educação, por professores licenciados em Matemática e por pedagogos.

O autor verificou a ausência de ações específicas para o ensino e aprendizagem da Matemática pela Secretaria de Educação. Cerca de 50% dos professores de Matemática ainda utilizam metodologias consideradas “tradicionais”, aulas expositivas no quadro, seguidas de várias atividades no caderno e nos livros, tendo como parâmetros os moldes das avaliações padronizadas do governo. Quanto às ações propostas pelos pedagogos entrevistados da rede municipal de Muniz Freire no período de 2005-2011 para auxiliar os professores de Matemática, observou-se que:

> [...] 40% dos pedagogos citaram como principal foco de seu trabalho melhorar os índices educacionais de suas escolas; 20% traçar metas de qualidade para as turmas e outros 20% melhorar a qualidade da avaliação. Com base nesses resultados, observou-se novamente que 80% dos pedagogos entrevistados têm seu foco de trabalho apenas nas avaliações somativas e classificatórias, consequentemente, no aumento dos índices educacionais conforme relataram nas entrevistas (FRINHANI, 2013, p. 83).

O trabalho de dissertação desenvolvido por Moraes (2017) discute como o Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (CAED/UFJF), contratado pela Secretaria de Educação do Estado de Goiás, tem contribuído com as análises estatísticas e pedagógicas de itens de Matemática do 3º Ano do Ensino Médio.

As análises foram feitas nos itens considerando a possibilidade de acertos, uma vez que se caracterizam por questões de múltipla escolha. Utilizou-se a metodologia de análise de erros com base nas respostas dadas pelos estudantes, com o objetivo de compreender as formas como esses estudantes vêm se apropriando de determinados tipos de conhecimento.

O estudo tem assento nos resultados obtidos pelo Sistema de Avaliação Educacional do Estado de Goiás no ano de 2014. Após as análises, o autor constatou que boa parte dos estudantes na disciplina de Matemática não consegue alcançar as habilidades relativas ao seu nível de escolaridade, portanto, ao tomar como base na matriz de referência, concluem o Ensino Médio em nível de aprendizagem relativo aos estudantes do Ensino Fundamental.

Dantas (2018) investigou os resultados da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC–Prova Brasil), em Língua Portuguesa e Matemática. O estudo desenvolveu-se em uma escola municipal de Manaus que apresenta índices do IDEB acima da meta nacional/estadual, utilizando uma abordagem qualitativa e entrevistas semiestruturadas com três participantes. Teve como objetivo identificar os conhecimentos e metodologias utilizados pela coordenadora pedagógica como possibilidades de ampliar os resultados da avaliação de Matemática da Prova Brasil.

Conforme o autor, na avaliação em larga escala censitária, a escola é responsável por gerar informações que possibilitam subsidiar a efetivação das atividades pedagógicas. Nesse caso, observou-se o empenho da coordenação pedagógica juntamente com os professores em relação à elaboração de ações pedagógicas que possam fortalecer os resultados da Prova Brasil. Segundo os relatos dos participantes, o dia do planejamento pedagógico possibilita a discussão das ações Pró-IDEB e simulados com base nas edições anteriores. Além disso, nesse momento também se discutem as observações feitas pela coordenação com o objetivo de auxiliar os professores nas aulas de Matemática.

Contudo, mesmo considerando o crescimento na pontuação do IDEB, o autor verifica que as ações executadas pela coordenação não são suficientes para atender aos anseios e desejos dos professores, pois não existe um cronograma sistematizado para tratar das ações relacionadas aos resultados da Prova Brasil.

Conforme os entrevistados, é necessária uma formação continuada que possa auxiliá-los nas questões da Prova Brasil. Segundo Dantas (2018), as informações repassadas sobre os descritores obtidos nas reuniões são meramente reprodutivas.

Ademais, perceberam-se algumas dificuldades visibilizadas pelos professores, tais como a falta de tempo para um planejamento efetivo, o apoio insuficiente pelas coordenações pedagógicas diante dos problemas enfrentados no dia a dia na escola e principalmente em sala de aula, a falta de cursos de formação continuada e o despreparo de alguns professores. Certamente, são alguns fatores dentre outros, que interferem de maneira direta ou indireta no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes nas escolas públicas brasileiras.

Conforme o autor, em suas conclusões, cabe apontar que a avaliação em larga escala serve para um conjunto enorme de processos avaliativos, com diferentes objetivos, formas e propostas, além de permitir reflexões sobre a realidade do ensino público no Brasil e definições de políticas públicas para a melhoria da qualidade da educação no país.

O estudo das teses e dissertações aponta diversas fragilidades presentes no cenário escolar no ensino da Matemática a partir das avaliações em larga escala, tais como: resultados insatisfatórios dos estudantes, não utilização dos resultados por alguns professores em sala de aula para melhorar a aprendizagem dos estudantes, carência de cursos de formação continuada, descontínuo exercício do planejamento escolar, falta de habilidades no uso das tecnologias digitais por professores e equipe gestora. São algumas fragilidades identificadas por meio dos relatos, observações e questionários propostos durante o desenvolvimento das pesquisas, essas fragilidades estão presentes no cotidiano escolar, as quais interferem no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes.

As pesquisas apontam a necessidade de ampliar as investigações e os conhecimentos sobre as avaliações externas, mas principalmente, conforme Andrade (2016), é necessário refletir sobre os impactos causados por essas avaliações, assim como para o papel do professor em sala de aula. Fiorentini (2004) aponta que o trabalho colaborativo do professor e de pesquisadores em diversas instituições e níveis de ensino tem ganhado fôlego em respostas às atuais mudanças sociais, políticas, culturais e tecnológicas. Conforme Fiorentini (2004), são essas mudanças que vêm chamando a atenção do professor para refletir sobre suas práticas tradicionais em sala de aula, suas limitações em alguns aspectos e a busca de novos métodos de ensino.

> O ensino deve criar as condições para que o sujeito se aproprie dos conceitos. Essa apropriação, certamente, incidirá no desempenho dos estudantes não somente nas avaliações externas, mas, sobretudo, no próprio processo de aprendizagem nas situações escolares (OLIVEIRA; ORTIGÃO, 2018, p. 161).

A ausência de condições e de apropriação de alguns conceitos matemáticos pelos estudantes vem causando certo desconforto com os resultados das avaliações. Guimarães (2015) aponta em sua pesquisa que, no Estado do Rio de Janeiro, entre 2013 e 2014, os índices de acertos pelos estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental em Matemática não chegaram a 50%, mínimo exigido pela SEEDUC.

> Os resultados de pesquisa mostram que alunos e professores revelam dificuldades em diversos temas e conteúdos matemáticos específicos, por exemplo, Geometria, Estatística, demonstração, operações, resolução de problemas (OLIVEIRA; ORTIGÃO, 2018, p. 169).

O que se percebe é um descompasso (o não entrelaçamento) entre a formação inicial e a continuada do professor de Matemática. Essa lacuna reverbera na prática do professor na sala de aula. Uma das alternativas sugeridas por Fiorentini (2004) para minimizar os problemas existentes é a organização do trabalho e pesquisa colaborativa. Para Imbernón (2009, p. 55), "a formação consiste em descobrir, organizar, fundamentar, revisar e construir a teoria". O descobrir e organizar se refere exatamente à apropriação pelo professor de Matemática dos problemas de aprendizagem no contexto do espaço da sala de aula, os quais precisam ser trabalhados com mais afinco pelo professor, e no caso do conteúdo de fração, objeto de estudo deste trabalho, não é diferente.

Feito esse panorama entre os aportes teóricos e a revisão da literatura, trazemos em seguida alguns aspectos históricos e significativos do estudo das frações. Ressalta-se que esse conteúdo se faz presente na BNCC e, portanto, integra o currículo escolar de Matemática da Educação Básica, perpassando desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio.

4 O DESPERTAR DO MENINO DE ENGENHO PELO ESTUDO DA MATEMÁTICA E O DESLINDAR DAS FRAÇÕES

A preocupação com os processos de ensino, aprendizagem dos estudantes e avaliação da Matemática no espaço escolar se configura como um dos temas relevantes nos estudos e reflexões ainda nos dias atuais. Essa preocupação não é menos ou mais importante que o estudo das frações, a qual passa por várias mudanças em diferentes civilizações e, como objeto desta pesquisa, a história das frações traz luz ao despertar do menino de engenho.

> Para conhecermos os aspectos históricos que permeiam as frações, precisamos inicialmente conhecer como se deu o desenvolvimento histórico deste conteúdo matemático. A História da Matemática nos apresenta como se deu a evolução deste conteúdo desde épocas mais remotas até os dias atuais com a contribuição de alguns povos, com suas diferentes representações ao longo do tempo (SÁ; ALVES, 2019, p. 14).

4.1 História da matemática e construção do conceito de fração

Ao longo da história de várias civilizações, questões matemáticas já se faziam presentes no cotidiano desses povos. Em suas vivências com a caça, a pecuária, a agricultura e outras atividades, eles já traziam intrinsecamente a aplicação de cálculos matemáticos. A exemplo disso, podemos citar a contagem das ovelhas utilizando partes do corpo – como os dedos das mãos e dos pés –, gravetos, pedras e outros artefatos, como instrumentos de contagem natural.

Conforme Mol (2013), esse processo aconteceu quando o homem em sua plenitude começou a desenvolver a capacidade de observar e comparar, conseguindo estabelecer relações entre conjuntos de vários objetos, percebendo a existência de uma correspondência um a um. Com o passar dos tempos, esses povos começaram a sentir a necessidade de aperfeiçoar esses cálculos e de embasamento mais prático para o desenvolvimento das atividades no campo, no comércio e para a arrecadação de impostos.

A literatura considera que foi ao longo de alguns dos grandes rios da África e da Ásia que se deu o aparecimento de novas formas de sociedade: “O Nilo na África, o Tigre e o Eufrates na Ásia Ocidental, o Indo e depois o Ganges, no Sul da Ásia Central, e o Howang Ho e depois o Yangtze, na Ásia Oriental” (EVES, 2004, p. 57). De acordo com Eves (2004), a drenagem dos pântanos, o acompanhamento e controle das enchentes por esses povos às margens dos rios tornavam essas terras cada vez mais valiosas para as atividades agrícolas. Acredita-se que esse fenômeno deu origem a vários projetos extensivos, os quais interligaram várias localidades antes separadas, além de fomentar "a engenharia, o financiamento e a administração desses projetos, concomitantemente com o desenvolvimento considerável da tecnologia e da Matemática" (EVES, 2004, p. 57).

Eves (2004) afirma que, por muito tempo, utilizaram-se os números na forma oral; em outras épocas também se fez uso dos *números digitais*, representados por meio dos dedos das mãos em várias posições.

> Assim, os símbolos escritos primitivos para 1, 2, 3 e 4 eram invariavelmente o número conveniente de riscos verticais ou horizontais, representando o número correspondente de dedos levantados ou estendidos, remontando a palavra *dígito*, isto é "dedo", para indicar os algarismos de 1 a 9, à mesma origem (EVES, 2011, p. 29).

Para representar os números 1, 2, 9 e 10, 20, 90 utilizava-se a mão esquerda, enquanto os números 100, 200, 900, 1000, 2000 e 9000 eram representados na mão direita. Assim:

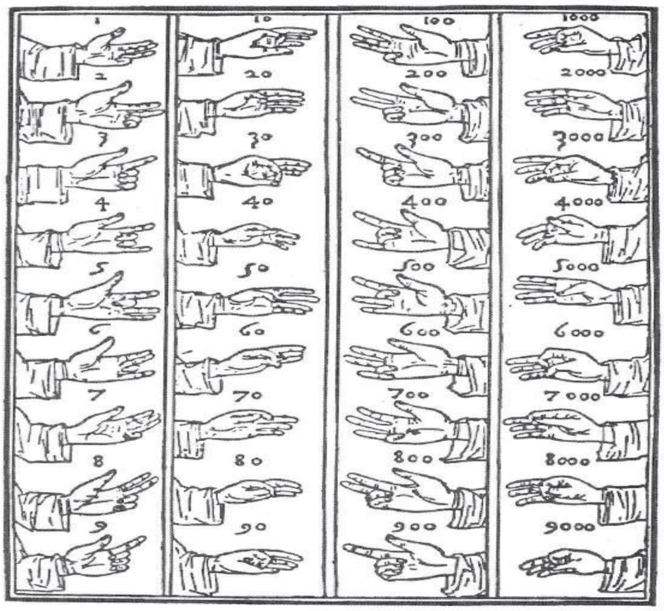
> [...] usando a mão esquerda, representava-se o 1 dobrando-se parcialmente para baixo o dedo mínimo; o 2 dobrando-se parcialmente para baixo os dedos médio e anular; o 3 dobrando-se parcialmente para baixo os dedos mínimo, anular e médio; o 4 dobrando-se para baixo os dedos médio e anular; o 5 dobrando-se para baixo o dedo médio; o 6 dobrando-se para baixo o dedo anular; o 7 dobrando-se completamente para baixo o dedo mínimo; o 8 dobrando-se completamente para baixo os dedos mínimo e anular; e o 9 dobrando-se completamente para baixo os dedos mínimo, anular e médio (EVES, 2011, p. 29).

De acordo com Mol (2013), a contagem utilizando os dedos como instrumento possivelmente foi determinante na escolha das bases para o sistema numérico. Segundo o autor:

> A base 10, que hoje usamos e que era empregada pelos egípcios antigos, teria origem nos 10 dedos da mão. A base 20, usada pelos maias pré-colombianos, teria sido motivada pelo uso dos 10 dedos das mãos e dos 10 dedos dos pés. A contagem em dúzias, ou seja, na base 12, pode também ser vista como de natureza antropomórfica: em uma mão, o dedo polegar é usado para contar as 12 falanges dos outros quatro dedos. A possibilidade de contar 12 unidades em uma das mãos, conjugada com os cinco dedos da outra mão, pode estar na origem de sistemas de contagem na base 60, como era o sistema babilônico (MOL, 2013, p. 14).

A figura a seguir ilustra o modo como os povos egípcios, maias e babilônicos representavam os números, utilizando os dedos das mãos como instrumento de contagem.

Figura 4 - Números digitais[15]



Fonte: Eves (2011, p. 30).

Conforme os escritos de Eves (2011), possivelmente o mais antigo exemplo de sistema de numeração desenvolvido seja o chamado Sistema de numeração simples. Nesse sistema, escolhe-se um número b como base e símbolos para representar 1, b, b^2, b^3 etc. Assim, utilizavam-se os símbolos repetidas vezes para expressar a escrita de qualquer número. Conforme Eves, a mais remota dessas formas de escrita é a cursiva, conhecida como hierática, originária da hieroglífica utilizada na época pelos sacerdotes egípcios. “Da hierática mais tarde resultou a escrita demótica, que foi adotada para usos gerais. Os sistemas de numeração hierático e demótico não pertencem ao tipo de agrupamentos simples” (EVES, 2011, p. 31).

A base usada no sistema de numeração hieroglífico egípcio é a base 10. Os símbolos adotados para 1 e para as primeiras potências de 10, segundo Eves (2011), são os representados na figura a seguir.

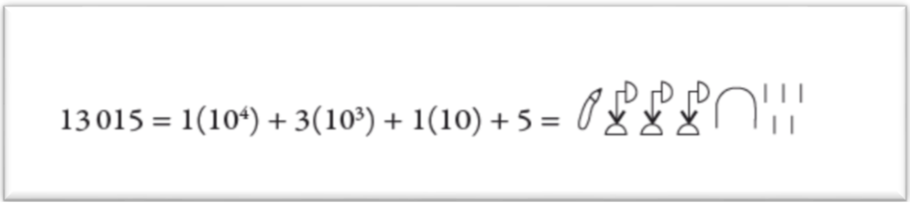
[15] As duas primeiras colunas representam a mão esquerda; as outras duas representam a mão direita.

Figura 5 - Sistema de numeração hieroglífico egípcio na base 10

Fonte: Eves (2011, p. 31).

Desse modo, segundo os escritos de Eves (2011), todos os números eram expressos utilizando esses símbolos aditivamente, podendo se repetir inúmeras vezes, como ilustrado na figura 6, a seguir.

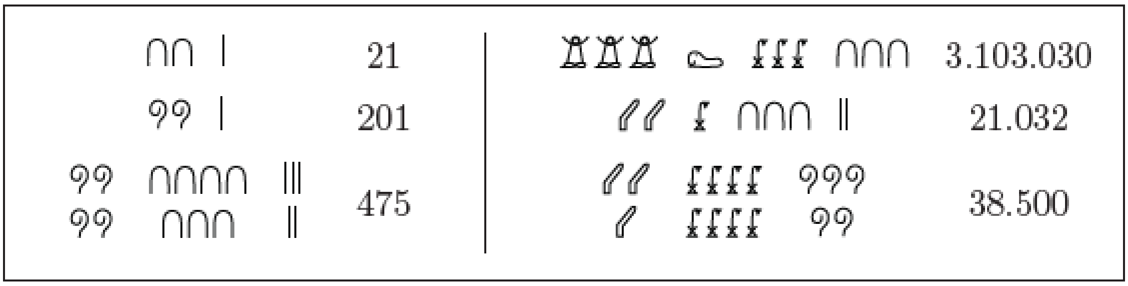
Figura 6 - Forma escrita de um número hieroglífico egípcio na base 10



Fonte: Eves (2011, p. 31).

Em seguida, apresentam-se os símbolos usados para grafar alguns números.

Figura 7 - Alguns números grafados a partir da composição dos símbolos

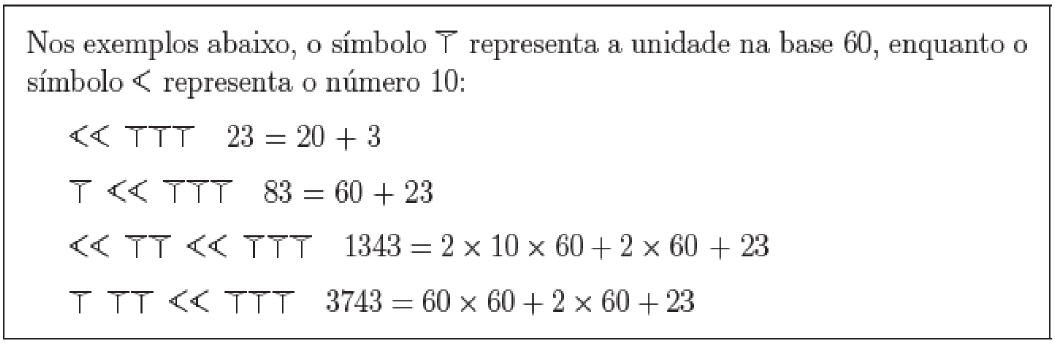


Fonte: Mol (2013, p. 24).

A escrita do número é feita da esquerda para a direita, muito embora o normal para os egípcios fosse expressá-lo da direita para a esquerda. Assim, utilizando os símbolos, os egípcios conseguiam escrever diversos números que julgassem necessário para resolver situações do cotidiano. Porém, com o passar do tempo, os cálculos foram se aprimorando, surgiram outras ideias, outros números e símbolos e, consequentemente, outras maneiras de resolver problemas matemáticos para outras civilizações.

Mol (2013) destaca que os babilônicos combinavam um sistema de numeração sexagesimal e decimal utilizando as bases (60 e 10), trazendo a ideia de posição, ou seja, os dígitos expressos à esquerda geralmente possuíam um valor maior. O símbolo 𒁹 representava a unidade 1 na base 60, já o símbolo 𒌋 representava o número 10. Evidencia-se que as combinações dos dois símbolos serviam para demonstrar números até 60. Quando se alcançava o número 60, imediatamente se passava para a esquerda e assim por diante. Desse modo, os números poderiam ser expressos utilizando apenas os dois símbolos. O exemplo a seguir mostra como era o procedimento dos cálculos utilizando os símbolos.

Figura 8 - Utilização dos símbolos 𒌋 e 𒁹



Fonte: Mol (2013, p. 18).

Acredita-se que o uso da base 60 tenha sido motivado por meio das observações astronômicas daquela época, considerando que o mês lunar tem duração de aproximadamente 30 dias e o ano 360 = 6 x 60 dias. Outra hipótese da base 60 possivelmente tem origem antropomórfica, ou seja, faz uso das duas mãos para contar de 1 a 60. O que também poderia ser por razões de natureza prática, uma vez que o número 60 possui uma gama de divisores (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 e 30), o que tornava mais fácil os cálculos envolvendo divisão e fração.

Segundo Aragão (2009), a Matemática teve início utilizando como técnica o dedo polegar para representar quantidades especiais; muito mais tarde, manifesta-se a ideia da formulação de teorias gerais em geometria, e o cálculo numérico aparece muito tempo depois. De acordo com a autora, "Bertrand Russel formulou uma moderna definição, que refere a Matemática como a ciência ligada à dedução lógica das consequências a partir de premissas genéricas, através da razão" (ARAGÃO, 2009, p. 3). A autora evidencia um reconhecimento do conceito da Matemática.

> A arte ou a beleza da Matemática não impede, contudo, que essa ciência seja um instrumento de progresso social e econômico e que esteja na base de inúmeras descobertas como resposta a necessidades específicas. Os dois aspectos da matemática, o artístico e o prático, refletem-se no desenvolvimento de duas vias, a Matemática Pura e a Matemática Aplicada (ARAGÃO, 2009, p. 4).

No contexto social, econômico e prático a Matemática está presente em quase tudo que fazemos; por isso, conforme Aragão (2009, p. 4), "a Matemática é considerada a rainha de todas as ciências e das tecnologias", e está presente na maioria das atividades desenvolvidas pelo homem como possibilidades múltiplas na busca de soluções dos problemas presentes na sociedade e no mundo tecnológico.

De acordo com Chaquiam (2017), vivemos num mundo que resulta, em grande parte, de forças naturais de tempos passados, porém, a partir de alguns milhares de anos é que se percebeu a importância da raça humana e de suas contribuições desde as antigas civilizações. Essas contribuições foram relevantes na modificação da realidade ambiental, social, cultural e científica da sociedade contemporânea. Nesse sentido, a Matemática tem sua importância no contexto social, suas descobertas são fundamentais para o crescimento e desenvolvimento da humanidade.

> Nas últimas cinco décadas, observa-se um crescente desenvolvimento de pesquisas relacionadas à História das Ciências e, em particular, a História da Matemática, que estão se constituindo um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, nas diferentes áreas e nos diversos níveis, o que permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados com grandes

> esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização (CHAQUIAM, 2017, p. 13).

Conforme Chaquiam (2017), pesquisas apontam que a inclusão de fatos do passado é um elemento interessante e dinâmico para ser introduzido em alguns conteúdos matemáticos, permitindo uma gama de possibilidades para se trabalhar com os estudantes em sala de aula. Essas maneiras diversas de se trabalhar permitem que o estudante reconheça a Matemática como uma criação humana, que emergiu da necessidade de resolver problemas do dia a dia, relacionando diferentes momentos e trazendo luz para o estabelecimento de comparações de processos matemáticos do passado e do presente.

4.2 Contando um pouco do contexto histórico das frações

Da realidade prática das civilizações antigas, por meio da medida e da contagem, a humanidade chegou à ideia dos números naturais e dos números racionais. O número natural veio da necessidade da contagem, já o número racional, da necessidade de medida.

Assim, é possível perceber ao longo da história das diversas civilizações que a invenção das frações aconteceu quando a espécie humana sentiu a necessidade de fazer medições, inicialmente para demarcação de terras. Tal necessidade fez com que algumas civilizações antigas, como os babilônios, egípcios, romanos, chineses e hindus, inserissem em seus sistemas de numeração novos elementos, que a princípio não foram considerados como números, para representar partes de um objeto. Dentre essas civilizações, estão os hindus, que deram os primeiros passos para a nossa notação atual de frações decimais.

Segundo Boyer e Merzbach (2012), pode ser imaturo querer afirmar algo sobre a origem da matemática, seja na aritmética ou na geometria, pois se entende que o início de tudo possivelmente se deu muito antes da arte de escrever. Notadamente, a falta de registros dificulta precisar épocas e datas com mais exatidão, e não é diferente com as frações. Berlingoff e Gouvêa (2010) relatam em seus estudos que as frações fazem parte da matemática possivelmente há mais de 4 mil anos.

> A origem do número inteiro é a mais antiga das ideias da matemática e é atribuída à antiguidade pré-histórica, porém, as tribos primitivas não sentiam a necessidade de usar frações, pois para calcular quantidades pequenas, os homens utilizavam unidades suficientemente pequenas (BOYER, 2001, p. 4)

Desse modo, entende-se que a necessidade da utilização da fração, assim como sua notação, parece ter surgido durante a Idade do Bronze com as culturas mais avançadas, como a egípcia. Segundo Boyer (2001), além da escrita dos números, o povo egípcio também é conhecido por ter desenvolvido o conceito de fração. Considera-se que as frações são relativamente novas ao comparar com os números inteiros e, segundo Contador (2012), a não utilização de frações em outras civilizações justifica-se pelo fato de que as frações não eram consideradas números. Boyer e Merzbach (2012) trazem o entendimento de número nas civilizações antigas e expressa o significado de número no Egito como o domínio dos números naturais e frações unitárias. Já os babilônios entendiam número como o corpo das frações racionais, e na Grécia a palavra número era utilizada apenas para os inteiros.

De acordo com Berlingoff e Gouvêa (2010), em épocas anteriores, quando os indivíduos precisavam considerar partes de objetos, estes literalmente eram quebrados e em seguida era feita a contagem dos pedaços. Daí é possível perceber a origem da palavra "fração", com a mesma raiz de "fratura" e "fragmento", que sugere a quebra de algo.

Observa-se que o processo de contagem precede todos os movimentos matemáticos mais sofisticados, exatamente porque a espécie humana desenvolveu habilidades para pensar em noções quantitativas, dentre elas o muito, o pouco, o grande e o pequeno. Segundo Eves (2011), as civilizações primitivas já traziam intrinsecamente alguma percepção de quantidade, e o processo de contagem dessas civilizações ocorreu antes dos primeiros registros históricos. Essa percepção estava relacionada à capacidade de reconhecer quantidades maiores e/ou menores, quando eram acrescentados ou retirados alguns objetos de um determinado local.

Desse modo, trazer essas reflexões compreende-se como uma maneira de entender melhor o contexto histórico das frações em diferentes civilizações, bem como estabelecer imbricações do amadurecimento e sistematização do ato de contar ao longo da história da humanidade até chegar ao sistema de numeração indo-arábico, utilizado de maneira (re)corrente na atualidade. Nesse sentido, para tentarmos compreender a ideia de fração, faz-se necessário entender a origem do sistema de numeração adotado em cada civilização.

4.3 As frações em diferentes civilizações

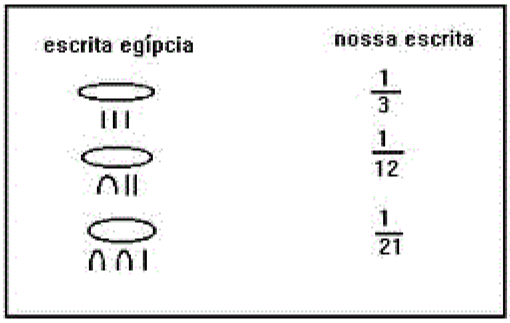
A história da matemática nos conta que essa ciência se desenvolveu a partir das necessidades humanas e, nesse processo, diferentes civilizações foram instigadas a utilizar números menores que a unidade, o que denominamos de fração.

No antigo **Egito,** por volta do ano 3000 a.C., o faraó Sesóstris distribuiu terras às margens do rio Nilo para alguns agricultores considerados privilegiados. Essas terras eram inundadas pelas enchentes todo ano, no mês de julho. A ocorrência desse fenômeno resultava na fertilização das terras da região, o que despertava nos proprietários a supervalorização desses campos para a agricultura da época.

Todo ano, após as inundações, era necessário refazer as remarcações das terras de cada agricultor. Isso se dava no mês de setembro, com o recuar das águas. Os agrimensores, também conhecidos por estiradores de cordas, eram os responsáveis por realizar as medições. Eles consideravam a corda como uma unidade de medida. Desse modo, esse profissional esticava as cordas verificando quantas vezes tal unidade de medida cabia inteira nos lados do terreno, com isso sente-se a necessidade de utilizar outras medidas menores, não somente a unidade inteira.

Provavelmente, foram os egípcios os primeiros povos a inserir as frações em seu sistema de numeração, mas outros povos antigos também o fizeram. E, assim como para os números inteiros, entende-se que cada civilização possuía sua própria maneira de representar as frações. No Egito eram conhecidas apenas as frações unitárias. Os escribas tinham uma forma especial para representar as frações: eles colocavam sobre a notação para o inteiro um sinal "oval" alongado. Como o numerador era sempre 1, a notação e compreensão era muito prática, como mostra a figura 10 a seguir.

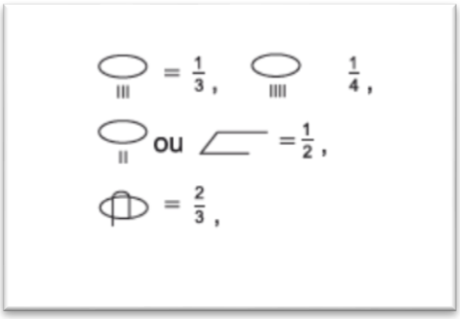
Figura 9 - Escrita egípcia



Fonte: Celestino (2017).

Boyer e Merzbach (2012, p. 31) conjecturam que "as inscrições hieroglíficas egípcias têm uma notação especial para frações unitárias, isto é, com numerador um". O recíproco de todo o inteiro era indicado simplesmente colocando sobre a notação para o inteiro um sinal oval alongado. Eves (2011) destaca que um símbolo considerado importante na época era utilizado para representar a notação da fração 2/3, e outro símbolo também especial demonstrava a fração 1/2, como mostra a figura a seguir.

Figura 10 - Escrita egípcia de algumas frações



Fonte: Eves (2011, p. 73).

Conforme Boyer e Merzbach (2012), os egípcios consideravam a fração 2/3 fundamental nas operações aritméticas, tanto que, para achar o terço de um número, o primeiro passo seria encontrar os dois terços e em seguida a metade dele. Os egípcios "conheciam e usavam o fato de dois terços da fração unitária 1/p ser a soma de duas frações unitárias 1/2p e 1/6p; também tinham percebido que o dobro da fração 1/2p é a fração 1/p" (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31).

Para nós, a notação 3/5 é considerada como uma fração irredutível, diferentemente do que pensavam os escribas egípcios, para quem a fração 3/5 era redutível à soma de três frações unitárias 1/3; 1/5 e 1/15. Nesse sentido:

> Para facilitar a redução de frações próprias "mistas" à soma de frações unitárias, o Papiro de Rhind começa com uma tabela fornecendo 2/n como soma de frações unitárias, para todos os valores de n de 5 a 101. O equivalente de 2/5 é dado como 1/3 mais 1/15; 2/11 é escrito como 1/6 mais 1/66; e 2/15 é expresso como 1/10 mais 1/30. O último item da tabela decompõe 2/101 em 1/101 mais 1/202 mais 1/303 mais 1/606. Não é claro por que uma forma de decomposição era preferida à outra, dentre as muitas possíveis. Esta última entrada certamente exemplifica a predisposição dos egípcios para calcular a metade e um terço; não é de modo algum claro para nós por que a decomposição 2/n = 1/n + 1/2n + 1/3n + 1/2 . 3 . n é melhor do que 1/n + 1/n. Talvez um dos objetivos da decomposição de 2/n fosse chegar a frações unitárias menores do que 1/n. Enquanto isso, a tabela do Papiro de Ahmes para 2/n é seguida de uma curta tabela para n/10 para n entre 1 e 9, as frações sendo novamente expressas em termos das favoritas: frações unitárias e a fração 2/3. A fração 9/10, por exemplo, é decomposta como 1/30 mais 1/5 mais 2/3 (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 31).

De acordo com Mol (2013), considerando o conhecimento dos egípcios, é importante destacar que esses povos consideravam apenas as frações unitárias, frações com numerador 1. Possuíam ainda símbolos específicos para as frações do tipo 1/2, 2/3 e 3/4; seus interesses eram pelas frações da forma 2/n.

O papiro de Rhind contém, em sua primeira parte, uma tabela com decomposições desse tipo para *n* ímpar variando de 3 a 101 (MOL, 2013, p. 24). O exemplo a seguir mostra um modelo de decomposição de fração do tipo 2/n.

Figura 11 - Decomposição de fração do tipo 2/n

A seguir, um exemplo de decomposição de uma fração da forma $2/n$ em frações unitárias:

$$\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606}$$

Essa decomposição pode ser obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{2}{101} &= \frac{1}{101} + \frac{1}{101} \\ &= \frac{1}{101} + \left(\frac{1}{2}\frac{1}{101} + \frac{1}{2}\frac{1}{101}\right) \\ &= \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \left(\frac{2}{3}\frac{1}{202} + \frac{1}{3}\frac{1}{202}\right) \\ &= \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606} \end{aligned}$$

Fonte: Mol (2013, p. 25).

Segundo a obra de Boyer e Merzbach (2012), Ahmes havia dado início à escrita de sua obra como garantia de um estudo completo, o qual daria conta de explicar de maneira minuciosa todas as coisas, além do conhecimento de todos os segredos aritméticos. Muitas outras formas de conhecimento, técnicas, métodos e fórmulas serviram para o aperfeiçoamento e o desenvolvimento matemático, incluindo o estudo e a importância das frações em diversas civilizações.

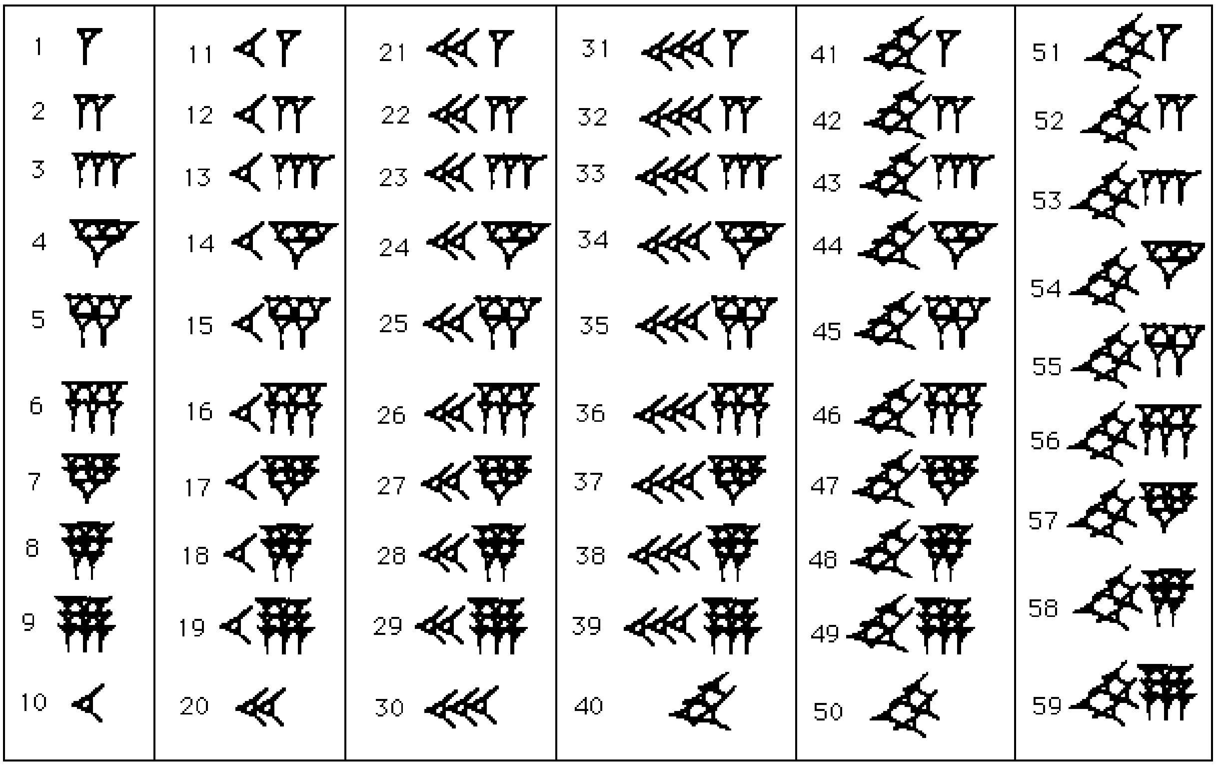
A **Mesopotâmia** compreende um conjunto de povos que viveram nos vales dos rios Tigres e Eufrates, hoje correspondendo aos territórios do Iraque e regiões adjacentes da Assíria nos períodos de 3500 a.C. até a Era Cristã. É considerada o berço da civilização na qual a vida urbana floresceu, houve o domínio da metalurgia, assim como da engenharia e pela primeira vez na história passou a existir uma economia de larga escala.

Essa civilização deixou o legado da comunicação escrita. Para escrever, eles utilizavam placas de argila marcadas com estiletes, as quais eram secadas ao sol ou cozidas para aumentar sua durabilidade. Esse processo se estendeu por muitos anos, preservando vários documentos importantes, como por exemplo, documentos envolvendo operações matemáticas (BOYER, 1974).

Na Mesopotâmia, a Matemática era utilizada de modo prático. Eles desenvolveram um extenso conhecimento de cálculos e medidas, o qual era utilizado para resolver problemas econômicos e comerciais. O sistema de numeração constituído por esses povos utilizava a base 60, e para os números inteiros menores até 59 (cinquenta e nove) seguiam a mesma estrutura que a hieroglífica egípcia, repetindo os símbolos para unidades e dezenas. Para além do número 59, os sistemas egípcios e babilônicos apresentavam divergências.

Como exemplo disso, pode-se demonstrar que o número 59 na civilização egípcia era simbolizado por cinco calcanhares e nove bastões. Os babilônios, de modo similar, utilizavam símbolos diferentes, representavam esse número com cinco cunhas largas colocadas de lado, sendo que cada uma representava dez unidades e nove cunhas verticais finas (conforme figura a seguir).

Figura 12 - Sistema de numeração mesopotâmico até o numeral



Fonte: FIOCRUZ.

O sistema posicional dos babilônios era muito parecido com o que utilizamos hoje. Por exemplo, o número 222, usa o mesmo algarismo três vezes, com significados diferentes de cada vez. Fazendo a contagem da direita para a esquerda, o primeiro dois (2) corresponde a duas unidades, depois duas dezenas e finalmente duas centenas (duas vezes o quadrado de base 10), ou seja, $2(10)^2 + 2(10)^1 + 2(10)^o$. Assim, de maneira similar, para escrever o número

7322 no seu sistema, os babilônios faziam uso de forma múltipla do símbolo, ou seja, eles representaram com três grupos de duas cunhas cada, da direita para a esquerda.

O grupo da direita representava duas unidades, o segundo o dobro da sua base, e o terceiro o dobro do quadrado da base, ou seja, $2(60)^2 + 2(60)^1 + 2(60)^0 = 2 . 3600 + 120 + 2 = 7200 + 120 + 2 = 7322$, em nossa notação.

Segundo Ifrah (2005), os babilônicos foram os primeiros a atribuir às frações uma notação racional, fazendo uso de sua numeração de posição com base 60. Eles as convertiam em frações sexagesimais (frações cujo denominador é igual a uma potência de 60). Além do mais, o sistema posicional também era utilizado nas operações com frações. Segundo Boyer (1974), os símbolos  eram usados não só para representar o número 122, mas também a fração 122/60, 122/3600. O número 122 era operado da seguinte forma: $2(60^1) + 2 = 120 + 2 = 122$.

Ifrah (2005) afirma que os babilônios escreviam as frações na forma sexagesimal e as representavam como as frações de horas transformadas em minutos e segundos. Por exemplo, transformar 33 minutos e 45 segundos em fração seria realizado da seguinte maneira: como uma hora tem 60 minutos, logo o denominador tem base 60 e o numerador seria a quantidade de partes de uma hora (33); de maneira similar, com os 45 segundos, sabe-se que uma hora tem 60 minutos e 60 minutos têm 3.600 segundos $(60)^2$, logo, o denominador do 45s é 60^2 e o numerador o (45s), ficando assim: $33/60h + 45/60^2h$.

Percebe-se que os denominadores estão todos relacionados com a base 60, a exemplo disso o $3600 = (60)^2$. Outro exemplo seria transformar 30 minutos e 02 segundos na fração $30/60h + 2/60^2h$.

Na **Grécia** não foi diferente. Os gregos também desenvolveram seu sistema de numeração utilizando pelo menos dois tipos de numeração: ática ou herodiânica (figuras 14 e 15), organizada por agrupamento e de base 10, na qual se utilizavam alguns símbolos cujos nomes continham as respectivas representações das quantidades; e jônica ou alfabética, um sistema de base na base decimal e posicional, cifrado, representado por letras.

Os numerais áticos ou herodiânicos têm origem no sistema romano, iniciando em maiúsculo. “Só maiúsculas eram usadas na época, tanto em obras literárias como na matemática, as letras minúsculas aparecem como uma invenção do período antigo final ou medieval inicial” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 40).

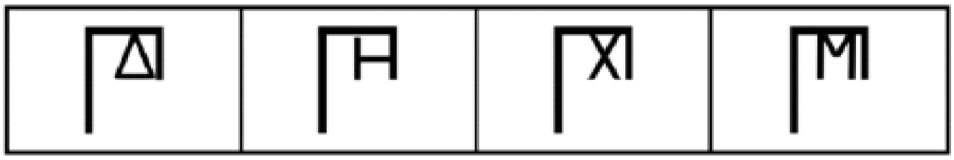
Figura 13 - Numeração ática

Ι	Γ	Δ	Η	Χ	Μ
-	Penta	Deca	Hecaton	Kilioi	Mirion
1	5	10	100	1.000	10.000

Fonte: *Site* Ciência de Garagem.[16]

Já o símbolo para representar o número cinco, Γ (penta), era utilizado em combinações com outros símbolos para representar múltiplos. Os números 50, 500, 5.000 e 50.000, por exemplo, eram representados da seguinte maneira:

Figura 14 - Numeração herodiânica



Fonte: *Site* Ciência de Garagem.[17]

Percebe-se que a notação dos números fracionários eram um pouco complexo, pois o símbolo apóstrofo ou risco também era utilizado para indicar fração de numerador 1 ou fração unitária, porém, usava-se o risco na parte superior à direita do símbolo. Contudo, para a fração 1/5 temos ε’, 1/63 é igual a ξγ’ e 1/150 representava ρν’.

Há mais de 3.000 anos, os povos da **China** elaboraram seu próprio sistema de numeração, o qual até os dias de hoje é utilizado. Esses povos também contavam com dois sistemas de numeração: o posicional e o princípio multiplicativo. Em relação ao princípio multiplicativo, existiam símbolos diferentes para os dígitos de um a dez, e símbolos adicionais para as potências de dez. O zero era representado com um espaço vazio. Na figura a seguir, constam os treze (13) símbolos fundamentais utilizados pelos chineses.

[16] Disponível em: <http://cienciadegaragem.blogspot.com.br/2014/12/como-os-sistemas-numericos-evoluiram-ao.html.>. Acesso em: 25 fev. 2019.
[17] Disponível em: <http://cienciadegaragem.blogspot.com.br/2014/12/como-os-sistemas-numericos-evoluiram-ao.html.>. Acesso em: 25 fev. 2019.

Figura 15 - Sistema de numeração chinês

Fonte: Ifrah (2005, p. 228).

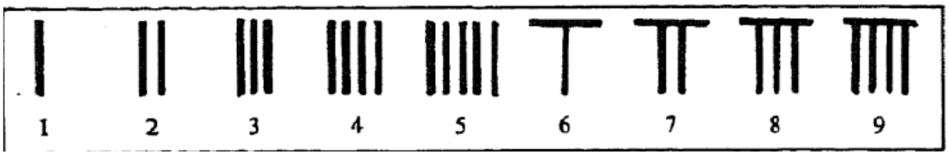
O que se observa no princípio multiplicativo é o uso da combinação dos símbolos das dezenas, das centenas, dos milhares e das dezenas de milhares com os símbolos das unidades. Desse modo, por exemplo, o número 79.564 tinha sua representação por meio do símbolo 10.000 seguido do algarismo 7, depois o de 1.000, antecedido do algarismo 9, o de 100 precedido pelo 5, o de 10 antecedido pelo algarismo 6 e finalmente o algarismo 4 como mostra a figura 17, a seguir.

Figura 16 - Representação do número 79.564

Fonte: Ifrah (2005, p. 228).

De acordo com Ifrah (2005), o sistema de numeração posicional foi redescoberto na época da dinastia Han (séculos II a.C. – III d.C.). Eles utilizavam barras verticais e horizontais para representar os números; assim, as cinco primeiras unidades utilizavam 5 (cinco) barras verticais, já o algarismo 6 (seis) era escrito com uma barra horizontal e outra vertical sobreposta, formando a letra T. O algarismo 7 (sete) era formado por duas barras verticais e uma horizontal sobreposta, e assim sucessivamente até o algarismo 9, conforme mostra a figura 18.

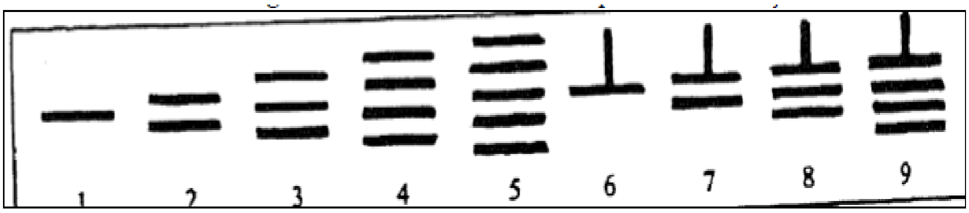
Figura 17 - Sistema posicional chinês



Fonte: Ifrah (2005, p. 244).

Tempos depois, os estudiosos chineses reformularam esses símbolos e passaram a utilizá-los de maneira invertida; assim, introduziram uma segunda notação para as unidades simples, reformulando os símbolos, embora de forma semelhante aos precedentes. Mas, dessa vez, com barras horizontais, ou seja, as barras deixaram de ser utilizadas na posição vertical, conforme mostra a figura a seguir.

Figura 18 - Símbolos chineses reformulados



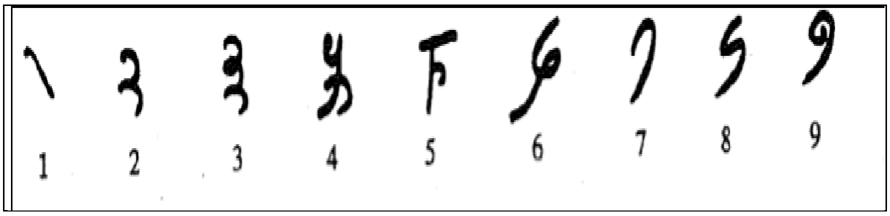
Fonte: Ifrah (2005, p. 245).

Conforme Boyer (1974), os chineses conheciam as operações com frações comuns, para as quais eles encontravam o mínimo denominador comum. Faziam analogias, referindo-se ao numerador como “filho” e ao denominador como “mãe”. Eles utilizavam a forma decimal no tratamento de pesos e medidas, seguindo esse mesmo padrão nas frações.

Celestino (2017) elucida que os chineses representavam as frações de modo prático e parecido com a nossa. A única diferença é que, em vez de simbolizar a fração imprópria (7/3, por exemplo), eles escreviam por meio do número misto: 3/3 + 3/3 + 1/3 = 2 + 1/3 = 2(1/3). Todas as regras usuais, tais como reduzir uma fração que não está simplificada, somar e multiplicar frações, eram utilizadas pelos chineses.

Concomitante na **Índia,** o sistema numérico hindu era feito de uma combinação de três princípios básicos, todos de origem antiga: (1) base decimal; (2) notação posicional; (3) forma cifrada para cada um dos dez numerais. A combinação desses três sistemas formou o moderno sistema de numeração. O desenvolvimento do nosso sistema de notação para os inteiros foi fruto das contribuições do moderno sistema numérico hindu. Na figura que se segue, constam os nove primeiros símbolos do sistema numérico hindu e seus correspondentes em nosso sistema numérico.

Figura 19 - Nove primeiros símbolos do sistema numérico hindu



Fonte: Ifrah (2005, p. 265).

Segundo Ifrah (2005), a notação moderna das frações se deve aos hindus, devido a sua numeração decimal de posição, simbolizavam as frações mais ou menos como usamos hoje; a diferença é que eles não usavam a barra horizontal na representação das frações. De acordo com Celestino (2017), as frações eram escritas usando dois números, um sobre o outro, a parte de baixo (denominador) mostrava o número de vezes em que foi dividido o inteiro.

4.4 O ensino e a aprendizagem de fração nos dias atuais

Comumente, o ensino dos números racionais tem início no 2º Ano do Ensino Fundamental, conforme sugestão dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular, quando o conceito de fração é formalmente apresentado aos estudantes e continua até pelo menos o 3º Ano do Ensino Médio.

De acordo com a BNCC (2019), no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, a expectativa é que os estudantes possam resolver problemas envolvendo números naturais e números racionais, cuja representação decimal seja finita, sejam capazes de justificar e argumentar os procedimentos utilizados para a resolução dos problemas. A perspectica é que os estudantes consigam aprofundar o conhecimento e a noção de número, para isso, é importante propor situações problemas envolvendo medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, "indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária" (BRASIL, 2019, p. 269).

Já em relação aos cálculos matemáticos, espera-se que os estudantes desenvolvam diferentes maneiras para se chegar aos resultados, assim como habilidades no que se refere à leitura, escrita, ordenação de números naturais, racionais e fracionários por meio da identificação e compreensão nos problemas propostos no dia a dia, tais como: situações envolvendo números fracionários na adição subtração, multiplicação, divisão e localização na reta numérica.

Nos anos Finais do Ensino Fundamental, torna-se imprescindível considerar as experiências e os conhecimentos matemáticos adquiridos pelos estudantes nos anos iniciais, além de criar situações que possibilitem novas observações sistemáticas de aspectos qualitativos e quantitativos da realidade, estabelecendo ideias mais complexas na resolução de problemas. De acordo com a BNCC,

> É recomendável que se faça uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6º ao 9º Ano com a finalidade de identificar como foi estabelecida a progressão das habilidades. Essa maneira é conveniente para comparar as habilidades de um dado tema a ser efetivadas em um dado ano escolar com as aprendizagens propostas em anos anteriores (BRASIL, 2017, p. 298).

A intenção do estabelecimento dessas ideias e a comparação das habilidades é formar uma conexão dos conteúdos trabalhados desde os Anos Iniciais até os Anos Finais do Ensino Fundamental.

No tocante ao Ensino Médio, para além do que já foi visto nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, conforme a BNCC, o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade em diferentes contextos. É necessário considerar as vivências cotidianas dos estudantes, as quais vêm sendo impactadas pelos avanços tecnológicos, pelo mercado de trabalho e por todo o contexto socioeconômico. Nesse sentido, considera-se importante o uso das tecnologias digitais e aplicativos na investigação matemática como um caminho de possibilidades para a aprendizagem dos estudantes. Assim, espera-se que os estudantes concluam a Educação Básica com habilidades suficientes para resolver problemas matemáticos envolvendo também o conteúdo de fração.

Porém, algumas pesquisas apontam que estudantes têm chegado ao final do Ensino Fundamental e Médio apresentando muita dificuldade na resolução de problemas que envolvem números racionais de maneira fracionária e decimais. Os resultados da pesquisa de Santos (2011) a seguir, mostram claramente essa realidade dos estudantes na compreensão e desenvolvimento do conceito de fração.

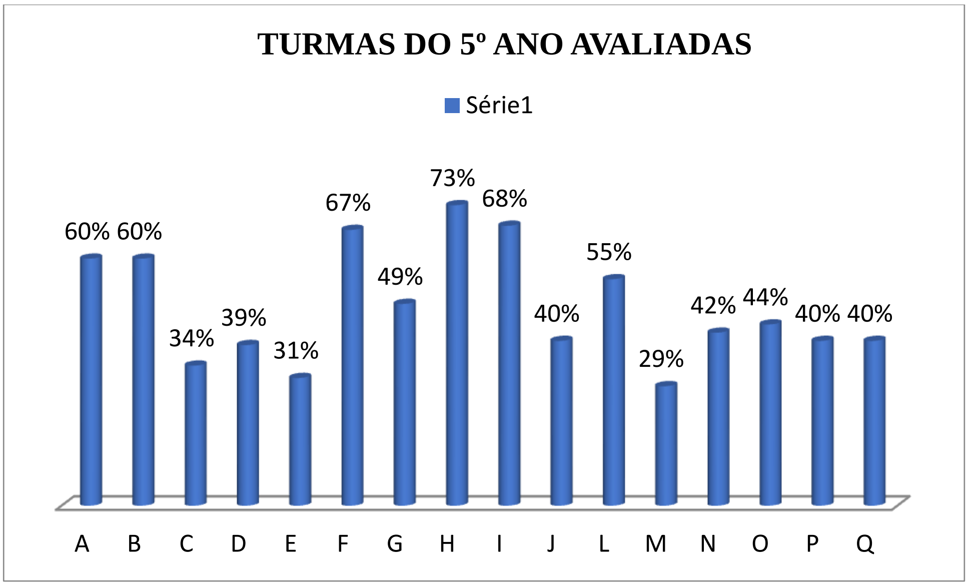
O estudo realizado por Santos (2011) teve como referência os resultados do SAEPE de 2008 divulgados em 2009 na Rede Municipal de Recife/PE, com amostragem de 276 estudantes, os quais responderam a um instrumento contendo questões de avaliações externas sobre números racionais, elaboradas a partir dos Descritores do SAEPE, contemplando os cinco significados de fração – parte-todo, medida, número, quociente e operador multiplicativo, em 08 turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de 04 escolas públicas.

Posteriormente, foram entrevistados 26 desses estudantes, com o objetivo de identificar as estratégias utilizadas por eles ao responder aos itens do instrumento de pesquisa.

Os resultados apontam, em âmbito geral, que tanto na pesquisa realizada quanto nos resultados do SAEPE/2008, em nenhum dos itens, o percentual de acerto chegou a 50%, o que se torna um dado preocupante ao se tratar de ensino e aprendizagem desses estudantes com relação aos conceitos e conteúdo de fração.

Realidade também presente no Tocantins, em 2019 o SAETO avaliou os estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental da rede municipal do Estado. Os resultados foram publicados em 2020 no endereço: https://seduc.to.gov.br/avaliacao/avaliacao-processual/, e estes foram sintetizados a seguir por meio dos gráficos 1 e 2. Ressaltamos que os dados apresentados a seguir, se referem às escolas localizadas nos municípios que pertencem a Regional de Ensino de Palmas. Atualemte a SEDUC-TO conta com 13 (treze) Diretorias Regionais de Ensino, sendo uma delas em Palmas Capital. Destacamaos que a avaliação do SAETO foi um trabalho realizado em parceria com a Rede Municipal de Ensino do Estado do Tocantins.

Gráfico 2 – Resultados das turmas do 5º Ano do Ensino Fundamental em 2019



Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados da SEDUC-TO[18].

Esse gráfico foi elaborado com base nos dados da SEDUC-TO, referente ao resultado da aprendizagem em Matemática dos estudantes matriculados em escolas dos municípios

[18] Disponível em: <https://seduc.to.gov.br/avaliacao/avaliacao-da-aprendizagem-final/>. Acesso em: 04 jun. 2020.

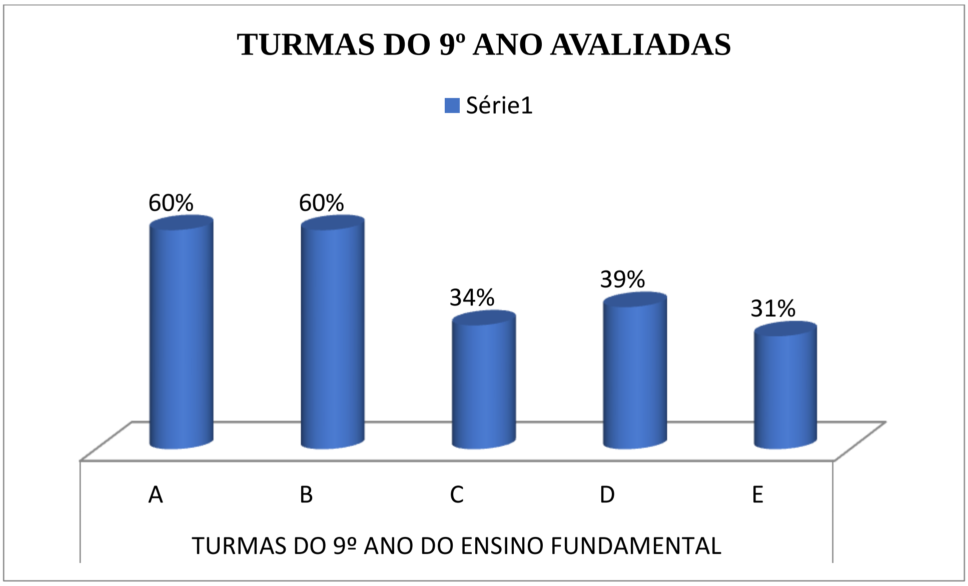
pertencentes à Regional de Ensino de Palmas-TO, nas turmas do 5º Ano do Ensino Fundamental no ano de 2019. Participaram da avaliação um total de 10 escolas, 16 turmas e 256 estudantes.

Ressaltamos que as turmas A e B pertencem à mesma escola, as quais obtiveram 60% de aproveitamento nas questões de Matemática; as turmas C, D e E são de outra escola e tiveram 34%, 39% e 31% respectivamente; as turmas G, H e I, também de outra escola, tendo como resultado 49%, 73% e 68% na mesma ordem, enquanto as turmas P e Q o resultado foi 40% de acertos. Segundo o padrão estabelecido pela Secretaria Estadual, o percentual de 50% a 70% é considerado como bom e de 70% a 100% satisfatório.

O que se percebe é que, das 16 turmas avaliadas pelo SAETO, em apenas 05 delas os estudantes obtiveram aproveitamento considerado pela SEDUC "razoável", enquanto 01 teve resultado "bom". Ou seja, em aproximadamente 37,5% das turmas avaliadas, os estudantes obtiveram resultado superior a 50%. São resultados que precisam ser analisados por toda esquipe escolar, verificar em quais conteúdos e descritores os estudantes apresenta maior dificuldade na resolução dos problemas propostos, trazer essas situações para novas discussões em sala de aula na perspectiva de melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos discentes.

Com relação aos resultados das turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental, o gráfico a seguir mostra os percentuais obtidos.

Gráfico 3 - Resultados das turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental em 2019



Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados da SEDUC-TO.

Ao verificar os percentuais sintetizados no gráfico 3, temos a considerar que foram avaliadas 05 turmas em 05 escolas, perfazendo um total de 54 estudantes. Vale ressaltar que o maior número de turmas do 9º Ano hoje se encontra na rede estadual. E relação aos resultados, não enxergamos uma situação muito diferente dos apresentados pelas turmas de 5º Ano, o gráfico 2 mostra que em apenas 40% das turmas avaliadas pelo SAETO em 2019 os estudantes obtiveram resultado considerado “bom”.

O que percebemos diante dos resultados é a continuidade dos problemas de aprendizagem dos conteúdos matemáticos pelos estudantes, tanto nos Anos Iniciais, como nos Anos Finais do Ensino Fundamental, e consequentemente as mesmas dificuldades perpassam o Ensino Médio. Do mesmo modo, faz-se necessário uma análise detalhada dos itens e descritores dos conteúdos matemáticos com menor índice de aproveitamento e, neste caso, também verificar o nível de acertos nas questões que envolvem o conteúdo de fração, objeto de estudo deste trabalho, tentando fazer conexão com o que está proposto no material de apoio pedagógico enos livros didáticos.

Sabemos que o “livro didático” se configura como grande aporte teórico e auxiliar do trabalho desenvolvido pelo professor no espaço da sala de aula juntamente com os estudantes e, na maioria das vezes, tem se tornado o único material de apoio para o professor, em muitas escolas públicas brasileiras. Contudo, esses livros nem sempre trazem em seu contexto estudos exploratórios do conteúdo de fração.

O Estado do Tocantins, no que se refere à escolha do livro didático, esse processo vem acontecendo de maneira democrática, conforme afirma a SEDUC/TO, uma vez que vêm sendo mobilizadas as 13 Diretorias Regionais de Educação, o que levou o Tocantins a uma adesão de 100% das escolas estaduais na escolha das obras do 5º ao 9º Ano do Ensino Fundamental nas disciplinas de Matemática, Português, Ciências e Geografia desde 2017, ressaltando que o 3º Ano do Ensino Médio ainda não possui escolha unificada. O trabalho envolve professores, coordenadores pedagógicos, diretores das unidades escolares e técnicos das diretorias e secretarias municipais de educação, de maneira que as escolhas das obras nos últimos dois anos se aproximem com a proposta indicada pela BNCC.
As obras são adquiridas pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

No quando 10 a seguir, apresentamos os autores selecionados dos livros didáticos do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental escolhidos pela Diretoria Regional de Ensino de Palmas.

Quadro 10 - Livros didáticos escolhidos para o 5º e o 9º Ano do Ensino Fundamental

ANO	AUTOR	TÍTULO
5º	José Ruy Giovanni Júnior	A Conquista da Matemática
9º	José Ruy Giovanni Júnior Benedicto Castrucci	A Conquista da Matemática

Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados da SEDUC-TO.

A obra escolhida para o 5º Ano do Ensino Fundamental convida os estudantes a conhecerem logo de início, a proposta estabelecida pelo autor tendo como referência a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, onde apresenta as unidades temáticas, os objetos de conhecimento, as habilidades e unidades do volume. A unidade temática está constituída pelos conteúdos: Números; Álgebra; Geometria: Grandezas e medidas; Probabilidades e estatística, com maior concentração do conteúdo de fração na unidade temática "número".

O sumário está organizado em nove unidades. Em relação ao conteúdo de fração, observamos que a primeira unidade trata do "Sistema de Numeração Decimal". A unidade 6 traz "Números Expressos na Forma de Fração", a unidade 7 aborda "Números Expressos na Forma Decimal" e a unidade 9 tem como tema "Operações com Números na Forma Decimal". Destaca-se que os números decimais podem e devem ser representados e operacionalizados nos problemas matemáticos também de maneira fracionário.

Em relçaõa as atividades propostas, obserca-se que estão organizadas de forma contextualizada e iconizadas, facilitando a leitura e compreensão do estudante.

O livro didático escolhido para o 9º Ano, também traz uma breve apresentação da sua estrutura organizacional, este apresenta o quadro de conteúdos e habilidades conforme BNCC o qual faz alusão ao conteúdo de fração apenas a um dos objetos de conhecimento ao expressar "potência com expoentes negativos e fracionários".

A obra está organizada em nove unidades temáticas, porém, nenhuma delas trata especificamente do conteúdo de fração, muito embora apareçam algumas operações que timidamente envolvam os números fracionários na resolução dos aproblemas propostos. Contudo, ao se tratar do ano final do Ensino Fundamental, além dos conteúdos propostos, se faz necessário uma revisão do que já foi trabalhado com os estudantes nos anos anteriores, neste caso, o conteúdo de fração também é pertinente, uma vez que está presente no qudro das habilidades propostas para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Estes momentos de observações e revisão dos conteúdos e habilidades, porcionam aos estudantes novas reflexõs e outras oportunidades de aprendizagem.

Na próxima seção, trataremos de estudos referentes aos registros de representação semiótica, características das quantidades e significados de fração, dialogando e refletindo sobre esses conceitos à luz de questões de prova de Matemática do SAETO.

5 UM CAMINHAR: DO ENGENHO AOS ESTUDOS E REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA, CARACTERÍSTICAS DAS QUANTIDADES E SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO

O primeiro contato no grupo escolar[19] no Engenho Jenipapo até a universidade, o menino de engenho percorreu um longo caminho. É o ambiente acadêmico que abre para ele as portas do conhecimento, fortalecendo sua intenção de estudar Matemática e despertando nele o prazer pelo estudo de fração.

> Ao trabalharmos com o ensino ou pesquisa em matemática, temos que ter sempre presente que estamos lidando com objetos, na maioria das vezes abstratos, algo que não é manipulável, pronto, acabado ou fisicamente observável e que, portanto, podem ter vários significados, mas sim estruturas ou relações que podem expressar diferentes situações ou fatos, que por consequência não são acessíveis à percepção, necessitando de uma representação, que é a base da comunicação, uma vez que expressa o conhecimento que se tem de um objeto de estudo, constituindo-se assim numa expressão gráfica. A utilização de gráficos, símbolos, figuras, fórmulas, desenhos, conceitos e outros, são representações para um mesmo objeto matemático (VIZOLLI, 2001, p. 50).

5.1 Registros de representação semiótica

Esta seção tem a intenção de proporcionar ao pesquisador e aos leitores deste trabalho condições para a compreensão de que o conceito de fração comporta diferentes registros de representação semiótica. Desse modo, de acordo com o Dicionário Aurélio, o termo representação significa “quadro, escultura ou gravura que reproduz uma coisa ou pessoa; exposição verbal ou escrita do que temos na mente”. Já para o termo registro, dentre seus vários sentidos, destacamos o “ato de registrar” algo em alguma coisa ou lugar. Assim, um enunciado em língua materna, uma fórmula algébrica, um gráfico de uma função ou uma figura geométrica e um conjunto de números, por exemplo, são representações semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes, com diferentes signos.

De acordo com Duval (2009, p. 13), “a particularidade da aprendizagem das matemáticas considera que essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens”. Em outros termos, para que de fato aconteça aprendizagem em matemática, é necessário que o estudante tenha conhecimento de vários sistemas de representação de um mesmo objeto matemático.

[19] “Grupo escola” expressão utilizada para caracterizar uma escola de pequeno porte estrutural situada em engenho (zona rural).

Duval (2009) destaca três perspectivas para o termo representação: representação mental, representação interna ou computacional e representação semiótica.

As **representações mentais** estão relacionadas à objetivação, que é responsável por formar novas representações e corresponde às descobertas da própria pessoa. Elas não se limitam às imagens mentais, mas incluem conceitos, ideias, noções, crenças, portanto, estão relacionadas aos conhecimentos e valores do indivíduo na convivência com seus pares e na sociedade. Nesse sentido, as representações mentais são também representações conscientes, essenciais, se observarmos pelo ponto de vista cognitivo.

"A objetivação corresponde à descoberta pelo próprio sujeito do que até então ele mesmo não supunha, mesmo se outros lhe houvessem explicado" (DUVAL, 2009, p. 41). Ainda, "corresponde à formação de representações mentais novas, é acompanhada de uma produção de representações semióticas" (DUVAL, 2009, p. 46), sendo sua função quase sempre assimilada com a função de expressão, mesmo sendo independente dela.

Por sua vez, as **representações internas ou computacionais** não são representações conscientes e estão relacionadas ao tratamento de informações de forma mecânica por um sistema. "Essas representações traduzem a informação externa a um sistema sob uma forma que a deixa acessível, recuperável e combinável no interior desse sistema" (DUVAL, 2009, p. 47). De acordo com o autor, trata-se de uma inteligência artificial, interna e não consciente, em que o sujeito apenas executa essas representações por meio de regras, macetes ou fórmulas de maneira mecânica.

Já as **representações semióticas** estão relacionadas a um sistema de signos, linguagem, gráficos que podem ser transformados em outros sistemas, também semióticos, de representação equivalente, com significados diferentes. Segundo Duval (2009, p. 32), "a noção de representação semiótica pressupõe, então, a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para outro". Em outros termos, isso seria uma mudança de forma, de uma representação inicial na forma de *linguagem natural* em uma *representação gráfica*, por exemplo.

> Em outros termos, a operação de conversão se revela nem trivial nem cognitivamente neutra. Não se pode, então, fazer como se o conteúdo representado estivesse destacado da forma que o representa, como se a *noésis* fosse independente da *semiósis* (DUVAL, 2009, p. 35).

Para o autor, a *semiósis* não se constitui apenas na diversidade de sistemas semióticos, mas principalmente numa possibilidade de fazer correspondência entre esses sistemas. Duval (2009) elucida três fenômenos, que são estreitamente interligados, relacionados ao desenvolvimento do conhecimento e aos impedimentos quanto à aprendizagem encontrada nas representações: diversificação dos registros de representação semiótica (gráficos cartesianos, esquemas e tabelas, cada qual exige aprendizagens específicas); diferenças entre representante e representado (objeto matemático e sua representação semiótica); e coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica disponíveis. Assim, o tratamento dos objetos matemáticos depende, portanto, das possibilidades de suas representações.

Duval (1995) distingue três atividades cognitivas, fundamentais, ligadas aos registros de representações, quais sejam: formação, tratamento e conversão.

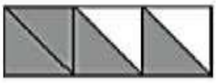
A **formação** de uma representação semiótica é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido. Enquanto o **tratamento,** é natural na resolução de tarefas os estudantes fazerem uso de conversão e/ou transformação, atribuindo o mesmo significado para ambos. No entanto, há uma diferença considerável entre esses termos. Para Duval (2009), o **tratamento** é uma transformação de uma representação em outra que se dá no interior do mesmo sistema semiótico. Já a **conversão** requer a mudança de sistema semiótico, portanto, há a mobilização de um novo registro.

Como exemplo, ilustraremos a seguinte situação: 0,4 = 4/10 = 2/5 = 40/100 = 40%. Nesse caso, utilizaram-se três registros de representação semiótica numérico distintos (decimal, fracionário e percentual). Ao passar do registro decimal (0,4) para fracionário (4/10 = 2/5 = 40/100), temos uma **conversão**, assim como na passagem de fracionário (4/10 = 2/5 = 40/100) para percentual (40%). Na passagem de uma fração para outra, mantivemos o mesmo registro semiótico, ou seja, representamos frações equivalentes, portanto não houve mudança de sistema semiótico, o que denota o uso do **tratamento**.

Conforme Duval (2009), não é comum os estudantes apresentarem muita dificuldade com relação às atividades que tratam da transformação por meio do tratamento, mas, quando se trata da conversão, costuma haver complicações. Isso nos mostra a importância de se trabalhar em sala de aula as diferentes maneiras de representar um mesmo objeto matemático.

Ao se tratar das representações semiótica no ensino de fração, podemos destacar os registro simbólico, composto pelos numéricos ou algébricos; figural, no qual se devem levar em consideração as quantidades contínuas e discretas; linguagem natural, por exemplo, "*dois terços*"; e os registros numéricos de porcentagem e de divisão. Santana *et al* (2013) sintetizam esses possíveis registros em um quadro, conforme reproduzido na figura que se segue.

Figura 20 - Registros de representação semiótica de fração

Registros de representação da fração			
Registro figural	*Registro simbólico*	*Registro Concreto*[1]	*Registro na língua natural*
Contínuo 	Numérico $\frac{4}{6}$ 0,5 66, 66% $4 \div 6$		Uma fração pode ser escrita seguindo as regras e convenções do Sistema Decimal de Numeração
Discreto 	Algébrico $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, $a,b \in \mathbb{Z}$ a. $10^{n/3}$		Um número racional escrito na forma $\frac{a}{b}$ com a e b inteiros e $b \neq 0$ está representado por uma fração

Fonte: Santana *et al* (2013, p. 4).

Para que aconteça de fato a aprendizagem do conteúdo de fração, faz-se necessário mobilizar vários registros de representação dentro de um mesmo objeto matemático. É comum professores fazerem uso do registro de representação numérico-fracionário do tipo $\frac{a}{b}$, com b $\neq$ 0 em que “a” representa a quantidade de partes pintadas e “b” a quantidade total das partes.

De acordo com Santana *et al* (2013), os registros mais utilizados dentre os numéricos são os fracionários, isso se justifica pelo fato de serem os mais presentes em questões trabalhadas na sala de aula. Desse modo, os estudantes encontram dificuldade em resolver problemas que precisam passar de um registro para outro. Esse fato se dá porque eles não aprenderam que, para um mesmo objeto matemático, podem existir diferentes representações.

Isso significa que há um “enclausuramento” provocado pelo monorregistro, que impede o reconhecimento de outro objeto matemático em representações diferentes (SANTANA *et al*, 2013, p. 11).

5.2 Características das quantidades

Para melhor compreensão dos professores e estudantes dos conceitos matemáticos, e em especial o de fração, muitas vezes se faz necessário verificar as características das quantidades, quais sejam: discretas, contínuas, intensivas e extensivas.

Quando compreendemos essas características e conseguimos diferenciar quantidades contínuas e discretas (descontínua), intensivas e extensivas, o processo de ensino e aprendizagem do conceito de fração se torna significativo, tanto para o professor quanto para o estudante.

Assim, os objetos na sala de aula e no espaço escolar terão diferentes significados na construção dos conceitos de fração. Para tratar desses conceitos, fundamentamo-nos nos estudos de Nunes *et al* (2005), Merlini (2005) e Carvalho (2017).

Para melhor compreensão desse conceito, consideremos o exemplo a seguir, proposto na prova de Matemática do SAETO de 2011 aos estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 11 - Questão do 9º Ano do Ensino Fundamental

03 - (SALTO-2011) Numa empresa há 270 funcionários. Dentre eles, 30% são fumantes. Qual o número de funcionários que não são fumantes? (A) 81 (B) 125 (C) 189 (D) 300

Fonte: Caderno de Prova (SALTO, 2011)

O enunciado indica a quantidade de funcionários de uma empresa e informa, em registro numérico percentual (30%), que uma parte são fumantes e a incógnita reside na quantidade de não fumantes.

O fato de as quantidades referirem-se a **pessoas**, neste caso, caracteriza-se como **quantidade discreta** e, ao se comparar as partes de fumantes (30%) com os de não fumantes (70%), tem-se uma **quantidade discreta e extensiva** (NUNES *et al,* 2005).

Assim, podemos dizer que quantidade discreta é um conjunto de objetos de mesma natureza (ou unidades naturais) que, mesmo depois de realizar algum tipo de operação matemática, continuam sendo da mesma natureza inicial, formando novo conjunto ou subconjuntos.

As unidades naturais são características que definem uma **quantidade discreta**. Como exemplo, podemos citar as quantidades de botões, tijolos, bonés, bolinhas de gude, pessoas, votos, dentre outros. Note que se trata de quantidades cuja finalidade reside em unidades inteiras, embora matematicamente seja possível obter resultados menores que a unidade (NUNES *et al*, 2005).

Já em relação às quantidades **extensivas e intensivas**, Nunes *et al* (2005) apresentam diversos exemplos com o objetivo de compreender melhor essas quantidades. Eles argumentam que não há dificuldades em medir quantidades extensivas discretas, no entanto, o mesmo não ocorre com as quantidades extensivas contínuas. Percebe-se que as quantidades extensivas podem ser tanto discretas quanto contínuas. Apresentam-se a seguir dois exemplos para esclarecer melhor essas relações.

Quadro 12 - Relação de quantidades extensivas discretas

Quantidades extensivas discretas
Exemplo 01: Em uma fruteira, encontram-se 4 mangas e 6 bananas. Qual a fração que representa a quantidade de mangas da fruteira?

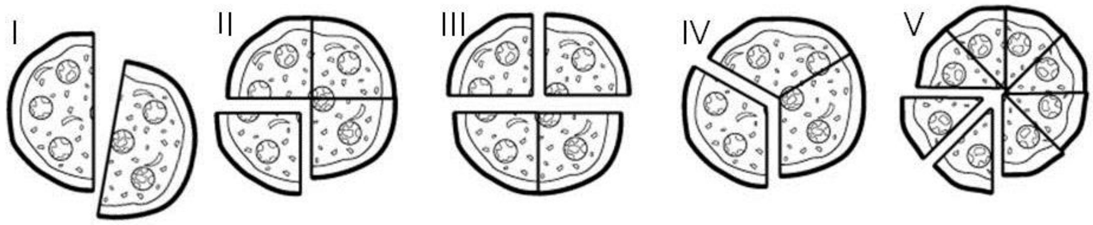
Fonte: Adaptado de Barros (2018).

O exemplo contém dois elementos de mesma natureza (mangas e bananas). A lógica figura na relação parte-todo, ou seja, princípio aditivo. Comparam-se dois tipos de frutas distintas (4 mangas e 6 bananas), sendo a quantidade total (10 frutas), e o que se pede é a representação fracionária da quantidade de mangas (04) em relação ao todo que se encontra na fruteira. Portanto, nesse caso, a solução seria 4/10 = 2/5 = 40%. Isso significa dizer que a parte restante da fruteira é igual ao todo menos a parte considerada, assim tem-se 6 = 10 – 4, o que representa uma **quantidade discreta e extensiva**.

Para demonstrar as quantidades **extensivas contínuas**, trazemos uma questão do SAETO do ano de 2018, que foi proposto aos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental na rede pública do Tocantins.

Quadro 13 - Questão do 5º Ano do Ensino Fundamental

D21 - Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
05. Observe as imagens abaixo:



Quais as duas imagens que representam que $\frac{1}{4}$ da pizza foram retirados para ser consumida?

(A) I e II
(B) II e III
(C) II e V
(D) III e IV

Fonte: Caderno de Prova do SAETO (2018).

Muito embora o enunciado da questão leve a compreender que se trata de **equivalência de fração** entre as pizzas que estão divididas em vários pedaços, o exemplo mostra que estamos tratando de uma **quantidade contínua**, nesse caso é a pizza. A natureza da quantidade é a mesma, ainda que dividindo-a exaustivamente, continuará sendo pizza. Portanto, temos quantidades **contínuas e extensivas.** Nesse caso, existem diversas possibilidades para que os professores e estudantes possam explorar o máximo possível os conceitos de fração. Nesse exemplo, para responder o que se pede, temos a imagem II, na qual a pizza foi dividida em quatro pedaços, sendo tomado apenas um deles, ou seja, 1/4; e a imagem V, em que a pizza está dividida em 8 pedaços e foram tomados dois deles, ou seja, 2/8 (2/8 ≡ 1/4). Portanto, a alternativa que satisfaz a questão é a letra C.

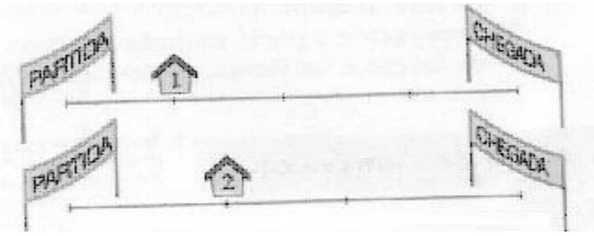
Enquanto as **quantidades contínuas** são unidades convencionais características de medidas, podemos dizer que, mesmo que as quantidades sejam divididas exaustivamente, elas mantêm as mesmas características iniciais. Em outras palavras, quando se toma um padrão e se compara esse mesmo padrão, estamos tratando de quantidades contínuas. As unidades convencionais, como o comprimento de uma mesa, o peso de um objeto e a quantidade de água em uma limonada, são características de quantidades contínuas (NUNES *et al*, 2005). Baseado em Nunes (2005), Carvalho (2017, p. 33) reafirma que quantidades contínuas são aquelas divididas exaustivamente sem necessariamente perderem suas características.

> Apesar das diferenças entre quantidades contínuas e descontínuas, elas estão baseadas na mesma estrutura lógica, que é a relação parte-todo: a soma das unidades é igual ao valor do todo. Essa estrutura lógica relaciona-se ao fato de que a medida dessas quantidades é essencialmente uma comparação entre duas quantidades de mesma natureza (NUNES *et al*, 2005, p. 121).

Para melhor compreensão do que trata as quantidades contínuas, trazemos a seguir uma questão da prova do SAETO proposta aos estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental no ano de 2011.

Quadro 14 - Questão do 9º Ano do Ensino Fundamental

09 - (SALTO-2011) No aniversário de 40 anos de uma cidade, houve uma corrida comemorativa de 36 quilômetros. Ao longo do caminho há postos que fornecem água aos atletas. Um corredor que sai do ponto de partida encontra o primeiro posto a 1/4 desse caminho. O segundo posto está a 1/3 do caminho em relação ao ponto de partida. Qual a distância do ponto de partida até o posto 2?



(A) 6 km
(B) 9 km
(C) 12 km
(D) 18 km

Fonte: Caderno de Prova (SALTO, 2011).

Mesmo que o problema mencione que a corrida seja uma atividade em comemoração ao aniversário de uma cidade, comumente esse tipo de situação é apresentado para fins didáticos. O enunciado informa a distância a ser percorrida (36 km) e dá destaque a dois pontos do trajeto (1/4 e 1/3), mas a incógnita reside na distância percorrida até o ponto 2, indicado como 1/3. Está caracterizada uma **quantidade contínua** (NUNES *et al*, 2005), numa relação **parte-todo** (NUNES *et al,* 2003), e o registro do enunciado foi apresentado em **linguagem mista, alfabética e numérica** (DUVAL, 1993), com destaque ao **numérico fracionário**.

Observa-se, no entanto, o tempo de emancipação do município (40 anos), assim como a distância entre o ponto de partida e ponto 1/4, elementos que não entram em cena na pergunta do problema, mas que podem se configurar como distrações para os estudantes.

Para resolver o problema e responder ao que foi perguntado, basta entender que se trata de 1/3 de 36 km, portanto 36 : 3 = 12 km. Os estudantes também podem lançar mão da **equivalência de fração** e chegar ao mesmo resultado (1/3 = 2/6 = 3/9 = ... = 12/36 = ...), ou ainda utilizar o operador função, o qual faz passar 3 para 36, que é o mesmo que faz passar 1 para 12; ou ainda ver a questão como uma **proporção**, na qual fazendo uso da **regra de três** também se chega ao resultado.

Quando a medida tem como base a comparação entre duas quantidades diferentes, trata-se de quantidades **intensivas**. Segundo Nunes *et al* (2005, p. 122), "quando a medida de uma quantidade se baseia na comparação de duas quantidades da mesma natureza e na lógica parte-todo, dizemos que a medida se refere a uma quantidade **extensiva**". Em outras palavras, as quantidades extensivas estão baseadas no princípio aditivo e as quantidades intensivas no princípio multiplicativo (NUNES *et al,* 2005). Vejamos um exemplo característico.

Tomemos dois recipientes contendo suco de laranja com capacidades de 80 ml e 20 ml, respectivamente. Ao colocarmos esse suco todo em uma jarra, a quantidade de suco continua a mesma, formando um todo maior (100 ml), o que é igual à soma das partes. Esse é um exemplo característico de quantidade **contínua e extensiva,** na qual o produto final não se altera (NUNES *et al,* 2005).

No entanto, se tivermos dois recipientes com 500 ml de suco de laranja cada um, sendo um com 80% de concentração e outro com 30% de concentração, ao colocarmos tudo numa única vasilha, a quantidade de suco permanece a mesma (500 ml + 500 ml), mas a concentração se altera. Essa alteração se deve ao fato de que em um recipiente havia 80 partes de suco concentrado e 20 partes de água, enquanto no outro havia 30 partes de suco concentrado e 70 partes de água, o que não cabe estabelecer uma relação de adição. Esse é um exemplo característico de quantidade **contínua e intensiva,** na qual o produto final sofre alteração. Nesse caso, ao juntar as quantidades no mesmo recipiente, a água alterou a concentração do suco de laranja (NUNES *et al*, 2005). Quanto à quantidade **discreta e intensiva**, ilustraremos com um exemplo em que se compreende que a soma total das partes é igual ao todo.

> Vamos organizar uma festa para os garotos da classe e outra separada para as garotas. Na classe há 12 garotas e 8 garotos. Para cada festa, compramos 24 bombons. Em casa festa, os bombons vão ser distribuídos igualmente entre os participantes. Os garotos e as garotas vão ganhar o mesmo número de bombons? Por quê? (NUNES *et al,* 2005, p. 143).

Nesse problema, fica evidente a comparação existente entre duas quantidades distintas, ou seja, pessoas e bombons, e o objetivo é saber a quantidade de bombons que serão distribuídos para cada grupo de pessoas, tanto as garotas como os garotos; portanto, tem-se quantidade **intensiva e discreta.**

Para sintetizar o que foi discutido, apresenta-se o quadro 15, que expressa de modo claro as relações existentes entre as quantidades contínuas e discretas, intensivas e extensivas.

Quadro 12 - Relação entre quantidades discretas e contínuas, intensivas e extensivas

Quantidades	Intensivas	Extensivas
Contínuas	Letícia e Ritianne prepararam um suco de graviola em que utilizaram 3 copos de suco concentrado e 2 copos de água. Qual a fração que representa a quantidade de suco concentrado e de água nesse preparo?	Wander percorreu 2/3 de uma estrada, o que corresponde a 50 km. Nesses termos, qual a distância total da estrada?
Discretas	Kelly preparou um litro e meio de uma limonada, na qual foram utilizadas 3 partes de água e 2 partes de polpa de fruta. Qual a fração que representa a quantidade de água dessa limonada?	Em uma fruteira restam apenas 4 mangas e 6 bananas. Qual a fração que representa a quantidade de mangas nessa fruteira?

Fonte: Adaptado de Barros (2018).

De acordo com o que foi apresentado no quadro 10, pode-se dizer que existe mais possibilidade de compreensão e/ou aprendizagem do conteúdo abordado, quando este se apresenta por meio de problemas. Os exemplos trazidos expressam as relações entre as quantidades contínuas e discretas com intensivas e extensivas; o objetivo é perceber que é possível estabelecer relações entre elas.

Já em relação ao conceito de fração, percebe-se uma tendência em utilizar mais as quantidades contínuas no ensino como também as discretas. Possivelmente, isso ocorre por conhecimento limitado dos professores em relação às quantidades discretas.

Em relação às quantidades extensivas, um dos exemplos mostra que a quantidade é medida pela relação entre as duas variáveis em questão, ou seja, a fração que representa a quantidade de mangas na fruteira, parte-todo. Assim temos, ($4/10 \equiv 2/5 \equiv 0{,}4$).

5.3 Significados de fração

Segundo Campos *et al* (2009 *apud* SCHASTAI; FARIAS; SILVA, 2017), o conteúdo de fração não é aprendido com facilidade pelos estudantes, muito embora a proposta da BNCC é que esse conteúdo tenha início no Ensino Fundamental e seja trabalhado em sala de aula de modo contextualizado proporcionando momentos de aprendizagem. A perspectiva é que os estudantes aprendam o conteúde de fração e seja capazes de operar de maneira significativa nos problemas do dia a dia.

Nunes *et al* (2003 *apud* MERLINI, 2005) afirmam que a classificação teórica do conceito de fração contempla cinco significados, a saber, número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. “Consideramos que é importante conhecer as diferentes ideias das frações porque essas têm relação com a construção do conceito de números fracionários” (SCHASTAI; FARIAS; SILVA, 2017, p. 87).

5.3.1 Significado número

Esse significado se refere ao fato de que a fração, da mesma maneira que os números inteiros, não precisa necessariamente remeter a uma determinada quantidade (contínua ou discreta). Além disso, a fração é um número para o qual “existem duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal” (MERLINI, 2005, p. 27).

Desse modo, o estudante não precisa recorrer a situações particulares no contexto das quantidades contínuas e/ou discretas para compreender e resolver problemas do tipo “converta o número decimal 1,5 em uma representação fracionária”, ou ainda “indique numa reta numérica os números 1/2, 2/3 e 3/2”. Note que aqui se estabelece relação entre a quantidade indicada no numerador e a quantidade indicada no denominador.

Segundo Santana (2012), ao admitirmos esse significado como número, faz-se necessário considerar a percepção de que o uso do número fracionário significa ampliar as maneiras de quantificar algo ou alguma coisa, o que era suscetível aos números naturais. Em outros termos, “esses números surgiram da necessidade de subdividir a unidade num certo número de partes iguais, constituindo-se, dessa forma, em *frações da unidade*” (SANTANA, 2012, p. 56).

5.3.2 Significado parte-todo

Esse significado refere-se à compreensão da fração como uma relação parte-todo. “A ideia presente nesse significado é a da partição de um todo (contínuo ou discreto) em n partes iguais e que cada parte pode ser representada como 1/n” (MERLINI, 2005, p. 28). Para sintetizar essa ideia, propomos o quadro 16, que expressa a relação **parte-todo** numa questão de prova do SAETO de 2011 para o 5º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 13 - Questão do 5º ano do EF com relação parte-todo

15 - (INEP/2009-Adaptada) Luma comprou um metro de fita e gastou 0,8m.
Qual é a fração que representa a parte que ela gastou?

(A) 1/2
(B) 3/4
(C) 8/10
(D) 2/5

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2011).

Esta questão foi apresentada em linguagem alfabética e numérico decimal (DUVAL, 1993), cujo enunciado pode ser entendido como uma relação **parte-todo**, que envolve medida, portanto **quantidade contínua** (NUNES *et al*, 2005).

A pergunta do problema remete à **conversão** de que trata Duval (1993), exigindo a **passagem do registro numérico decimal para fracionário**. Possivelmente os estudantes farão a leitura de que 0,8 ≡ oito décimos, que também é equivalente a 8/10, e indicarão a alternativa como resposta, sem dar a devida atenção ao fato de que 0,8m é equivalente a 80cm e que 1m = 100cm, **parte-todo** (transformação de medida), para então estabelecer a relação 80/100 = 8/10. Para a resolução da questão, é necessário que o estudante tenha compreensão dos conceitos de fração.

5.3.3 Significado medida

O significado medida está associado à ideia de comparação entre duas quantidades (intensivas e extensivas), sendo que algumas medidas são obtidas por meio da relação entre variáveis. “Para tal se faz necessário o estabelecimento de um referencial de comparação único para grandezas de mesma espécie como, por exemplo, centímetros para metros” (SANTANA, 2012, p. 59); em outros termos, esse significado está ligado à identificação de quantas vezes uma unidade “cabe” em outra e que fração corresponde a essa comparação.

> Para esse significado, além da abordagem de quantidades contínuas e discretas cabe considerá-la no contexto das quantidades extensivas e intensivas. As quantidades extensivas podem ser representadas por frações quando se tem a finalidade de representar o valor de uma quantidade. Por exemplo, a fração 12/60 pode se referir a uma quantidade extensiva se tiver a intenção de indicar a quantidade de alunos que reprovaram dentre o total de alunos de uma classe. Nesse caso, a medida por ela expressa é o quociente entre número de alunos que reprovaram dividido pelo número de alunos total da sala (SANTANA, 2012, p. 60).

O significado medida pode ser observado em situações que envolvem tanto as quantidades extensivas quanto as intensivas, como as que se seguem.

1) No preparo de um litro de suco, Márcia utiliza 4 medidas de água e 3 medidas de polpa de fruta. Qual a fração que representa a quantidade de água no suco?

Note que, no caso do preparo do suco, as quantidades se misturam e não é mais possível separá-las, formando um todo contínuo. Esse é um exemplo característico de quantidades contínuas e intensivas.

2) Deyse foi ao supermercado e colocou na cesta de frutas 5 maçãs, 3 bananas e 4 peras. Qual a fração que representa a quantidade de bananas da cesta?

No caso das frutas, há ampliação da quantidade de frutas, podendo, se for o caso, separá-las em suas unidades. Tem-se, portanto, um exemplo característico de quantidades discretas e extensivas.

Ressalta-se que, na primeira situação, tanto a quantidade de água quanto a de polpa de fruta são expressas por uma medida (significado), e o resultado é obtido pelo quociente entre as medidas de água (03) e a quantidade total de medidas (05), ou seja, a razão de 2 para 3, podendo ser representado pela fração 2/3, ou ainda, 3 para 2 (3/2).

Já a segunda situação trata de quantidades discretas; mesmo juntando as três partes de frutas (05, 03 e 04, respectivamente), isso não resulta em uma terceira mistura, porque as unidades de frutas não se dissolveram, permanecendo suas características iniciais.

5.3.4 Significado quociente

Segundo Merlini (2005), o significado quociente está presente nas situações em que a operação de divisão se torna uma estratégia eficaz na resolução de determinado problema. “Isso significa que, conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo” (MERLINI, 2005, p. 30). Conforme Silva (2005, p. 121), “as tarefas que solicitam a mobilização da concepção de quociente para números fracionários estão, geralmente, associadas à distribuição de grandezas”.

Nesse sentido, a operação de divisão consiste na técnica apropriada da resolução de situações de significado quociente, em que o ato de dividir (distribuir) uma quantidade a em partes iguais b está ligado à ideia de relacionar um número fracionário $\frac{a}{b}$, com b $\neq$ 0 à operação $a \div b$. Ao utilizar essa concepção, a fração 3/4 pode ser vista como três dividido por quatro, o que nos leva a compreender a fração de outra maneira e associá-la aos números naturais, uma vez que 3/4 = 0,75. E que o número fracionário 7/3 pode ser representado de maneiras distintas. Veja: 7/3 = 7÷3 = 2,33… ou 7/3 = 2 + 1/3 = 2(1/3). No primeiro caso, temos a conversão de número fracionário para decimal e, no segundo, mudou-se somente a forma de representar a fração, passando para a forma de número misto (PAULA, 2013).

Analisaremos a seguir uma questão de prova do SAETO de 2017, proposta aos estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental.

Quadro 14 - Questão do 5º Ano do EF com significado quociente

20. (PROVA BRASIL) Sara fez um bolo para seus filhos e o repartiu em 24 pedaços iguais. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Marta comeu 5 e Jorge não comeu nenhum pedaço. Que parte do bolo foi consumida?

(A) $\frac{1}{24}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2017).

A questão é anunciada em linguagem natural e numérica, e a princípio traz o entendimento de totalidade, **parte-todo**, pois se trata de um bolo inteiro que foi repartido em 24 pedaços iguais, portanto, indica a ideia de **quociente** (MERLINI, 2005). Continuando com a leitura do problema, percebemos que o bolo foi dividido entre os quatro filhos de Sara de modos diferentes, de maneira que João comeu 3 pedaços; Pedro comeu 4 pedaços; Marta 5 pedaços e Jorge não comeu nenhum pedaço.

Espera-se que os estudantes tenham a compreensão de que as partes que os filhos comeram representam o “**numerador**” da fração, e o **denominador** é o todo das partes do bolo **(parte-todo),** assim 3 + 4 + 5 + 0 = 12, ou seja, as partes do bolo que foram comidas. Nesse caso, o número 12 se configura como o numerador e o denominador é o 24 (o bolo todo). Portanto, teremos: 12/24. Observa-se que tanto o numerador quanto o denominador são divisíveis por 12; nesse caso, teremos: 12/24 ÷ 12 = 1/2.

É importante ressaltar que a questão não se esgota apenas com essa possibilidade de resolução, o estudante pode chegar a diferentes alternativas, conforme seu entendimento dos conceitos de fração.

5.3.5 Significado operador multiplicativo

Segundo Merlini (2005, p. 31), o significado operador multiplicativo está associado ao papel de transformação, isto é, “a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo”. Desse modo, as situações que mobilizam essa concepção consideram que frações $\frac{a}{b}$ são tidas como números e compreendidas como operações de multiplicação dos fracionários com as quantidades iniciais que foram consideradas. Ou seja, a ação do operador multiplicativo modifica um estado inicial produzindo um estado final (SILVA, 2005).

Segundo Santana (2012), essa expressão nos remete a compreender a seguinte situação:

> Quando é feita a referência a um número inteiro é possível se expressar dizendo: Carlos tem 10 bolas de gude. No caso da fração como operador, pode-se estabelecer a relação: Carlos tem 2/4 de um conjunto de 20 bolas de gude. Percebe-se, assim, a fração como um multiplicador da quantidade indicada. As quantidades contínuas no significado operador multiplicativo funcionam como uma máquina que reduz ou amplia a quantidade sob a qual se aplica (SANTANA, 2012, p. 61-62).

O exemplo a seguir, no quadro 18, trata do significado operador multiplicativo. A questão faz parte do caderno de prova de Matemática do SAETO - 5º Ano do Ensino Fundamnetal

Quadro 15 - Questão do 5º ano do EF com significado operador multiplicativo

08. Lucas fez uma compra em uma loja pela internet, que estava com a seguinte promoção.

Sabendo que ele comprou um par de sapatos para o seu pai e um par de chuteiras para ele, totalizando R$ 360,00, quanto ele pagou após calcular o desconto?

(A) R$ 90,00
(B) R$ 180,00
(C) R$ 250,00
(D) R$ 270,00

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2018).

Essa questão traz em seu enunciado alguns registros de representação semiótica em língua materna mista, sistema monetário e número percentual (25%, 50% e 75%), logo trata de conversão, tratamento, **operador multiplicativo** e metade, portanto, uma questão riquíssima em conceitos de fração e com diversas possibilidades de resolução.

Trata-se de uma loja virtual que oferece uma promoção de 25% (quarta parte) na compra de um produto, 50% (metade) na aquisição de duas peças e 75% (três quartos) se o cliente adquirir três peças. De acordo com o enunciado, o cliente resolveu adquirir dois produtos e obteve um desconto de 50% sobre o valor de R$ 360,00 reais, logo remete ao significado metade e **operador multiplicativo**. Segundo Silva (2005), a ação do **operador multiplicativo** modifica um estado inicial produzindo um estado final. Logo, para chegar à solução do que se pede, temos a seguinte situação: 50% = 50/100 = 1/2 = 0,5. Isso remete à conversão, que, nos termos de Duval (2009), requer a mudança de sistema semiótico. Nesse sentido, há a mobilização de um novo registro e tratamento, que, segundo Duval (2009), é uma transformação de uma representação em outra que se dá no interior do mesmo sistema semiótico. Desse modo, temos 50% x 360,00 = 180,00. Outra possibilidade de resolução é utilizando o operador multiplicativo: 50/100 x 360,00 = 180,00 ou 1/2 x 360,00 = 180,00. Há ainda a possibilidade de se utilizar decimais: 0,5 x 360,00 = 180,00. Nesses termos, como a questão trata do desconto de 50% de R$ 360,00, temos 360 – 180 = 180. Portanto, após operar com o significado operador multiplicativo e obter o desconto, o cliente pagou pelas duas peças o valor de R$ 180,00 reais.

Esta seção permitiu maior compreensão dos conceitos de fração utilizando como exemplo, questões do SAETO que possibilitaram de modo mais dinâmico, outras possibilidades ao analisar conteúdos de fração objeto de estudo deste trabalho.

Na seção seguinte, nos propusemos analisar outras questõs do SAETO de 2011 a 2018, com a finalidade de mostrar diferenres possibilidades de compreensão e resolução dos problemas anunciados aos estudantes de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e de 3º Ano do Ensino Médio, além das sete questões já analisadas ao longo da construção deste texto.

6 ANÁLISE EM QUESTÕES DE FRAÇÃO DO SAETO

É importante destacar que foram revisados os cadernos de provas do SAETO no período de 2011 a 2018, dos quais mapeamos 70 questões envolvendo o conteúdo de fração propostas aos estudantes do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3º Ano do Ensino Médio. Registra-se que 26 questões são do 5º ano; 35 do 9º Ano e apenas 09 do 3º Ano.

Ao analisar as questões, percebemos que, em sua maioria, fazem uso do registro de representação semiótica em linguagem alfabética, sistema monetário, número percentual (particularmente, 25%; 50%; 75%; 100%) e números fracionários. Tratam também das quantidades discretas e contínuas, intensivas e extensivas e significados de fração, número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Evidencia-se que em grande parte das questões os registros de representação semiótica se repetem, mesmo se tratando de provas para anos/séries distintas.

A maior parte das questões do 5º e 9º Anos do Ensino Fundamental tratam de número percentual, contemplando também os números fracionários fazendo uso de figuras geométricas, como (triângulo, retângulo e quadrado), números decimais e, operador multiplicativo. As questões do 3º Ano do Ensino Médio encontram-se de modo mais contextualidas, o que exige por parte do estudante, leitura, identificação e compreensão do conteúdo.

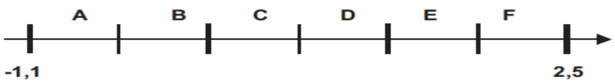
Dentre as questões mapeadas, 07 delas foram analisadas como exemplo durante a construção textual deste trabalho, proporcionando um caminho de luz para discussões e reflexões em diferentes contextos. Para as análises finais, apresentamos 09 questões como possibilidades diversas de compreensão dos conceitos de fração, bem como a resolução de problemas envolvendo o conteúdo de fração, totalizando 16 questões analisadas.

Destaca-se que as 70 questões se encontram no Anexo V desta dissertação, e que ao apresentar cada uma delas, indicam-se seus respectivos números de referência, conforme constam nos cadernos de provas.

É importante destacar que as análises ocorreram a partir do olhar e compreensão do pesquisador, portanto, não estão cristalizadas. Quero dizer com isso que o estudante provavelmente encontrará outros modos de entendimento e de resolução das questões apresentadas.

Quadro 16 - Questão do 3º Ano do Ensino Médio envolvendo reta numérica

05-(SALTO-2011) O trecho da reta numérica que vai de -1,1 a 2,5 será dividido em seis segmentos de mesmo comprimento, que serão representados por A, B, C, D, E e F, como mostra a figura abaixo.



Os números – 0,8; $\frac{5}{3}$; $\frac{6}{5}$; 0,02 estão, respectivamente, nos seguintes segmentos:

(A) B, D, E e A

(B) C, D, E e F

(C) A, E, C e D

(D) A, B, C, e D

(E) A, E, D, e B

Fonte: Caderno de Prova (SALTO, 2011, p. 3).

Aos estudantes do 3º Ano do Ensino Médio, foi demandado que resolvessem a questão cujo enunciado foi apresentado em **linguagem natural**, com dados e informações em **registros numéricos decimais e fracionários**.

A questão requer a identificação da medida de cada um dos segmentos, num intervalo de segmento de reta compreendido entre -1,1 e 2,5. Trata-se de uma **quantidade contínua** (NUNES *et al*, 2005), representada sobre um **segmento de reta** cujos pontos foram expressos com registros de representação semiótica **numérico decimal** (-0,8 e 0,02) e **fracionário** (5/3 e 6/5), conforme Santana (2012). Uma vez que as alternativas se referem a medidas, há que se converter (DUVAL, 1993) 5/3 e 6/5 em decimal, assim, 5/3 = 5:3 = 1,6666... e 6/5 = 6 : 5 = 1,2. Nesse caso, a fração pode ser vista como número, implicando numa divisão. Tata-se de uma situação característica do **significado de fração como número**.

Para resolver a questão, os estudantes devem reconhecer que a medida do segmento da reta é demarcada com números do conjunto dos racionais (-1,1 até 2,5), indicando que seu início antecede o ponto de origem (0), o que caracteriza o módulo de [-1,1 + 0] = 1,1, quantidade a ser adicionada no módulo que vai de 0 até 2,5. Assim, [1,1 + 2,5] = 3,6. Uma vez que são 6 intervalos de mesma medida, tem-se 3,6 : 6 = 0,6 como medida de cada segmento. Assim, o segmento “A” compreende a medida de [- 1,1 + 0,6] = [- 0,5], portanto -0,5, no qual se encontra o ponto - 0,8; o segmento “B” vai de - 0,5 até 0,1 [- 0,5 + 0,6], no qual se encontra o ponto 0,1; C vai de 0,1 até 0,7, ou seja, de [0,1 + 0,6]; D = [0,7 + 0,6] = 1,3, no qual se encontra o ponto 6/5 = 1,2; E = [1,3 + 0,6] = 1,9, onde se situa o ponto 1,666; e vai até 2,5 [1,9 + 0,6]. Logo, a sequência dos pontos é: A, E, D e B, o que corresponde à alternativa “E”.

Quadro 17 – Questão do 5º Ano do Ensino Fundamental envolvendo porcentagem

05 - (INEP-M050402A9) Um microcomputador que custa R$ 600,00 está sendo vendido na loja “INFOMARCA”, com um desconto de 25%. Qual é o valor desse desconto? **(A) R$ 150,00** (B) R$ 250,00 (C) R$ 450,00 (D) R$ 750,00

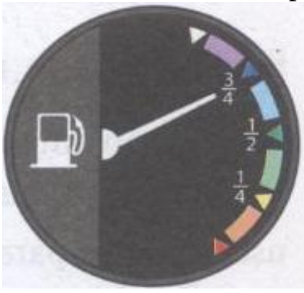
Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2011, p. 3).

O enunciado da questão faz uso do registro de representação semiótica em **linguagem materna e porcentagem**, neste caso 25%. Uma vez que se trata da aquisição de um microcomputador, tem-se uma **quantidade discreta**; porém, o pagamento é realizado via sistema monetário, logo se opera com **quantidades contínuas**.

Para efetuar o cálculo, os estudantes podem lançar mão do conceito de fração (25% = 25/100 = 1/4), o que exige, nos termos de Duval (2009), a conversão (porcentagem para fração), e entendendo que se trata da quarta parte de 600,00, tem-se assim, 1/4 de 600 (1/4 . 600 = 600 : 4 = 150). Esse caso pode ser visto como significado **operador multiplicativo** (1/4 x 600) = 150. Ou ainda **significado parte-todo** em relação à porcentagem. Nesse caso, 25% é igual à quarta parte de 100%, assim como 600, sendo o todo, do qual se quer a quarta parte, portanto, (600 : 4). Isso implica dizer que 25% de 600 é 150. Então o desconto de que trata a questão refere-se a R$ 150,00. Segundo Merlini (2005), o significado **quociente** está presente nas situações em que a operação de divisão se torna uma estratégia eficaz na resolução de uma determinada situação.

Quadro 18 - Questão do 9º Ano do Ensino Fundamental envolvendo quantidade contínua

13 – (SALTO- 2011) Sérgio encheu o tanque de seu carro com gasolina para fazer uma viagem. Após percorrer certa distância verificou-se que o ponteiro do marcador de combustível estava na posição conforme a figura abaixo.



O percentual de combustível restante no tanque é:
(A) 15%
(B) 25%
(C) 34%
(D) 75%

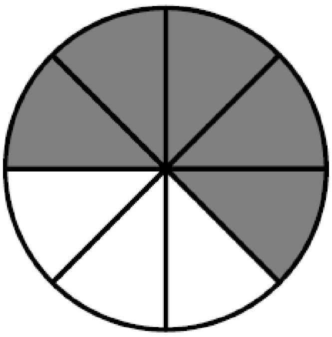
Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2011, p. 5).

Além da parte introdutória do enunciado em **linguagem alfabética**, há uma imagem de um marcador de combustível cujo ponteiro indica a quantidade restante no tanque do carro (1/4). Nesse evento, as alternativas de respostas foram apresentadas em **número percentual**. Temos aqui uma situação cujos registros de representação semiótica (DUVAL, 1993) constam de **linguagem mista: alfabética, figural, numérico fracionária e percentual**. O problema remete também a uma relação **parte-todo**, com **quantidade contínua**.

Para resolver o problema, basta que os estudantes reconheçam que 3/4 correspondem a 75%. Nos termos de Duval (1993), os estudantes necessitam de uma **conversão** do registro de representação semiótica **numérico fracionário** para **numérico percentual**, podendo perpassar pelo registro **numérico decimal**; assim, pode-se expressar que 3/4 = 0,75 = 75%.

Quadro 19 - Questão do 5º Ano do Ensino Fundamental envolvendo quantidade contínua e extensiva

07. (SALTO/ 2013) Marcelo dividiu uma torta em oito pedaços iguais e comeu três. A fração que representa a parte que Marcelo comeu é:



(A) 3/5

(B) 3/8

(C) 5/3

(D) 8/3

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2013, p. 4).

A questão está expressa em **linguagem alfabética**, tratando da divisão **(quociente)** de uma torta em oito pedaços iguais. Nesse caso, o exemplo mostra que estamos falando de **quantidade contínua**, uma torta. A natureza da quantidade é a mesma, ainda que dividindo-a exaustivamente, continuará sendo torta. Portanto, têm-se quantidades **contínuas e extensivas.** Quando a medida de uma quantidade se baseia na comparação de duas quantidades da mesma natureza e na lógica, **parte-todo**, dizemos que a medida se refere a uma quantidade **extensiva**. Em outras palavras, as quantidades extensivas estão baseadas no princípio aditivo (NUNES *et al*, 2005).

Nesse caso, existem diferentes possibilidades de resolução, apresentamos apenas uma delas: Dividimos uma torta em 8 pedaços iguais, parte-todo (denominador), em seguida comem-se 3 pedaços da torta, ou seja, numerador. Portanto, podemos representar a fração como 3/8.

Quadro 20 - Questão do 3º Ano do Ensino Médio envolvendo porcentagem e operador multiplicativo

08. (SALTO/ 2013) Uma loja de eletrônicos fez a seguinte promoção para o modelo de celular abaixo:

Com esse desconto, o novo preço do celular será

(A) R$ 595,15.
(B) R$ 630,15.
(C) R$ 685,15.
(D) R$ 700,15.
(E) R$ 764,15.

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2013, p. 5).

O enunciado da questão faz uso do registro de representação semiótica mista em língua materna, número percentual e sistema monetário. Para a resolução, é possível que o estudante utilize o significado **operador multiplicativo**. Nos termos de Merlini (2005), esse significado está associado ao papel de transformação; nesse caso, para solucionar o que se pede, pode-se lançar mão do conceito de fração (15% = 15/100). Ocorre também **conversão** (DUVAL, 2009), pois se requer a mudança de sistema semiótico; nesse caso, há a mobilização de um novo registro. Assim, para se chegar à solução da questão, uma das possibilidades seria multiplicar (15% = 15/100) = (15% x 899 = 134,85); assim, 899 – 134,85 = 764,15. Portanto, como solução da questão anunciada tem-se: 15% = 15/100 x 899 = 134,85; assim 899 – 134,85 = 764,15. Então, o aparelho celular, após o desconto, passa a custar R$ 764,15.

Quadro 21 - Questão do 9º Ano do Ensino Fundamental envolvendo significado parte-todo

07. Leia a tirinha abaixo para responder à questão.

Na tirinha, a expressão **"Podemos rachar meio a meio?"**, a palavra meio representa metade da pizza. Outra fração que também pode representar a metade dessa pizza é:

(A) 4/6 (B) 2/8 (C) 4/8 (D) 8/8

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2015, p. 5).

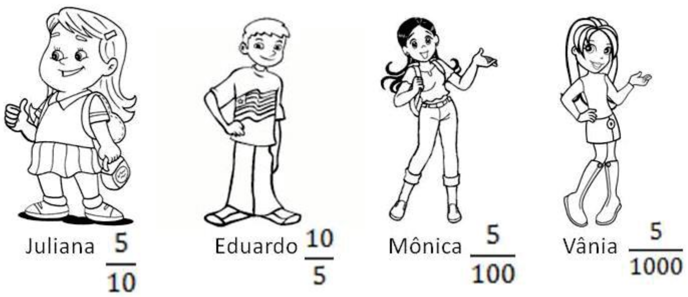
O problema é apresentado aos estudantes utilizando uma linguagem alfabética, por meio de uma conversação entre personagens, o que pode chamar a atenção do estudante para organização das ideias principais e compreensão do que se pede. Percebemos que em umas das falas o personagem trata da divisão **(quociente)** de uma pizza, o que pode confundir o entendimento da questão, ou seja: é feito o pedido de uma pizza da seguinte maneira: 3/8 de "mussarela", 1/4 de atum e o restante de calabresa, ou seja, é preciso compreender quanto falta para completar a pizza inteira, parte-todo. Mesmo considerando as diferenças entre quantidades **contínuas e descontínuas**, estão baseadas na mesma estrutura lógica, **parte-todo** (NUNES *et al*, 2005).

Logo em seguida aparece a expressão "podemos rachar meio a meio", tratando-se neste caso, da ideia de **metade** (1/2 = 0,5), passagem de um registro para outro, ocorrendo uma **conversão** (DUVAL, 2009). Porém, a lógica da questão se configura no enunciado do problema, onde pergunta-se ao estudante, dentre as alternativas sugeridas, qual delas também representa "**metade**" da pizza.

Analisando as possibilidades de resposta já estabelecidas, percebemos que se trata de divisão de fração por números iguais (quociente), o que nos remete a uma **equivalência** de fração. Assim, temos que 4/8 dividido por 4 ao mesmo tempo, teremos como resultado frações equivalentes, ou seja (4/8 ≡ 1/2 ≡ 0,5), portanto, temos (4/8 ≡ 1/2) **tratamento**, enquanto (1/2 ≡ 0,5) **conversão** nos termos de (DUVAL, 2009). Conforme o que se pede, a resposta correta é 4/8.

Quadro 22 - Questão do 5º Ano do Ensino Fundamental envolvendo número decimal

06. Na gincana de matemática de uma escola, a tarefa era a representação do número 0,05 em forma de fração. A figura representa a resposta dos participantes.



O participante que acertou a resposta foi:

(A) Juliana (B) Eduardo (C) Mônica (D) Vânia

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2016, p. 6).

O desdobramento da questão se resume em uma **conversão**, ou seja, número decimal para fracionário, de que trata Duval (2009). Isso exige do estudante conhecimento prévio dos conceitos de fração, além da compreensão dos números decimais.

O problema solicita que o estudante represente 0,05 em forma de fração. Como possibilidade para resolução, é necessário o entendimento de que o número decimal em questão se apresenta com duas casas decimais após a vírgula, ou seja, dezena e centena, desse modo, identificamos que o denominador é 100 (centena) e o numerador é 5. Assim, 0,05 = 5/100, uma **conversão.** Também podemos dividir o numerador e o denominador da fração 5/100 por 5, assim, teremos: 0,05 = 5/100 = 1/20. Ou seja, nos termos de Duval (2009), temos no primeiro momento uma **conversão** (0,05 = 5/100), e no segundo momento um **tratamento** (5/100 = 1/20). A figura que representa a fração 5/100 é a da Mônica, portanto a letra C é a alternativa correta.

Quadro 23 - Questão do 9º Ano do Ensino Fundamental envolvendo operador multiplicativo

13. Uma horta comunitária será criada em uma área de 5.100 m². Para o cultivo de hortaliças, serão destinados $\frac{2}{3}$ desta área.

Quantos metros quadrados serão utilizados neste cultivo?

Disponível em: https://jucienebertoldo.files.wordpress.com/.../atividades-de-matemc3a1tica-9c2ba-an.
Acesso: 04 jan. 2017.

(A) 3400
(B) 2500
(C) 1000
(D) 500

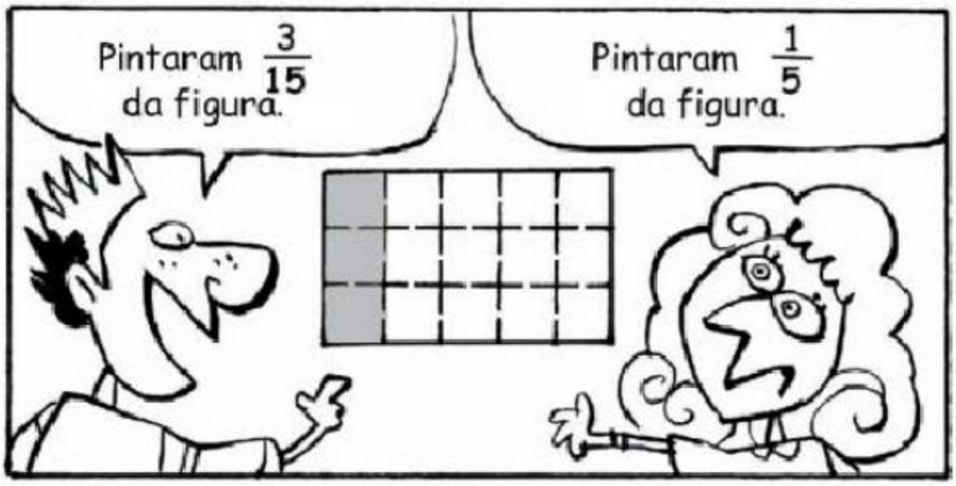
Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2017, p. 7).

O problema é anunciado em **linguagem alfabética, numérica e fracionária**. Trata-se da construção de uma horta comunitária onde o espaço a ser utilizado é de 5.100 m², o que demonstra a ideia de totalidade, **parte-todo**. Porém, existe uma especificação que define a resolução da questão, "para o cultivo de hortaliças, serão destinados 2/3 da área mencionada", logo trabalha-se com o **operador multiplicativo**, o que segundo Merlini (2005), está associado ao papel de transformação.

Desse modo, uma das possibilidades que o estudante tem para resolução do problema e, encontrar uma das alternativas sugeridas como resposta, seria utilizar o operador multiplicativo (2/3 x 5.100), multiplicar o numerador da fração 2 por 5.100, em seguida, dividir o resultado por 3. Ou seja, 2/3 x 5.100 será igual a 10.200 ÷ 3, o que resultará em 3.400. Dessa maneira, também se percebe o uso do **operador quociente** (MERLINI, 2005). Então, nesse caso, a resposta é a letra A: 3.400 m².

Quadro 24 - Questão do 9º Ano do Ensino Fundamental envolvendo equivalência de fração

14. Observe a discussão entre Antônio e Marcela.



Analisando a imagem, podemos afirmar que:

(A) Antônio está certo.
(B) Marcela está certa.
(C) Os dois estão errados.
(D) Os dois estão certos.

Fonte: Caderno de Prova (SAETO, 2018, p. 4-5).

A questão é expressa e apresentada aos estudantes em **linguagem numérica e fracionária**, tratando-se de uma conversa sobre uma figura geométrica, no caso, um retângulo que está dividido **(quociente)** em 15 partes iguais e, dessas, foram tomadas 3 conforme mostra a figura, portanto, temos **quantidades extensivas** baseadas no princípio aditivo (NUNES *et al*, 2005), assim como também, o princípio do todo, **parte-todo**.

Outra possibilidade que o problema traz reside na compreensão de **equivalência** de fração. O estudante pode considerar que uma das alternativas corretas seria a fração 3/15, pois a figura assim o representa. Porém, se o estudante tiver a compreensão de equivalência, irá perceber que a fração expressa por 1/5 trata-se de uma simplificação ou equivalência da fração anterior. Desse modo, poderá representar o que se pede da seguinte maneira: (3/15 = 1/5), temos uma **fração equivalente** e, portanto, um **tratamento** (DUVAL, 2009). Isso quer dizer que a fração 3/15 foi dividida igualmente por 3. Nesse sentido, convém afirmar que as duas alternativas apresentadas na discussão estão corretas, o que é expresso pela letra D: "Os dois estão certos". Convém afirmar que as letras A e B estão corretas, no entanto, a letra D representa melhor o que a questão solicita.

Estas possibilidades de reflexões e análises prmitem aos estudantes, maior compreensão ao resolver questões de Matemática que envolve os conceitos de fração, tanto no

Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. São ferramentas de análise que tratam o conteúdo de fração com maior amplitude, proporcionando aos docentes diferents alternativas de ensino, assim como também, diversos momentos de aprendizagens entre os discentes.

7 TECENDO CONSIDERAÇÕES

Para responder à pergunta de pesquisa, o primeiro passo foi realizar um estudo no Banco de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), em busca de pesquisas acadêmicas que tratam sobre o processo de Avaliação em Larga Escala em Matemática dos estudantes nas escolas brasileiras. Os resultados de diferentes pesquisas nessa área apontam para diversas fragilidades no cenário escolar. Quando se trata do ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, os estudantes apresentam resultados insuficientes na maioria das avaliações. Verifica-se também pouca utilização dos resultados das avaliações externas pela equipe escolar (faltam cursos que orientem para isso), ausência de cursos de formação continuada em Matemática, descontínuo exercício do planejamento escolar, falta de habilidades de alguns professores e gestores na utilização das tecnologias digitais, dentre outros. Essas práticas não coadunam com o exposto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), onde preconiza que a União será responsável em "assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino" (BRASIL, 2005a, s/p).

Pesquisas mostram segundo Oliveira e Ortigão (2018), que alunos e professores revelam dificuldades em diversos temas e conteúdos matemáticos específicos, por exemplo, Geometria, Estatística, demonstração, operações e resolução de problemas envolvendo o conteúdo fração.

Ao analisarmos questões de provas do SAETO, verificamos maior presença do conteúdo de fração nas questões de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental. Em relçao ao 3º Ano do Ensino Médio, observaram-se notadamente, poucas questões envolvendo o conteúdo de fração, uma situação preocupante, pois se trata dos anos finais do Ensino Médio, são estudantes que enfrentarão processos avaliativos de caráter classificatório, a exemplo do ENEM, na tentativa de conseguir ingressar em um curso superior nas mais diversas instituições de ensino superior do Brasil.

Estas questões do SAETO fazem uso dos registros de representação semiótica expressos em linguagem alfabética, número percentual, sistema monetário, representações fracionárias e decimais, signos e linguagem gráfica, entre outros, conforme Duval (2009); Identificamos também problemas que tratam das quantidades discretas e contínnuas, intensivas e extensivas proposto por Nunes *et at* (2005); E os significados de fração; número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo, também proposto por Nunes *et al* (2003).

Destaca-se que, em grande parte das questões do SAETO, as quais foram analisadas o conteúdo de fração tanto os registros de representação semiótica, como as características das quantidades e os significados de fração, se repetem, mesmo tratando de provas para anos ou séries diferentes. Além disso, observamos repetição de provas em anos posteriores à primeira edição. O que precisa ser revisto pela equipe organizadora na perspectiva de proporcionar aos estudantes outras possibilidades de compreensão e análise das questões ao se tratar do conteúdo de fração.

Identificamos que existem diversas possibilidades de interpretação e análise dos registros presentes em cada questão analisada, o que requer dos professores e estudantes conhecimentos específicos e bem mais amplos, uma vez que o conteúdo de fração está presente no currículo escolar desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental; integra avaliações de larga escala de sistemas de avalição da União, Estados e municípios; e tem sido objeto de pesquisas em diversos trabalhos acadêmicos.

É importante que os professores utilizem os resultados das avaliações em larga escala de modo mais consistente e significativo para os estudantes, pois no âmbito da avaliação educacional, percebe-se a existências de polêmicas sobre o ato de como avaliar determinadas características dos estudantes e, quais seriam as finalidades de seus resultados contabilizam quase um século de existência.

Contudo, longe de resolver esses impasses, desde a década de 1990, um novo elemento é incorporado à avaliação educacional. Trata-se das avaliações externas assim denominadas, porque são pensadas, planejadas e conduzidas por técnicos que não estão no chão da escola, o que de certa forma entra em contradição com as avaliações internas, estas conduzidas pelos professores. Essas avaliações externas também são denominadas de avaliações em larga escala, por contar com uma abrangência em processos avaliativos na educação básica em nível nacional, uma face de política pública em educação.

Ao se tratar do conteúdo de fração, o qual integra o currículo escolar, os livros didáticos, recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, também proposto pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC, é importante proporcionar aos estudantes diversas oportunidades de se trabalhar com números decimais, números fracionários, reta numérica, além de outros conceitos.

Contemplar o conteúde de fração nas ações pedagógicas como feira cultural, gincanas esportivas, jogos, oficinas pedagógicas, trabalhos colaborativos, questões que contemplem elementos da realidade dos estudantes, com isso dispertar nas crianças, jovens e adultos o interesse em aprender Matemática de maneira dinâmica.

Nesse sentido, deve-se tornar visível a toda a comunidade escolar os resultados das avaliações externas, verificando em quais descritores os estudantes conseguiram um nível maior ou menor de compreensão, promovendo encontros para estudos, planejamento pedagógico, elaboração de questões matemática conforme itens propostos por essas avaliações, diversificando o grau de dificuldades nas questões de acordo com os anos/série, propiciando dessa maneira, maior reflexão nas análises dos conteúdos e conceitos de fração.

Sugerimos também que as possibilidades de análise utilizadas nas questões possam se constituir como alternativas para que os estudantes demonstrem interesse em mergulhar no universo do ensino e aprendizagem da Matemática e, nesse caso, nos conceitos e conteúdos de fração.

De acordo com resultados da Prova Brasil em 2017, no Brasil, de cada 10 estudantes concluintes do Ensino Fundamental, 08 não aprenderam o adequado em Matemática. Resultados do Pisa em 2019 também apontam que estudantes na faixa etária de 15 anos de idade não possuem o nível básico de Matemática considerado como mínimo para o exercício pleno da cidadania. Resultados do SAETO indicam que em 2019, na maioria das turmas avaliadas do 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental, os estudantes não conseguiram acertar nem 50% das questões de Matemática. São situações que precisam urgentemente ser retomadas, discutidas e replanejadas, propiciando aos estudantes melhor compreensão ao resolver problemas matemáticos.

Portanto, recomenda-se que as possibilidades de análise utilizadas nas questões de fração do SAETO neste trabalho se façam presentes no planejamento pedagógico, nas atividades desenvolvidas no espaço escolar e que sejam trabalhadas em sala de aula por professores que ensinam Matemática.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, Manoel Morais de O. Neto. **Sistema de Avaliação da Educação Básica no Brasil.** Consultor Legislativo da Área XV Educação, Cultura e Desporto. Câmara dos Deputados: Brasília, DF, 2015.

ANDRADE, Juliana Silva. **Ensino e aprendizagem de conteúdos curriculares de matemática no ensino fundamental:** análise de repertórios profissionais de ensino no âmbito do Saresp. 2016. 86 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho". São Paulo-SP, 2016.

ARAGÃO, Maria José. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Interciência, 2009.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2006.

BARROS, Marcos José Pereira. **A solução de situações de envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 2018. 229 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas-TO, 2018.

BECHER, Ednei Luís. **Os resultados da Prova Brasil na perspectiva de professores de matemática e supervisores:** caminhos e possibilidade na escola. 2018. 212 f. Tese (Doutorado) – Universidade Luterana do Brasil. Canoas-RS, 2018.

BERLINGOFF, Willian. P.; GOUVÊA, Fernando. Q. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BERTONI, Nilza Eigenheer. Um novo paradigma no ensino e na aprendizagem das frações. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife (PE). **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

BESSA, Márcio Leite de. **Concepções e práticas de professores sobre o ensino e a aprendizagem e uma intervenção intencionalmente planejada no ensino de frações, por meio da resolução de problemas em um 5º Ano do Ensino Fundamental**. 2007. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília-DF, 2007.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação.** Portugal: Porto, 1994.

BOLZAN, Doris Pires vargas. **Formação de professores**: compartilhando e reconstruindo conhecimentos. Porto Alegre: Mediação, 2002.

BONAMINO, Alicia Maria Catalano de. **Tempos de avaliação educacional**: o SAEB, seus agentes, referências e tendências. Rio de Janeiro: Quartet, 2002.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blüncher; Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blüncher, 2001.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da Matemática.** Tradução Helena Castro. São Paulo: Edgard Blüncher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998a.

BRASIL. **Portaria MEC nº 438/1998**. Institui o Exame Nacional do Ensino Médio. Brasília, DF, 1998b. Disponível em: <http://www.editoramagister.com/doc_348638_PORTARIA_N_438_DE_28_DE_MAIO_DE_1998.aspx>. Acesso em: 25 abr. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Parecer nº CEB 15/1998. Aprovado em 01/06/1998. 69 p.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional** – LDB nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Senado Federal, Brasília, DF, 2005a.

BRASIL. Portaria n° 69, de 04 de maio de 2005. Institui a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – ANRESC como um dos processos de avaliação que passam a integrar o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB. **Diário Oficial da União,** Brasília, DF. Seção 1, p. 13, n. 85, 5 maio. 2005b.

BRASIL. Portaria n° 931, de 21 de março de 2005. Instituir o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, que será composto por dois processos de avaliação: a Avaliação Nacional da Educação Básica – ANEB, e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – ANRESC. **Diário Oficial da União,** Brasília, Seção 1, p. 17, n. 55, 22 mar. 2005c.

BRASIL. Presidência da República. **Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal.** Decreto nº 6.135, de 26 de junho de 2007.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). **Pró-Letramento:** Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental – alfabetização e linguagem. ed. rev. e ampl. incluindo Saeb/Prova Brasil Matriz de Referência/Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência para o ENEM 2009.** Brasília: INEP/MEC, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE/SAEB: Plano de Desenvolvimento da Educação** – 2011. Brasília: MEC; SEB; INEP, 2011.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Guia de Correção e Interpretação dos Resultados da Provinha Brasil** – Leitura. Brasília, 2012.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB). **Avaliação Nacional da Alfabetização** – ANA. Brasília, DF, 2013a.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Portaria nº 304, 21 jun. 2013.** Diário Oficial da União – Seção 1, p. 33-34. 2013b.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012.** Institui o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e as ações do Pacto e define suas diretrizes gerais. Brasília, 2013c.

BRASIL. Ministério da Educação. Conferência Nacional de Educação. **Documento Referência Elaborado pelo Fórum Nacional de Educação.** Brasília: CONAE/MEC, 2013d.

BRASIL. **Enem.** Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Brasília, DF, 2015a. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem>. Acesso em: 03 abr. 2019.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório pedagógico: Enem 2011-2012.** – Brasília, DF: Inep, 2015b. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/relatorios-pedagogicos>. Acesso em: 18 abr. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Programa Universidade para Todos (Prouni).** Brasília, DF, 2016. Disponível em: <http://siteprouni.mec.gov.br/tire_suas_duvidas.php#prouni_enem>. Acesso em: 10 abr. 2019.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações determinadas pelas Emendas Constitucionais de Revisão nos 1 a 6/94, pelas Emendas Constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo Decreto Legislativo no 186/2008. Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2016. 496 p.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2017. 58 p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília: Ministério da Educação (MEC), 2017. 600 p. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2019.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Histórico do Enem.** Brasília, DF, 1998-2018. 2018. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/historico>. Acesso em: 02 abr. 2019.

CARVALHO, Euvaldo de Souza. **Sequência Didática:** uma proposta para o ensino do conceito de fração. 2007. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade Federal do Tocantins. Arraias-TO, 2017.

CELESTINO, Kamila Gonçalves. As frações em algumas civilizações antigas. In: ENCONTRO PARAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPREM. 15., Cascavel-PR, 21-23 de setembro de 2017. **Anais...** Unioeste de Cascavel, 2017.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos:** história e matemática em sala de aula. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017. 241 p.

CHIZZOTI, Antonio. **Pesquisas em ciências humanas e sociais.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

COCCO, Eliane Maria. **Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas e avaliação em larga escala:** possíveis interlocuções. 2013. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai das Missões-RS, 2013.

COLA, Andre Ricardo. **Avaliação externa e em larga escala:** o entendimento de professores que ensinam matemática na educação básica. 2015. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo-SP, 2015.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história.** Vol. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

DANTAS, Derlei Maria Correa de Macedo. **Prova Brasil e os processos de ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares de matemática do ensino fundamental:** atuação da coordenadora pedagógica de uma escola pública na cidade de Manaus. 2018. 170 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade do Estado do Amazonas. Cuiabá-MT, 2018.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnements cognitif de la pensée. In: **Annales de didactique et Sciences Cognitives.** Strasbourg: vol. 5, pp. 37-65. IREM-ULP, 1993.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine:** registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Bern, Berlin, Frankfurt/M. New York, Paris, Wien: Peter Lang Editions Scientifiques Européennes, 1995.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. A. D. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FREITAS, Dirce Nei Teixeira de. Avaliação da educação básica e ação normativa federal. In: **Cadernos de Pesquisa,** v. 34, 2004, p. 663-689. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v34n123/a08v34123.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2019.

FRINHANI, Paulo Eduardo. **Avaliação da matemática escolar em larga escala:** reflexos na rede municipal em Muniz Freire ES. 2013. 98 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Espírito Santo. Vitória-ES, 2013.

GARCIA, Wander. **Como se dar bem no novo ENEM.** 5. ed. Indaiatuba, SP: Editora Foco Jurídico, 2014. Coleção Como se dar bem.

GATTI, Bernadete Angelina. Avaliação de sistemas educacionais no Brasil. **Sísifo.** Revista de Ciências da Educação, n. 9, 2009, p. 7-18. Disponível em: <http://sísifo.fpce.ul.pt>. Acesso em: 20 fev. 2019.

GATTI, Bernadete Angelina. Políticas de avaliação em larga escala e a questão da inovação educacional. In: **Estudos,** Campo Grande, MS, n. 33, p. 29-37, jan/jun. 2012.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOIS-CAIO, Eva Aparecida de. **A construção do Jogo Kogoca na interface entre Avaliação em Larga Escala e aprendizagem matemática.** 2017. 201 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Bauru-SP, 2017.

GONÇALVES JR., W. P.; BARROSO, M. F. As questões de física e o desempenho dos estudantes no ENEM. In: **Revista Brasileira de Ensino de Física,** v. 36, n. 1, p. 1-11, 2014.

GUIMARÃES, Alessandro Martins. **Resultados das avaliações do Saerjinho de Matemática:** contraste entre o sonho e a realidade. 2015. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ, 2015.

HOFFMANN, Jussara. Avaliação: mito e desafio, uma perspectiva construtivista. In: ROMÃO, José Eustáquio. (Org.). **Avaliação dialógica:** desafios e perspectivas. 8. ed. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire, 2009.

HORTA NETO, João Luiz. **As avaliações externas e seus efeitos sobre as políticas educacionais:** uma análise comparada entre a União e os Estados de Minas Gerais e São Paulo. 2013. 358 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília. Brasília-DF, 2013.

IFRAH, Georges. **Os números:** a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2005.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional:** formar-se para a mudança e a incerteza. 7. ed. São Paulo, Cortez, 2009.

LIMA, Severino Roberto de; OLIVEIRA, Ritianne de Fátima Silva de; COSTA, Ademir Brandão; VIZOLLI, Idemar. Um olhar sobre aspectos de fração presentes na primeira prova do sistema de avaliação do Estado do Tocantins. **Revista Prática Docente – RPD.** Confresa-MT, v. 4, n. 1, jan.-jun. 2019.

LORENZATO, Sérgio; FIORENTINI, Dario. **O profissional em Educação Matemática.** São Paulo: Universidade Santa Cecília, 2001.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 1995.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 20. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem, componente do ato pedagógico.** 1. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LÜDKE, Menga; André, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. 2005. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo-SP, 2005.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MORAES, Tatiane Gonçalves. **Sistema de avaliação do Estado de Goiás (SAEGO):** interpretação estatística e pedagógica dos itens de matemática. 2017. 261 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, 2017.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre/RS: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. The effect of situations on children's understanding of fractions. In: BRITISH SOCIETY FOR RESEARCH ON THE LEARNING OF MATHEMATICS. **Anais...** Oxford, jun. 2003.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação matemática 1:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. **A Prova Brasil como política de regulação da rede pública do Distrito Federal**. 2011. 234 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Brasília-DF, 2011.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho. **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática.** Brasília: SBEM, 2018.

PAULA, Marilia Rios de. Reflexões sobre possíveis significados para frações. In: SIMPÓSIO PEDAGÓGICO E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO. 8., 2013, Resende-RJ. **Anais...** SIMPED, 2013.

POLATO, Amanda. **A relação entre as avaliações em larga escala e a organização do trabalho escolar em duas escolas públicas estaduais do interior de São Paulo.** 2014. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Biociências de Rio Claro. Rio Claro-SP, 2014.

RABELO, Mauro. **Avaliação Educacional:** fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

REGO, José Lins do. **Menino de engenho.** 80. ed. Rio de Janeiro; José Olympio, 2001.

ROMÃO, José Eustáquio. **Avaliação dialógica:** desafios e perspectivas. 8. ed. São Paulo: Cortez; Instituto Paulo Freire, 2009.

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Kamilly Suzany Félix. **O ensino de frações por atividades.** Belém: SBM; XII EPAEM, 2019.

SANTANA, Larissa Elfisia de Lima. **Os saberes conceituais de pedagogos em formação inicial, acerca de Fração**. 2012. 182 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza-CE, 2012.

SANTANA, Larissa Elfisia de Lima; LIMA, Luiza Helena Martins; SILVA, Silvana Holanda da; OLIVEIRA, Bárbara Pimenta de. Frações e seus diferentes registros de representação semiótica: uma análise da percepção de futuros pedagogos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 11., 2013, Curitiba-PR. **Anais...** ENEM: Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas. Curitiba, SBEM: 2013.

SCHASTAI, Marta Buda; FARIAS, Elizabeth Regina Streisky de; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da. **Formação de professores e o ensino de frações nos anos iniciais.** 1. ed. Curitiba: Appris, 2017.

SILVA, Fernanda Andréa Fernandes. **Significados e representações dos números racionais abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.** 2013. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife-PE, 2013.

SOARES, Magda. **Letramento e alfabetização: as muitas facetas.** Universidade Federal de Minas Gerais, Centro de Alfabetização, Leitura e Escrita. Trabalho apresentado no GT Alfabetização, Leitura e Escrita, durante a 26ª Reunião Anual da ANPEd, realizada em Poços de Caldas, MG, de 5 a 8 de outubro de 2003. Revista Brasileira de Educação.

SOUSA, Sandra Zákia. Avaliação externa em larga escala no âmbito do estado brasileiro: interface de experiências estaduais e municipais de avaliação da educação básica com iniciativas do governo federal. In: BAUER, Adriana; GATTI. Bernadete A. (Orgs.). **Vinte e**

cinco anos de avaliação de sistemas educacionais no Brasil: implicações nas redes de ensino, no currículo e na formação de professores. Florianópolis: Insular, 2013. Disponível em: <http://www.producao.usp.br/handle/BDPI/44535>. Acesso em: 20 mar. 2019.

SOUSA, Sandra Zákia. Concepções de Qualidade da Educação Básica Forjadas por meio de Avaliações em Larga Escala. **Avaliação,** Campinas, v. 19, n. 2, jul. 2014, p. 407-420.

SOUSA, Sandra Zákia. **Sistemas de avaliação educacional no Brasil**: características, tendências e uso dos resultados. Relatório de pesquisa apresentado à FAPESP, São Paulo: Faculdade de Educação da USP, 2007.

STADLER, Jocasta Conceição. **Prova Brasil de matemática do 5º ano do ensino fundamental: Resultados nas plataformas devolutivas pedagógicas e QEdu.** 2017. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa-PR, 2017.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TEIXEIRA, Alessandra Carvalho. **Uma análise sobre a mobilização de conhecimentos matemáticos em relação aos itens e questões do Saresp 2010 do 9º ano do ensino fundamental.** 2013. 187 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo-SP, 2013.

TOCANTINS. **Edital Nº 038, de 09 de outubro de 2013,** prêmio de Valorização da Educação pública do Tocantins. Diário Oficial do Estado de Tocantins em 11 e outubro de 2013, p.17. Palmas, 2013.

TOCANTINS. Plano Estadual de Educação (2015-2025). Lei nº 2.977, de 08 de julho de 2015. **Diário Oficial nº 4.411**, 5p. Palmas, 2015.

TOCANTINS. **Secretaria da Educação, Juventude e Esportes (SEDUC/TO).** 2019. Disponível em: <https://seduc.to.gov.br/estatisticas/saeb/.> Acesso em: 20 mar. 2019.

UFT - Universidade Federal do Tocantins. COSUNI, Conselho Universitário. **Resolução nº 25, de 29 de junho de 2018.** 2p. Palmas, TO: UFT, 2018.

VIZOLLI, Idemar. **Registros de representação semiótica no estudo de porcentagem.** Florianópolis, 2001. 245 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis-SC, 2001.

VIZOLLI, Idemar. **Registros de alunos e professores de educação de jovens e adultos na solução de problemas clássicos de proporção-porcentagem**. 2006. 229 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba-PR, 2006.

ANEXO I

Matriz de referência de Matemática do SAEB: Temas e seus descritores 5º ano do Ensino Fundamental

I. Espaço e Forma	
D1–	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D2–	Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.
D3–	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.
D4–	Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
D5–	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
II. Grandezas e Medidas	
D6 –	Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.
D7 –	Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/ cm/mm, kg/g/mg, l/ml.
D8 –	Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.
D9 –	Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
D10 –	Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.
D11 –	Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
D12 –	Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
III. Números e Operações/Álgebra e Funções	
D13 –	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
D14 –	Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
D15 –	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
D16 –	Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
D17 –	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
D18 –	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
D19 –	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
D20 –	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
D21 –	Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

D22 –	Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
D23 –	Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
D24 –	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D25 –	Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
D26 –	Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).
IV. Tratamento da Informação	
D27 –	Ler informações e dados apresentados em tabelas.
D28 –	Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

Matriz de referência de Matemática do SAEB: Temas e seus descritores 9º ano do Ensino Fundamental

I. Espaço e Forma	
D1 –	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D2 –	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.
D3–	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
D4–	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
D5 –	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
D6 –	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.
D7 –	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
D8 –	Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
D9 –	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.
D10 –	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
D11 –	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
II. Grandezas e Medidas	
D12 –	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D13 –	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D14 –	Resolver problema envolvendo noções de volume.
D15 –	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

III. Números e Operações/Álgebra e Funções	
D16 –	Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.
D17 –	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
D18 –	Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D19 –	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D20 –	Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D21 –	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.
D22 –	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D23 –	Identificar frações equivalentes.
D24 –	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos.
D25 –	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D26 –	Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D27 –	Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
D28 –	Resolver problema que envolva porcentagem.
D29 –	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D30 –	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D31 –	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
D32 –	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).
D33–	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34 –	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
D35–	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.
IV. Tratamento da Informação	
D36 –	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D37 –	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Matriz de referência de Matemática do SAEB: Temas e seus descritores 3ª série do Ensino Médio

I. Espaço e Forma	
D1 –	Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
D2 –	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.
D3 –	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.
D4 –	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.
D5 –	Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D6 –	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
D7 –	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
D8 –	Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D9 –	Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas.
D10 –	Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
II. Grandezas e Medidas	
D11 –	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D12 –	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D13 –	Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
III. Números e Operações/Álgebra e Funções	
D14 –	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
D15 –	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D16 –	Resolver problema que envolva porcentagem.
D17 –	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
D18 –	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
D19 –	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
D20 –	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
D21 –	Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
D22 –	Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
D23 –	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.
D24 –	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.

D25 –	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
D26 –	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D27 –	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
D28 –	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
D29 –	Resolver problema que envolva função exponencial.
D30 –	Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.
D31 –	Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.
D32 –	Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples.
D33 –	Calcular a probabilidade de um evento.
V. Tratamento da Informação	
D34 –	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D35 –	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

ANEXO II

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nível	Descrição do Nível
Nível 0 Desempenho menor que 125	A Prova Brasil não utilizou itens que avaliam as habilidades deste nível. Os estudantes localizados abaixo do nível 125 requerem atenção especial, pois não demonstram habilidades muito elementares.
Nível 1 Desempenho maior ou igual a 125 e menor que 150	Os estudantes provavelmente são capazes de: **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem.
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 150 e menor que 175	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Resolver problemas do cotidiano envolvendo adição de pequenas quantias de dinheiro. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Localizar informações, relativas ao maior ou menor elemento, em tabelas ou gráficos.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 175 e menor que 200	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Localizar um ponto ou objeto em uma malha quadriculada ou croqui, a partir de duas coordenadas ou duas ou mais referências. Reconhecer dentre um conjunto de polígonos, aquele que possui o maior número de ângulos. Associar figuras geométricas elementares (quadrado, triângulo e círculo) a seus respectivos nomes. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Converter uma quantia, dada na ordem das unidades de real, em seu equivalente em moedas. Determinar o horário final de um evento a partir de seu horário de início e de um intervalo de tempo dado, todos no formato de horas inteiras. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Associar a fração ¼ a uma de suas representações gráficas. Determinar o resultado da subtração de números representados na forma decimal, tendo como contexto o sistema monetário.

	TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES Reconhecer o maior valor em uma tabela de dupla entrada cujos dados possuem até duas ordens. Reconhecer informações em um gráfico de colunas duplas.

Nível	Descrição do Nível
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer retângulos em meio a outros quadriláteros. Reconhecer a planificação de uma pirâmide dentre um conjunto de planificações. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar o total de uma quantia a partir da quantidade de moedas de 25 e/ou 50 centavos que a compõe, ou vice-versa. Determinar a duração de um evento cujos horários inicial e final acontecem em minutos diferentes de uma mesma hora dada. Converter uma hora em minutos. Converter mais de uma semana inteira em dias. Interpretar horas em relógios de ponteiros. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o resultado da multiplicação de números naturais por valores do sistema monetário nacional, expressos em números de até duas ordens e posterior adição. Determinar os termos desconhecidos em uma sequência numérica de múltiplos de cinco. Determinar a adição, com reserva, de até três números naturais com até quatro ordens. Determinar a subtração de números naturais usando a noção de completar. Determinar a multiplicação de um número natural de até três ordens por cinco, com reserva. Determinar a divisão exata por números de um algarismo. Reconhecer o princípio do valor posicional do Sistema de Numeração Decimal. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com o apoio de um conjunto de até cinco figuras. Associar a metade de um total ao seu equivalente em porcentagem. Associar um número natural à sua decomposição expressa por extenso. Localizar um número em uma reta numérica graduada onde estão expressos números naturais consecutivos e uma subdivisão equivalente à metade do intervalo entre eles. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Reconhecer o maior valor em uma tabela cujos dados possuem até oito ordens. Localizar um dado em tabelas de dupla entrada.

Nível	Descrição do Nível
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Localizar um ponto entre outros dois fixados, apresentados em uma figura composta por vários outros pontos. Reconhecer a planificação de um cubo dentre um conjunto de planificações apresentadas. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a área de um terreno retangular representado em uma malha quadriculada. Determinar o horário final de um evento a partir do horário de inicio, dado em horas e minutos, e de um intervalo dado em quantidade de minutos superior a uma hora. Converter mais de uma hora inteira em minutos. Converter uma quantia dada em moedas de 5, 25 e 50 centavos e 1 real em cédulas de real. Estimar a altura de um determinado objeto com referência aos dados fornecidos por uma régua graduada em centímetros. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o resultado da subtração, com recursos à ordem superior, entre números naturais de até cinco ordens, utilizando as ideias de retirar e comparar. Determinar o resultado da multiplicação de um número inteiro por um número representado na forma decimal, em contexto envolvendo o sistema monetário. Determinar o resultado da divisão de números naturais, com resto, por um número de uma ordem, usando noção de agrupamento. Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais. Resolver problemas, no sistema monetário nacional, envolvendo adição e subtração de cédulas e moedas. Resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números naturais. Localizar um número em uma reta numérica graduada onde estão expressos o primeiro e o último número representando um intervalo de tempo de dez anos, com dez subdivisões entre eles. Localizar um número racional dado em sua forma decimal em uma reta numérica graduada onde estão expressos diversos números naturais consecutivos, com dez subdivisões entre eles.

Nível	Descrição do Nível
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Reconhecer o valor posicional do algarismo localizado na 4ª ordem de um número natural. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com apoio de um polígono dividido em oito partes ou mais. Associar um número natural às suas ordens e vice-versa.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer polígonos presentes em um mosaico composto por diversas formas geométricas. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a duração de um evento a partir dos horários de inicio, informado em horas e minutos, e de término, também informado em horas e minutos, sem coincidência nas horas ou nos minutos dos dois horários informados. Converter a duração de um intervalo de tempo, dado em horas e minutos, para minutos. Resolver problemas envolvendo intervalos de tempo em meses, inclusive passando pelo final do ano (outubro a janeiro). Reconhecer que entre quatro ladrilhos apresentados, quanto maior o ladrilho, menor a quantidade necessária para cobrir uma dada região. Reconhecer o m^2 como unidade de medida de área. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o resultado da diferença entre dois números racionais representados na forma decimal. Determinar o resultado da multiplicação de um número natural de uma ordem por outro de até três ordens, em contexto que envolve o conceito de proporcionalidade. Determinar o resultado da divisão exata entre dois números naturais, com divisor até quatro, e dividendo com até quatro ordens. Determinar 50% de um número natural com até três ordens. Determinar porcentagens simples (25%, 50%). Associar a metade de um total a algum equivalente, apresentado como fração ou porcentagem. Associar números naturais à quantidade de agrupamentos de 1 000. Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, sem apoio de figuras.

Nível	Descrição do Nível
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Localizar números em uma reta numérica graduada onde estão expressos diversos números naturais não consecutivos e crescentes, com uma subdivisão entre eles. Resolver problemas por meio da realização de subtrações e divisões, para determinar o valor das prestações de uma compra a prazo (sem incidência de juros). Resolver problemas que envolvam soma e subtração de valores monetários. Resolver problemas que envolvam a composição e a decomposição polinomial de números naturais de até cinco ordens. Resolver problemas que utilizam a multiplicação envolvendo a noção de proporcionalidade. Reconhecer a modificação sofrida no valor de um número quando um algarismo é alterado. Reconhecer que um número não se altera ao multiplicá-lo por 1. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Interpretar dados em uma tabela simples. Comparar dados representados pelas alturas de colunas presentes em um gráfico.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu. Reconhecer um cubo a partir de uma de suas planificações desenhadas em uma malha quadriculada. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitados. Converter medidas dadas em toneladas para quilogramas. Converter uma quantia, dada na ordem das dezenas de real, em moedas de 50 centavos. Estimar o comprimento de um objeto a partir de outro, dado como unidade padrão de medida. Resolver problemas envolvendo conversão de quilograma para grama. Resolver problemas envolvendo conversão de litro para mililitro. Resolver problemas sobre intervalos de tempo envolvendo adição e subtração e com intervalo de tempo passando pela meia noite.

Nível	Descrição do Nível
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	**NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar 25% de um número múltiplo de quatro. Determinar a quantidade de dezenas presentes em um número de quatro ordens. Resolver problemas que envolvem a divisão exata ou a multiplicação de números naturais. Associar números naturais à quantidade de agrupamentos menos usuais, como 300 dezenas. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Interpretar dados em gráficos de setores.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer uma linha paralela a outra dada como referência em um mapa. Reconhecer os lados paralelos de um trapézio expressos em forma de segmentos de retas. Reconhecer objetos com a forma esférica dentre uma lista de objetos do cotidiano. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a área de um retângulo desenhado numa malha quadriculada, após a modificação de uma de suas dimensões. Determinar a razão entre as áreas de duas figuras desenhadas numa malha quadriculada. Determinar a área de uma figura poligonal não convexa desenhada sobre uma malha quadriculada. Estimar a diferença de altura entre dois objetos, a partir da altura de um deles. Converter medidas lineares de comprimento (m/cm). Resolver problemas que envolvem a conversão entre diferentes unidades de medida de massa. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais requerendo mais de uma operação. Resolver problemas envolvendo divisão de números naturais com resto. Associar a fração ½ à sua representação na forma decimal. Associar 50% à sua representação na forma de fração. Associar um número natural de seis ordens à sua forma polinomial. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Interpretar dados em um gráfico de colunas duplas.

Nível	Descrição do Nível
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer a planificação de uma caixa cilíndrica. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada. Resolver problemas que envolvem a conversão entre unidades de medida de tempo (minutos em horas, meses em anos). Resolver problemas que envolvem a conversão entre unidades de medida de comprimento (metros em centímetros). **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o minuendo de uma subtração entre números naturais, de três ordens, a partir do conhecimento do subtraendo e da diferença. Determinar o resultado da multiplicação entre o número oito e um número de quatro ordens com reserva. Reconhecer frações equivalentes. Resolver problemas envolvendo multiplicação com significado de combinatória. Comparar números racionais com quantidades diferentes de casas decimais. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Reconhecer o gráfico de linhas correspondente a uma sequência de valores ao longo do tempo (com valores positivos e negativos).
Nível 10 Desempenho maior ou igual a 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer dentre um conjunto de quadriláteros, aquele que possui lados perpendiculares e com a mesma medida. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Converter uma medida de comprimento, expressando decímetros e centímetros, para milímetros.

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 1 Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Os estudantes provavelmente são capazes de: **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Interpretar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas.
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas. Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal. Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Interpretar dados apresentados em um gráfico de linha simples. Associar dados apresentados em gráfico de colunas a uma tabela.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/objetos. Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva. Localizar um objeto em representação gráfica do tipo planta baixa, utilizando dois critérios: estar mais longe de um referencial e mais perto de outro. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete. Determinar a soma, a diferença, o produto ou o quociente de números inteiros em situações-problema. Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica.

	Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	**TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Associar dados apresentados em tabela a gráfico de setores. Analisar dados dispostos em uma tabela simples. Analisar dados apresentados em um gráfico de linha com mais de uma grandeza representada.
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Localizar um ponto em um plano cartesiano, com o apoio de malha quadriculada, a partir de suas coordenadas. Reconhecer as coordenadas de um ponto dado em um plano cartesiano, com o apoio de malha quadriculada. Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Converter unidades de medidas de comprimento, de metros para centímetros, na resolução de situação-problema. Reconhecer que a medida do perímetro de um retângulo, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade quando os lados dobram ou são reduzidos à metade. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau envolvendo números naturais, em situação-problema. Localizar números inteiros negativos na reta numérica. Localizar números racionais em sua representação decimal. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Analisar dados dispostos em uma tabela de dupla entrada.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer que o ângulo não se altera em figuras obtidas por ampliação/ redução. Localizar dois ou mais pontos em um sistema de coordenadas. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar o perímetro de uma região retangular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema. Determinar o volume através da contagem de blocos.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	**NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Associar uma fração com denominador dez à sua representação decimal. Associar uma situação problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1º grau ou sistemas lineares. Determinar, em situação-problema, a adição e multiplicação entre números racionais, envolvendo divisão por números inteiros. Determinar a porcentagem envolvendo números inteiros. Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer a medida do ângulo determinado entre dois deslocamentos, descritos por meio de orientações dadas por pontos cardeais. Reconhecer as coordenadas de pontos representados no primeiro quadrante de um plano cartesiano. Reconhecer a relação entre as medidas de raio e diâmetro de uma circunferência, com o apoio de figura. Reconhecer a corda de uma circunferência, as faces opostas de um cubo, a partir de uma de suas planificações. Comparar as medidas dos lados de um triângulo a partir das medidas de seus respectivos ângulos opostos. Resolver problema utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Converter unidades de medida de massa, de quilograma para grama, na resolução de situação problema. Resolver problema fazendo uso de semelhança de triângulos. **ÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer frações equivalentes. Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, e vice-versa. Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal. Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, com constante de proporcionalidade não inteira. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais. Determinar um valor monetário obtido por meio de um desconto ou um acréscimo percentual.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional fornecida. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Resolver problemas que requerem a comparação de dois gráficos de colunas.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer ângulos agudos, retos ou obtusos de acordo com sua medida em graus. Reconhecer as coordenadas de pontos representados num plano cartesiano localizados em quadrantes diferentes do primeiro. Determinar a posição final de um objeto, após a realização de rotações em torno de um ponto, de diferentes ângulos, em sentido horário e anti- horário. Resolver problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo. Resolver problemas envolvendo as propriedades de ângulos internos e externos de triângulos e quadriláteros, com ou sem justaposição ou sobreposição de figuras. Resolver problema utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida de um dos catetos, dadas as medidas da hipotenusa e de um de seus catetos. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras. Determinar a área de um retângulo em situações-problema. Determinar a área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas. Determinar o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo, sem o apoio de figura. Converter unidades de medida de volume, de m^3 para litro, em situações-problema. Reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o quociente entre números racionais, representados na forma decimal ou fracionária, em situações-problema. Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes. Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 2º grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração, multiplicação e/ou potenciação entre números inteiros. Determinar o valor de uma expressão numérica com números inteiros positivos e negativos. Determinar o valor de uma expressão numérica com números racionais. Comparar números racionais com diferentes números de casas decimais, usando arredondamento. Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração imprópria. Associar uma fração à sua representação na forma decimal. Associar uma situação problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1º grau. Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano a um sistema de duas equações lineares e vice-versa. Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Determinar a média aritmética de um conjunto de valores. Estimar quantidades em gráficos de setores. Analisar dados dispostos em uma tabela de três ou mais entradas. Interpretar dados fornecidos em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano. Interpretar gráficos de linhas com duas sequências de valores.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Resolver problemas utilizando as propriedades das cevianas (altura, mediana e bissetriz) de um triângulo isósceles, com o apoio de figura. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Converter unidades de medida de capacidade, de mililitro para litro, em situações-problema. Reconhecer que a área de um retângulo quadruplica quando seus lados dobram. Determinar a área de figuras simples (triângulo, paralelogramo, trapézio), inclusive utilizando composição/decomposição. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do 1º grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal. Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração e potenciação entre números racionais, representados na forma decimal. Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 400	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Resolver problemas utilizando a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.

[1] A Prova Brasil não utilizou itens do 9º ano que avaliam as habilidades do Nível 0. Os estudantes do 9º ano com desempenho menor que 200 requerem atenção especial, pois ainda não demonstram habilidades muito elementares que deveriam apresentar nessa etapa escolar.

ESCALA DE PROFICIÊNCIA DE MATEMÁTICA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 1 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	Os estudantes provavelmente são capazes de: **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas.
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro quadrante. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente. Determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação. Determinar resultado utilizando o conceito de progressão aritmética. **TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES** Associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela.
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente. Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo. Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente. Determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano. Determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste. Resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **GRANDEZAS E MEDIDAS** Resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto. Determinar a lei de formação de uma função linear a partir de dados fornecidos em uma tabela. Determinar a solução de um sistema de duas equações lineares. Determinar um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral. Determinar a probabilidade da ocorrência de um evento simples. Resolver problemas utilizando proporcionalidade direta ou inversa, cujos valores devem ser obtidos a partir de operações simples. Resolver problemas de contagem usando princípio multiplicativo.
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar medidas de segmentos por meio da semelhança entre dois polígonos. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial dada. Determinar o percentual que representa um valor em relação a outro. Determinar o valor de uma expressão algébrica. Determinar a solução de um sistema de três equações sendo uma com uma incógnita, outra com duas e a terceira com três incógnitas. Resolver problema envolvendo divisão proporcional do lucro em relação a dois investimentos iniciais diferentes. Resolver problema envolvendo operações, além das fundamentais, com números naturais. Resolver problema envolvendo a relação linear entre duas variáveis para a determinação de uma delas. Resolver problema envolvendo probabilidade de união de eventos. Avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano e localizados em quadrantes diferentes do primeiro. Associar um sólido geométrico simples a uma planificação usual dada. Resolver problemas envolvendo Teorema de Pitágoras, para calcular a medida da hipotenusa de um triângulo pitagórico, a partir de informações apresentadas textualmente e em uma figura. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a razão de semelhança entre as imagens de um mesmo objeto em escalas diferentes. Determinar o volume de um paralelepípedo retângulo, dada sua representação espacial. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar os zeros de uma função quadrática, a partir de sua expressão algébrica. Resolver problemas de porcentagem envolvendo números racionais não inteiros.
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Determinar a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, fornecendo ou não as fórmulas. Determinar, com o uso de do teorema de Pitágoras, a medida de um dos catetos de um triângulo retângulo não pitagórico. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura. Resolver problemas por meio de semelhança de triângulos sem apoio de figura. Resolver problemas envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto. Reconhecer os zeros de uma função quadrática em sua forma fatorada. Reconhecer gráfico de função afim a partir de sua representação algébrica. Reconhecer a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos. Reconhecer as raízes de um polinômio apresentado na sua forma fatorada.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	Determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função. Determinar o valor de uma expressão algébrica envolvendo módulo. Determinar o ponto de interseção de duas retas. Determinar a expressão algébrica que relaciona duas variáveis com valores dados em tabela ou gráfico. Determinar a maior raiz de um polinômio de 2º grau. Resolver problemas para obter valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial dada. Resolver problemas que envolvam uma equação de 1º grau que requeira manipulação algébrica. Resolver problemas envolvendo um sistema linear, dadas duas equações a duas incógnitas. Resolver problemas usando permutação. Resolver problemas utilizando probabilidade, envolvendo eventos independentes.
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 400 e menor que 425	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer a proporcionalidade dos elementos lineares de figuras semelhantes. Determinar uma das medidas de uma figura tridimensional, utilizando o Teorema de Pitágoras. Determinar a equação de uma circunferência, dados o centro e o raio. Determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da relação de Euler. Resolver problema envolvendo razões trigonométricas no triângulo retângulo, com apoio de figura. Associar um prisma a uma planificação usual dada. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar a área da superfície de uma pirâmide regular. Determinar o volume de um paralelepípedo, dadas suas dimensões em unidades diferentes. Determinar o volume de cilindros.

	NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES Reconhecer o gráfico de uma função trigonométrica da forma y=sen(x). Reconhecer um sistema de equações associado a uma matriz. Determinar a expressão algébrica associada a um dos trechos do gráfico de uma função definida por partes.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 400 e menor que 425	Determinar o valor máximo de uma função quadrática a partir de sua expressão algébrica e das expressões que determinam as coordenadas do vértice. Determinar a distância entre dois pontos no plano cartesiano. Resolver problema usando arranjo. Resolver problema envolvendo a resolução de uma equação do 2º grau sendo dados seus coeficientes. Interpretar o significado dos coeficientes da equação de uma reta, a partir de sua forma reduzida.
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 425 e menor que 450	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **ESPAÇO E FORMA** Reconhecer a equação que representa uma circunferência, dentre diversas equações dadas. Determinar o centro e o raio de uma circunferência a partir de sua equação geral. Resolver problemas envolvendo relações métricas em um triângulo retângulo que é parte de uma figura plana dada. **GRANDEZAS E MEDIDAS** Determinar o volume de pirâmides regulares. Resolver problema envolvendo áreas de círculos e polígonos. Resolver problema envolvendo semelhança de triângulos com apoio de figura na qual os dois triângulos apresentam ângulos opostos pelos vértices. Resolver problema envolvendo cálculo de volume de cilindro. **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Reconhecer o gráfico de uma função exponencial do tipo $f(x)=10^{x+1}$. Reconhecer o gráfico de uma função logarítmica dada a expressão algébrica da sua função inversa e seu gráfico. Determinar a expressão algébrica correspondente a uma função exponencial, a partir de dados fornecidos em texto ou gráfico. Determinar a inversa de uma função exponencial dada, representativa de uma situação do cotidiano. Determinar inclinação ou coeficiente angular de retas a partir de suas equações. Determinar um polinômio na forma fatorada, dadas as suas raízes.

Nível[1]	Descrição do Nível
Nível 10 Desempenho maior ou igual a 450	Além das habilidades anteriormente citadas, os estudantes provavelmente são capazes de: **NÚMEROS E OPERAÇÕES; ÁLGEBRA E FUNÇÕES** Determinar a solução de um sistema de três equações lineares, a três incógnitas, apresentado na forma matricial escalonada.

[1] A Prova Brasil não utilizou itens da 3ª série que avaliam as habilidades do Nível 0. Os estudantes da 3ª série com desempenho menor que 225 requerem atenção especial, pois ainda não demonstram habilidades muito elementares que deveriam apresentar nessa etapa escolar.

ANEXO III

Matriz de Matemática

EIXO ESTRUTURANTE	HABILIDADE	ESPECIFICAÇÕES DAS HABILIDADES
EIXO NUMÉRICO E ALGÉBRICO	H1 – Associar a contagem de coleções de objetos à representação numérica das suas respectivas quantidades	Contar agrupamentos de até 20 objetos dispostos: ▪ de forma organizada; ▪ de forma desorganizada; ▪ agrupados de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4, de 5 em 5 e 10 em 10.
		Contar agrupamentos de mais de 20 objetos agrupa em 2, de 3 em 3, de 4 em 4, de 5 em 5 e 10 em 10 (com limite numérico de 200).
	H2 –Associar a denominação do número a sua respectiva representação simbólica	*Observação:* *Apenas números de 10 a 999 em algarismos in arábicos, ou em linguagem materna.*
	H3 – Comparar ou ordenar quantidades pela contagem para identificar igualdade ou desigualdade numérica.	Comparar quantidades de: ▪ objetos organizados; ▪ objetos apresentados desordenadamente.
	H4 – Comparar ou ordenar números naturais	Escolher entre alternativas apresentadas aquela qu ▪ completa uma sequência de quantidades crescentes. ▪ completa uma sequência de quantidades decrescentes. ▪ corresponde a uma ordenação crescente de quantidades.
		Resolver problemas simples de comparação numérica. Observação: *1. Representados ou não na reta numérica.*
	H5. Compor e decompor números	*Observação* *1) Sistema de numeração decimal até 999.*
	H6 - Resolver problemas que demandam as ações de juntar, separar, acrescentar e retirar quantidades.	Operar com e sem reagrupamentos.
		Adicionar com até três parcelas.
	H7 - Resolver problemas que demandam as ações de comparar e completar quantidades.	Operar com e sem reagrupamentos.
	H8 Cálculo de adições e subtrações	Operar com e sem reagrupamentos.
		Adicionar com duas parcelas.
	H9 - Resolver problemas que envolvam as ideias da multiplicação	Situações que envolvam adição de parcelas iguais.
		Situações que envolvam objetos organizados em disposição retangular.
		Situações envolvendo a ideia de proporcionalidade (dobro, triplo etc).
		Situações envolvendo a ideia de combinação
		Repartir uma coleção de objetos em partes iguais.
		Quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

	H10 - Resolver problemas que envolvam as ideias da divisão	Situações envolvendo a ideia de proporcionalidade (metade, terça e quarta parte). Observação: *Considerar situações contínuas e discretas.*

EIXO GEOMETRIA	H11 – Identificar figuras geométricas planas.	Associar as seguintes figuras planas com seus respectivos nomes: triângulos, quadrados, retângulos e círculos em posição prototípica ou não. *Observação*: 1. *Nos distratores podem ser utilizadas quaisquer figuras planas (ex. trapézio, pentágono etc).* 2. *Evitar usar quadrados, retângulos e losangos num mesmo item.*
	H12 – Reconhecer as representações de figuras geométricas espaciais.	Associar representações de objetos do mundo físic a representações de alguns sólidos geométricos simples: cubo, paralelepípedo, esfera, cilindro, cone pirâmide. (exemplo: caixa com paralelepípedo, casquinha de sorvete com cone).
		Reconhecer planificações de prismas. *Observação:* *Evitar usar cubos e paralelepípedos num mesmo ite*
EIXO GRANDEZAS E MEDIDAS	H13 – Comparar e ordenar comprimentos	Situações envolvendo desenhos de objetos ou personagens para estabelecer comparativamente: o maior, o menor, igual, o mais alto, o mais baixo, o mais comprido o mais curto, o mais grosso, o mais fino, o mais estreito, o mais largo.
	H14 – Identificar e relacionar cédulas e moedas.	Identificar cédulas e moeda do sistema monetário brasileiro.
		Identificar trocas e diferentes formas para representar um mesmo valor.
		Dada uma cédula ou moeda, reconhecer agrupamentos de outras cédulas ou moedas, de valores iguais, correspondentes ao mesmo valor.
		Dado um valor qualquer representado por cédulas e ou moedas, identificar outra forma de obter o mesmo valor.
	H15 - Identificar, comparar, relacionar e ordenar tempo em diferentes sistemas de medida.	Situações envolvendo intervalos de tempo, diferentes medidas de tempo (hora, dia, semana, mês, ano, semestre, bimestre); diferentes instrumentos de medida de tempo (relógios analógicos e digitais, calendário).
		Apresentar situações de rotina escolar e de vida comparando com os períodos do dia, do mês e do ano;
		Reconhecer horas cheias e intervalos de cinco minutos em relógio digital e em relógio analógico;
		Relacionar horários apresentados em relógios digital e analógico;
		Identificar instrumentos de medida de tempo;
	H16 - Ler resultados de medições	Grandezas de comprimento, massa, capacidade, temperatura. *Observação:* *Considerar apenas medidas expressas por número naturais*.
EIXO DE TRATAMENTO DA	H17 – Identificar informações apresentadas em tabelas.	Identificar informação em listas ou tabelas de uma entrada, com mais do que duas categorias.
		Identificar informação que exijam dois níveis de localização, como tabelas de dupla entrada.

INFORMAÇÃO	H18– Identificar informações apresentadas em gráficos.	Reconhecer no gráfico (barras, coluna ou pictórico) qual a maior/menor frequência.
		Dada uma frequência, localizar a informação correspondente no gráfico e vice-versa.

ANEXO IV

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA

MATRIZ DE REFERÊNCIA ENEM

EIXOS COGNITIVOS (comuns a todas as áreas de conhecimento)

I. **Dominar linguagens (DL)**: dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.

II. **Compreender fenômenos (CF)**: construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III. **Enfrentar situações-problema (SP)**: selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV. **Construir argumentação (CA)**: relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V. **Elaborar propostas (EP)**: recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Matriz de Referência de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias.

Competência de área 1 - Aplicar as tecnologias da comunicação e da informação na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para sua vida.

H1 - Identificar as diferentes linguagens e seus recursos expressivos como elementos de caracterização dos sistemas de comunicação.

H2 - Recorrer aos conhecimentos sobre as linguagens dos sistemas de comunicação e informação para resolver problemas sociais.

H3 - Relacionar informações geradas nos sistemas de comunicação e informação, considerando a função social desses sistemas.

H4 - Reconhecer posições críticas aos usos sociais que são feitos das linguagens e dos sistemas de comunicação e informação.

Competência de área 2 - Conhecer e usar língua(s) estrangeira(s) moderna(s) como instrumento de acesso a informações e a outras culturas e grupos sociais*.

H5 – Associar vocábulos e expressões de um texto em LEM ao seu tema.

H6 - Utilizar os conhecimentos da LEM e de seus mecanismos como meio de ampliar as possibilidades de acesso a informações, tecnologias e culturas.

H7 – Relacionar um texto em LEM, as estruturas linguísticas, sua função e seu uso social.

H8 - Reconhecer a importância da produção cultural em LEM como representação da diversidade cultural e linguística.

Competência de área 3 - Compreender e usar a linguagem corporal como relevante para a própria vida, integradora social e formadora da identidade.

H9 - Reconhecer as manifestações corporais de movimento como originárias de necessidades cotidianas de um grupo social.

H10 - Reconhecer a necessidade de transformação de hábitos corporais em função das necessidades cinestésicas.

H11 - Reconhecer a linguagem corporal como meio de interação social, considerando os limites de desempenho e as alternativas de adaptação para diferentes indivíduos.

Competência de área 4 - Compreender a arte como saber cultural e estético gerador de significação e integrador da organização do mundo e da própria identidade.

H12 - Reconhecer diferentes funções da arte, do trabalho da produção dos artistas em seus meios culturais.

H13 - Analisar as diversas produções artísticas como meio de explicar diferentes culturas, padrões de beleza e preconceitos.

H14 - Reconhecer o valor da diversidade artística e das inter-relações de elementos que se apresentam nas manifestações de vários grupos sociais e étnicos.

Competência de área 5 - Analisar, interpretar e aplicar recursos expressivos das linguagens, relacionando textos com seus contextos, mediante a natureza, função, organização, estrutura das manifestações, de acordo com as condições de produção e recepção.

H15 - Estabelecer relações entre o texto literário e o momento de sua produção, situando aspectos do contexto histórico, social e político.

H16 - Relacionar informações sobre concepções artísticas e procedimentos de construção do texto literário.

H17 - Reconhecer a presença de valores sociais e humanos atualizáveis e permanentes no patrimônio literário nacional.

Competência de área 6 - Compreender e usar os sistemas simbólicos das diferentes linguagens como meios de organização cognitiva da realidade pela constituição de significados, expressão, comunicação e informação.

H18 - Identificar os elementos que concorrem para a progressão temática e para a organização e estruturação de textos de diferentes gêneros e tipos.

H19 - Analisar a função da linguagem predominante nos textos em situações específicas de interlocução.

H20 - Reconhecer a importância do patrimônio linguístico para a preservação da memória e da identidade nacional.

Competência de área 7 - Confrontar opiniões e pontos de vista sobre as diferentes linguagens e suas manifestações específicas.

H21 - Reconhecer em textos de diferentes gêneros, recursos verbais e não-verbais utilizados com a finalidade de criar e mudar comportamentos e hábitos.

H22 - Relacionar, em diferentes textos, opiniões, temas, assuntos e recursos linguísticos.

H23 - Inferir em um texto quais são os objetivos de seu produtor e quem é seu público alvo, pela análise dos procedimentos argumentativos utilizados.

H24 - Reconhecer no texto estratégias argumentativas empregadas para o convencimento do público, tais como a intimidação, sedução, comoção, chantagem, entre outras.

Competência de área 8 - Compreender e usar a língua portuguesa como língua materna, geradora de significação e integradora da organização do mundo e da própria identidade.

H25 - Identificar, em textos de diferentes gêneros, as marcas linguísticas que singularizam as variedades linguísticas sociais, regionais e de registro.

H26 - Relacionar as variedades linguísticas a situações específicas de uso social.

H27 - Reconhecer os usos da norma padrão da língua portuguesa nas diferentes situações de comunicação.

Competência de área 9 - Entender os princípios, a natureza, a função e o impacto das tecnologias da comunicação e da informação na sua vida pessoal e social, no desenvolvimento do conhecimento, associando-o aos conhecimentos científicos, às linguagens que lhes dão suporte, às demais tecnologias, aos processos de produção e aos problemas que se propõem solucionar.

H28 - Reconhecer a função e o impacto social das diferentes tecnologias da comunicação e informação.

H29 - Identificar pela análise de suas linguagens, as tecnologias da comunicação e informação.

H30 - Relacionar as tecnologias de comunicação e informação ao desenvolvimento das sociedades e ao conhecimento que elas produzem.

Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em

gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Matriz de Referência de Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Competência de área 1 – Compreender as ciências naturais e as tecnologias a elas associadas como construções humanas, percebendo seus papéis nos processos de produção e no desenvolvimento econômico e social da humanidade.

H1 – Reconhecer características ou propriedades de fenômenos ondulatórios ou oscilatórios, relacionando-os a seus usos em diferentes contextos.

H2 – Associar a solução de problemas de comunicação, transporte, saúde ou outro, com o correspondente desenvolvimento científico e tecnológico.

H3 – Confrontar interpretações científicas com interpretações baseadas no senso comum, ao longo do tempo ou em diferentes culturas.

H4 – Avaliar propostas de intervenção no ambiente, considerando a qualidade da vida humana ou medidas de conservação, recuperação ou utilização sustentável da biodiversidade.

Competência de área 2 – Identificar a presença e aplicar as tecnologias associadas às ciências naturais em diferentes contextos.

H5 – Dimensionar circuitos ou dispositivos elétricos de uso cotidiano.

H6 – Relacionar informações para compreender manuais de instalação ou utilização de aparelhos, ou sistemas tecnológicos de uso comum.

H7 – Selecionar testes de controle, parâmetros ou critérios para a comparação de materiais e produtos, tendo em vista a defesa do consumidor, a saúde do trabalhador ou a qualidade de vida.

Competência de área 3 – Associar intervenções que resultam em degradação ou conservação ambiental a processos produtivos e sociais e a instrumentos ou ações científico-tecnológicos.

H8 – Identificar etapas em processos de obtenção, transformação, utilização ou reciclagem de recursos naturais, energéticos ou matérias-primas, considerando processos biológicos, químicos ou físicos neles envolvidos.

H9 – Compreender a importância dos ciclos biogeoquímicos ou do fluxo

energia para a vida, ou da ação de agentes ou fenômenos que podem causar alterações nesses processos.

H10 – Analisar perturbações ambientais, identificando fontes, transporte e(ou) destino dos poluentes ou prevendo efeitos em sistemas naturais, produtivos ou sociais.

H11 – Reconhecer benefícios, limitações e aspectos éticos da biotecnologia, considerando estruturas e processos biológicos envolvidos em produtos biotecnológicos.

H12 – Avaliar impactos em ambientes naturais decorrentes de atividades sociais ou econômicas, considerando interesses contraditórios.

Competência de área 4 – Compreender interações entre organismos e ambiente, em particular aquelas relacionadas à saúde humana, relacionando conhecimentos científicos, aspectos culturais e características individuais.

H13 – Reconhecer mecanismos de transmissão da vida, prevendo ou explicando a manifestação de características dos seres vivos.

H14 – Identificar padrões em fenômenos e processos vitais dos organismos, como manutenção do equilíbrio interno, defesa, relações com o ambiente, sexualidade, entre outros.

H15 – Interpretar modelos e experimentos para explicar fenômenos ou processos biológicos em qualquer nível de organização dos sistemas biológicos.

H16 – Compreender o papel da evolução na produção de padrões, processos biológicos ou na organização taxonômica dos seres vivos.

Competência de área 5 – Entender métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e aplicá-los em diferentes contextos.

H17 – Relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

H18 – Relacionar propriedades físicas, químicas ou biológicas de produtos, sistemas ou procedimentos tecnológicos às finalidades a que se destinam.

H19 – Avaliar métodos, processos ou procedimentos das ciências naturais

que contribuam para diagnosticar ou solucionar problemas de ordem social, econômica ou ambiental.

Competência de área 6 – Apropriar-se de conhecimentos da física para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

H20 – Caracterizar causas ou efeitos dos movimentos de partículas, substâncias, objetos ou corpos celestes.

H21 – Utilizar leis físicas e (ou) químicas para interpretar processos naturais ou tecnológicos inseridos no contexto da termodinâmica e(ou) do eletromagnetismo.

H22 – Compreender fenômenos decorrentes da interação entre a radiação e a matéria em suas manifestações em processos naturais ou tecnológicos, ou em suas implicações biológicas, sociais, econômicas ou ambientais.

H23 – Avaliar possibilidades de geração, uso ou transformação de energia em ambientes específicos, considerando implicações éticas, ambientais, sociais e/ou econômicas.

Competência de área 7 – Apropriar-se de conhecimentos da química para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

H24 – Utilizar códigos e nomenclatura da química para caracterizar materiais, substâncias ou transformações químicas.

H25 – Caracterizar materiais ou substâncias, identificando etapas, rendimentos ou implicações biológicas, sociais, econômicas ou ambientais de sua obtenção ou produção.

H26 – Avaliar implicações sociais, ambientais e/ou econômicas na produção ou no consumo de recursos energéticos ou minerais, identificando transformações químicas ou de energia envolvidas nesses processos.

H27 – Avaliar propostas de intervenção no meio ambiente aplicando conhecimentos químicos, observando riscos ou benefícios.

Competência de área 8 – Apropriar-se de conhecimentos da biologia para, em situações problema, interpretar, avaliar ou planejar intervenções científico-tecnológicas.

H28 – Associar características adaptativas dos organismos com seu modo de vida ou com seus limites de distribuição em diferentes ambientes, em especial em ambientes brasileiros.

H29 – Interpretar experimentos ou técnicas que utilizam seres vivos, analisando implicações para o ambiente, a saúde, a produção de alimentos, matérias primas ou produtos industriais.

H30 – Avaliar propostas de alcance individual ou coletivo, identificando aquelas que visam à preservação e a implementação da saúde individual, coletiva ou do ambiente.

Matriz de Referência de Ciências Humanas e suas Tecnologias

Competência de área 1 - Compreender os elementos culturais que constituem as identidades.

H1 - Interpretar historicamente e/ou geograficamente fontes documentais acerca de aspectos da cultura.

H2 - Analisar a produção da memória pelas sociedades humanas.

H3 - Associar as manifestações culturais do presente aos seus processos históricos.

H4 - Comparar pontos de vista expressos em diferentes fontes sobre determinado aspecto da cultura.

H5 - Identificar as manifestações ou representações da diversidade do patrimônio cultural e artístico em diferentes sociedades.

Competência de área 2 - Compreender as transformações dos espaços geográficos como produto das relações socioeconômicas e culturais de poder.

H6 - Interpretar diferentes representações gráficas e cartográficas dos espaços geográficos.

H7 - Identificar os significados histórico-geográficos das relações de poder entre as nações

H8 - Analisar a ação dos estados nacionais no que se refere à dinâmica dos fluxos populacionais e no enfrentamento de problemas de ordem econômico-social.

H9 - Comparar o significado histórico-geográfico das organizações políticas e socioeconômicas em escala local, regional ou mundial.

H10 - Reconhecer a dinâmica da organização dos movimentos sociais e a importância da participação da coletividade na transformação da realidade histórico-geográfica.

Competência de área 3 - Compreender a produção e o papel histórico das instituições sociais, políticas e econômicas, associando-as aos diferentes grupos, conflitos e movimentos sociais.

H11 - Identificar registros de práticas de grupos sociais no tempo e no espaço.

H12 - Analisar o papel da justiça como instituição na organização das sociedades.

H13 - Analisar a atuação dos movimentos sociais que contribuíram para mudanças ou rupturas em processos de disputa pelo poder.

H14 - Comparar diferentes pontos de vista, presentes em textos analíticos e interpretativos, sobre situação ou fatos de natureza histórico-geográfica acerca das instituições sociais, políticas e econômicas.

H15 - Avaliar criticamente conflitos culturais, sociais, políticos, econômicos ou ambientais ao longo da história.

Competência de área 4 - Entender as transformações técnicas e tecnológicas e seu impacto nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social.

H16 - Identificar registros sobre o papel das técnicas e tecnologias na organização do trabalho e/ou da vida social.

H17 - Analisar fatores que explicam o impacto das novas tecnologias no processo de territorialização da produção.

H18 - Analisar diferentes processos de produção ou circulação de riquezas e suas implicações sócio-espaciais.

H19 - Reconhecer as transformações técnicas e tecnológicas que determinam as várias formas de uso e apropriação dos espaços rural e urbano.

H20 - Selecionar argumentos favoráveis ou contrários às modificações impostas pelas novas tecnologias à vida social e ao mundo do trabalho.

Competência de área 5 - Utilizar os conhecimentos históricos para compreender e valorizar os fundamentos da cidadania e da democracia, favorecendo uma atuação consciente do indivíduo na sociedade.

H21 - Identificar o papel dos meios de comunicação na construção da vida social.

H22 - Analisar as lutas sociais e conquistas obtidas no que se refere às mudanças nas legislações ou nas políticas públicas.

H23 - Analisar a importância dos valores éticos na estruturação política das sociedades.

H24 - Relacionar cidadania e democracia na organização das sociedades.

H25 – Identificar estratégias que promovam formas de inclusão social.

Competência de área 6 - Compreender a sociedade e a natureza, reconhecendo suas interações no espaço em diferentes contextos históricos e geográficos.

H26 - Identificar em fontes diversas o processo de ocupação dos meios físicos e as relações da vida humana com a paisagem.

H27 - Analisar de maneira crítica as interações da sociedade com o meio físico, levando em consideração aspectos históricos e(ou) geográficos.

H28 - Relacionar o uso das tecnologias com os impactos sócio-ambientais em diferentes contextos histórico-geográficos.

H29 - Reconhecer a função dos recursos naturais na produção do espaço geográfico, relacionando-os com as mudanças provocadas pelas ações humanas.

H30 - Avaliar as relações entre preservação e degradação da vida no planeta nas diferentes escalas.

ANEXO V

Objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referência

1. Linguagem, Códigos e suas Tecnologias.

• **Estudo do texto: as sequências discursivas e os gêneros textuais no sistema de comunicação e informação -** modos de organização da composição textual; atividades de produção escrita e de leitura de textos gerados nas diferentes esferas sociais - públicas e privadas.

• **Estudo das práticas corporais: a linguagem corporal como integradora social e formadora de identidade -** *performance* corporal e identidades juvenis; possibilidades de vivência crítica e emancipada do lazer; mitos e verdades sobre os corpos masculino e feminino na sociedade atual; exercício físico e saúde; o corpo e a expressão artística e cultural; o corpo no mundo dos símbolos e como produção da cultura; práticas corporais e autonomia; condicionamentos e esforços físicos; o esporte;. a dança; as lutas; os jogos; as brincadeiras.

• **Produção e recepção de textos artísticos: interpretação e representação do mundo para o fortalecimento dos processos de identidade e cidadania –** Artes Visuais: estrutura morfológica, sintática, o contexto da obra artística, o contexto da comunidade. Teatro: estrutura morfológica, sintática, o contexto da obra artística, o contexto da comunidade, as fontes de criação. Música: estrutura morfológica, sintática, o contexto da obra artística, o contexto da comunidade, as fontes de criação. Dança: estrutura morfológica, sintática, o contexto da obra artística, o contexto da comunidade, as fontes de criação. Conteúdos estruturantes das linguagens artísticas (Artes Visuais, Dança, Música, Teatro), elaborados a partir de suas estruturas morfológicas e sintáticas; inclusão, diversidade e multiculturalidade: a valorização da pluralidade expressada nas produções estéticas e artísticas das minorias sociais e dos portadores de necessidades especiais educacionais.

• **Estudo do texto literário: relações entre produção literária e processo social, concepções artísticas, procedimentos de construção e recepção de textos -** produção literária e processo social; processos de formação literária e de formação nacional; produção de textos literários, sua recepção e a constituição do patrimônio literário nacional; relações entre a dialética cosmopolitismo/localismo e a produção literária nacional;

elementos de continuidade e ruptura entre os diversos momentos da literatura brasileira; associações entre concepções artísticas e procedimentos de construção do texto literário em seus gêneros (épico/narrativo, lírico e dramático) e formas diversas.; articulações entre os recursos expressivos e estruturais do texto literário e o processo social relacionado ao momento de sua produção; representação literária: natureza, função, organização e estrutura do texto literário; relações entre literatura, outras artes e outros saberes.

- **Estudo dos aspectos linguísticos em diferentes textos: recursos expressivos da língua, procedimentos de construção e recepção de textos -** organização da macroestrutura semântica e a articulação entre idéias e proposições (relações lógico- semânticas).

- **Estudo do texto argumentativo, seus gêneros e recursos linguísticos: argumentação: tipo, gêneros e usos em língua portuguesa -** formas de apresentação de diferentes pontos de vista; organização e progressão textual; papéis sociais e comunicativos dos interlocutores, relação entre usos e propósitos comunicativos, função sociocomunicativa do gênero, aspectos da dimensão espaçotemporal em que se produz o texto.

- **Estudo dos aspectos linguísticos da língua portuguesa: usos da língua: norma culta e variação linguística -** uso dos recursos linguísticos em relação ao contexto em que o texto é constituído: elementos de referência pessoal, temporal, espacial, registro linguístico, grau de formalidade, seleção lexical, tempos e modos verbais; uso dos recursos linguísticos em processo de coesão textual: elementos de articulação das sequências dos textos ou à construção da micro estrutura do texto.

- **Estudo dos gêneros digitais: tecnologia da comunicação e informação: impacto e função social -** o texto literário típico da cultura de massa: o suporte textual em gêneros digitais; a caracterização dos interlocutores na comunicação tecnológica; os recursos linguísticos e os gêneros digitais; a função social das novas tecnologias.

2. Matemática e suas Tecnologias

• **Conhecimentos numéricos**: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.

• **Conhecimentos geométricos**: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

• **Conhecimentos de estatística e probabilidade**: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.

• **Conhecimentos algébricos**: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

• **Conhecimentos algébricos/geométricos**: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

3. Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Física

• **Conhecimentos básicos e fundamentais -** Noções de ordem de grandeza. Notação Científica. Sistema Internacional de Unidades. Metodologia de investigação: a procura de regularidades e de sinais na interpretação física do mundo. Observações e mensurações: representação de grandezas físicas como grandezas mensuráveis. Ferramentas básicas: gráficos e vetores. Conceituação de grandezas vetoriais e escalares. Operações básicas com vetores.

• **O movimento, o equilíbrio e a descoberta de leis físicas –** Grandezas fundamentais da mecânica: tempo, espaço, velocidade e aceleração. Relação histórica entre força e movimento. Descrições do movimento e sua interpretação: quantificação do movimento e sua descrição matemática e gráfica. Casos especiais de movimentos e suas regularidades observáveis. Conceito de inércia. Noção de sistemas de referência inerciais e não inerciais. Noção dinâmica de massa e quantidade de movimento (momento linear). Força e variação da quantidade de movimento. Leis de Newton. Centro de massa e a idéia de ponto material. Conceito de forças externas e internas. Lei da conservação da quantidade de movimento (momento linear) e teorema do impulso. Momento de uma força (torque). Condições de equilíbrio estático de ponto material e de corpos rígidos. Força de atrito, força peso, força normal de contato e tração. Diagramas de forças. Identificação das forças que atuam nos movimentos circulares. Noção de força centrípeta e sua quantificação. A hidrostática: aspectos históricos e variáveis relevantes. Empuxo. Princípios de Pascal, Arquimedes e Stevin: condições de flutuação, relação entre diferença de nível e pressão hidrostática.

• **Energia, trabalho e potência -** Conceituação de trabalho, energia e potência. Conceito de energia potencial e de energia cinética. Conservação de energia mecânica e dissipação de energia. Trabalho da força gravitacional e energia potencial gravitacional. Forças conservativas e dissipativas.

• **A Mecânica e o funcionamento do Universo -** Força peso. Aceleração gravitacional. Lei da Gravitação Universal. Leis de Kepler. Movimentos de corpos celestes. Influência na Terra: marés e variações climáticas. Concepções históricas sobre a origem do universo e sua evolução.

• **Fenômenos Elétricos e Magnéticos -** Carga elétrica e corrente elétrica. Lei de Coulomb. Campo elétrico e potencial elétrico. Linhas de campo. Superfícies equipotenciais. Poder das pontas. Blindagem. Capacitores. Efeito Joule. Lei de Ohm. Resistência elétrica e resistividade. Relações entre grandezas elétricas:

tensão, corrente, potência e energia. Circuitos elétricos simples. Correntes contínua e alternada. Medidores elétricos.

Representação gráfica de circuitos. Símbolos convencionais. Potência e consumo de energia em dispositivos elétricos. Campo magnético. Imãs permanentes. Linhas de campo magnético. Campo magnético terrestre.

- **Oscilações, ondas, óptica e radiação -** Feixes e frentes de ondas. Reflexão e refração. Óptica geométrica: lentes e espelhos. Formação de imagens. Instrumentos ópticos simples. Fenômenos ondulatórios. Pulsos e ondas. Período, frequência, ciclo. Propagação: relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda. Ondas em diferentes meios de propagação.

- **O calor e os fenômenos térmicos -** Conceitos de calor e de temperatura. Escalas termométricas. Transferência de calor e equilíbrio térmico. Capacidade calorífica e calor específico. Condução do calor. Dilatação térmica. Mudanças de estado físico e calor latente de transformação. Comportamento de Gases ideais. Máquinas térmicas. Ciclo de Carnot. Leis da Termodinâmica. Aplicações e fenômenos térmicos de uso cotidiano. Compreensão de fenômenos climáticos relacionados ao ciclo da água.

Química

• **Transformações Químicas -** Evidências de transformações químicas. Interpretando transformações químicas. Sistemas Gasosos: Lei dos gases. Equação geral dos gases ideais, Princípio de Avogadro, conceito de molécula; massa molar, volume molar dos gases. Teoria cinética dos gases. Misturas gasosas. Modelo corpuscular da matéria. Modelo atômico de Dalton. Natureza elétrica da matéria: Modelo Atômico de Thomson, Rutherford, Rutherford-Bohr. Átomos e sua estrutura. Número atômico, número de massa, isótopos, massa atômica. Elementos químicos e Tabela Periódica. Reações químicas.

• **Representação das transformações químicas -** Fórmulas químicas. Balanceamento de equações químicas. Aspectos quantitativos das transformações químicas. Leis ponderais das reações químicas. Determinação de fórmulas químicas. Grandezas Químicas: massa, volume, mol, massa molar, constante de Avogadro. Cálculos estequiométricos.

• **Materiais, suas propriedades e usos -** Propriedades de materiais. Estados físicos de materiais. Mudanças de estado. Misturas: tipos e métodos de separação. Substâncias químicas: classificação e características gerais. Metais e Ligas metálicas. Ferro, cobre e alumínio. Ligações metálicas. Substâncias iônicas: características e propriedades. Substâncias iônicas do grupo: cloreto, carbonato, nitrato e sulfato. Ligação iônica. Substâncias moleculares: características e propriedades. Substâncias moleculares: H2, O2, N2, Cl2, NH3, H2O, HCl, CH4. Ligação Covalente. Polaridade de moléculas. Forças intermoleculares. Relação entre estruturas, propriedade e aplicação das substâncias.

• **Água** - Ocorrência e importância na vida animal e vegetal. Ligação, estrutura e propriedades. Sistemas em Solução Aquosa: Soluções verdadeiras, soluções coloidais e suspensões. Solubilidade. Concentração das soluções. Aspectos qualitativos das propriedades coligativas das soluções. Ácidos, Bases, Sais e Óxidos: definição, classificação, propriedades, formulação e nomenclatura. Conceitos de ácidos e base. Principais propriedades dos ácidos e bases: indicadores, condutibilidade elétrica, reação com metais, reação de neutralização.

• **Transformações Químicas e Energia -** Transformações químicas e energia calorífica. Calor de reação. Entalpia. Equações termoquímicas. Lei de Hess. Transformações químicas e energia elétrica. Reação de oxirredução. Potenciais padrão de redução. Pilha. Eletrólise. Leis de Faraday. Transformações nucleares. Conceitos fundamentais da radioatividade. Reações de fissão e fusão nuclear. Desintegração radioativa e radioisótopos.

• **Dinâmica das Transformações Químicas -** Transformações Químicas e velocidade. Velocidade de reação. Energia de ativação. Fatores que alteram a velocidade de reação: concentração, pressão, temperatura e catalisador.

• **Transformação Química e Equilíbrio -** Caracterização do sistema em equilíbrio. Constante de equilíbrio. Produto iônico da água, equilíbrio ácido-base e pH. Solubilidade dos sais e hidrólise. Fatores que alteram o sistema em equilíbrio. Aplicação da velocidade e do equilíbrio químico no cotidiano.

• **Compostos de Carbono -** Características gerais dos compostos orgânicos. Principais funções orgânicas. Estrutura e propriedades de Hidrocarbonetos. Estrutura e propriedades de compostos orgânicos oxigenados. Fermentação. Estrutura e propriedades de compostos orgânicos nitrogenados. Macromoléculas naturais e sintéticas. Noções básicas sobre polímeros. Amido, glicogênio e celulose. Borracha natural e sintética. Polietileno, poliestireno, PVC, Teflon, náilon. Óleos e gorduras, sabões e detergentes sintéticos. Proteínas e enzimas.

• **Relações da Química com as Tecnologias, a Sociedade e o Meio Ambiente -** Química no cotidiano. Química na agricultura e na saúde. Química nos alimentos. Química e ambiente. Aspectos científico-tecnológicos, socioeconômicos e ambientais associados à obtenção ou produção de substâncias químicas. Indústria Química: obtenção e utilização do cloro, hidróxido de sódio, ácido sulfúrico, amônia e ácido nítrico. Mineração e Metalurgia. Poluição e tratamento de água. Poluição atmosférica. Contaminação e proteção do ambiente.

• **Energias Químicas no Cotidiano -** Petróleo, gás natural e carvão. Madeira e hulha. Biomassa. Biocombustíveis. Impactos ambientais de combustíveis fosseis. Energia nuclear. Lixo atômico. Vantagens e desvantagens do uso de energia nuclear.

Biologia

• **Moléculas, células e tecidos -** Estrutura e fisiologia celular: membrana, citoplasma e núcleo. Divisão celular. Aspectos bioquímicos das estruturas celulares. Aspectos gerais do metabolismo celular. Metabolismo energético: fotossíntese e respiração. Codificação da informação genética. Síntese protéica. Diferenciação celular. Principais tecidos animais e vegetais. Origem e evolução das células. Noções sobre células-tronco, clonagem e tecnologia do DNA recombinante. Aplicações de biotecnologia na produção de alimentos, fármacos e componentes biológicos. Aplicações de tecnologias relacionadas ao DNA a investigações científicas, determinação da paternidade, investigação criminal e identificação de indivíduos. Aspectos éticos relacionados ao desenvolvimento biotecnológico. Biotecnologia e sustentabilidade.

• **Hereditariedade e diversidade da vida -** Princípios básicos que regem a transmissão de características hereditárias. Concepções pré-mendelianas sobre a hereditariedade. Aspectos genéticos do funcionamento do corpo humano. Antígenos e anticorpos. Grupos sanguíneos, transplantes e doenças auto-imunes. Neoplasias e a influência de fatores ambientais. Mutações gênicas e cromossômicas. Aconselhamento genético. Fundamentos genéticos da evolução. Aspectos genéticos da formação e manutenção da diversidade biológica.

• **Identidade dos seres vivos -** Níveis de organização dos seres vivos. Vírus, procariontes e eucariontes. Autótrofos e heterótrofos. Seres unicelulares e pluricelulares. Sistemática e as grandes linhas da evolução dos seres vivos. Tipos de ciclo de vida. Evolução e padrões anatômicos e fisiológicos observados nos seres vivos. Funções vitais dos seres vivos e sua relação com a adaptação desses organismos a diferentes ambientes. Embriologia, anatomia e fisiologia humana. Evolução humana. Biotecnologia e sistemática.

• **Ecologia e ciências ambientais -** Ecossistemas. Fatores bióticos e abióticos. Habitat e nicho ecológico. A comunidade biológica: teia alimentar, sucessão e comunidade clímax. Dinâmica de populações. Interações entre os seres vivos. Ciclos biogeoquímicos. Fluxo de energia no ecossistema. Biogeografia. Biomas brasileiros. Exploração e uso de recursos naturais. Problemas ambientais: mudanças climáticas, efeito estufa; desmatamento; erosão; poluição da água, do solo e do ar. Conservação e recuperação de ecossistemas. Conservação da biodiversidade. Tecnologias ambientais. Noções de saneamento básico. Noções de legislação ambiental: água, florestas, unidades de conservação; biodiversidade.

• **Origem e evolução da vida -** A biologia como ciência: história, métodos, técnicas e experimentação. Hipóteses sobre a origem do Universo, da Terra e dos seres vivos. Teorias de evolução. Explicações pré-darwinistas para a modificação das espécies. A teoria evolutiva de Charles Darwin. Teoria sintética da evolução.

Seleção artificial e seu impacto sobre ambientes naturais e sobre populações humanas.

- **Qualidade de vida das populações humanas -** Aspectos biológicos da pobreza e do desenvolvimento humano. Indicadores sociais, ambientais e econômicos. Índice de desenvolvimento humano. Principais doenças que afetam a população brasileira:

caracterização, prevenção e profilaxia. Noções de primeiros socorros. Doenças sexualmente transmissíveis. Aspectos sociais da biologia: uso indevido de drogas; gravidez na adolescência; obesidade. Violência e segurança pública. Exercícios físicos e vida saudável. Aspectos biológicos do desenvolvimento sustentável. Legislação e cidadania.

4. Ciências Humanas e suas Tecnologias

• **Diversidade cultural, conflitos e vida em sociedade**

○ Cultura Material e imaterial; patrimônio e diversidade cultural no Brasil.

○ A Conquista da América. Conflitos entre europeus e indígenas na América colonial. A escravidão e formas de resistência indígena e africana na América.

○ História cultural dos povos africanos. A luta dos negros no Brasil e o negro na formação da sociedade brasileira.

○ História dos povos indígenas e a formação sócio-cultural brasileira.

○ Movimentos culturais no mundo ocidental e seus impactos na vida

política e social.

• **Formas de organização social, movimentos sociais, pensamento político e ação do Estado.**

o Cidadania e democracia na Antiguidade; Estado e direitos do cidadão a partir da Idade Moderna; democracia direta, indireta e representativa.

○ Revoluções sociais e políticas na Europa Moderna.

○ Formação territorial brasileira; as regiões brasileiras; políticas de reordenamento territorial.

○ As lutas pela conquista da independência política das colônias da América.

○ Grupos sociais em conflito no Brasil imperial e a construção da nação.

○ O desenvolvimento do pensamento liberal na sociedade capitalista e seus críticos nos séculos XIX e XX.

o Políticas de colonização, migração, imigração e emigração no Brasil nos séculos XIX e XX.

○ A atuação dos grupos sociais e os grandes processos revolucionários do século XX: Revolução Bolchevique, Revolução Chinesa, Revolução Cubana.

○ Geopolítica e conflitos entre os séculos XIX e XX: Imperialismo, a ocupação da Ásia e da África, as Guerras Mundiais e a Guerra Fria.

o Os sistemas totalitários na Europa do século XX: nazi-fascista, franquismo, salazarismo e stalinismo. Ditaduras políticas na América Latina: Estado Novo no Brasil e ditaduras na América.

o Conflitos político-culturais pós-Guerra Fria, reorganização política internacional e os organismos multilaterais nos séculos XX e XXI.

o A luta pela conquista de direitos pelos cidadãos: direitos civis, humanos, políticos e sociais. Direitos sociais nas constituições brasileiras. Políticas afirmativas.

o Vida urbana: redes e hierarquia nas cidades, pobreza e segregação espacial.

• **Características e transformações das estruturas produtivas**

o Diferentes formas de organização da produção: escravismo antigo, feudalismo, capitalismo, socialismo e suas diferentes experiências.

o Economia agro-exportadora brasileira: complexo açucareiro; a mineração no período colonial; a economia cafeeira; a borracha na Amazônia.

o Revolução Industrial: criação do sistema de fábrica na Europa e transformações no processo de produção. Formação do espaço urbano-industrial. Transformações na estrutura produtiva no século XX: o fordismo, o toyotismo, as novas técnicas de produção e seus impactos.

o A industrialização brasileira, a urbanização e as transformações sociais e trabalhistas.

o A globalização e as novas tecnologias de telecomunicação e suas consequências econômicas, políticas e sociais.

o Produção e transformação dos espaços agrários. Modernização da agricultura e estruturas agrárias tradicionais. O agronegócio, a agricultura familiar, os assalariados do campo e as lutas sociais no campo. A relação campo-cidade.

• **Os domínios naturais e a relação do ser humano com o ambiente**

o Relação homem-natureza, a apropriação dos recursos naturais pelas sociedades ao longo do tempo. Impacto ambiental das atividades econômicas no Brasil. Recursos minerais e energéticos: exploração e impactos. Recursos hídricos; bacias hidrográficas e seus aproveitamentos.

o As questões ambientais contemporâneas: mudança climática, ilhas de calor, efeito estufa, chuva ácida, a destruição da camada de ozônio. A nova ordem ambiental internacional; políticas territoriais ambientais; uso e conservação dos recursos naturais, unidades de conservação, corredores ecológicos, zoneamento ecológico e econômico.

- Origem e evolução do conceito de sustentabilidade.
- Estrutura interna da terra. Estruturas do solo e do relevo; agentes internos e externos modeladores do relevo.
- Situação geral da atmosfera e classificação climática. As características climáticas do território brasileiro.

o Os grandes domínios da vegetação no Brasil e no mundo.

• **Representação espacial**

- Projeções cartográficas; leitura de mapas temáticos, físicos e políticos; tecnologias modernas aplicadas à cartografia.

ANEXO VI

Questão 05 - 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

05- (INEP-M050402A9) Um microcomputador que custa R$ 600,00 está sendo vendido na loja "INFOMARCA", com um desconto de 25%.
Qual é o valor desse desconto?

(A) R$ 150,00
(B) R$ 250,00
(C) R$ 450,00
(D) R$ 750,00

Questão 13 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

13- (INEP) Maria comeu $\frac{3}{10}$ de uma barra de chocolate. A quantidade de chocolate que Maria comeu, na forma decimal é

(A) 3,10.
(B) 3,00.
(C) 0,03.
(D) 0,30.

Questão 15 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

15- (INEP/2009 - Adaptada) Luma comprou um metro de fita e gastou 0,8m.

Qual é a fração que representa a parte que ela gastou?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{8}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$

Questão 18 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

18 - (INEP/2009 - Adaptada) Em uma pesquisa feita com 1.000 alunos de uma escola verificou-se que 200 deles não criam animais de estimação. A quantidade que representa 50% dos alunos que criam animais de estimação é

(A) 100 alunos.
(B) 150 alunos.
(C) 250 alunos.
(D) 400 alunos.

Questão 03 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

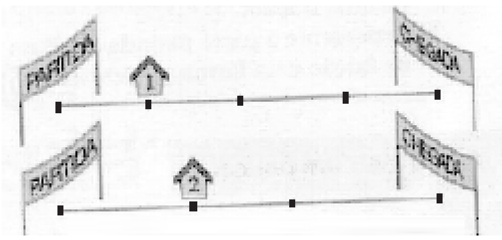
03 - (SALTO-2011) Numa empresa há 270 funcionários. Dentre eles, 30% são fumantes. Qual o número de funcionários que não são fumantes?

(A) 81
(B) 125
(C) 189
(D) 300

Questão 09 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

09 - (SALTO-2011) No aniversário de 40 anos de uma cidade, houve uma corrida comemorativa de 36 quilômetros. Ao longo do caminho há postos que fornecem água aos atletas. Um corredor que sai do ponto de partida encontra o primeiro posto a $\frac{1}{4}$ desse caminho. O segundo posto está a $\frac{1}{3}$ do caminho em relação ao ponto de partida. Qual a distância do ponto de partida até o posto 2?

(A) 6 km
(B) 9 km
(C) 12 km
(D) 18 km



Questão 13 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

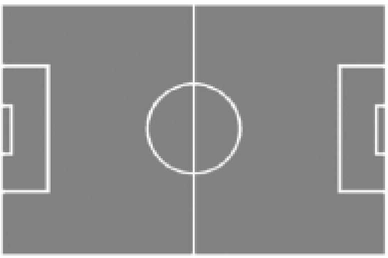
13 - (SALTO- 2011) Sérgio encheu o tanque de seu carro com gasolina para fazer uma viagem. Após percorrer certa distância verificou-se que o ponteiro do marcador de combustível estava na posição conforme a figura abaixo.

O percentual de combustível restante no tanque é

(A) 15%.
(B) 25%.
(C) 34%.
(D) 75%.

Questão 15 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

15 - (SALTO -2011) Paulo precisa trocar a metade da grama do campo de futebol que possui 110 m de comprimento e 85m de largura.



Quantos metros quadrados de grama ele precisará comprar?
(A) 18.700 m²
(B) 9.350 m²
(C) 195 m²
(D) 4.675 m²

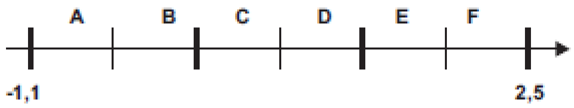
Questão 16 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2011

16 - (SALTO-2011) A fração abaixo que é equivalente a $\frac{1}{2}$ é

(A) $\frac{2}{10}$. (B) $\frac{5}{10}$. (C) $\frac{7}{10}$. (D) $\frac{9}{10}$.

Questão 05 – 3º Ano do Ensino Médio– Ano 2011

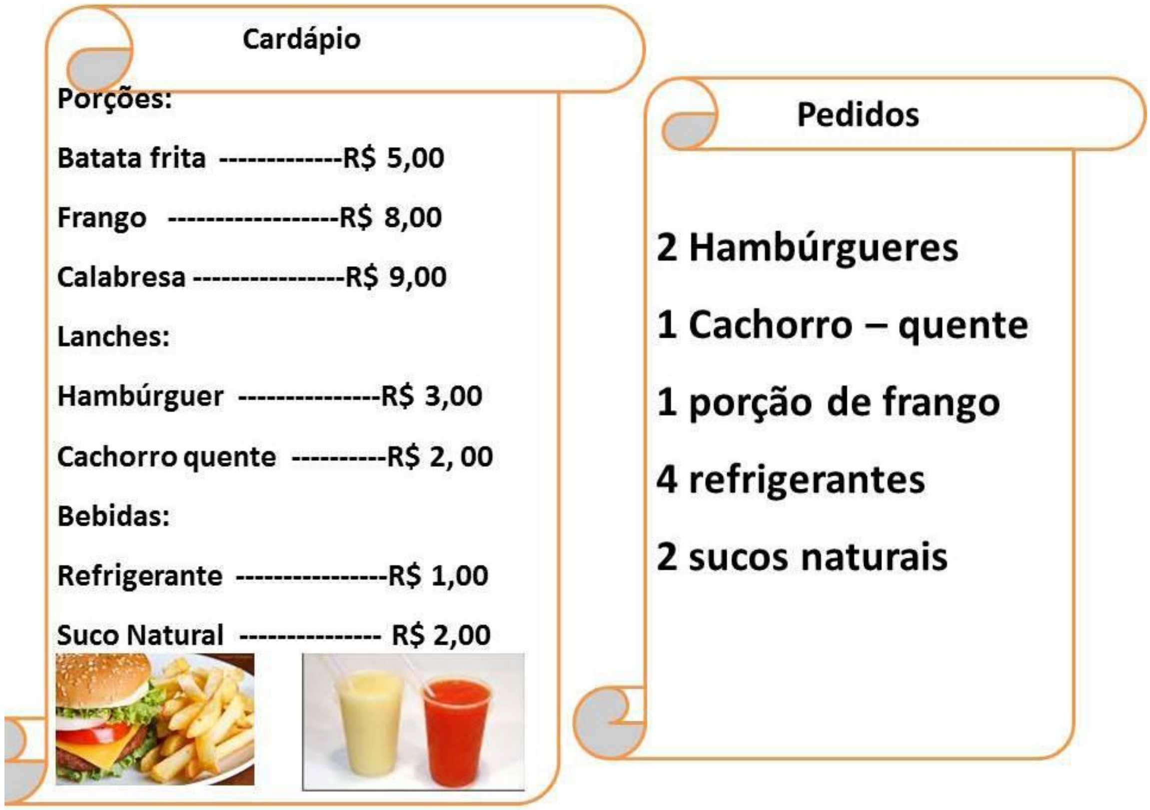
05-(SALTO-2011) O trecho da reta numérica que vai de -1,1 a 2,5 será dividido em seis segmentos de mesmo comprimento, que serão representados por A, B, C, D, E e F, como mostra a figura abaixo.



Os números – 0,8; $\frac{5}{3}$; $\frac{6}{5}$; 0,02 estão, respectivamente, nos seguintes segmentos:

Questão 07 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Num final de semana, Marcos resolveu fazer um passeio com sua família, para comemorarem o seu aniversário. No início da noite pararam em uma lanchonete para fazer um lanche. O cardápio e o pedido feito por eles foram conforme a figura abaixo:



Antes que o garçom retornasse, a esposa de Marcos viu o seguinte anúncio no balcão da lanchonete:

Desconto de 25% nas contas realizadas por pessoas que fazem aniversário durante essa semana.
Diante disso, com base no valor do pedido feito por eles, qual seria o valor desse desconto em reais?

(A) R$ 4,00.
(B) R$ 6,00.
(C) R$ 8,00.
(D) R$ 10,00.

Questão 16 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Uma determinada escola após corrigir a avaliação de Aprendizagem (SALTO), percebeu que os alunos de uma turma acertaram $\frac{12}{20}$ das questões da prova de Matemática. A representação decimal dessa fração equivale a

(A) 0,60.
(B) 0,62.
(C) 1,20.
(D) 6,10.

Questão 17 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Em uma escola pública de Araguaína que possui 856 alunos matriculados observou-se que na sexta-feira que antecedeu o carnaval somente 50% dos alunos compareceram à escola.

Podemos afirmar que nesse dia compareceu

(A) 428. (B) 356. (C) 284. (D) 196.

Questão 04 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Analise o cartaz abaixo.

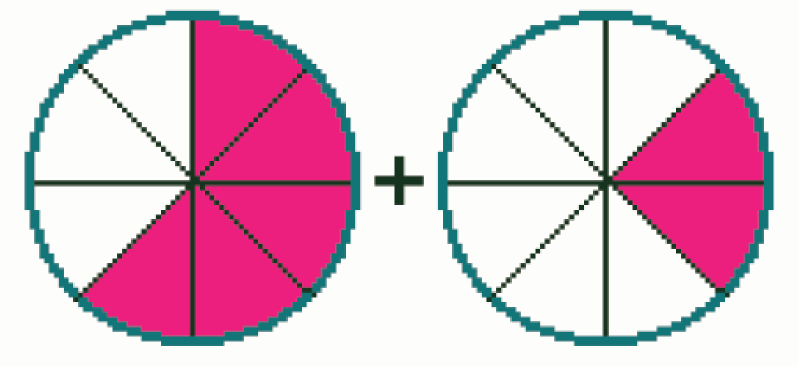
Fonte da imagem: http://fabiocostapalestrante.blogspot.com.br

Um cliente que compra três camisas que custam cada uma R$60,00, vai pagar por elas o valor total de:

(A) R$180,00 (B) R$150,00 (C) R$144,00 (D) R$110,00

Questão 07 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Cada área preenchida representa quantos pedaços de torta que Alessandra e Abrão comeram.

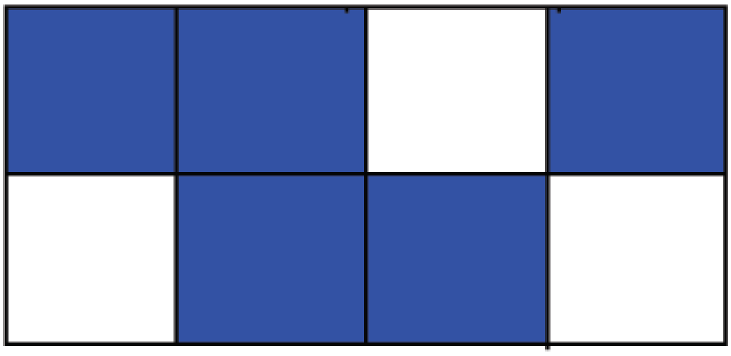


Fonte da Imagem: http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/fracoes/

Qual alternativa representa a soma dessas frações?
(A) 9/8
(B) 7/8
(C) 8/7
(D) 5/8

Questão 16 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Analise a figura a seguir:



Fonte da Imagem: http://matematicaboaideia.blogspot.com.br

Indique qual fração representa a parte sombreada na figura acima

(A) 3/8 (B) 3/5 (C) 5/8 (D) 8/5

Questão 17 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2012

Observe a tabela a seguir.

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{14}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{6}{15}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{12}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{12}$
$\frac{5}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{9}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{3}$

Fonte da Imagem: http://blog.educacional.com.br

Qual das alternativas indica um par de frações equivalentes?

(A) 1/2 e 4/8 (B) 3/6 e 3/9 (C) 3/12 e 10/12 (D) 2/10 e 8/20

Questão 06 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

06. (SALTO/2013) O número 0,25 corresponde à fração

(A) $\frac{2}{5}$.

(B) $\frac{25}{100}$.

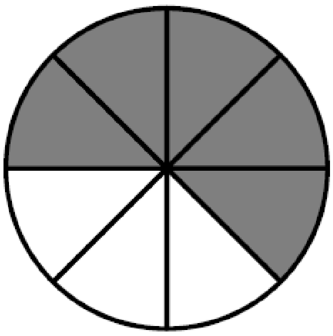
(C) $\frac{5}{2}$.

(D) $\frac{20}{100}$.

Questão 07 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

07. (SALTO/ 2013) Marcelo dividiu uma torta em oito pedaços iguais e comeu três.

A fração que representa a parte que Marcelo comeu é



(A) $\frac{3}{5}$.

(B) $\frac{3}{8}$.

(C) $\frac{5}{3}$.

(D) $\frac{8}{3}$.

Questão 09 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

09. (SALTO/2013) Em uma promoção de calçados na loja Rei dos Calçados, dos 24 modelos expostos, apenas 25% tinha numeração abaixo de 37. O número de pares de sapatos com numeração igual ou superior a 37 era

(A) 6.
(B) 12.
(C) 18.
(D) 24.

Questão 13 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

13. (SALTO/2013) Juliana foi passear em São Paulo e decidiu fazer algumas compras. Ela gastou 50% de sua mesada. Considerando que sua mesada é de R$ 450,00, o total gasto por Juliana foi

(A) R$ 222,00. (B) R$ 223,00. (C) R$ 224,00. (D) R$ 225,00.

Questão 02 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

02. (SALTO/ 2013) Dona Marta reformou o seu quarto e decidiu comprar um guarda roupa maior. Na loja, o modelo que ela gostou, custava à prazo, R$ 1.499,90. Comprando à vista, teria um desconto de 30%. O preço do guarda roupa à vista ficaria

(A) R$ 1179,90.
(B) R$ 1079,95.
(C) R$ 1049,93.
(D) R$ 1039,97.

Questão 06 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

06. (SALTO/2013) Paulo resolveu comemorar seu aniversário em uma pizzaria e convidou seus dois melhores amigos, João e Maria. Paulo comeu $\frac{1}{3}$ da pizza, João $\frac{1}{4}$ e Maria comeu $\frac{2}{12}$ da pizza. Então o que sobrou da pizza foi

(A) $\frac{1}{12}$.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) $\frac{5}{12}$.

(D) $\frac{3}{4}$.

Questão 10 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

10. (SALTO/2013) Lúcia comprou duas pizzas grandes, com oito pedaços cada, para recepcionar alguns amigos em sua casa. No total eram cinco amigos, incluindo Lúcia. Cada um comeu dois pedaços de pizza. A parte das pizzas consumida pelos cinco amigos foi

(A) $\frac{2}{16}$.

(B) $\frac{2}{8}$.

(C) $\frac{5}{8}$.

(D) $\frac{5}{16}$.

Questão 11 – 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2013

11. (SALTO/2013) Quatro amigos, Marcos, João, Carlos e Lucas, fizeram um grupo de estudo para se prepararem para um determinado concurso. No dia do concurso, observaram que a prova era composta de 60 questões. Marcos acertou $\frac{3}{5}$ das questões, João $\frac{8}{10}$, Carlos $\frac{9}{10}$ e Lucas $\frac{4}{5}$. Os dois amigos que acertaram a mesma quantidade de questões foram

(A) Carlos e Marcos.
(B) Carlos e João.
(C) Marcos e Lucas.
(D) João e Lucas.

Questão 08 – 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2013

08. (SALTO/ 2013) Uma loja de eletrônicos fez a seguinte promoção para o modelo de celular abaixo:

Com esse desconto, o novo preço do celular será

(A) R$ 595,15.
(B) R$ 630,15.
(C) R$ 685,15.
(D) R$ 700,15.
(E) R$ 764,15.

Questão 15 – 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2013

15. (SALTO/ 2013) Em uma apresentação teatral compareceram 200 homens e 600 mulheres. Escolhendo-se ao acaso um dos participantes desse evento, qual a probabilidade de ele ser do sexo masculino?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{3}$

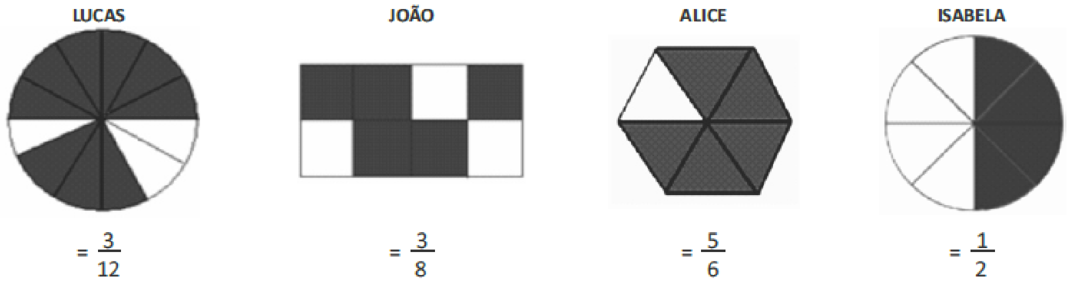
(C) $\frac{2}{5}$

(D) $\frac{2}{3}$

(E) $\frac{1}{2}$

Questão 06 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

06. A professora do 5º ano da Escolinha Crescendo e Aprendendo desenhou no quadro as seguintes figuras e pediu para que alguns alunos escrevessem as frações correspondentes a cada uma delas. A parte pintada representa a quantidade que foi tomada do todo.



Fonte: https://www.google.com.br/search?q=figuras+de+fra%C3%A7%C3%B5es. Acesso: 24 jun. 2014.

Observando as respostas dadas por eles, os dois alunos que responderam a atividade corretamente foram:

(A) Lucas e Isabela.
(B) Isabela e João.
(C) João e Lucas.
(D) Alice e Isabela.

Questão 07 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

07. Observe a charge abaixo.

Fonte: http://fotosparaofacebook.com/mensagem-de-dieta-para-facebook/. Acesso: 16 jun. 2014.

Se a pizza fosse dividida em oito pedaços e ele comesse apenas quatro, seria o mesmo que

(A) dividi-la em quatro pedaços e comê-la toda.
(B) dividi-la em quatro pedaços e comer apenas um.
(C) dividi-la em quatro pedaços e comer apenas dois.
(D) dividi-la em quatro pedaços e comer apenas três.

Questão 09 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

09. Dos 100 alunos pré-selecionados para participar de um torneio de futsal interclasse, apenas 75 foram selecionados. A porcentagem de alunos que foram dispensados ao final da pré-seleção foi de

(A) 20%.
(B) 25%.
(C) 30%.
(D) 50%.

Questão 13 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

13. Cristino recebeu o carnê do seu IPTU - Imposto Municipal que incide sobre todos os tipos de Imóveis - referente a 2015, com o seguinte informativo.

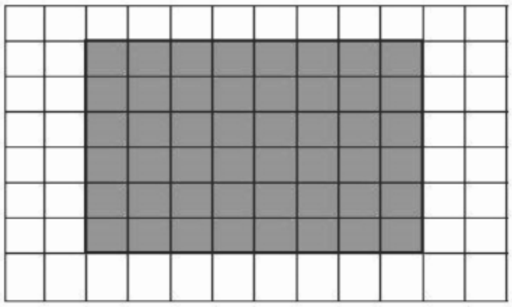
Fonte: https://www.google.com.br/search?q=iptu+2015+imagens. Acesso: 22 jun. 2015.

Sabendo que o valor do IPTU de Cristino é R$ 480,00, quanto ele pagaria caso aproveitasse o desconto anunciado?

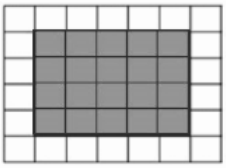
(A) R$ 320,00
(B) R$ 280,00
(C) R$ 240,00
(D) R$ 180,00

Questão 16 – 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

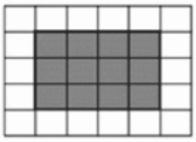
16. A professora Luzia pediu para seus alunos reduzirem à metade a figura abaixo desenhada na malha quadriculada.



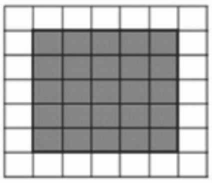
As reduções feitas pelas crianças são as seguintes:



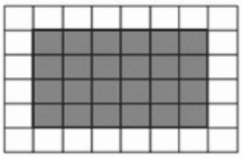
João



Lúcia



Pedro



Karla

Qual das crianças reduziu a figura corretamente?

(A) João
(B) Karla
(C) Lúcia
(D) Pedro

Questão 02– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

02. (SALTO/2014) Seu Luís recebeu o seu jornal em casa, mas veio com uma mancha de tinta, conforme a figura abaixo.

Casos de dengue no Tocantins diminuem 60%

Os casos de dengue no Tocantins diminuíram 60%. O relatório do monitoramento semanal realizado pela Secretaria de Estado da Saúde (Sesau) confirma essa informação. Entre os meses de janeiro a fevereiro de 2013, foram notificados 8.530 casos. No mesmo período, em 2014, foram registrados casos.

População precisa contribuir verificando o acondicionamento do lixo e eliminando recipientes que acumulam água.

A gerente de Dengue e Febre Amarela da Sesau, Christiane Bueno, cita que as ações de prevenção, como limpeza urbana, destruição de focos e as ações educativas realizadas nos municípios foram alguns dos fatores que colaboraram para a diminuição da dengue no estado. "A parceria com os órgãos públicos, privados , sociedade civil,, somada ao apoio da população contribuirá para uma redução ainda maior da doença'', acrescenta.

Fonte: http://conexaoto.com.br/2014/03/20/casos-de-dengue-no-tocantins-diminuem-60. Acesso em: 13 jun. 2014.

Com base nas informações apresentadas no texto, o número de casos de dengue, rasurado com a tinta, registrados no primeiro bimestre de 2014 foi
(A) 3.387.
(B) 3.412.
(C) 5.118.
(D) 6.250.

Questão 06– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

06. (SALTO/2014) Após a primeira partida da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014, contra a Croácia, cinco amigos resolveram sair para comemorar numa pizzaria. Eles pediram uma pizza big, de 12 pedaços. Quatro deles comeram dois pedaços cada um e apenas um comeu 3 pedaços. A parte restante da pizza pode ser representada pela fração

(A) $\frac{1}{12}$.

(B) $\frac{2}{12}$.

(C) $\frac{4}{12}$.

(D) $\frac{8}{12}$.

Questão 10– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

10. (SALTO/2014) Dos 80 estudantes que frequentavam uma festa, apenas 50 tinham mais de 16 anos de idade. A fração dos estudantes com menos de 16 anos de idade é

(A) $\frac{30}{80}$.

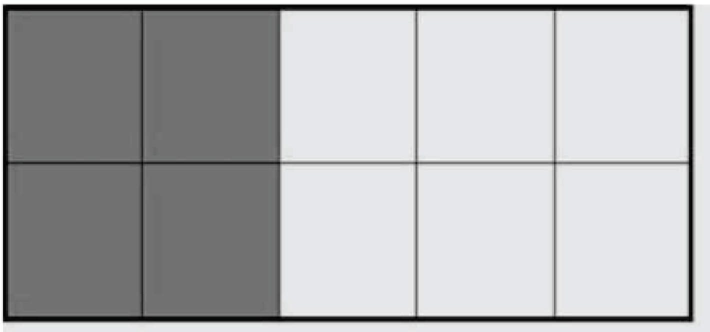
(B) $\frac{40}{80}$.

(C) $\frac{50}{80}$.

(D) $\frac{60}{80}$.

Questão 11– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

11. (SALTO/2014) Observe a imagem a seguir.



Fonte Imagem: http://amigasdaedu.blogspot.com.br. Acesso: 09 jul. 2014.

A fração equivalente à parte sombreada na figura acima é

(A) $\frac{1}{5}$.

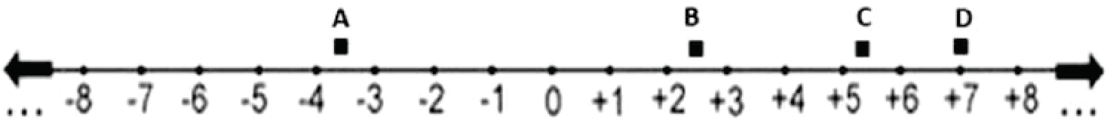
(B) $\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{3}{5}$.

(D) $\frac{4}{5}$.

Questão 15– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2014

15. (SALTO/2014) Observe a reta numérica abaixo.



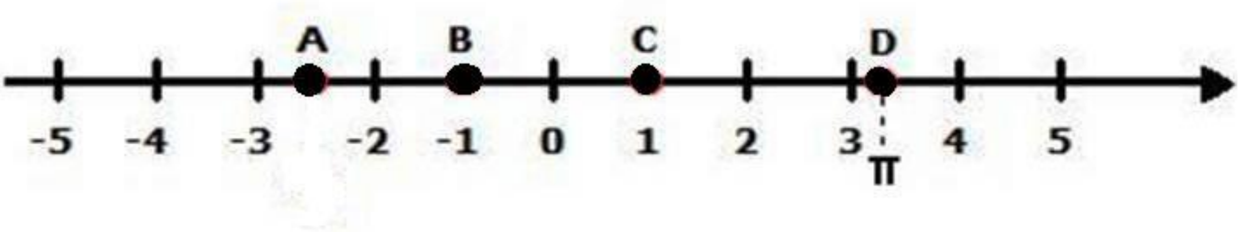
Fonte: www.google.com. Acesso: 09 jun. 2014.

O número real $\frac{5}{2}$ está representado pelo ponto

(A) A.
(B) B.
(C) C.
(D) D.

Questão 05– 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2014

05. (SALTO/2014) Observe a reta abaixo.



Fonte: https://www.google.com.br/search?q=imagens+de+reta+real. Acesso: 17 jun. 2014.

O valor correspondente ao ponto **A** é

(A) $-\frac{1}{3}$.

(B) $-\frac{5}{3}$.

(C) $-\frac{5}{2}$.

(D) $-\frac{5}{3}$.

(E) $-\frac{7}{2}$.

Questão 06– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2015

Leia a tirinha abaixo para responder as questões 06 e 07.

Adaptada de: http://www.humorcomciencia.com/2013/03/134-tirinha-de-matematica.html. Acesso: 06 jul. 2015.

06. Sabendo que a pizza pedida é composta por 8 fatias, a fração que representa a porção de calabresa é

(A) $\frac{1}{8}$. (B) $\frac{3}{8}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Questão 07– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2015

07. Na tirinha, a expressão **"Podemos rachar meio a meio?"**, a palavra meio representa metade da pizza. Outra fração que também pode representar a metade dessa pizza é

(A) $\frac{4}{6}$.

(B) $\frac{2}{8}$.

(C) $\frac{4}{8}$.

(D) $\frac{8}{8}$.

Questão 11– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2015

11. Marcos comprou um álbum de figurinhas para preencher com fotos de jogadores de futebol. As figurinhas são compradas em pacotes com 10 unidades, podendo vir figuras repetidas. Ele já comprou 7 pacotes de figurinhas. Desse total, 28 figurinhas eram repetidas. A fração que representa a quantidade de figurinhas que Marcos já colou no seu álbum é

(A) $\frac{7}{28}$.

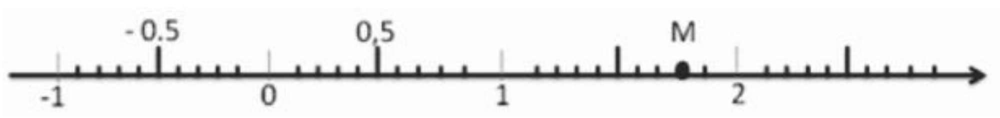
(B) $\frac{8}{72}$.

(C) $\frac{28}{70}$.

(D) $\frac{42}{70}$.

Questão 15– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2015

15. Observe a reta numérica abaixo.

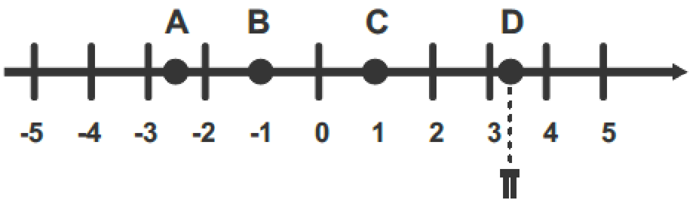


Nessa reta, o número que corresponde ao ponto M é

(A) -0,6.
(B) 0,8.
(C) 1,8.
(D) 2,5.

Questão 05– 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2015

05. Observe a reta abaixo.



Fonte: https://www.google.com.br/search?q=imagens+de+reta+real. Acesso: 17 jun. 2014.

O valor correspondente ao ponto A é

(A) $-\frac{1}{3}$.

(B) $-\frac{5}{3}$.

(C) $-\frac{5}{2}$.

(D) $-\frac{5}{3}$.

(E) $-\frac{7}{2}$.

Questão 08– 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2015

Leia a notícia abaixo para responder a questão 08.

05/05/2015 09h00 - Atualizado em 05/05/2015 09h13

Valor da tarifa de ônibus é reajustado para R$ 2,95 em Palmas

O novo valor é R$ 0,45 mais caro do que o cobrado atualmente.
Mudança começará a valer a partir de agosto.

Do G1 TO, com informações da TV Anhanguera

FACEBOOK

Tarifa de ônibus ficará R$ 0,45 mais cara, em Palmas (Foto: Reprodução/TV Anhanguera)

Os passageiros do transporte coletivo em **Palmas** vão pagar mais caro a partir de agosto deste ano. É que o preço da passagem foi reajustado paro R$ 2,95. O novo valor é R$ 0,45 mais caro do que o cobrado atualmente, que é R$ 2,50. A prefeitura da capital informou que o aumento será acompanhado de melhorias no transporte público, como aumento da frota de ônibus. A decisão foi tomada durante uma reunião com os membros do Conselho Municipal de Acessibilidade Mobilidade e Transporte nesta segunda-feira (4).

Disponível na íntegra em: http://g1.globo.com/to/tocantins/noticia/2015/05/valor-da-tarifa-de-onibus-e-reajustado-para-r-295-em-palmas.html. Acesso: 29 jun. 2015.

08. Com base nas informações apresentadas no texto, o reajuste na tarifa de ônibus, em agosto do corrente ano, foi de

(A) 10%.
(B) 12%.
(C) 14%.
(D) 16%.
(E) 18%.

Questão 06– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

06. Na gincana de matemática de uma escola a tarefa era a representação do número 0,05 em forma de fração. A figura representa a resposta dos participantes.

Juliana $\frac{5}{10}$ Eduardo $\frac{10}{5}$ Mônica $\frac{5}{100}$ Vânia $\frac{5}{1000}$

Fonte:https://www.google.com.br. Acesso 21 de junho.

O participante que acertou a representação foi
(A) a Juliana.
(B) o Eduardo.
(C) a Mônica.
(D) a Vânia.

Questão 07– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

07. Uma equipe de voleibol é composta por 12 jogadores: 6 titulares e 6 reservas. Em uma determinada partida, apenas 9 jogadores entraram em quadra. A fração de jogadores que participou dessa partida é

(A) $\frac{2}{3}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{3}{4}$.

(D) $\frac{4}{3}$.

Questão 09– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

09. Patrícia passeando pelo Shopping do Povo encontrou uma loja com a seguinte promoção:

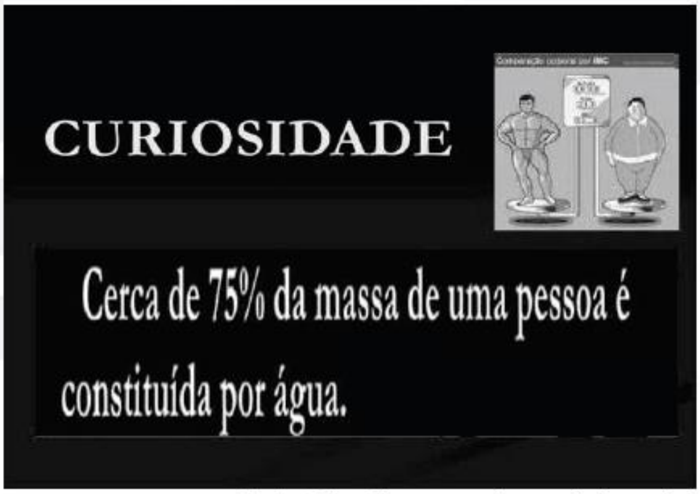
Fonte:https://www.google.com.br. Acesso dia 08/06

Sabendo que ela escolheu 3 peças, totalizando R$ 120,00, e considerando a promoção acima, quanto ela pagará?

(A) R$ 30,00.
(B) R$ 40,00.
(C) R$ 60,00.
(D) R$ 80,00.

Questão 13– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

13. Observe a curiosidade abaixo.



Fonte: https://www.google.com.br/search. Acesso: 08 jun. 2016.

Com base nessa informação, uma pessoa que pesa 80 kg possui em seu corpo,

(A) 20 kg de água e o restante de outros componentes.
(B) 25 kg de água e o restante de outros componentes.
(C) 60 kg de água e o restante de outros componentes.
(D) 75 kg de água e o restante de outros componentes.

Questão 10– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

10. Analise a reta numérica a seguir.

Fonte: http://maniadecalcular.blogspot.com.br/2015/10/atividade-de-matematica-9-ano-com.html. Acesso 23/08/2016 as 16h54min

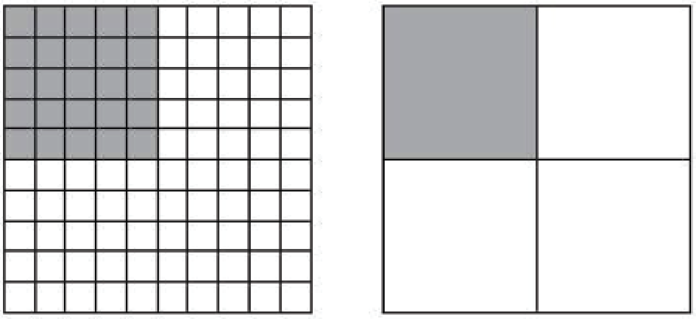
O número 3/2 está localizado entre os pontos
(A) G e H.
(B) D e E.
(C) H e I.
(D) C e D.

Questão 12– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

12. Dia 11 de setembro aconteceu a 2° Etapa do Circuito Tocantinense de Mountain Bike no distrito de Taquaruçu, a largada aconteceu às 7h30min da praça Maracaipe. A competição é na modalidade Maratona de longa distância com um percurso de aproximadamente 60 quilômetros. Um competidor desistiu da prova após ter percorrido 2/3 do trajeto. Ele percorreu uma distância de
(A) 20 km.
(B) 30 km.
(C) 40 km.
(D) 50 km

Questão 13– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

13. Observe as figuras abaixo



Fonte: http://rede.novaescolaclube.org.br/planos-de-aula/reconhecer-porcentagem-como-representacao-da-fracao. Acessado 24/08/2016 as 11h22min

As frações que representam as partes destacadas nas duas imagens acima são, respectivamente,

(A) 25/50 e 2/4.
(B) 25/100 e 1/4.
(C) 75/100 e 1/4.
(D) 75/100 e 3/4.

Questão 16– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2016

16. A cidade de Palmas já recadastrou 93% dos 8.896 servidores municipais no Censo Previdenciário. De acordo com o Previpalmas, aqueles que não compareceram ao censo estarão com o pagamento bloqueado até a regularização da pendência, iniciando já neste mês de junho.

Fonte: Texto adaptado do site http://www.t1noticias.com.br/cidades/cidade-de-palmas-recadastra-9376-dos-servidores-no-censo-previdenciario/76850/.Acessado 27/06/2016 as 15h13min

De acordo com o texto o número de servidores já cadastrados é

(A) 622.
(B) 834.
(C) 8989.
(D) 8273.

Questão 18– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2017

18. A professora do 5º Ano, corrigindo as avaliações da classe, viu que Pedro acertou
$\frac{20}{100}$ das questões. De que outra forma a professora poderia representar essa fração?

(A) 0,02
(B) 0,10
(C) 0,20
(D) 2,10

Questão 20– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2017

20. (PROVA BRASIL) Sara fez um bolo para seus filhos e o repartiu em 24 pedaços iguais. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Marta comeu 5 e Jorge não comeu nenhum pedaço. Que parte do bolo foi consumida?

(A) $\frac{1}{24}$
(B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{1}{2}$

Questão 13– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2017

13. Uma horta comunitária será criada em uma área de 5.100 m². Para o cultivo de hortaliças, serão destinados $\frac{2}{3}$ desta área.

Quantos metros quadrados serão utilizados neste cultivo?

Disponível em: https://jucienebertoldo.files.wordpress.com/.../atividades-de-matemc3a1tica-9c2ba-an.
Acesso: 04 jan. 2017.

(A) 3400
(B) 2500
(C) 1000
(D) 500

Questão 16– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2017

16. Em uma cidade em que as passagens de ônibus custavam R$ 1,20 saiu em um jornal a seguinte manchete:

"NOVO PREFEITO REAJUSTA O PREÇO DAS PASSAGENS DE ÔNIBUS EM 25% NO PRÓXIMO MÊS".

Qual será o novo valor das passagens?

Disponível em: https://srefabricianodivep.files.wordpress.com/2015/03/d26-mat-9c2ba-ano.doc.
Acesso: 03 jan. 2017.

(A) R$ 1,23
(B) R$ 1,25
(C) R$ 1,45
(D) R$ 1,50

Questão 17– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2017

17. Na vitrine de uma loja estava expresso o seguinte anúncio.

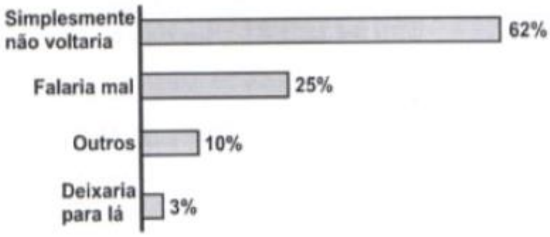
Diante da propaganda, na compra à vista, o valor pago será de

Disponível: www.objetivo.br/arquivos/.../Resolucao_Desafio_9ano_Fund2_Matematica_230515.p.
Acesso: 04 jan. 2017.

(A) R$ 30,00.
(B) R$ 14,00.
(C) R$ 80,00.
(D) R$ 26,00.

Questão 20– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2017

20. Em uma pesquisa sobre atendimento médio, foi perguntado a um grupo de pessoas sobre o que eles fariam caso fossem mal atendidos em uma consulta médica. Os resultados estão registrados no gráfico de barras a seguir:



De acordo com os dados desse gráfico, o quadro que representa essas informações é:
Disponível em: https://jucienebertoldo.files.wordpress.com/2013/09/simulado-mat-9c2ba-ano-12.pdf. Acesso: 05 jan. 2017.

A)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	62%
Falaria mal	10%
Outros	25%
Deixaria para lá	3%

B)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	62%
Falaria mal	25%
Outros	3%
Deixaria para lá	10%

C)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	62%
Falaria mal	25%
Outros	10%
Deixaria para lá	3%

D)

Motivos	Porcentagem
Simplesmente não voltaria	3%
Falaria mal	10%
Outros	25%
Deixaria para lá	62%

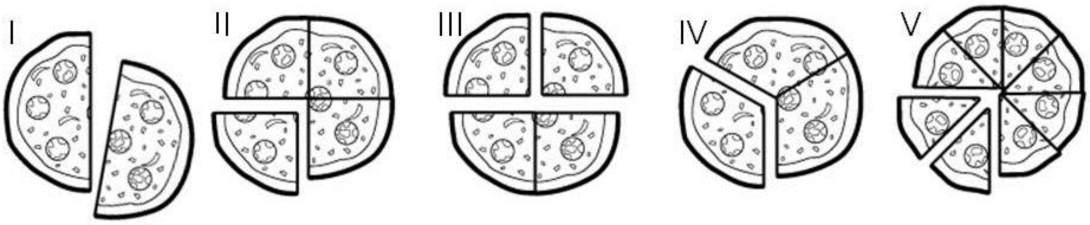
Questão 08– 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2017

08. (SAEB) Este mês, Paulo atrasou o pagamento do condomínio. Com isso, além do valor mensal, de R$ 400,00, ele ainda pagou 5,5% de juros. Qual o total que Paulo pagou de condomínio?

(A) R$ 455,00
(B) R$ 424,00
(C) R$ 422,00
(D) R$ 420,00
(E) R$ 405,50

Questão 05– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

D21 - Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
05. Observe as imagens abaixo:



Fonte: http://www.smartkids.com.br/colorir/desenho-pizzas-fracoes.
Acesso 14 ago. 2018

Quais as duas imagens que representam que $\frac{1}{4}$ da pizza foram retirados para ser consumida?

(A) I e II
(B) II e III
(C) II e V
(D) III e IV

Questão 06– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

Emília e as Frações

[...]

__Quer que parta, Sinhá? – perguntou.

Dona Benta respondeu que sim, e com muita habilidade tia Anastácia picou a melancia em 8 fatias.

__Ótimo! Esta melancia veio mesmo ilustrar o que eu ia dizer: Ela era um inteiro, tia Anastácia picou em pedaços ou frações.

__Se o pedaço de melancia é fração, vivam as frações! Gritou Pedrinho.

__ Pois fique sabendo que é! Disse o visconde. Uma melancia inteira é uma unidade. Um pedaço de melancia é uma fração dessa unidade. Se a unidade ou a melancia for partida em dois pedaços IGUAIS, esse dois pedaços formam duas frações – DOIS MEIOS.

Disponível em: http://professoraivaniferreira.blogspot.com.br/2011/03/texto-emilia-e-as-fracoes.html. Acesso: 02 ago. 2018.

06. Se Dona Anastácia tivesse partido as 2 melancias com a mesma quantidade de fatias e tivessem consumido apenas 10 fatias, qual fração representaria essa situação?

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{5}{8}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{8}{5}$

Questão 08– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

08. Lucas fez uma compra em uma loja pela internet, que estava com a seguinte promoção.

Fonte: https://www.google.com.br/search?q=imagens+de+porcentagem+25%25.+50%25+e+75%.
Acesso: 14 ago 2017.

Sabendo que ele comprou um par de sapatos para o seu pai e um par de chuteiras para ele, totalizando R$ 360,00, quanto ele pagou após calcular o desconto?

(A) R$ 90,00

(B) R$ 180,00

(C) R$ 250,00

(D) R$ 270,00

Questão 12– 5º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

12. Uma Rede de Farmácias lançou a seguinte promoção:

Fonte: https://www.google.com.br/search?q=imagens+sobre+descontos.
Acesso: 07 jul. 2018.

Levando em consideração o anúncio, quanto pagou uma pessoa por um medicamento genérico que custava R$ 80,00?

(A) R$ 40,00
(B) R$ 55,00
(C) R$ 60,00
(D) R$ 65,00

Questão 02– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

02. Em uma loja de roupas esportivas uma camisa custa R$80,00, mas como a loja é conveniada com o sindicato dos professores, quem apresenta a carteirinha de associado consegue comprar a mesma camisa por R$60,00. O percentual de desconto em cima desse produto é de

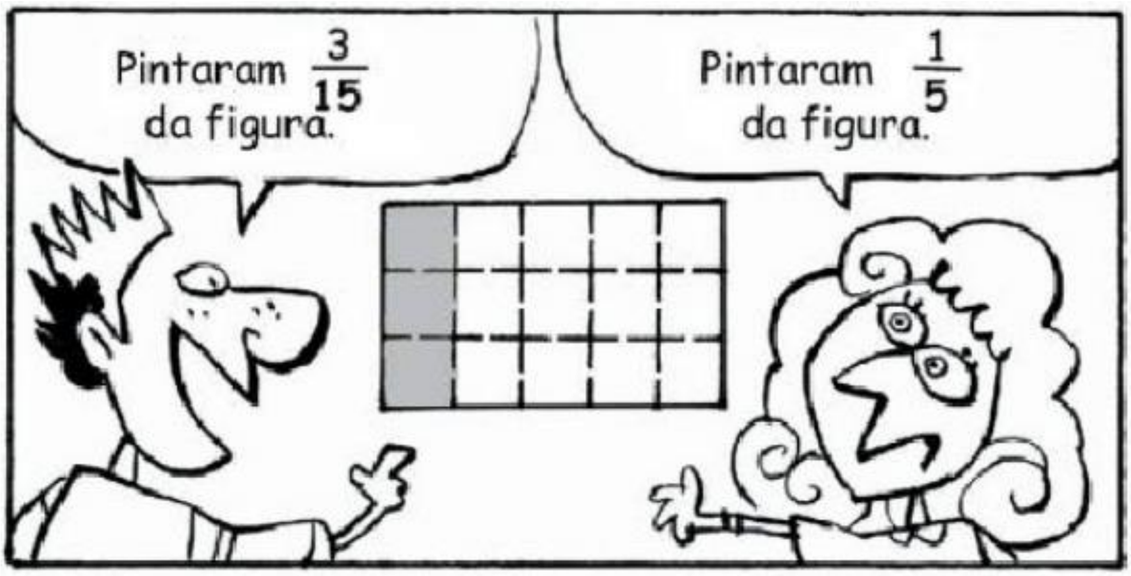
(A) 20%.
(B) 25%.
(C) 28%.
(D) 32%.

Questão 13– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

13. Seguindo a receita de um pão, uma massa tem que descansar 1/5 de hora depois de sovada. Esse tempo em minutos, corresponde a
A) 12.
B) 15.
C) 20.
D) 25.

Questão 14– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

14. Observe a discussão entre Antônio e Marcela.



Adaptada de: https://pt.scribd.com Acessado dia 13/11/2018.

Analisando a imagem, podemos afirmar que
(A) Antônio está certo.
(B) Marcela está certa.
(C) os dois estão errados.
(D) os dois estão certos.

Questão 15– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

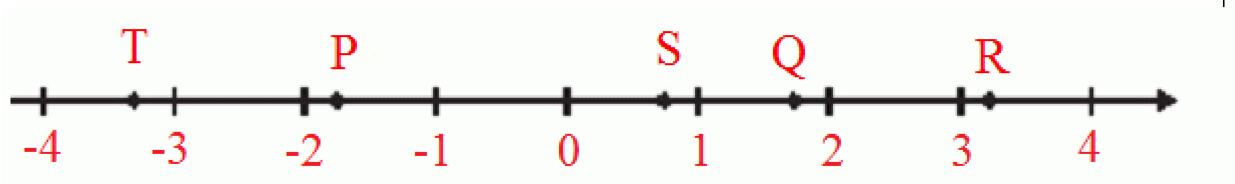
15. No feriado, André foi para a chácara do seu tio ver a produção de vacas leiteiras. O leite é engarrafado em embalagens de 2/3 de litro. Com 64 litros de leite, quantas embalagens poderão ser cheias?
(A) 68.
(B) 72.
(C) 84.
(D) 96.

Questão 16– 9º Ano do Ensino Fundamental – Ano 2018

16. Para a reforma de sua casa, Pedro gastou R$2.620,00. Como pagou no débito teve um desconto de 12%. Antes do desconto, o valor total das mercadorias era de:
(A) R$ 2.744,00
(B) R$ 2.866,24
(C) R$ 2.977,27
(D) R$ 3.020,80

Questão 05– 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2018

05. Observe a reta numérica abaixo



Os valores $-\frac{17}{5}$; $\frac{4}{5}$ e $\sqrt{3}$, estão representados, respectivamente, pelos pontos:

(A) T; P e S.

(B) P; T e S

(C) T; S e Q.

(D) S; T e Q.

Questão 14– 3º Ano do Ensino Médio – Ano 2018

14. Em um show de música sertaneja compareceram 800 homens e 1600 mulheres. Escolhendo-se ao acaso um dos participantes desse show, a probabilidade de ele ser do sexo feminino é

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{5}$

(D) $\frac{2}{3}$

(E) $\frac{1}{2}$