



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS (UFT)  
PROGRAMA PROFISSIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO (PPPGE)  
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO**

**PEDRO PEREIRA CORTES FILHO**

**O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ARITMÉTICA NA  
EJA EM UMA ESCOLA PÚBLICA TOCANTINENSE**

**PALMAS – TO  
2021**

PEDRO PEREIRA CORTES FILHO

**O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ARITMÉTICA NA EJA EM  
UMA ESCOLA PÚBLICA TOCANTINENSE**

Dissertação Final apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação da Universidade Federal do Tocantins (UFT) como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação**.


Área de concentração: Ensino-Aprendizagem.

Linha de Pesquisa: Métodos e Técnicas de Ensinar e Aprender na Educação Básica

Produto Final: Apostila - No Compasso da Aritmética

Orientador: Dr. Gustavo Cunha de Araújo.

Banca Examinadora



---

Prof. Dr. Gustavo Cunha de Araújo, orientador e presidente da banca, Universidade Federal do Tocantins (UFT/PPPGE)

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

CS28p Cortes Filho, Pedro Pereira.

O processo de ensino e aprendizagem da aritmética na EJA em uma escola pública tocantinense. / Pedro Pereira Cortes Filho. – Palmas, TO, 2021.

179 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Educação, 2021.

Orientador: Gustavo Cunha de Araújo

1. EJA. 2. Matemática. 3. Ensino e Aprendizagem. 4. Aritmética. I. Título

**CDD 370**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

## AGRADECIMENTOS

No caminho de uma conquista existem várias etapas. Para se chegar ao desejado, é preciso dedicação, persistência, paciência e resiliência. E a força e o combustível que nos sustenta nessa trajetória vem de Deus e de pessoas que nos ajudam com palavras, conhecimento, carinho, críticas, sugestões e orientações. Ser grato é reconhecer a importância daqueles que contribuíram com sua vitória. Sendo assim, não poderia deixar de registrar meus agradecimentos a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para que meu sonho se tornasse realidade.

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus, pela luz Divina que guia meus passos e pensamento; por ter me dado saúde física e mental para suportar e superar tantas dificuldades e adversidades pelas quais passei ao longo desses dois anos. Fé e esperança são alimentos para alma. Obrigado Senhor.

Quero agradecer aos meus professores, que com muita competência, solidariedade e afeto, fizeram das nossas aulas não só ricas em aprendizado, mas também de respeito e valorização do humano, da diversidade e cultura. Com vocês aprendi que educação vai além das aulas, é um compartilhar de conhecimentos e ideias, ouvir e se fazer ouvir, espaço de expressões, comunicações, manifestações e criações. Agradeço também a banca examinadora (prof. Dr. José Carlos Miguel e prof. Dr. Idemar Vizolli) que muito contribuiu para o amadurecimento desta pesquisa. A todos vocês, meu muito obrigado.

Agradeço também a amigos e familiares, especialmente minha mãe Maria Bonfim Cortes e meu pai Pedro Pereira Cortes (*in memoriam*), a quem devo tudo que sou e tenho. Seus ensinamentos e exemplos ajudaram a formar meu caráter. Com vocês aprendi a dar os primeiros passos e a conhecer o mundo. Hoje, no mestrado, tenho a possibilidade de honrar tudo que fizeram por mim e dizer que valeu a pena. Serei eternamente grato. Amo vocês.

Não poderia deixar de agradecer a todos da Escola Municipal Professora Nair Duarte, em Araguatins – TO, especialmente, os alunos da EJA, professores de Matemática da EJA, coordenação e direção. Vocês, que de forma muito receptiva e de bom grado participaram e contribuíram com o desenvolvimento desta pesquisa.

Para finalizar, de modo especial, quero agradecer ao meu orientador, professor Dr. Gustavo Cunha de Araújo, símbolo de inteligência e humildade. Obrigado por acreditar em mim, na minha capacidade, no meu sonho. Graças ao seu apoio e ensinamentos, sempre de forma tão educada, solícita e paciente, pude chegar até aqui. Terei sempre o senhor como exemplo de pessoa e de profissional. Obrigado por tudo professor.

## RESUMO

Como disciplina da Educação Básica, a Matemática, especialmente na EJA, tem seu papel de relevância, seja na continuidade dos estudos ou na formação e preparo para vida em sociedade. Dentro desse contexto, a aritmética com suas definições e propriedades se apresenta como uma das bases para a estruturação desse conhecimento. Nesse sentido, rever práticas docentes e curriculares, com um olhar para a realidade desses estudantes pode transformar o modo como aprendem e relacionam com a aritmética e, conseqüentemente, com a Matemática. A pesquisa tem como principal objetivo conhecer, a partir da visão de professores e estudantes, como ocorre o processo de ensino aprendizagem de aritmética no curso de Educação de Jovens e Adultos (Segundo Segmento) da Escola Municipal Professora Nair Duarte, localizada em Araguatins, no Tocantins. Levando em consideração os objetivos, bem como a quantidade e características dos participantes, optou-se por uma pesquisa qualitativa, por entender que esse modelo traduziria de forma mais fidedigna as informações e, conseqüentemente, uma proximidade maior com a realidade dos fatos, auxiliando na análise e interpretação dos dados. Em relação aos procedimentos técnicos, foram realizados estudos detalhados na Proposta Curricular de Matemática da EJA para o Segundo Segmento, além de uma pesquisa documental, para levantamento de dados e informações sobre a escola e os estudantes, tais como, estrutura e funcionamento, rendimento escolar, evasão e projetos educacionais. Como parte essencial da pesquisa, foram utilizados questionários específicos com predominância de questões abertas destinados, especialmente, aos professores de Matemática e estudantes na EJA. Tais procedimentos caracterizam a pesquisa como de levantamento por amostragem, já que nem todos os estudantes fizeram a devolutiva dos questionários. Como produto final, foi construído um material didático de Matemática, em formato de apostila, com foco na aritmética, destinado a professores e alunos da EJA. Esta apostila traz uma linguagem acessível e contextualizada, com atividades que abrangem conceitos básicos e fundamentais para a estruturação do conhecimento aritmético através da resolução de problemas. Aborda outras temáticas no campo algébrico, geométrico, estatístico, financeiro ou probabilístico, porém, com direcionamento e foco no ensino e aprendizado da aritmética. Dentre alguns resultados da pesquisa, segundo os docentes, não existe um material didático de Matemática e particularmente de aritmética para a EJA, sendo eles mesmos os responsáveis pela seleção dos conteúdos a serem trabalhados, ou seja, planejam, elaboram e executam o currículo a ser desenvolvido. Por outro lado, a maioria dos alunos relatou que têm dificuldades com a aritmética, embora seja o ramo da Matemática mais útil no seu dia a dia, conforme os seus depoimentos. Por fim, é preciso sim que se tenha uma proposta pedagógica e didática, além de um bom material didático com base no saber aritmético, possibilitando assim, que o estudante construa novos saberes na Matemática e em outras ciências.

**Palavras-chave:** EJA. Matemática. Ensino e Aprendizagem. Aritmética. Educação.

## ABSTRACT

As a component of Basic Education, Mathematics, especially in Youth and Adult Education (YAE), has a relevant role, either in the continuity of studies or in the formation and preparation for life in society. Within this context, arithmetic, with its definitions and properties, presents itself as one of the bases for structuring this knowledge. In this sense, reviewing teaching and curricular practices with an eye to the reality of these students can transform the way they learn and relate to arithmetic and, consequently, to mathematics. The main objective of this research is to know, from the viewpoint of teachers and students, how the teaching-learning process of arithmetic occurs in the Young and Adult Education course (Second Segment) of the Professora Nair Duarte Municipal School, located in Araguatins, Tocantins. Taking into account the objectives, as well as the quantity and characteristics of the participants, a qualitative research was chosen, for understanding that this model would translate the information in a more reliable way and, consequently, a greater proximity with the reality of the facts, helping in the analysis and interpretation of the data. In relation to the technical procedures, detailed studies were carried out on the Mathematics Curricular Proposal of YAE for the Second Segment, besides a documental research, to collect data and information about the school and students, such as structure and functioning, school performance, dropout and educational projects. As an essential part of the research, specific questionnaires with predominantly open questions were used, especially for Mathematics teachers and students in YAE. Such procedures characterize the research as a sample survey, since not all students returned the questionnaires. As a final product, a didactic material was created, in the form of a workbook, focusing on arithmetic, for YAE teachers and students. This workbook uses an accessible and contextualized language, with activities that cover basic and fundamental concepts for structuring arithmetic knowledge through problem solving. It also addresses other themes in the algebraic, geometric, statistical, financial, or probabilistic fields, but with a focus on the teaching and learning of arithmetic. Among some of the findings, according to the teachers, there is no didactic material for Mathematics and particularly for arithmetic for YAE, and they themselves are responsible for selecting the contents to be worked on, that is, they plan, prepare and execute the curriculum to be developed. On the other hand, most students reported that they have difficulties with arithmetic, even though it is the most useful branch of mathematics in their daily lives, according to their statements. Finally, it is necessary to have a pedagogical and didactic proposal, as well as good didactic material based on arithmetic knowledge, thus enabling the student to build new knowledge in mathematics and other sciences.

**Keywords:** YAE. Mathematics. Teaching and Learning. Arithmetic. Education.

## LISTA DE SIGLAS

ABP	Aprendizagem Baseada em Projetos
AEE	Atendimento Educacional Especializado
AOE	Atividade Orientadora de Ensino
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAAE	Certificado de Apresentação para Apreciação Ética
CEP	Comitê de Ética e Pesquisa
CESGRANRIO	Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio
EJA	Educação de Jovens e Adultos
FACINTER	Faculdade Internacional de Curitiba
FUNDESCOLA	Fundo de Fortalecimento da Escola
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IFTO	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PDDE	Programa Dinheiro Direto na Escola
PDE	Plano de Desenvolvimento da Escola
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PNAD	Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios
PNAE	Programa Nacional de Alimentação Escolar
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PPP	Projeto Político Pedagógico
PPPGE	Programa Profissional de Pós-Graduação em Educação
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFT	Universidade Federal do Tocantins
UNITINS	Universidade Estadual do Tocantins

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1: Faixa etária .....</b>	<b>62</b>
<b>Gráfico 2: Número de matrículas na EJA/Brasil 2020 .....</b>	<b>63</b>
<b>Gráfico 3: Emprego .....</b>	<b>64</b>
<b>Gráfico 4: Local da residência.....</b>	<b>64</b>
<b>Gráfico 5: Moradia.....</b>	<b>65</b>
<b>Gráfico 6: Conhecimentos em Matemática.....</b>	<b>68</b>
<b>Gráfico 7: Matemática no dia a dia .....</b>	<b>69</b>



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1: Grau de dificuldade em aritmética .....</b>	<b>70</b>
--	-----------

## SUMÁRIO

<b>MEMORIAL DE FORMAÇÃO</b> .....	11
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	31
<b>2 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA</b> .....	36
<b>2.1 Fundamentos da Pesquisa</b> .....	36
<b>2.2 Instrumentos de coletas de dados e análises</b> .....	39
<b>2.3 Local da pesquisa</b> .....	41
<b>2.4 Participantes da pesquisa</b> .....	43
<b>2.5 Forma de análises dos dados</b> .....	44
<b>2.6 Detalhamento do plano de trabalho metodológico</b> .....	45
<b>3 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	48
<b>3.1 A Matemática e o cálculo aritmético</b> .....	48
<b>3.2 EJA em foco</b> .....	52
<b>3.3 A Matemática e a EJA</b> .....	54
<b>4. ANÁLISE INTERPRETATIVA DOS RESULTADOS</b> .....	61
<b>4.1 Relação do estudante da EJA com a aritmética</b> .....	61
<b>4.2 Ensino e aprendizagem da aritmética na EJA</b> .....	72
<b>5. PRODUTO FINAL: NO COMPASSO DA ARITMÉTICA</b> .....	82
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	84
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	89
<b>APÊNDICE</b> .....	98

## MEMORIAL DE FORMAÇÃO

A educação é, assim, uma prática humana, uma prática social, que modifica os seres humanos nos seus estados físicos, mentais, espirituais, culturais, que dá uma configuração à nossa existência humana individual e grupal. (LIBÂNEO, 2001, p. 7).

Essa definição traduz bem minha visão e trajetória como profissional da educação. Oriundo de família humilde do interior do estado de Goiás, comecei minha jornada para a docência aos 18 anos, quando entrei para o curso de graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela UNITINS (Universidade Estadual do Tocantins), no Campus de Arraias - TO, concluído em 2001. Neste mesmo ano, fui aprovado no concurso para professor de Matemática do estado do Tocantins, vindo a tomar posse em 2002, onde permaneci efetivo por 17 anos. Nesse período fiz duas especializações: Metodologias Inovadoras Aplicadas à Educação, com especificidade em Matemática, Ciências e suas tecnologias pela Faculdade FACINTER (Faculdade Internacional de Curitiba) de Curitiba-PR e Avaliação Escolar em Matemática pela Fundação CESGRANRIO do Rio de Janeiro. De 2008 a meados de 2019, concomitantemente com o estado, fui professor efetivo de Matemática na segunda fase do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino de Gurupi-TO. Desde setembro de 2019 aos dias atuais, sou professor de Matemática efetivo do Instituto Federal do Tocantins – IFTO, lotado no *Campus* de Araguatins – TO, cidade onde resido.

Mesmo sendo realizado profissionalmente por fazer o que gosto, existia uma lacuna quanto à continuidade dos estudos, especialmente uma Pós-graduação *Stricto Sensu*. O excesso de carga horária de trabalho foi um dos empecilhos. Porém, no primeiro semestre de 2020 consegui a aprovação e comecei a cursar o Mestrado Profissional em Educação, pelo Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação (PPPGE) da Universidade Federal do Tocantins - UFT. Foi a realização de um sonho.

Os primeiros desafios foram as disciplinas do Mestrado. Cinco no total, cursadas no decorrer do ano de 2020. Sendo duas no primeiro semestre e três no segundo semestre. Apesar de possuírem a educação como foco, cada disciplina com seus respectivos professores, possuíam suas particularidades pedagógicas, avaliativas, metodológicas e didáticas. Houve, porém, algo comum entre elas. O uso do *Google Meet* como recurso tecnológico para o desenvolvimento das aulas. Isso devido à impossibilidade da ocorrência das aulas presenciais, provocada pela pandemia mundial causada pelo Coronavírus. Descrevo na sequência minha experiência com cada uma dessas disciplinas.

**Tópicos especiais: Práticas Colegiadas de Sistemas de Ensino:** Essa disciplina foi ministrada pela professora Dra. Kátia Cristina Custodio Ferreira Brito. Conforme o plano de ensino e execução do mesmo, os estudos foram direcionados à teoria e prática na perspectiva da gestão democrática, visando o direito à educação escolar básica de qualidade e responsabilidade social. As temáticas desenvolvidas foram: direito à educação e gestão democrática como princípio constitucional; gestão democrática da educação: princípios e conceitos; políticas públicas de criação e fortalecimento dos conselhos escolares.

No primeiro encontro realizamos estudos e debates acerca dos conceitos de democracia e gestão democrática na escola e direito à educação. Os textos bases foram: “Políticas e gestão da educação básica no Brasil: limites e perspectivas” de Luiz Fernandes Dourado; “A gestão democrática na escola e o direito à educação” de Carlos Roberto Jamil Cury; “Repensando e ressignificando a gestão democrática da educação na cultura globalizada” de Naura Syria Carapeto Ferreira; e “A democracia como valor universal”, de Carlos Nelson Coutinho.

Assim, dentro do que se entende por democracia, encontra-se a igualdade de oportunidades, transformações socioeconômicas objetivadas no bem comum. A importância da democracia política, social e econômica passa pelo seu processo de construção e solidificação. Contudo, a participação e o envolvimento do cidadão em questões democráticas passam pelo seu interesse e conhecimento político e social, que se constrói dentro de sua formação educacional e familiar. Como afirma Cury (2007, p. 484), “a educação escolar é uma dimensão fundante da cidadania e tal princípio é indispensável para a participação de todos nos espaços sociais e políticos e para (re)inserção qualificada no mundo profissional do trabalho”. Com isso, a escola exerce um papel fundamental na vida do educando que vai além do saber cognitivo: o preparo para a cidadania.

Nesse sentido, “a contribuição significativa da escola para a democratização da sociedade e para o exercício da democracia participativa fundamenta e exige a gestão democrática na escola”. (NAVARRO, et al., 2004, p. 20). Um desafio para a escola como mecanismo democrático de transformação social, que deve zelar pela formação integral e qualificada do aluno. “Não é tarefa fácil, mas necessária! É um compromisso de quem toma decisões – a gestão –, de quem tem consciência do coletivo – democrática –, de quem tem a responsabilidade de formar seres humanos por meio da educação”. (FERREIRA, 2004, p. 1241).

A educação escolar como princípio democrático de aprendizagem deve zelar pela igualdade de direitos e oportunidades, exercendo também, sua função social de diminuição

das discriminações. Assim, a escola precisa elaborar o seu Projeto Político Pedagógico (PPP); afinal, como afirma Cury (2007, p. 492), “o projeto pedagógico é a marca registrada de uma escola. Ele é sua carteira de identidade”. Dito com outras palavras, ele deve ser elaborado democraticamente, com a participação de gestores, docentes, estudantes, pais e comunidade; levando em conta aspectos sociais, econômicos e culturais que vão de encontro com a realidade local. Nessa direção, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei n. 9.493/1996) estabelece no Artigo 14 que:

Os sistemas de ensino definirão as normas da gestão democrática do ensino público na educação básica, de acordo com as suas peculiaridades e conforme os seguintes princípios: I - participação dos profissionais da educação na elaboração do projeto pedagógico da escola; II - participação das comunidades escolar e local em conselhos escolares ou equivalentes. (BRASIL, 1996).

Com o propósito do fortalecimento da gestão democrática, o governo federal implementou programas direcionados a educação básica: PDE (Plano de Desenvolvimento da Escola), o Fundo de Fortalecimento da Escola (FUNDESCOLA), o PDDE (Programa Dinheiro Direto na Escola) e o Programa de Fortalecimento de Conselhos Escolares. Este último, com responsabilidades na área administrativa e pedagógica nas escolas, foi foco dos estudos da disciplina que descrevo a seguir.

O Programa de Fortalecimento de Conselhos Escolares foi uma medida adotada pelo Ministério da Educação (MEC) para assegurar a gestão democrática. Ou seja:

O reconhecimento das reivindicações históricas do movimento dos educadores em prol da gestão democrática, bem como a necessidade de materializar no sistema educacional esse princípio preconizado pela LDBEN, constituíram algumas das fortes razões que induziram o Ministério da Educação a inscrever, na sua agenda, uma política direcionada à ampliação dos espaços de participação nas escolas de educação básica, o que se efetivou mediante a Portaria Ministerial n. 2.896/2004, que instituiu o Programa Nacional de Fortalecimento dos Conselhos Escolares. (AGUIAR, 2008, p. 131).

Nossas aulas se desenvolveram a partir dos estudos de um material do MEC, composto de 12 cadernos, intitulados: Conselhos Escolares: Uma estratégia de gestão democrática da educação pública. Elaborado por diversos autores, os materiais discutem o papel dos conselhos escolares diante de temáticas como: democratização da escola e construção da cidadania; a aprendizagem na escola; o respeito e a valorização do saber e da cultura do estudante e da comunidade; o aproveitamento significativo do tempo pedagógico; gestão democrática da educação e escolha do diretor; Conselho Escolar como espaço de formação humana: círculo de cultura e qualidade da educação; financiamento da educação no Brasil; a

valorização dos trabalhadores em educação; Educação do Campo; relação entre a escola e o desenvolvimento com igualdade social; direitos humanos; Conselho Escolar e sua organização em fórum.

A metodologia adotada para o estudo dos cadernos foi a distribuição desse material em grupos de alunos, para leitura, análise e apresentação. Cada grupo ficou com um caderno. Em forma de seminário e organizados de acordo com o número de aulas, cada grupo expunha sua reflexão para a turma. Posteriormente, abria-se para os comentários por parte da professora e colegas. Vale destacar que houve também leituras de textos complementares para auxiliar na compreensão e fundamentação dos cadernos.

É importante destacar a relevância desse estudo, haja vista que a atuação eficiente dos conselhos escolares é fundamental para o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem, além de promover uma educação de caráter democrático, com base no respeito às diversidades e pluralidades humanas, sociais e culturais. Dentro desse contexto, Henning (2008, p. 5) apresenta uma reflexão quanto à função e caracterização dos conselhos escolares:

[...] o Conselho Escolar como um mecanismo de gestão democrática colegiada, sua função básica e primordial é a de conhecer a realidade e indicar caminhos que levam à realidade desejada. Vale dizer então, que a principal função do Conselho é político-pedagógica. É política, na medida em que este estabelece as transformações desejáveis na prática educativa escolar. E é pedagógica, pois estabelece os mecanismos necessários para que essa transformação realmente aconteça.

O conhecimento adquirido nessa disciplina ampliou e ressignificou a educação para mim. Passei a compreender melhor a sua estrutura, funcionamento e financiamentos. Além disso, compreendi que a qualidade da educação básica está ligada a uma gestão democrática, que vise à melhoria da aprendizagem dos estudantes, não apenas no sentido do desempenho “notas”, mas na formação para a cidadania, contribuindo para uma sociedade mais igualitária, justa e desenvolvida. Afinal, como afirma Cury (2007, p. 492), “o aluno, sujeito de um aprendizado, é o polo e a finalidade da escola”.

Mas, é preciso compreender que educação não se faz sozinha. E uma gestão democrática muito menos. É necessário abertura de diálogos e oportunidades entre gestores, professores, coordenadores, funcionários, pais e alunos.

[...] a gestão democrática implica a assunção de especiais responsabilidades na organização e no governo das escolas, tendo em vista concretizar o direito à educação, não só na lógica da provisão pública, mas também na lógica da promoção dos direitos humanos e da participação dos implicados na organização e gestão da educação. (LIMA, 2018, p. 26).

Nesse sentido, os conselhos escolares tem papel fundamental, tendo em vista sua funcionabilidade. Ou seja, “os Conselhos Escolares são órgãos colegiados compostos por representantes das comunidades escolar e local, que têm como atribuição deliberar sobre questões político-pedagógicas, administrativas, financeiras, no âmbito da escola”. (NAVARRO, et al., 2004, p. 34). Isso implica que seus membros devem ser devidamente capacitados e conscientes da função que exerce, pois são eles os colaboradores e fiscais, com a finalidade de garantir a oferta e a qualidade da educação.

O trabalho final da disciplina ficou por conta da produção de um artigo em parceria com Giorgya Lima Justy de Freitas (colega de turma), com o título: Um estudo sobre a relação do Conselho Escolar e o tempo pedagógico. Tendo como base o documento do MEC: Conselho Escolar e o aproveitamento significativo do tempo pedagógico (Caderno 4), o artigo foi construído a partir de uma pesquisa bibliográfica, baseada fundamentalmente em artigos, com o objetivo de apresentar uma reflexão sobre a importância da relação dos conselhos escolares e o tempo pedagógico nas escolas, no que tange a qualidade de ensino e o aproveitamento significativo do tempo na aprendizagem.

Fazendo uma reflexão da disciplina, fica evidenciada a necessidade de mais valorização da educação, não só dos representantes governamentais, mas também e principalmente daqueles que a vivenciam no dia a dia, compreendendo que é parte de um todo e que para avançar é preciso envolvimento e comprometimento. Assim, é importante atualizar-se, enxergar com os olhos do estudante e projetar o futuro, fazendo uso de forma racional e com objetivos próprios, de recursos e metodologias que auxiliem no desenvolvimento da formação humana, social e profissional do estudante. Mas para isso é fundamental que se tenha uma gestão democrática, voltada para a abertura de oportunidades e integração da escola, revendo práticas, reformulando projetos e estratégias, atrelando conceitos ao novo, sem se desprender do essencial com foco na formação para cidadania.

**Prática Educativa e Relações com o Saber:** O objetivo geral dessa disciplina, conforme o plano de curso dos professores Dr. José Carlos da Silveira Freire e Dr. Adriano Castorino, era apreender os fundamentos sócio históricos e antropológicos dos conceitos de Educação, Saberes, Escola, Trabalho Pedagógico e Didático e suas implicações para a organização do trabalho docente, o que corroborou na prática. As aulas se desenvolveram através de leituras de textos e livros, apreciação de músicas e filmes. Com uma metodologia baseada no ouvir e no falar, valorizava o saber individual e coletivo, respeitando e incentivando o compartilhamento de ideias.

Como atividade, antes de cada encontro, os professores encaminhavam materiais para leituras, além de uma lista de músicas e filmes para apreciação e reflexão. As aulas seguiam uma sequência didática, com o professor José Carlos fazendo a abertura com explicações sobre os conceitos abordados. Conseqüentemente, cada aluno revelava a sua experiência e aprendizados adquiridos, sensações, dúvidas e conflitos. Já na parte final, o professor Adriano trazia as suas considerações sobre a temática e respondia as interrogações dos alunos a respeito dos temas trabalhados.

No primeiro encontro, trabalhamos com o livro “Sociedade Excitada: Filosofia da Sensação” de Christoph Turke. Especialmente foi trabalhado o primeiro capítulo com o título Paradigma da Sensação, no qual abordava uma visão da relação homem e sociedade, suas interações e comunicações, ensinamentos e aprendizagens. Como afirma o autor:

Como um emaranhado subjetivo-objetivo de relações de poder e de percepção, a sensação representa tanto uma forma de dominação quanto uma forma de percepção. Nenhuma forma de percepção cai do céu, nenhuma surge espontaneamente. Mas cada uma se estende também para além das relações sociais de poder que nela se imprimem. A forma de percepção neutraliza-as ao torná-las condições universais de socialização. Dessa forma, também cresce o complexo de sensação daqueles que sob ele se formam. Ninguém pode mais perceber e expressar-se, senão sob as condições que esse complexo impõe: nenhuma política, nenhuma arte, nenhum saber científico. Mesmo a reflexão que aqui é exposta lhe é subordinada, mas fornece a comprovação de que suas condições de percepção não correspondem aos seus limites de pensamento. (TÜRCKE, 2010, p. 78-79).

O texto me proporcionou uma visão analítica do mundo tecnológico, dentro de uma relação homem e sociedade. A forma como vemos e interpretamos o ambiente ao nosso redor tem muito a ver com a questão cultural e histórica de cada um, mas também pelas influências ocasionadas pela modernidade e o capitalismo. Por isso, é importante analisarmos os fatores que podem influenciar no comportamento do ser “eu”, nas inter-relações das pessoas e seu convívio social. Como atividade, cada aluno produziu um texto comentando algumas frases/expressões retiradas do livro, previamente selecionadas pelos professores.

Em outra atividade fizemos um relato da experiência ao assistir o filme: “Primavera, verão, outono, inverno e... primavera”. Nela, além de comentários sobre roteiro, cenas e diálogos, apresentamos também as nossas inquietações físicas e dificuldades de concentração e fruição da percepção. O filme nos dá uma oportunidade de revermos conceitos, trazendo mensagens sobre convívio, respeito, simplicidade, escolhas e conseqüências, espiritualidade e sabedoria.

No segundo módulo da disciplina, as aulas foram fundamentadas nos textos seguintes: “*Un mundo ch'ixe es posible. Memoria, mercado y colonialismo*” de Silvia Rivera



Cusicanqui; “*Descolonizar la educación o el desafío de recorrer un camino diferente*” de José Solano-Alpízar; “*Descolonizar la educación*” de Marcelo Sarzuri-Lima; “*The Resilience of Abyssal Exclusions in Our Societies: Toward a Post-Abyssal Law*” de Boaventura de Sousa Santos; “O governo dos vivos” de Michel Foucault e “Sociedade Individualizada” de Zygmunt Bauman<sup>1</sup>. Como complemento às leituras, tivemos a prazerosa missão de assistir e analisar sete filmes (Conversas sobre o Mundo e Descolonialidade; Ponto de Mutação; O Menino que Descobriu o Vento; A Rainha de Katwe; As hiper Mulheres; Mitã; Conhecimento no Candomblé), além de uma lista de vinte músicas.

Nessa etapa da disciplina, os estudos foram direcionados a descolonização da educação, apresentando uma reflexão quanto ao modelo educacional ao qual estamos inseridos, convivendo e propagando; trazendo uma nova visão sobre educação, com foco e valorização na nossa cultura, nossa história, nossos costumes e valores sociais, nossa natureza.

La descolonización de la educación presupone un combate que debe conducir a la emancipación de las cadenas mentales que atan la educación, la escuela, la pedagogía y la cultura a un modelo civilizatorio en crisis. Emancipación que podrá tener lugar en la medida en que se develen prácticas, creencias, conocimientos y formas de organización social que reproducen el imperio de la razón y el conocimiento frío y vacío que acompaña a los procesos de subalternización sociocultural con los que se nos enseñó a comprender la realidad e insertarnos en ella. Descolonizar la educación implica, entonces, romper las formas tradicionales en que se conciben y se hacen las cosas por el solo hecho de que han sido así desde siempre. (SOLANO-ALPÍZAR, 2015, p. 123-124).

Há, porém, a necessidade de quebra dos paradigmas herdados do colonialismo, isto é, essa forma alienante do sistema atual, que dita os moldes de como devemos nos comportar, pensar, o que desejar, o que ser e como viver. Devemos (re) pensar de forma analítica e crítica sobre os impactos sofridos por essa influência em nosso meio. Nessa perspectiva, Sarzuri-Lima (2011, p. 132), sugerem que “...desnudar las narrativas coloniales es un paso más en la descolonización de la educación (pequeño pero importante)”.

A descolonização da educação passa pela nossa descolonização, pela nossa mudança de pensamento, comportamento e ações, por uma nova forma de ensino, uma educação objetivada na cidadania através da valorização do humano, do histórico e do cultural, relativos ao povo, sua descendência e seus conhecimentos.

No terceiro e último módulo da disciplina, lidamos com a escola, o ensino e a aprendizagem na perspectiva da gestão do espaço pedagógico. Foram trabalhados assuntos da

---

<sup>1</sup> Alguns textos, livros ou artigos que não foram objetos de citações direta ou indireta, mas que foram mencionados nesse trabalho, encontram-se nas referências.

atualidade como a obra “A Cruel Pedagogia do Vírus” de Boaventura de Sousa Santos, dentre outras como: “Infâncias e descolonização: desafios para uma educação emancipatória” de Elina Elias de Macedo et al.; “O corpo educado” de Guacira Lopes Louro; “A ocupação como processo de descolonização da escola: Notas sobre uma pesquisa etnográfica” de Luciano Nascimento Corsino et al.; “Rinha dos MC’s e as Batalhas de MC’s de Hip Hop na Cidade de São Paulo: Uma compreensão Antropológica” de Amanda Ferreira Gomes; e “Contra a ditadura da escola” de Wilmar da Rocha D’Angelis.

Com um olhar para a educação como uma atividade humana, pensada, organizada e administrada dentro de uma ótica democrática, as leituras trouxeram um conjunto de saberes e reflexões acerca das várias facetas do processo de ensino e aprendizagem, discutindo temas escolares fundamentais, como a visão da educação/escola na concepção do aluno, a inter-relação professor-aluno, a importância da prevalência da democracia no ambiente escolar e o respeito irrestrito a todos. Dentro desse contexto, a escola representa uma abertura de espaços para as mais variadas formas de expressões de cunho social, cultural, sentimental e sexual. Nesse sentido, a escola deve pautar-se no acolhimento e valorização do ser humano diverso, único e sensível. Com efeito, “sendo a escola um espaço próprio à difusão do saber, todo o esforço nela realizado deve convergir para a aprendizagem daqueles para quem foi criada – sejam crianças, desde a mais tenra idade, jovens ou adultos”. (VIEIRA, 2007, p. 67).

Os complementos às leituras ficaram por conta de uma lista musical e dos filmes “Entre os Muros da Escola”; “Educação em Movimento”; “Hotxua”; “Nunca me Sonharam”; “Alma Imoral”; “Mil Vezes Boa Noite”; e “Muro Pequeno”. Esses filmes me inspiraram a aprofundar nos textos citados anteriormente, retratando experiências de vida, conflitos sociais e humanos, dilemas profissionais e familiares, história, convívio e cultura de um povo, educação democrática e transformadora.

O trabalho final da disciplina foi uma produção individual de um texto livre que refletisse os pontos de aprendizagem relativos aos conceitos/conteúdos trabalhados no curso. Com base na nossa experiência na educação e nos saberes discutidos na disciplina, a escrita deveria focar na resposta da seguinte pergunta: como seria possível uma escola/educação plural, democrática e humana?

**Juvenilização da Educação de Jovens e Adultos:** Essa disciplina foi ministrada pela professora Dra. Marluce Zacariotti. Teve como objetivo geral compreender o fenômeno juvenil na sociedade brasileira contemporânea, os conteúdos se estenderam a partir de dois eixos temáticos: Culturas e sociabilidades juvenis na sociedade contemporânea; e Educação, jovens e juventude.

Algumas das principais bases de leituras foram: “Juventudes e gerações no Brasil contemporâneo” de Livia Barbosa; “Estação juventude: conceitos fundamentais” de Helena Abramo et al.; “Tribalismo pós-moderno: da identidade às identificações” de Michel Maffesoli; “Por uma pedagogia da juventude” de Juarez Dayrell; “Juventude e contemporaneidade” de Osmar Fávero et al.; “Juventude, Tecnologia e Inovação: uma construção mítica na contemporaneidade” de Bruno Pompeu e Silvio Koiti Sato; “A escola faz as juventudes? Reflexões em torno da socialização juvenil” de Juarez Dayrell; “Juventude e adolescência no Brasil: referências conceituais” de Helena Wendel Abramo et al.; “A juventude é apenas uma palavra” de Pierre Bourdieu et al.; “Juventudes na escola, sentidos e buscas: Por que frequentam?” de Miriam Abramovay et al.; “Juventudes e Tecnologias: Sociabilidades e Aprendizagens” de Carlos Ângelo de Meneses et al.

De acordo com Reguillo (2003), Juventude é uma categoria construída culturalmente, não é uma “essência” e, nesse sentido, a mutabilidade dos critérios que definem os limites e comportamentos dos jovens, está necessariamente ligado aos contextos socio-históricos, produto das relações de força em uma determinada sociedade. Nessa direção, Dayrell (2005, p. 34) apresenta sua compreensão a respeito da categoria juventude:

Acredito que ela deva ser entendida, ao mesmo tempo, como uma condição social e uma representação. De um lado, há um caráter universal dado pelas transformações do indivíduo em determinada faixa etária, na qual completa o seu desenvolvimento físico e enfrenta mudanças psicológicas. Mas a forma como cada sociedade e, no seu interior, cada grupo social vai lidar e representar esse momento é muito variada.

Dito com outras palavras, o autor afirma que “não existe uma juventude, mas sim juventudes, no plural, enfatizando, assim, a diversidade de modos de ser jovem na nossa sociedade” (DAYRELL, 2005, p. 34). Ou seja, para compreender os jovens com os quais convivemos, é preciso conhecê-los em sua realidade e o modo pelo qual constroem a sua experiência.

Dentro da relação juventude(s) e educação, ainda existem significativos avanços a serem dados, principalmente no que se refere à escola.

A escola tem de se perguntar se ainda é válida uma proposta educativa de massas, homogeneizante, com tempos e espaços rígidos, numa lógica disciplinadora, em que a formação moral predomina sobre a formação ética, em um contexto dinâmico, marcado pela flexibilidade e fluidez, de individualização crescente e de identidades plurais. (DAYRELL, 2007, p. 1125).

Ou seja, em se tratando do ambiente escolar, os jovens querem ser reconhecidos nas suas especificidades e diversidades, tendo em vista que é um momento de construção de

identidades, de projetos de vida, experimentação e aprendizagem da autonomia. Desse modo, cabe a escola a articulação, organização e democratização, visando atingir as expectativas do público que atende. Os jovens precisam ser vistos e valorizados pelo seu potencial, carregados de saberes, sentimentos, projetos, conflitos e desejos.

No ciclo em discussão, é interessante frisar que:

Além das marcas da diversidade cultural e das desiguais condições de acesso aos bens econômicos, educacionais e culturais, a juventude é uma categoria dinâmica. Ela é transformada no contexto das mutações sociais que vêm ocorrendo ao longo da história. Na realidade, não há tanto uma juventude, e sim, jovens enquanto sujeitos que a experimentam e a sentem segundo determinado contexto sociocultural onde se inserem e, assim, elaboram determinados modos de ser jovem. É nesse sentido que enfatizamos a noção de Juventudes, no plural, para enfatizar a diversidade de modos de ser jovem existente. (DAYRELL; CARRANO, 2014, p. 112).

A citação acima é importante, pois evidencia que essas juventudes presentes nas escolas brasileiras anseiam por integração e participação no sistema educacional. Contudo, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) fazem parte do cotidiano desses jovens, mesmo não sendo de forma igualitária, como observa Sales (2014, p. 230), “[...] embora possamos afirmar que as tecnologias estão onipresentes na gestão da vida, elas não estão igualmente distribuídas na sociedade”. No entanto, devemos considerar que:

[...] as tecnologias da informação e comunicação são resultado da inteligência humana e geram efeitos significativos na educação. Os meios de comunicação, rádio, jornal, cinema, televisão e, agora, a internet transformaram a sociedade e, inevitavelmente, as juventudes e a educação. (JÚNIOR; ZACARIOTTI, 2020, p. 265-266).

Nesse sentido, como ressalta Chiofi e Oliveira (2014, p. 334), “a escola deve considerar os benefícios didáticos da tecnologia. Assim, mais que a inclusão digital, a tecnologia educacional pode promover uma grande oportunidade para as juventudes que compõem a educação básica [...]”. Afinal,

[...] na medida em que pertencer a uma mesma geração significa viver a juventude em um mesmo contexto histórico, os jovens de hoje compartilham símbolos e sentidos que produzem aproximações inéditas, facultadas pelas novas tecnologias de informação e comunicação (TICs). (ABRAMO et al., 2014, p. 19).

Seguindo essa linha de raciocínio, meu trabalho final nessa disciplina foi a produção de um artigo em parceria com mais dois colegas de turma com o tema: Plano Nacional de Educação: Uso das tecnologias no Ensino Médio na Perspectiva da Escola. Com um olhar das juventudes e tendo como público alvo os alunos do ensino médio, o artigo teve como

principal objetivo levantar dados e analisar o andamento e execução das metas do PNE, relacionadas ao uso de tecnologias no ensino médio em escolas do Tocantins.

A relevância desses estudos em torno das juventudes faz sentido, uma vez que essas pesquisas são cada vez mais alvos do capitalismo, induzidos pelos meios de comunicação em massa ao consumismo exagerado e o desapego ao humano. O que o mercado já percebeu e as instituições de ensino ainda não é que “La juventud no es más que una palabra, una categoría construida, pero las categorías son productivas, hacen cosas, son simultáneamente productos del acuerdo social y productoras del mundo”. (REGUILLO, 2003, p. 106).

De acordo com Abramo et al. (2014, p. 87), “[...] ainda faltam Projetos, Programas e Ações que se proponham a potencializar estas afinidades da atual geração juvenil com as novas tecnologias de informação [...]”. No tocante escola e juventudes, estreitar essa relação com propostas pedagógicas integradoras, tecnológicas e emancipatórias, pode ser o caminho para a melhoria do espaço de vivência escolar e satisfação dos estudantes.

### **Construção Social da Linguagem e Letramento:**

Muito se fala na literatura científica da cultura escrita e da cultura oral, ambas tidas como marcas históricas de socialização entre as pessoas presentes na sociedade. Porém, dentro desse contexto, há a cultura letrada, que vai apontar para o letramento social, baseado no conhecimento de mundo que se tem, da experiência; e o letramento escolar, que vai se referir às habilidades específicas dadas pela aprendizagem. (ARAÚJO, 2018, p. 106).

Nessa disciplina, ministrada pelo professor Dr. Gustavo Cunha de Araújo, trabalhamos com as diversas formas de letramento, os chamados “multiletramentos”, aqueles que respeitam e valoriza os letramentos derivados da vivência popular, ou seja, “[...] a inclusão no currículo de todas as formas de representar significados dos diferentes sistemas semióticos - linguístico, visual, sonoro ou auditivo, espacial e gestual - inter-relacionados no texto multimodal contemporâneo”. (KLEIMAN, 2014, p. 81). Como especifica Araújo (2018, p. 109), nesses letramentos, “há não apenas a leitura e a escrita, mas também outras formas semióticas como as imagens, a música, as artes entre outros”.

Com o objetivo geral de desenvolver processos criativos por meio da produção textual e visual, a partir da concepção ampliada de letramento, o aprendizado se desenvolveu tendo como base de fundamentação teórica: “Letramento na contemporaneidade” de Ângela B. Kleiman; “A representação da verdade pelo discurso científico: vistas a uma ruptura de paradigmas do letramento acadêmico” de Paulo Gerson Rodrigues Stefanello; “Dificuldades de leitura: a busca da chave do segredo” de Raquel Lazzari Leite Barbosa; “O desenvolvimento da Escrita na Criança” de Alexander R. Luria; “Palavras grávidas e

nascimentos de significados: a linguagem na escola” de Dagoberto Buim Arena; “A apropriação da escrita como um instrumento cultural complexo” de Suely Amaral Mello; “Leitura e escrita: possibilidades de letramento estético com jovens e adultos via história em quadrinhos” de Gustavo Cunha de Araújo.

Uma das metodologias utilizadas foi a de seminários, em que a turma dividida previamente em grupos e com um texto específico, deveria apresentá-lo a todos(as) com leituras complementares. Após este momento, o espaço era aberto para comentários, questionamentos e debates da turma. Na parte final, o professor fazia as considerações, com análises, reflexões e esclarecimentos sobre o tema. A ampliação da concepção de letramento me permitiu fazer uma leitura mais ampla e respeitosa das relações entre pessoas e elas com o mundo.

Desde muito cedo, a criança em sua relação com mundo já desenvolve formas de se expressar e comunicar-se com os outros e com o meio que o cerca, por meio de sons, sinais, gestos, rabiscos, desenhos e escrita. A esse respeito, Mello (2010, p. 182) afirma que, “a escrita foi criada para responder à necessidade de registro, de expressão e comunicação com o outro distante no tempo e no espaço”. A autora ainda acrescenta que todas as atividades de expressão na escola,

[...] como a expressão oral, o desenho, o faz de conta, a modelagem, a pintura - precisam ser estimuladas e cultivadas se quisermos que as nossas crianças se apropriem da escrita como leitoras e produtoras de texto. A escrita registra nosso desejo e necessidade de comunicação e expressão; a vivência de experiências significativas cria necessidades de expressar-se e comunicar-se. (MELLO, 2010, p. 183).

Contudo, é preciso acrescentar que o processo da escrita na criança começa bem antes dela ingressar na escola e fazer suas primeiras letras. Pois,

O momento em que uma criança começa a escrever seus primeiros exercícios escolares em seu caderno de anotações não é, na realidade, o primeiro estágio do desenvolvimento da escrita. As origens deste processo remontam a muito antes, ainda na pré-história do desenvolvimento das formas superiores do comportamento infantil; podemos até mesmo dizer que quando uma criança entra na escola, ela já adquiriu um patrimônio de habilidades e destrezas que a habilitará a aprender a escrever em um tempo relativamente curto. (LURIA, 2010, p. 143).

Assim, já considerando a inserção da criança no processo escolar, Stefanello (2017, p. 2723), ressalta quanto às práticas de letramento,

[...] não se deve enxergar os discentes como membros vazios e não pertencentes a uma sociedade, uma vez que suas experiências de vida são compostas de uma série de eventos de letramento que emanam processos de significação a serem manifestados em momento devido e oportuno.

Seguindo o pensamento, o mesmo autor afirma que “cada grupo social participa de mundos exclusivos de letramentos, pois as experiências por que passa são naturalmente distintas e diferentemente significativas”. (STEFANELLO, 2017, p. 2723).

A partir da experiência nessa disciplina, acredito ser importante trazer uma reflexão acerca da escrita e da linguagem no contexto escolar. Ambas possuem suas particularidades e importância, contudo, estão ao mesmo tempo ligadas pela conexão da comunicação, por meio da qual a sociedade evolui. Conforme destaca Mello (2010, p. 183), “A escrita registra nosso desejo e necessidade de comunicação e expressão; a vivência de experiências significativas cria necessidades de expressar-se e comunicar-se”. Por isso, o tratamento da escrita no ambiente escolar requer outro olhar, com foco na sua necessidade e função social, no qual, segundo a autora, professores ensinam a linguagem escrita e não as letras, ou seja, um dos principais equívocos cometidos no ensinamento da escrita “[...] é a utilização de um método artificial criado especialmente para ensinar a criança a escrever e que enfatiza o domínio da técnica e não considera nem cria a necessidade da escrita na criança” (MELLO, 2010, p. 183).

Já a linguagem é marcada pela instabilidade do conhecimento. Fruto de criação permanente da humanidade, ela se caracteriza por estar sempre em movimento, num processo de evolução, em constante recriação. A esse respeito, Arena (2010, p. 173-174) esclarece um pouco mais a concepção de linguagem, ao dizer que “A evolução da palavra, portanto da linguagem, aciona a própria mudança e evolução nos modos de pensá-la, organizando uma contribuição recíproca entre pensamento e linguagem”.

Vivemos em tempos de modernidade. Com ela, novas tecnologias e diferentes formas de letramento. Estar atento a essas mudanças e compreender o meio no qual está inserido, são essências para a evolução pessoal, além de facilitar nas relações e interações com os outros e a sociedade. Assim, escola e estudantes precisam estar envolvidos e inseridos nesses novos contextos.

A contemporaneidade diz respeito à flexibilidade e ao respeito pela cultura do outro para garantir a inserção tranquila do aluno nos novos modos de fazer sentido via escrita na sociedade tecnológica em que imagem e texto escrito imperam. Ser contemporâneo é ouvir o que o outro quer e aproveitar a flexibilidade de novos modos de ser e significar para propiciar as condições para que o aluno satisfaça seu desejo. (KLEIMAN, 2014, p. 82-83).

O fragmento é importante, pois a autora aponta para a necessidade de inovar e ousar por parte da escola, objetivando atrair o caráter múltiplo e plural do letramento, visto que as relações de sentido se definem pela diversidade de sistemas semióticos envolvidos. No entanto, “o impacto do letramento, nessa época de mudanças e de transformações, toma grande proporção na vida das pessoas, pois se torna imprescindível à sobrevivência do cidadão na sociedade da tecnologia e da informação” (KLEIMAN, 2014, p. 88).

O processo avaliativo da disciplina levou em consideração a participação nas aulas, a produção de uma resenha crítica-informativa do filme: “Minhas tardes com Margueritte (2010)”. Além disso, o trabalho final ficou por conta da produção de um material didático inédito sobre letramento com foco na área de formação e/ou atuação do discente da disciplina.

A respeito do filme, a narrativa conta a história de dois personagens de universos diferentes que se encontram em um dado momento da vida. Germain, um jardineiro e feirante de pouco estudo e Margueritte, uma senhora educada de mais de 90 anos que vivia em um asilo e tinha como prática constante a leitura. Com o tempo, eles se tornam amigos. Incentivado pelo convívio com Margueritte e pelas leituras que ela realizava, Germain começa a tomar gosto pelas palavras. Procura uma biblioteca e começa aprimorar a sua leitura. A partir desse momento, se constrói uma história de carinho e aprendizado entre ambos.

No trabalho final, construí uma pequena história em quadrinhos, elaborando os próprios personagens, roteiro e falas, intitulado: “Matemática entre amigos”, na qual abordei conceitos como soma, subtração, multiplicação e divisão com frações.

Em suma, a disciplina em questão foi de fundamental importância para a ampliação dos meus conhecimentos, profissionalmente e socialmente, tendo em vista que minha compreensão, interação, respeito e comunicação com o mundo e outras pessoas, passaram a ter outra conotação. Aprendi que a linguagem e o letramento não são uma exclusividade da escrita e das palavras, mas também das diversas formas de expressões da humanidade: na arte, cultura, dança, tecnologia, nos desenhos, todos carregados de significados, interações e representações.

**Tópicos Especiais: Fundamentos da Pedagogia Freiriana:** Essa disciplina foi ministrada pelos professores Dr. José Carlos da Silveira Freire, Dr. Adriano Castorino e Dra. Juciley Silva Evangelista Freire e tinha como objetivo principal apreender os fundamentos teóricos e metodológicos da Pedagogia Freiriana e suas implicações para organizar as práticas de Educação Popular.

Um dos motivos que me levou a matricular nessa disciplina foi a oportunidade, como educador, de conhecer mais sobre a vida e obras de Paulo Freire, tendo em vista que pouco eu



sabia do autor, pois meu conhecimento a respeito desse intelectual brasileiro se restringia a algumas frases e textos usados em encontros pedagógicos e formações continuadas de professores, como fundamentação teórica ou motivação profissional.

Com uma metodologia baseada na leitura, na escrita, no ensinar, no ouvir, no falar e no diálogo, a experiência e aprendizados adquiridos nos estudos da disciplina me tornaram mais sensível, flexível e humano, com uma nova forma de ver, conviver e fazer a educação. Cada encontro era dividido em dois momentos: o primeiro para fala dos alunos, um espaço livre para relatarmos ensinamentos e sensações a partir das leituras de textos, livros e poesias, audição e apreciação de músicas e filmes. O segundo momento ficou marcado pelos posicionamentos, comentários e observações dos professores. O foco dos trabalhos se concentrava em promover o acesso aos escritos e ideias de Freire, com reflexões sobre propostas pedagógicas, prática docente, ambiente escolar, alunos e relações humanas.

Na primeira parte do curso trabalhamos com o livro “A importância do ato de ler” de Paulo Freire, que destaca a relevância da leitura na formação de uma pessoa, e não somente a leitura da palavra e da sentença ensinada na escola, mas também as “leituras” do mundo, apreendidas das histórias e ensinamentos dos mais velhos, da convivência com a família e comunidade, das conversas diárias e brincadeiras compartilhadas com amigos. Nesse sentido, o processo de alfabetização deve levar em conta esses conhecimentos prévios e que fazem parte da formação humana. Segundo Freire (1989), a alfabetização é a criação ou a montagem da expressão escrita da expressão oral e que a leitura do mundo precede sempre a leitura da palavra e a leitura desta implica a continuidade da leitura daquele.

Ainda nesses primeiros encontros os docentes propuseram a audição sensível das músicas “*The silence*”, “*Colors*”, “Esquiva da esgrima”, “Se eu quiser falar com Deus”, “Saturn” e “Construção”. Os filmes foram: “Uma vida em segredo”, “Narradores de javé” e “O Carteiro e o poeta”. Cada um com suas características, esses filmes abordaram temáticas de cunho histórico, social, político e humano. A sensibilidade foi realçada na leitura das poesias “Bagagem” de Adélia Prado e “O livro sobre o nada” de Manoel de Barros.

Nos encontros da segunda etapa da disciplina, o livro de Paulo Freire usado como base foi “A Educação como Prática de Liberdade”. Nesse livro o autor faz uma análise crítica dos métodos de ensino, em especial a alfabetização de adultos. O autor expõe um método de prática educativa que traduz sua eficácia na participação livre e crítica dos educandos, no qual procurava no seu processo de alfabetização trazer o aprendizado mais perto do alfabetizando, utilizando palavras do seu cotidiano, apresentando-as para o debate dentro de uma situação real.

A visão da liberdade tem nesta pedagogia uma posição de relevo. É a matriz que atribui sentido a uma prática educativa que só pode alcançar efetividade e eficácia na medida da participação livre e crítica dos educandos. É um dos princípios essenciais para a estruturação do círculo de cultura, unidade de ensino que substitui a “escola”, autoritária por estrutura e tradição (FREIRE, 1967, p. 4).

Como complemento e reflexão relacionados a essa temática, efetuamos a apreciação sentimental e prazerosa de uma coletânea musical: “Sintaxe à vontade”, “Gramática”, “Até quando”, “*Panis et circenses*”, “Bichos escrotos” e “Clandestino”. Já as poesias ficaram por conta de “Textos escolhidos” e “Protesto” de Carlos Assumpção e “Poema sujo” de Ferreira Gullar. Os filmes foram um convite à observação analítica e crítica. “O grande desafio” proporciona ensinamentos e debates no que tange a liberdade e os direitos, especialmente dos negros e pobres na sociedade atual. Em relação ao filme “O enigma de Kaspar Hauser”, é um pensar sobre as relações, interações e comportamentos humanos, significados de vida e felicidade.

O filme “Escritores da liberdade” foi impactante e ao mesmo tempo comum. Ele retrata uma realidade desconhecida para muitos de nós, mas infelizmente vivida diariamente por professores e alunos em todo Brasil: os problemas disciplinares, as políticas públicas ineficientes, os conflitos familiares, econômicos e sociais dos educandos, o engessamento e as barreiras dos sistemas de ensino e a conduta de alguns professores que já veem os jovens como sinônimo de fracasso.

A terceira etapa foi marcada pela leitura do livro “A Pedagogia de Oprimido”. Esta obra aborda a contraditória relação entre opressores e oprimidos, e a quão necessária se faz uma práxis libertadora, voltada a superação dessas diferenças, com uma pedagogia dialógica que permite a leitura crítica da realidade em oposição à pedagogia da classe dominante, que contribua não para a formação de opressores ou oprimidos, mas pela libertação de ambos.

A pedagogia do oprimido, como pedagogia humanista e libertadora, terá, dois momentos distintos. O primeiro, em que os oprimidos vão desvelando o mundo da opressão e vão comprometendo-se na práxis, com a sua transformação; o segundo, em que, transformada a realidade opressora, esta pedagogia deixa de ser do oprimido e passa a ser a pedagogia dos homens em processo de permanente libertação. (FREIRE, 1987, p. 23).

O mesmo autor afirma que o fim da opressão começa na identificação dos opressores pelos oprimidos, e quando esses últimos assumem a luta pela libertação e o compromisso consigo mesmos. Porém, isso não se faz isoladamente, mas em comunhão com os outros. Afinal, como ele mesmo afirma, “ninguém liberta ninguém e ninguém se liberta sozinho: os homens se libertam em comunhão” (FREIRE, 1987, p. 29). Além disso, o processo de

extinção da opressão deve acontecer de forma gradativa e cuidadosa, para que os oprimidos de hoje não sejam os opressores do futuro.

Freire (1987, p. 33) ainda fala da concepção “bancária” de educação como instrumento da “opressão”. Esse modelo educacional, segundo ele, apresenta características de controle e opressão, uma vez que deposita conhecimento aos educandos, limitando-os ao que lhe é imposto, sem diálogo, debates, opiniões e ideias. Isso me fez refletir sobre os atuais sistemas de ensino, escolas, professores e alunos, bem como minha prática pedagógica no decorrer dos anos. Ficou evidenciado de que a educação precisa ser mais libertadora, democrática, solidária e crítica, na qual o professor e aluno ensinam e aprendem uns com os outros.

A parte sensível dessa etapa do curso veio acompanhada de verdadeiras obras primas, com destaque para “Roupa velha colorida”, interpretada por Belchior, a qual não conhecia e que me tocou profundamente. Completada por “*Underpressure*”, “O patrão nosso de cada dia”, “Suninga”, “*Richman and poorman*” e “*No surprises*”. A apreciação poética foi provocada por “Tabacaria” de Fernando Pessoa e “Poemas” de Maya Angelou.

Já os filmes, impactantes. “Encontros e desencontros” de Sofia Coppola é um encantamento audiovisual. Ele reproduz algo que faz parte da vida, o acaso. Mostrando como o encontro de duas pessoas em estágios e momentos distintos da vida e ao mesmo tempo tão próximos e parecidos, pode ser intenso, prazeroso, singelo, solidário e de descobertas. Já o filme “Estou me guardando para quando o carnaval chegar”, destaca a intensa relação entre vida, lazer e trabalho, ambientado na cidade de Tiroatama, no agreste de Pernambuco. Por fim, o filme “Rede de Ódio” de Jan Komasa, intenso, marcante e atual. Aborda principalmente a temática das *Fake News*, mostrando os males causados pelo uso indevido da internet e os perigos que podem ocasionar às pessoas e sociedade.

Na quarta e última etapa, tivemos a produção final da disciplina: um memorial descritivo. Algo desafiador. Porém, fiquei feliz pela oportunidade de relatar os trabalhos, aprendizados e momentos, envolvidos e sentidos no decorrer do curso. Ainda mais pela equivalência no respeito, trato e valorização do humano entre professores e alunos, princípio norteador de sucesso no Mestrado.

Ao término dessas disciplinas, ficaram importantes aprendizados, tanto no campo profissional quanto no humano. A esse respeito, valem algumas reflexões. Como professor eu tinha a característica de pouco me interessar pelo histórico social e cultural do aluno. Colocava todos na mesma “prateleira” e cobrava no mesmo nível. Não levava em conta as dificuldades e peculiaridades de cada indivíduo. Acreditava que todos os estudantes teriam

que apresentar os mesmos resultados, pois o professor era o mesmo. O universo do aluno era pouco explorado.

Era como se o aluno fosse alguém que não tivesse uma vida fora da escola, que enfrentava problemas econômicos, sociais, familiares, como qualquer outra pessoa. E sabe o que é mais triste? Essa visão era compartilhada e exercida por outros professores. Quantas vezes foram feitos julgamentos prematuros, avaliações rígidas, levando em conta apenas o comportamento do aluno em sala de aula, desconsiderando os possíveis fatores causais para tal comportamento.

A disciplina do estudante era primordial. Cobrava postura e organização. A imposição acontecia naturalmente. Eu não costumava abrir espaço para participação e sugestões dos alunos. Não era muito receptivo a críticas. Enfim, meu perfil como educador tinha muitos pontos questionáveis. Acredito que por razões atreladas à formação acadêmica, acabei sendo cópia de alguns professores e reproduzindo justamente o que deles criticava. Ou seja, minhas metodologias e práticas pedagógicas eram muito próximas da perspectiva tradicional de ensino.

Porém, a partir do momento que comecei a cursar o Mestrado Profissional em Educação, minha concepção e exercício sobre educação mudaram positivamente. A começar pelos ensinamentos de Paulo Freire, o qual apresenta uma visão diferenciada e promissora de práticas educativas, que me fizeram repensar a atuação docente no passado, presente e futuro. Os estudos e saberes do letramento, mostrando que é possível comunicar e expressar de formas variadas, com seus significados e representações, ampliando e redirecionando as relações e metodologias no ambiente escolar e social, também ajudaram na minha prática docente.

Nesse sentido, passei a conhecer melhor a escola, suas atribuições e responsabilidades, bem como a imprescindível formação e atuação dos conselhos escolares na qualidade do ensino, além da diversidade das juventudes que compõem a educação. Foram aprendizados que me auxiliaram na busca por novos caminhos pedagógicos, com uma didática fundamentada na reciprocidade, de respeito e valorização das potencialidades e onde os saberes não são repassados, mas sim, compartilhados.

É importante ressaltar a contribuição riquíssima das músicas, poesias e filmes que proporcionaram uma abertura de sentidos e significados, no qual também a metodologia baseada no ouvir e falar oportunizaram espaços livres para compartilhamento de aprendizados e sensações, pois proporcionaram diálogos e debates por meio de possíveis pontos divergentes e convergentes acerca das temáticas trabalhadas ao longo do Mestrado. Foi como conhecer

outro universo pedagógico, vivenciando experiências que remetiam a uma autocrítica e revisão das minhas práticas docentes.

Hoje me vejo uma pessoa e profissional mais flexível e humano. Tento fazer do convívio diário uma oportunidade de assimilar novos saberes culturais, sociais, políticos e relacionais. Menos conteudista e mais plural, interdisciplinar. Procuro ser mais solícito, solidário e sensível às dificuldades e diferenças de cada estudante, ao respeitar o seu tempo e história, visando um maior envolvimento e interesse dos estudantes.

Ademais, todos os textos lidos durante o Mestrado Profissional em Educação, alguns citados nesta dissertação, contribuíram significativamente na escrita desta pesquisa e na minha formação profissional, pois proporcionaram aprendizados técnicos, científicos e metodológicos que serviram de orientação no planejamento, elaboração e desenvolvimento de todas as etapas que compõem este estudo, assim como nos conhecimentos de atividades teóricas e práticas, seja de cunho burocrático, relacional e/ou didáticos que norteiam à docência e a educação. Hoje, me sinto mais seguro, confiante e realizado no exercício da minha profissão, sensível e consciente no trato com as pessoas e no que se pode aprender com elas.

Enfim, tudo que vivi e tenho aprendido no curso, me motiva a continuar evoluindo como ser humano e professor, compartilhando e construindo aprendizados. Em duas citações do livro “A importância do ato de ler” de Paulo Freire, o autor menciona que “Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa” e “Não podemos duvidar de que a nossa prática nos ensina” (FREIRE, 1989, p. 39-40). Ou seja, fica nítido que sempre teremos algo a ensinar e aprender com o outro. Sempre haverá aspectos em que possamos melhorar. A educação não é algo rígido e que se faz sozinha. Ela é construída coletivamente com princípios na democracia e no respeito, de forma plural e diversificada.

Nesse sentido, acredito que na educação não se aprende algo isoladamente. Quando se trabalha uma temática, essa vem acompanhada de um conjunto de outros saberes, mesmo que não explicitamente, mas que servem como base, conexão ou fundamentação dos estudos. Sendo assim, vou apontar sucintamente, alguns benefícios das disciplinas cursadas durante o Mestrado Profissional em Educação para a escrita desta dissertação.

Em “Tópicos especiais: Práticas Colegiadas de Sistemas de Ensino” aprendi mais sobre o funcionamento e estrutura de ensino na escola, o que me auxiliou na definição do local e público a ser pesquisado, assim como na organização das atividades a serem desenvolvidas. Já a disciplina “Prática Educativa e Relações com o Saber” contribuiu para

que eu compreendesse mais sobre o universo de ser estudante, humano e trabalhador. Isso me ajudou na aproximação e aceitabilidade quanto da participação e envolvimento na pesquisa. Quanto à disciplina “Juvenilização da Educação de Jovens e Adultos”, me levou a conhecer, respeitar e valorizar as juventudes que fazem parte do nosso sistema educacional, em especial, a EJA (Educação de Jovens e Adultos). Assim, pude traçar melhor os objetivos e métodos a serem adotados nesta pesquisa.

Por meio da disciplina “Construção Social da Linguagem e Letramento” pude melhorar e diversificar as técnicas de escrita, comunicação e interação com os envolvidos neste estudo, além de contribuir na interpretação e análise dos resultados. Contribuiu também, na definição, estrutura e elaboração do meu produto final. Já a disciplina “Tópicos Especiais: Fundamentos da Pedagogia Freiriana” acolitou no pensar a relação projeto/educação, ou seja, no levantamento da problemática e os caminhos a serem percorridos em busca das respostas, tendo em vista a ideia educacional de Paulo Freire e a proposta pedagógica da escola. Importante ressaltar que todas as disciplinas foram essenciais em toda e qualquer fase do Mestrado, desde pensar e elaborar o projeto de pesquisa, dando suporte teórico, didático e pedagógico, necessários para a conclusão dos objetivos da pesquisa, até a escrita final desta dissertação.

No que se refere à presença em atividades acadêmicas concomitantes ao Mestrado, participei de um curso de 40 horas pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO), intitulado “Curso online de Formação de Servidores para Educação Remota”, que tinha como foco o uso de ferramentas tecnológicas e digitais na educação. Tendo em vista o momento de Pandemia causada pelo Coronavírus e a necessidade de distanciamento para evitar contaminações, os recursos apresentados no curso contribuíram na escolha e utilização das ferramentas adequadas na aplicação, análise, organização, sumarização e interpretação das informações do projeto de pesquisa. Menciono essas informações, pois a escrita desta dissertação, bem como a coleta de dados, ocorreu durante o meu trabalho remoto, devido à necessidade de cumprir com as recomendações e protocolos dos órgãos de saúde.

## 1 INTRODUÇÃO

O convívio com a Matemática e os números é uma constante na sociedade atual e tecnológica que vivemos. Assim, no âmbito escolar, Oliveira (2020, p. 16) afirma que “a disciplina de Matemática, por sua relevância educacional e por estar ligada a diversas atividades rotineiras da vida e da vivência dos sujeitos, torna-se indispensável no meio social e no cotidiano das pessoas”. Nesse sentido, a aritmética como um dos ramos básicos e fundamentais da Matemática, tem seu papel de destaque. A própria Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB n. 9.394/96), Art. 32, inciso I, aponta o pleno domínio do cálculo como um dos meios básicos para o desenvolvimento da capacidade de aprender. O que faz sentido, haja vista que essa é a parte da Matemática responsável pelo estudo dos números e das operações que os envolve. A esse respeito, Sousa (2014, p. 19) destaca que:

[...] para o aluno, a Aritmética tem a função de significados que servem para ele como método de se chegar a construções de ideias justificadas. Pois o processo aritmético em sala de aula precisa fortalecer o pensamento do aluno para que desenvolva a capacidade de raciocinar questões matemáticas com precisão.

Costumeiramente, conscientes ou não, fazemos uso da aritmética em nosso dia a dia, com leituras, operações e administrações numéricas, que vão desde atividades simples como os dados de um jogo de futebol, passando pelo tempo, que define horários, a gestão financeira de uma casa ou empresa, até a forma como nos relacionamos na vida econômica e profissional, e em muitas outras atividades culturais, sociais, científicas e tecnológicas.

Em um país com tantas desigualdades sociais, a educação é peça chave para mudança e melhoria da qualidade de vida de muitas pessoas. Portanto, é um fator preocupante quando muitas dessas pessoas estão fora das escolas e não conseguem concluir seus estudos. Assim, uma reflexão sobre o panorama recente do sistema educacional brasileiro faz sentido.

Segundo dados divulgados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), a distorção idade-série nas escolas da rede pública do ensino fundamental foi de 18,7% em 2019. Sendo as maiores taxas de distorção nos 6º, 7º e 8º anos, com 27,6%, 27,9% e 26,1%, respectivamente. Já na EJA, neste mesmo ano, registrava-se uma queda de 7,7% no número de matrículas, segundo o próprio Instituto. Acrescenta-se a isso, de acordo com informações divulgadas pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) em 2020, através da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD Contínua 2019), o fato de que mais da metade (51,2% ou 69,5 milhões) das pessoas com 25 anos ou mais não concluíram o ensino médio e que das 50 milhões de pessoas de 14 a 29 anos

do país, 20,2% não completaram alguma das etapas da educação básica, por terem abandonado a escola ou nunca a terem frequentado.

Diante desse cenário que indicava ainda, segundo a PNAD Contínua 2019, que o principal motivo para os jovens terem abandonado ou nunca frequentado a escola era a necessidade de trabalhar, apontada por 39,1%, a educação precisa exercer seu papel social e formativo, se aproximando da realidade desses estudantes, ao auxiliar na busca dos seus objetivos e na abertura de oportunidades, importante para auxiliar na melhoria de sua qualidade de vida. Com isso, a Matemática e, conseqüentemente, a aritmética, como parte desse processo, podem contribuir significativamente com esses avanços, levando em conta sua aplicabilidade social e relevância cognitiva.

Disciplina fundamental da base comum curricular, a Matemática precisa ser vista por parte do aluno como essencial para a sua formação escolar, acadêmica, social e profissional. Para isso, é fundamental que se apresente um currículo voltado à realidade dos estudantes, com conteúdos que se relacionam ao seu cotidiano. Somando-se a isso, o professor precisa envolver o educando nesse processo, ao buscar metodologias adequadas e diversificar os recursos didáticos.

O raciocinar, inferir e calcular, tão inerentes da Matemática, quando são apresentados dentro de contextos complexos podem levar alguns alunos ao desestímulo por não conseguir, na maioria das vezes, acompanhar o conteúdo. Contudo, vale ressaltar que boa parte disso é ocasionada pelo simples fato de não saber o que fazer diante de uma determinada situação-problema. Às vezes em uma atividade o estudante consegue assimilar o conceito, mas não consegue executá-lo, pois apresenta dificuldades em formular, organizar e realizar os cálculos corretamente.

Contribuindo com esse pensamento, Rosa e Matos (2018) apresenta uma investigação de natureza teórica, a qual consiste no estudo de alguns princípios da Teoria Histórico-Cultural que orientam o modo de organização do ensino de Matemática no contexto da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e da proposição davydoviana<sup>2</sup>. Para as autoras,

As duas proposições desencadeiam um movimento de abstração e generalização, que parte do geral para o singular (problema desencadeador em que os valores aritméticos são dados) mediado pelas manifestações particulares elaboradas a partir da transformação do modelo universal. [...] O processo de abstração e generalização ocorre com o auxílio de um sistema de símbolos constituído por significações aritméticas, algébricas e geométricas inter-relacionadas no movimento de redução do concreto ao abstrato, bem como de ascensão do abstrato ao concreto. (ROSA; MATOS, 2018, p. 75).

---

<sup>2</sup> Atividade orientadora de ensino e proposição davydoviana na organização do ensino de matemática (ROSA; MATOS, 2018).



A organização do ensino de Matemática dentro desse contexto representa uma alternativa a modelos historicamente praticados nas salas de aula. Na visão de Rosa e Matos (2018, p. 74):

Os modelos previamente estabelecidos são desenvolvidos somente em situações singulares e não possibilitam uma generalização de caráter universal. Uma organização nestas bases, em que o processo de generalização e abstração ocorre a partir de uma reunião de vários problemas singulares, expressa um processo de ensino fragmentado e linear.

Ademais, “ensinar é a atividade principal do professor que, entre outras necessidades, há a organização do ensino, para desenvolver o pensamento teórico dos estudantes” (ROSA; MATOS, 2018, p. 75). Esse pensamento é importante, pois é válido estudar, investigar e buscar alternativas na aprendizagem. Afinal, quando a aprendizagem matemática não acontece, o aluno tende a ficar desmotivado e desinteressado, que aliado a outros fatores como questões familiares, de trabalho ou até mesmo a distorção idade-série, pode levá-lo a desistência ou reprovação.

Nessa perspectiva, a Educação de Jovens e Adultos (EJA) se apresenta como uma solução a esse público, ao exercer um papel fundamental nesse processo: o de ajudar esses alunos a se manterem estudando na escola, mas para isso, é preciso lhes ofertar uma educação diferenciada, que atenda sua realidade e mantenha a qualidade do ensino, com horários, currículo e metodologias mais flexíveis e próximas de suas expectativas, que muitas das vezes são inviáveis no ensino regular. Como afirma Machado (2017, p. 432), “a EJA não se reduz a escolarização. Sua história, na realidade brasileira, e também na realidade latino-americana, abarca a luta pelo direito de acesso, permanência e conclusão da escolarização com qualidade”.

É essencial assinalar que no ensino da Matemática existe uma relação de aprendizagem entre conteúdos, na qual um se torna base ou referência para o desenvolvimento da aprendizagem do outro. Então, é preciso procurar respostas, uma vez que um foco importante da investigação científica é o ensino e aprendizagem da aritmética, pois é ela que representa os primeiros contatos do educando com a Matemática, com suas estruturas e propriedades definidas. Seu aprendizado é essencial para a sequência na vida escolar, além de auxiliar na compreensão de conceitos relacionados à matemática financeira, geometria, estatística e probabilidade.

No entanto, para se ter alternativas é necessário compreender os fatos, investigar métodos, processos e buscar soluções. Feito isso, é possível propor ações que venham auxiliar

o trabalho docente, no sentido de reduzir as dificuldades dos alunos em aritmética e, conseqüentemente, levá-los a um desenvolvimento significativo em outros ramos da Matemática e outras áreas do conhecimento, tais como engenharia, economia, geografia, ciências natureza, humanas e sociais, entre outras.

Desenvolvi esta dissertação de mestrado, cujo problema se baseava no seguinte questionamento: Como ocorre, na visão de professores e estudantes, o processo de ensino aprendizagem de aritmética no curso de Educação de Jovens e Adultos da Escola Municipal Professora Nair Duarte em Araguatins – TO? Conseqüentemente, tinha como objetivo geral conhecer, a partir da visão de professores e estudantes, como ocorre o processo de ensino aprendizagem de aritmética na EJA nessa escola. A partir de então, foram traçados alguns objetivos específicos como: Realizar um estudo da Proposta Curricular de Matemática para o Segundo Segmento do Ensino Fundamental da EJA; Identificar metodologias e materiais didáticos utilizados por professores de Matemática da EJA para ministrar conteúdos de aritmética; Verificar como estudantes de EJA se relacionam com os conteúdos de aritmética; Produzir a partir dos estudos e análises desenvolvidos na pesquisa, um caderno pedagógico (apostila) com situações características do contexto social dos estudantes de Araguatins que envolvem conteúdos de aritmética.

Nesta pesquisa foi adotada a seguinte hipótese: a formação adequada do conhecimento dos alunos da EJA em aritmética está relacionada às práticas de ensino, ou seja, depende da eficiência do processo de ensino e aprendizagem. No caso da escola onde se desenvolveu a pesquisa, a falta de formação/capacitação adequada dos professores, associada a não utilização de recursos e metodologias apropriadas, a inexistência de materiais didáticos voltados às características e realidade dos alunos da EJA, acrescentada ainda, pela ausência da participação/interação destes no processo de ensino e aprendizagem, seja pela falta de oportunidade ou motivação, contribuem para o insucesso do educando, dificultando sua aprendizagem em aritmética e, conseqüentemente, comprometendo seu desenvolvimento em outros ramos da Matemática, levando-o ao desinteresse, repetência ou abandono dos estudos.

A partir dessas considerações, apresento a estrutura desta dissertação. Início a escrita desta pesquisa relatando meu memorial de formação. Na sequência, menciono a Introdução do estudo, com o objetivo de contextualizar meu objeto de estudo e apresentar os objetivos da pesquisa. Em seguida, apresento a trajetória metodológica, com a explanação dos conceitos e características, instrumentos de coletas e análises de dados. Posteriormente, discorro sobre o referencial teórico, as leituras usadas para fundamentação teórica nas áreas da Matemática e da EJA. No capítulo seguinte, apresento os resultados da pesquisa realizada. Depois, as

conclusões desta dissertação são apresentadas, baseado nas análises e interpretações dos questionários aplicados aos participantes desta investigação. Por fim, comento sobre o produto final (No Compasso da Aritmética), explicitando a forma como foi construído e as possíveis contribuições na aprendizagem da Matemática, especialmente na aritmética com os participantes pesquisados.

## **2 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA**

Para Gil (2002, p. 17), “a pesquisa pode ser definida como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. O autor ainda acrescenta que:

A pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos, técnicas e outros procedimentos científicos. Na realidade, a pesquisa desenvolve-se ao longo de um processo que envolve inúmeras fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados. (GIL, 2002, p. 17).

Uma das bases fundamentais de uma pesquisa é a metodologia, que segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 14), “a Metodologia é a aplicação de procedimentos e técnicas que devem ser observados para construção do conhecimento, com o propósito de comprovar sua validade e utilidade nos diversos âmbitos da sociedade”. Numa definição mais precisa podemos dizer que “etimologicamente, significa o estudo dos caminhos, dos instrumentos utilizados para fazer uma pesquisa científica” (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 12). Dentro desse contexto, descrevo a seguir a trajetória metodológica desta pesquisa de mestrado.

### **2.1 Fundamentos da Pesquisa**

Levando-se em consideração os objetivos, o lócus, a quantidade e as características dos participantes, optou-se por uma pesquisa qualitativa e descritiva, por entender que esse modelo traduziria de forma mais fidedigna as informações e, conseqüentemente, uma proximidade maior com a realidade dos fatos, que me auxiliaram na análise e interpretação dos dados. Santorum et al. (2018, p. 1), afirma que o desenvolvimento da abordagem qualitativa na área educacional “é apoiado pela assertiva de que nada na pesquisa científica é trivial, antes cada informação, cada nova descoberta que possibilita a compreensão do objeto de estudo constituem-se como pistas significativas ao universo pesquisado”.

No que se refere à abordagem qualitativa, como bem retrata Gil (2002, p. 133), “depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação”. Nesse sentido, alguns conceitos corroboram a afirmação e escolha dessa abordagem na pesquisa científica em questão, tais como:

Pesquisa qualitativa: considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 70).

Esses mesmos autores também destacam que a utilização desse tipo de abordagem difere da abordagem quantitativa pelo fato de não utilizar dados estatísticos como o centro do processo de análise de um problema, não tendo, portanto, a prioridade de numerar ou medir unidades. Esse pensamento vai de encontro com Silveira e Córdova (2009, p. 31), ao afirmarem que “a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.”.

Seguindo nessa linha de pensamento, Bogdan e Biklen (1994, p. 49) acrescentam que “a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo”. Assim, como aponta Fonseca (2012), nesse tipo de pesquisa, o pesquisador se propõe a participar, compreender e interpretar as informações. A autora ainda destaca que “os recursos disponíveis para esse tipo de método são entrevistas, observações, questionários abertos, interpretação de formas de expressão visual como fotografias e pinturas, e estudos de caso. Os procedimentos são interpretativos.” (FONSECA, 2012, p. 35).

Com relação à finalidade da pesquisa, aqui classificada como descritiva, podemos facilmente compreendê-la tomando como base a definição apresentada por Gil (2002, p. 42):

As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, tais como o questionário e a observação sistemática.

De forma semelhante, Köche (2011) assevera que a pesquisa descritiva estuda as relações entre duas ou mais variáveis de um dado fenômeno sem manipulá-las, constatando e avaliando essas relações à medida que essas variáveis se manifestam espontaneamente em fatos, situações e nas condições que já existem. O autor ainda destaca que na pesquisa descritiva não há a manipulação *a priori* das variáveis. É feita a constatação de sua manifestação *a posteriori*.

Em relação aos procedimentos técnicos, realizei um levantamento por amostragem, por meio da utilização de questionários específicos com predominância de questões abertas, nas quais participaram professores, alunos e a coordenadora da EJA na escola pesquisada. Foi feito também um levantamento junto à escola, quanto ao aproveitamento dos estudantes, taxas de reprovação e abandono, estrutura e funcionamento da EJA, além de uma análise do Projeto Político Pedagógico (PPP) dessa instituição e de um estudo da proposta curricular da EJA do Segundo Segmento. Tais procedimentos caracterizam a pesquisa como de levantamento por amostragem, bibliográfica e documental, conforme definições a seguir.

Conforme Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa por levantamento ocorre quando envolve a interrogação direta das pessoas cujo comportamento desejamos conhecer através de algum tipo de questionário. Isto é, “basicamente, procede-se à solicitação de informações a um grupo significativo de pessoas acerca do problema estudado para, em seguida, mediante análise quantitativa, obterem-se as conclusões correspondentes aos dados coletados”. (GIL, 2002, p. 50). Esse mesmo autor ainda ressalta que na maioria dos levantamentos, não são pesquisados todos os integrantes da população estudada, e que são os mais adequados para estudos descritivos.

No que se refere à identificação e caracterização de uma pesquisa em bibliográfica, Prodanov e Freitas (2013, p. 54) esclarecem:

Pesquisa bibliográfica: quando elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa.

Ainda segundo Prodanov e Freitas (2013), os demais tipos de estudos também envolvem a revisão bibliográfica, pois todas as pesquisas necessitam de um referencial teórico. Dito isso, “a pesquisa bibliográfica é um meio de formação por excelência que vem sendo muito utilizado na área das Ciências Humanas e em outras áreas do Conhecimento Científico”. (CIRIBELLI, 2003, p. 55).

Em se tratando da pesquisa documental, essa apresenta numa estreita relação com a pesquisa bibliográfica, porém, Gil (2002) considera que a diferença essencial entre ambas está na natureza das fontes, pois, enquanto a segunda se utiliza fundamentalmente das contribuições dos diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa. O autor salienta que as fontes na

pesquisa bibliográfica são constituídas especialmente por material impresso localizado nas bibliotecas, ao passo que na pesquisa documental, as fontes são mais diversificadas e dispersas, como delineado a seguir:

Há, de um lado, os documentos "de primeira mão", que não receberam nenhum tratamento analítico. Nesta categoria estão os documentos conservados em arquivos de órgãos públicos e instituições privadas, tais como associações científicas, igrejas, sindicatos, partidos políticos etc. Incluem-se aqui inúmeros outros documentos como cartas pessoais, diários, fotografias, gravações, memorandos, regulamentos, ofícios, boletins etc. De outro lado, há os documentos de segunda mão, que de alguma forma já foram analisados, tais como: relatórios de pesquisa, relatórios de empresas, tabelas estatísticas etc. (GIL, 2002, p. 46).

Em síntese, esses conceitos e reflexões aqui apresentados fundamentaram e classificaram a pesquisa como qualitativa, descritiva, de levantamento, bibliográfica e documental.

## **2.2 Instrumentos de coletas de dados e análises**

Conforme destaca Gerhardt e Silveira (2009, p. 56), “a coleta de dados compreende o conjunto de operações por meio das quais o modelo de análise é confrontado aos dados coletados”. Assim, considerando o modelo de pesquisa aqui já definido, optou-se pela aplicação de questionários, que segundo Gil (2002), sua elaboração consiste basicamente em traduzir os objetivos específicos da pesquisa em itens bem redigidos.

Após firmar a parceria com a instituição escolar, local desta pesquisa, foram seguidos todos os caminhos legais e éticos para a execução da mesma. O primeiro passo consistiu na aquisição de informações acerca da escola, procurando conhecer um pouco da sua realidade física e humana, estrutura administrativa e pedagógica, quantitativo de alunos e turmas, desempenho escolar, e quais os recursos e programas contemplados na unidade.

A partir dessas informações levantadas, buscou-se dados específicos da EJA, por exemplo, quadro de funcionários, como tem acontecido as aulas remotas, número de alunos matriculados, formação das turmas, quantos são os professores de Matemática que atuam na EJA do Segundo Segmento e qual a formação acadêmica de cada um. Também foi realizada uma pesquisa no PPP da escola, averiguando os projetos e ações planejados e executados no ano de 2020 que fazem referência a EJA, especificamente à Matemática, identificando a relação desses com o processo de ensino e aprendizagem.

Importa destacar que o desenvolvimento da coleta de dados apresentou alguns obstáculos não tão comuns em uma pesquisa. Com a Pandemia do coronavírus, novos hábitos de higiene e convivência social precisaram ser revistos e adaptados. Com isso, houve grande dificuldade de acessibilidade aos participantes da pesquisa, se fazendo necessário alguns ajustes na metodologia.

Devido a essa crise sanitária, a educação precisou criar um espaço de aprendizagem, fazendo uso de ferramentas e metodologias, especialmente das tecnologias digitais, as quais passaram a serem bastante utilizadas por escolas e professores em todo o Brasil. Porém, devido à grande desigualdade social e o pouco investimento em tecnologias para educação por parte do poder público, cada instituição de ensino viveu essa experiência conforme sua realidade.

A escola Municipal Professora Nair Duarte, instituição pesquisada nesta dissertação, não procedeu de forma diferente. Visando atender da melhor forma possível aos seus alunos e limitada pela realidade financeira escolar e estudantil, as aulas foram desenvolvidas de forma remota, portanto, *on line*, tanto para os alunos do ensino fundamental quanto para os discentes da EJA, no qual os professores de cada disciplina da escola elaboravam as aulas/atividades para um determinado período, ficando a cargo da coordenação, orientação, direção e equipe da secretaria, imprimir e juntar todas elas em uma única apostila. Aos alunos ou responsáveis, ficava a responsabilidade de buscá-las na instituição escolar conforme o dia específico para cada série e modalidade de ensino, previamente estipulados para evitar aglomerações. Esse ciclo de entrega e recebimento das atividades iniciou com períodos quinzenais, mas, logo passou a serem mensais. A principal ferramenta de comunicação e interação entre escola, professor e estudantes foi o *WhatsApp*. Nesse momento, foram criados grupos para cada turma, sendo utilizado, por exemplo, para recados, atendimento aos estudantes e agendamentos. Para reuniões da escola e execução das aulas, comumente usavam a plataforma *Google Meet*.

Com isso, o acesso a professores e alunos ficou muito restrito, o que influenciou no desenvolvimento da pesquisa, principalmente, no tocante aos prazos e obtenção dos dados. Porém, os procedimentos seguiram e os questionários foram aplicados e devolvidos pela maioria dos participantes.

Os questionários representaram a principal fonte de coleta de dados e informações, uma vez que foram elaborados e aplicados a grupos de pessoas específicas, que têm envolvimento direto com a EJA. A sua aplicação ocorreu da seguinte forma: um aos professores, outro à coordenação, orientação e direção e um outro a supervisão escolar, todos



encaminhados via e-mail com prazo de trinta dias para devolução. Outro questionário foi dirigido aos estudantes, que foi impresso e entregue presencialmente na escola, ficando responsáveis de devolvê-los no prazo de quinze dias.

Com questões abertas, abordaram temas conforme a área de atuação e participação desses no processo educacional, abrangendo temas como ensino e aprendizagem, planejamento, recursos e metodologia, contextualização e linguagem dos materiais e livros didáticos, desempenho escolar, formação e capacitação dos alunos, dificuldade de aprendizagem na Matemática em aritmética e quais os motivos dessa deficiência, disciplina, interação e participação nas aulas, perspectiva para futuro, relação com a escola, dentre outros.

É importante destacar que a geração desses dados foi fundamental para a elaboração do Produto Final desta pesquisa, uma vez que esse material didático (Apostila: No Compasso da Aritmética) aborda conteúdos práticos e voltados ao cotidiano dos estudantes, bem como contextualizado com a região Norte, especialmente o estado do Tocantins.

### **2.3 Local da pesquisa**

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Municipal Professora Nair Duarte, localizada em Araguatins - TO. Inaugurada em janeiro de 1985, além dos anos iniciais do ensino fundamental, atende também o 6º ano do ensino fundamental durante o dia e o Segundo Segmento da Educação de Jovens e Adultos (EJA) à noite. A escola é a única a oferecer o ensino da EJA do Segundo Segmento nessa cidade cuja população no censo de 2010 era de 31.329 habitantes.

A escola possui uma estrutura e instalações que contemplam 14 salas de aulas, sala de diretoria, sala dos professores, sala de recursos multifuncionais para Atendimento Educacional Especializado (AEE), quadra de esportes coberta, cozinha, sala de leitura, banheiros masculino e feminino, inclusive com adequação a alunos com deficiência ou mobilidade reduzida, sala de secretaria, despensa e pátio descoberto. Alguns dos equipamentos do acervo escolar são: TV, DVD, impressora, aparelho de som, projetor multimídia (*data show*).

De acordo com o Censo Escolar de 2020, a escola obteve 807 matrículas no decorrer do ano, distribuídas entre Ensino Fundamental (503 nos anos iniciais e 102 nos anos finais) e Educação de Jovens e Adultos (173 alunos), tendo ainda, 29 alunos matriculados na Educação especial. Boa parte destes discentes mora na zona urbana da cidade, principalmente no mesmo

bairro ou bairros vizinhos à escola. Outra parte desses alunos localiza-se na zona rural ou em povoados vizinhos, e vão para a escola utilizando diversos meios de locomoção, inclusive o transporte público escolar.

Neste ano de 2021, a equipe pedagógico-administrativa da escola conta com 01 diretor, 01 secretária, 03 coordenadoras pedagógicas, sendo uma destas da EJA, 02 orientadoras, uma destas atuando na EJA, 01 coordenador financeiro, 01 coordenador da merenda escolar, 38 professores, além de outros funcionários que atuam em diversos setores da unidade escolar, mantendo em dia seu funcionamento e atendimento. A demanda do corpo discente é organizada em três turnos, com 620 alunos nos turnos matutino e vespertino e 103 no noturno, sendo este último composto por estudantes da EJA, totalizando 723 alunos.

A escola orienta seus trabalhos educacionais de acordo com o seu Projeto Político Pedagógico (PPP), elaborado e desenvolvido anualmente. Dentre os principais projetos contemplados no ano de 2020 têm-se: Projeto Sol da Inclusão; Sustentabilidade em ação; Projeto minha família na escola; Projeto Escritores do Futuro; Projeto Alimentação Saudável; Inclusão - Repensando o Pedagógico; Projeto Realinhamento; Projeto Consciência Negra; dentre outros. Durante o período de Pandemia foram realizadas também algumas campanhas e ações tais como: Campanha “Educador força que transforma” Eu faço parte; Certificado de desempenho nas aulas remotas; Campanha “Pai é presença”; Plantão Pedagógico EJA; Unir sem Reunir; Campanha além da escola (resgate e atividade); Campanha Empatia por quem Educa; Campanha EJA o sonho não acabou, além de outros.

Quanto ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB da escola municipal professora Nair Duarte, o portal do Instituto nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP informa que a última avaliação referente ao 9º ano do ensino fundamental foi em 2013, tendo em vista que nos últimos anos tem ofertado somente até o 6º ano do ensino fundamental. Na ocasião, alcançou uma nota de 3,6 para uma projeção que era de 3,5 naquele ano. Já no 5º ano dessa mesma modalidade de ensino, obteve 5,3 em 2017 e 5,5 em 2019, para projeções que eram de 4,3 e 4,6 respectivamente. Os alunos da EJA não foram avaliados. A esse respeito, segundo a direção da escola, eles não fazem a prova, que é um dos indicadores da nota do IDEB.

De acordo com a gestão escolar da instituição, alguns dos programas contemplados pela escola que ajudam na sua manutenção e funcionamento são: PDDE (Programa Dinheiro Direto na Escola); PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) e Escola Conectada. Alguns recursos do Governo Federal, como por exemplo, o do PNAE (Programa Nacional de

Alimentação Escolar) é enviado para a prefeitura, que fica responsável pela compra e repasse às escolas.

## **2.4 Participantes da pesquisa**

Os membros participantes da pesquisa foram selecionados conforme a função que exerce na escola e sua estreita relação com o processo de ensino e aprendizagem desenvolvida no âmbito escolar. Os questionários foram elaborados e direcionados visando obter dados que permitissem uma análise detalhada dos procedimentos pedagógico-metodológicos dentro da competência do cargo/função que cada indivíduo executa na unidade escolar. Assim, os participantes foram organizados em quatro grupos de questionários, um formado pela direção, coordenação e orientação; outro da supervisão, e outros dois, dos professores e dos alunos.

Em se tratando do universo da pesquisa, a escolha dos participantes levou-se em consideração a acessibilidade, quantidade e características desse público e principalmente os objetivos da pesquisa. O número de participantes ficou restrito a população pertencente a cada grupo, considerando àqueles que atuam na EJA, ou seja, Grupo 1: direção (1), coordenação pedagógica da EJA (1), orientação pedagógica da EJA (1); grupo 2: supervisão pedagógica da escola (1); grupo 3: professores de Matemática na EJA (4); grupo 4: alunos da EJA do Segundo Segmento (103), totalizando 111 pessoas.

No caso dos alunos, os questionários foram entregues a todos os 103 que estavam devidamente matriculados na EJA do Segundo Segmento. Porém, devido à pandemia da COVID-19 e a ocorrência do ensino remoto, que inviabilizou o contato direto, apenas 55 alunos devolveram os questionários. Neste caso, o trabalho se deu com os resultados obtidos considerando a quantidade entregue. Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 56), em se tratando de com quem pesquisar, “de acordo com o caso, o pesquisador poderá estudar a população total ou somente uma amostra representativa (quantitativamente) ou ilustrativa (qualitativamente) dessa população”.

Considerando o fato de que a orientação, a direção e a supervisão escolar também não entregaram seus questionários, a pesquisa fundamentou-se nas respostas adquiridas, ou seja, na amostragem de 55 dos 103 alunos e dos 5 dos 8 funcionários. Esse tipo de amostragem aqui adotada aparece definida por Prodanov e Freitas (2013) como amostras não probabilísticas (não causais), podendo ainda ser classificada como amostras por acessibilidade ou por conveniência.

Amostras por acessibilidade ou por conveniência: constituem o menos rigoroso de todos os tipos de amostragem. Por isso mesmo são destituídas de qualquer rigor estatístico. O pesquisador seleciona os elementos a que tem acesso, admitindo que esses possam, de alguma forma, representar o universo. Aplicamos esse tipo de amostragem em estudos exploratórios ou qualitativos, em que não é requerido elevado nível de precisão (PRODANOV e FREITAS, 2013, p. 98).

Ademais, o universo da pesquisa restringiu-se a 60 participantes (uma coordenadora, 4 professores e 55 alunos).

## **2.5 Forma de análises dos dados**

Para Lüdke e André (2020, p. 53), “analisar os dados qualitativos significa ‘trabalhar’ todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis”. As autoras acentuam que a análise se faz presente em vários estágios da investigação, sendo mais sistemático e formal após o encerramento da coleta de dados. Afirmam ainda, que fazemos uso de procedimentos analíticos desde o início de estudo, quando procuramos verificar a pertinência das questões selecionadas frente às características específicas da situação estudada (LÜDKE; ANDRÉ, 2020).

Nesse sentido, os dados foram analisados a partir dos conteúdos, documentos, dados e pesquisa interpretativa (ERICKSON, 1985), com valorização e respeito às informações coletadas, buscando dentro do campo interpretativo, associações e conexões entre respostas e dados obtidos com foco nos questionamentos e objetivos da pesquisa.

Como um dos primeiros passos, foi realizado um estudo e análise da proposta curricular da EJA para o Segundo Segmento, com o objetivo de conhecer os aspectos históricos, técnicos e estruturais, garantias, desenvolvimento e perspectivas dessa modalidade de ensino.

Com foco no ensino da aritmética na EJA, foram pesquisados os tipos de materiais didáticos utilizados pelos professores junto aos alunos, livros, apostilas, planejamentos, observando o que e como são abordados os conteúdos, sequência didática e contextualização. Também foram analisados no Projeto Político Pedagógico da escola, os projetos e ações voltados à Matemática, especificamente à EJA. Seguindo nessa linha, foi feito um levantamento em documentos escolares acerca da evasão, aprovação e reprovação, verificando também o IDEB da escola e o desempenho em avaliações externas, com o intuito de verificar sua realidade e o trato com a Educação de Jovens e Adultos.

Uma parte de grande destaque e importância foi a utilização da pesquisa interpretativa (ERICKSON, 1985), na forma de análise dos dados. Direcionada a partir do problema e objetivos da pesquisa, ajudou no desenvolvimento dos questionários abertos específicos a públicos específicos, uma vez que representou o ponto chave do trabalho, tendo em vista a diversidade e amplitude de respostas, que possibilitaram um estudo mais detalhado, reflexivo e comparativo em relação a informações já obtidas e hipóteses levantadas. Nesse sentido, o papel dos participantes foi preponderante, pois, com as suas palavras e informações, foi possível compreender melhor como ocorre o processo de ensino e aprendizagem da aritmética na EJA, as dificuldades e avanços, e quais caminhos ainda podem ser traçados para a melhoria da qualidade dessa modalidade de ensino, o que também auxiliou consideravelmente na elaboração do Produto Final desta pesquisa.

## **2.6 Detalhamento do plano de trabalho metodológico**

Os anos de 2020 e 2021 têm sido marcados por intensos sofrimentos e perdas em todo o mundo. Vivemos um momento de crise sanitária em que mais uma pandemia, agora causada pelo Coronavírus (COVID-19), assola os lares e a vida de pessoas em todo o planeta. Devido à necessidade de seguir os protocolos de cuidados para evitar contaminações, seguindo orientações dos órgãos oficiais de saúde, esta pesquisa passou por algumas adequações, que influenciaram principalmente no desenvolvimento da sua metodologia, contudo, procurando manter sua eficácia, qualidade e atendimento aos objetivos desta investigação.

Esta pesquisa foi desenvolvida na EJA (2º segmento – 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental) na Escola Municipal Professora Nair Duarte em Araguatins no Tocantins, obedecendo etapas com propostas pedagógicas definidas a seguir.

Primeira etapa: Elaboração e submissão do projeto desta pesquisa na Plataforma Brasil para avaliação do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da UFT, tendo ocorrida a sua aprovação, conforme número de cadastro CAAE<sup>3</sup>: 49229421.5.0000.5519.

Segunda etapa: Realização de um estudo da Proposta Curricular de Matemática Para a Educação de Jovens e Adultos do Segundo Segmento do Ensino Fundamental, documento do Ministério da Educação e Secretaria de Educação Fundamental (BRASIL, 2002). Nessa etapa foram analisados, por exemplo, como deve ser pensados, organizados e orientados os objetivos, conteúdos, competências, além das sugestões de metodologias para o trabalho com os alunos desse segmento da EJA.

---

<sup>3</sup> CAAE: Certificado de Apresentação para Apreciação Ética.

Terceira etapa: Apresentação do projeto de pesquisa desta dissertação junto à instituição educacional, por meio de reuniões presenciais com a Secretária Municipal de Educação do Município de Araguatins – TO e com a diretora da Escola Municipal Professora Nair Duarte. Em seguida, foi realizada uma reunião com os professores de Matemática, coordenadores e supervisora escolar através da plataforma *Google Meet* para apresentação do projeto, ressaltando os objetivos e possíveis contribuições à educação, em especial, a Matemática na EJA.

Quarta etapa: Levantamento de dados junto à administração e gestão da escola e em sites ligados ao Ministério da Educação - MEC acerca do desempenho escolar, o aproveitamento em avaliações externas, notas alcançadas e projeções do IDEB; fazendo inclusive uma análise da última prova aplicada, quanto ao número e a contextualização das questões envolvendo a aritmética. No caso da EJA do Segundo Segmento, foi observado a evasão escolar e o rendimento escolar, através dos índices de aprovação/reprovação. Outra análise foi direcionada ao Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola observando as ações voltadas para o ensino e aprendizagem de Matemática, especialmente no que tange a aritmética.

Quinta etapa: Utilização de questionários de cunho qualitativo com predominância de questões abertas, abordando temáticas como formação e atuação do professor, metodologias de ensino e aprendizagem, relação aluno/família/professor/escola, recursos utilizados, dificuldades de aprendizagem, rendimento escolar, dentre outros. Foram elaborados quatro questionários distintos e específicos destinados a profissionais e alunos na EJA (Apêndice desta dissertação).

Sexta etapa: Elaboração de um material didático em formato de apostila (Produto Final) centralizada no estudo da aritmética. Fundamentada na resolução de problemas, a apostila aborda conteúdos que tenham aplicações no cotidiano, observando o contexto social e regional onde se desenvolveu a pesquisa. Faz uso de uma linguagem própria e de fácil entendimento, apresenta sugestões de atividades diversificadas para que alunos e professores atuem juntos no processo do ensinar e aprender aritmética.

Como etapa complementar deste estudo, pós-defesa, será realizada uma reunião com funcionários da escola Municipal Professora Nair Duarte, especialmente com os professores de Matemática da EJA, direção, coordenação e supervisão, a fim de dar um retorno desta pesquisa realizada. Na oportunidade, serão divulgados os resultados e considerações do estudo, assim como algumas sugestões de propostas metodológicas com o uso da apostila (Produto Final), com o objetivo de divulgar a utilização desse material em sala de aula.

Destarte, será apresentado e entregue esse produto final, mostrando sua estrutura e característica, fundamentos e contribuições ao ensino da aritmética e, conseqüentemente, à Matemática na EJA.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com Pardim e Calado (2016, p. 104) “o trabalho realizado com alunos da EJA deve levar em consideração que este público já tem um conhecimento prévio, que deverá ser valorizado e utilizado na formação deste aluno”. Nesse contexto, esses autores apresentam uma importante reflexão quanto ao papel da educação na Matemática:

Entendendo a educação como via de desenvolvimento da cidadania para participação efetiva dos indivíduos na sociedade e partindo do princípio de que a sociedade está cada vez mais matematizada, a disciplina de matemática, com seus números, fórmulas, razões e proporções, ocupa uma posição muito importante na formação desses alunos, tendo em vista que ela faz parte do cotidiano das pessoas e, portanto, do desenvolvimento e crescimento pessoal, que vai se formando e transformando a partir dos conteúdos e da visualização, compreensão e aplicação destes nas realidades vivenciadas. (PARDIM; CALADO, 2016, p. 105-106).

Dito isso, nesta Revisão da Literatura, trago reflexões sobre educação, Matemática e aritmética, dentro do contexto da EJA, apresentados e discutidos em três tópicos: A Matemática e o cálculo aritmético, EJA em foco, e a Matemática e a EJA.

#### 3.1 A Matemática e o cálculo aritmético

A matemática, do grego mátheema (ciência), distingue-se por seu aspecto formal e abstrato e por sua natureza dedutiva. Em contrapartida, sua construção liga-se a uma atividade concreta sobre os objetos para o qual o aluno necessita da intuição como processo mental. A partir desse tipo de elaboração, a matemática é mais construtiva que dedutiva, e, se não fosse assim, certamente que se transformaria em uma ciência memorialista, longe de seu caráter de representação, explicação e previsão da realidade. (HUETE; BRAVO, 2007, p. 15).

Assim, alunos e professores como sujeitos ativos em uma sociedade cada vez mais competitiva, capitalista e tecnológica, precisam encarar a aprendizagem da Matemática como essencial, não somente por questões curriculares, mas pela sua importância na compreensão e construção da realidade. Conforme aponta Huete e Bravo (2007), a aplicação da Matemática possui extenso campo de atuação, por exemplo, na agricultura, pecuária, engenharia, demografia, medicina, sociologia, política, atividades tecnológicas, industriais, comerciais, administrativas, dentre outras. Ademais, os autores ainda afirmam que “também não há dúvida de que a construção da realidade circundante está impregnada de matemática” (HUETE; BRAVO, 2007, p. 18).



A Matemática está presente em diversas atividades domésticas e profissionais, como nas compras, na culinária, nas artes, na música, no suporte a diversas áreas de estudo, tanto para embasar a construção de sistemas eletrônicos, além de ser fundamental para calcular distâncias e até mesmo para criar e organizar variados tipos de jogos e esportes. (OLIVEIRA, 2020, p. 16).

O cálculo é um dos primeiros conhecimentos matemáticos que o ser humano adquire, sendo muito utilizado em tarefas diárias, profissionais ou científicas. Na escola não é diferente, a aritmética se apresenta como o primeiro passo da aprendizagem, visto que “a Aritmética é a ciência que estuda os números. Pode ser considerada uma porta de entrada para o universo dos cálculos e é a matemática utilizada no dia a dia das pessoas” (SOUSA, 2014, p. 18). Partindo dessa definição, tem-se a formulação do pensamento aritmético com suas propriedades, contextos e relações com outros saberes. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN:

Ao longo do ensino fundamental o conhecimento sobre os números é construído e assimilado pelo aluno num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas, e também como objeto de estudo em si mesmos, considerando-se, nesta dimensão, suas propriedades, suas inter-relações e o modo como historicamente foram constituídos. (BRASIL, 1998, p. 50).

Ou seja, a aprendizagem adequada do cálculo aritmético pode resultar conseqüentemente numa melhoria da aprendizagem Matemática como um todo, como evidencia o documento da Base Nacional Comum Curricular - BNCC:

[...] Cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdo das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística (BRASIL, 2017, p. 269).

O fragmento acima ajuda a entender que a importância da aritmética no desenvolvimento intelectual e social é essencial para a boa formação do educando, auxiliando-o nas mais variadas atividades humanas como também nas elaborações de outras ciências. Diante disso, é preciso fazer uma reflexão sobre a aritmética escolar:

Antes de tudo e mais do que nunca, reconhecer o valor social do aritmético e suas novas competências: diversidade de métodos, capacidade de interpretar informações, competência de cálculo aproximado e mental mínima para enfrentar situações cotidianas de compra e venda, leitura de índices econômicos, estimando resultados possíveis. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 40-41).

Os conteúdos na Matemática não devem ser ensinados de forma isolada, pois uma conexão lógica precisa ser obedecida. Às vezes para se aprender algo se faz necessário que se tenha determinadas habilidades, ou seja, é interessante a compreensão daquilo que é relevante para o aprofundamento dos conceitos, pois, “entender as operações básicas dos números inteiros, operar frações, ampliar os conhecimentos adquiridos à medida que se apresentam novos conjuntos numéricos, de modo geral, são os principais temas trabalhados em aritmética no ensino fundamental” (PIMENTEL, 2010, p. 29).

Nesse sentido, o aprendizado adequado da aritmética fortalece o desenvolvimento cognitivo do aluno como um todo, conforme ressaltam Huete e Bravo (2007, p. 21), ao dizerem que “aprender matemática é um procedimento extraordinário para adquirir e desenvolver capacidades cognitivas gerais”. Desse modo, a Aritmética para o aluno tem a função de significados que servem para ele como método de se chegar a construções de ideias justificadas, assim, o processo aritmético em sala de aula precisa fortalecer o pensamento do aluno para que ele desenvolva a capacidade de raciocinar questões matemáticas com precisão (SOUSA, 2014).

Porém, vale ressaltar que uma vez comprometido esse conhecimento aritmético, as dificuldades de assimilar novos conceitos serão inerentes, como concluído por Veloso e Ferreira (2010, p. 63), ao fazerem referência à aprendizagem da Álgebra: “podemos concluir que as dificuldades dos alunos não são em Álgebra propriamente dita, mas estão em deficiências em Aritmética que não foram corrigidas”. Isto é, os autores revelam que isso pode ser estendido ao estudo dos outros ramos da Matemática.

A matemática não é, precisamente, um conjunto de elementos sem coesão interna. Sua aprendizagem aponta uma sequência temporal específica, na qual alguns conceitos articulam-se sobre o conhecimento de outros, de modo que, algumas vezes, essa necessidade leva a realizar uma instrução tangencial de aspectos necessários para a compreensão daqueles (por exemplo, a soma, anterior à multiplicação; os números naturais, antes dos racionais; os números e as medidas de distância, prévios à geometria). (HUETE; BRAVO, 2007, p. 16-17).

De fato, um dos grandes desafios no ensino da Matemática é a sua adequação com as propostas do mundo moderno. Nessa ótica, Freitas (2018, p. 58), referindo-se ao currículo específico de Matemática, salienta que “há uma busca contínua de formas mais significativas, aos estudantes, de se trabalhar Matemática em espaços educacionais, com escolhas metodológicas mais acertadas, interessantes e atuais”. Para isso, a adoção de uma prática pedagógica mais inclusiva e com mais oportunidades de expressão e interação é fundamental.

Nessas reflexões, o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação – TDIC podem auxiliar nesse processo. Contudo, conforme aponta Marques (2008, p. 43), “é fundamental que o professor se aproprie das tecnologias e seus recursos para aplicá-los à Educação e à sua prática educacional, levando em conta quais objetivos e intencionalidades pedagógicas almeja”. Assim, é preciso ter em mente que “a Educação Matemática é útil como instrumentador para a vida e para o trabalho, é parte integrante de nossas raízes culturais, ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor, apresenta caráter universal e uma beleza intrínseca como construção lógica e formal” (MARQUES, 2008, p. 11).

A Matemática é um saber que permeia nossas vidas, nos mais variados momentos e situações, sejam eles pessoais ou coletivos, econômicos, sociais, políticos ou religiosos. Aprender Matemática se torna essencial para a decisiva inserção do homem na sociedade contemporânea. (OLIVEIRA, 2020, p. 5).

Dito com outras palavras, a forma como lidamos e valorizamos a Matemática e, conseqüentemente, a aritmética, representa um diferencial na forma como atuamos no mundo, pois, além de abrir caminhos para novos saberes, expande nossa capacidade de interpretação, interação e ação no meio ao qual estamos inseridos.

Uma forma interessante se de trabalhar a aritmética é explorar as diversas formas na qual a Matemática se apresenta, fazendo uso da leitura, escrita, arte, dos símbolos, números, enfim, do letramento matemático. A esse respeito, tem-se na BNCC a definição de letramento matemático, extraída do documento da Matriz de Avaliação de Matemática do PISA<sup>4</sup> 2012:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017, p. 266).

No entanto, Passos e Nacarato (2018) alertam que há a exclusão de um trecho importante nessa definição, a saber: Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos, como se confirma no documento original do PISA 2012. Segundo os autores:

[...] ao definir letramento como competências e habilidades, entende-se ser uma capacidade individual do estudante, não uma constituição histórica e cultural...além de jogar a responsabilidade sobre o sujeito...desconsidera a pluralidade de contextos e culturas do país, não prevendo as práticas sociais de regiões ribeirinhas, do campo, das comunidades indígenas e quilombolas. (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 128).

---

<sup>4</sup> PISA: Programa Internacional de Avaliação de Estudantes.

Este é um ponto interessante, no sentido de que “o desenvolvimento do letramento é um processo de aprendizagem ao longo da vida e, portanto, mais amplo do que a noção histórica da capacidade de ler e escrever” (AGUIAR; ORTIGÃO, 2012, p. 8). Especificamente em Matemática, Ortigão et al. (2018, p. 378) afirmam que: “no PISA, o conceito de letramento está associado à capacidade de o aluno aplicar seus conhecimentos, analisar, raciocinar e se comunicar com eficiência, à medida que expõe, resolve e interpreta problemas em diversas situações”.

Diante disso, é preciso considerar na educação matemática todo o contexto histórico cultural e social do educando, que muitas das vezes são ricos de saberes e significados, valorizando-os enquanto agrega novos conhecimentos. Apesar de não citar literalmente o letramento matemático, a Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos do Segundo Segmento do Ensino Fundamental, também sinaliza para sua importância, ao destacar que:

É fundamental propiciar situações em que jovens e adultos verbalizem e registrem suas ideias. Com frequência, o aluno comenta que sabe dar o exemplo, mas não sabe explicar os procedimentos utilizados. Por isso é importante o professor estimular a produção de textos e pequenos relatórios. (BRASIL, 2002, p. 31).

Com uma didática baseada no letramento matemático, o professor pode propor e orientar atividades de leituras dentro de contextos específicos, que contemplam números, imagens, gráficos e figuras; para que os alunos analisem e interpretem as informações, façam anotações e apresentem resultados, a partir de questões levantadas pelo docente. Para isso, pode-se levar para sala de aula, por exemplo, recortes de um jornal, uma receita de bolo, jogos, uma reportagem de revista ou um texto de livro ou artigo que apresentem dados, informações e conceitos relacionados a Matemática/aritmética, para que os discentes possam ler, interpretar e explicar de forma oral ou escrita o que compreenderam, fazendo análise e comparando os resultados.

### **3.2 EJA em foco**

A Educação de Jovens e Adultos é uma modalidade de ensino que faz parte da educação básica, sendo sua oferta garantida conforme explicitado na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB n. 9.394/96):

Art. 37. A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos nos ensinos fundamental e médio na idade própria e constituirá instrumento para a educação e a aprendizagem ao longo da vida. § 1º Os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames. (BRASIL, 1996).

Já no Art. 4º, Inciso VII, a EJA aparece entre os deveres do Estado com a educação escolar pública: “oferta de educação escolar regular para jovens e adultos, com características e modalidades adequadas às suas necessidades e disponibilidades, garantindo-se aos que forem trabalhadores as condições de acesso e permanência na escola”. (BRASIL, 1996). Nesse sentido, Barcelos e Dantas (2015, p. 27), afirmam que “a Educação de Jovens e Adultos ao tornar-se um direito substitui a ideia de suprimimento e compensação da escolaridade perdida, pela reparação e equidade”.

As políticas da EJA apresentam como princípios norteadores; a equidade a diversidade, a inclusão e a qualidade social, que dimensionam uma educação que possibilite a superação das desigualdades sociais, o respeito às diferenças etárias, de gênero, étnico-raciais, de necessidades especiais, entre outras, bem como a inclusão educacional e social da população de jovens e adultos. (BARCELOS; DANTAS, 2015, p. 28).

Para Fantinato (2004), por serem alunos na faixa etária a partir de 15 anos até idades bem mais avançadas, o público da EJA é bastante diversificado em termos de idade, procedência geográfica e grupo cultural, e que talvez o que mais os aproxime, seja a condição de excluídos, da escola e da sociedade de uma maneira geral. Informações do INEP, baseadas no Censo Escolar da Educação Básica em 2019, apontam uma redução de 8,1% no número de matrículas no nível fundamental da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Brasil. Isso mostra que boa parte dessa juventude de 15 anos ou mais está fora da escola, tendo em vista que o atraso ou abandono escolar atinge cerca de 28,6% das pessoas de 15 a 17 anos e quase 75% entre os jovens de 18 a 24 anos, conforme dados da PNAD<sup>5</sup> Educação 2019 do IBGE.

Os motivos que levam a esse cenário são diversos, percorrendo questões familiares, sociais e econômicas, passando pelo desempenho escolar até um currículo pouco atrativo. Na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos do Segundo Segmento, elaborado pelo MEC (BRASIL, 2002, p. 13), “os que abandonam a escola o fazem por diversos fatores de ordem social e econômica, mas também por se sentirem excluídos da dinâmica de ensino e aprendizagem”. A respeito do currículo da EJA, Auler e Muenchen (2007) destacam que esse deve estar mais aberto e sensível em relação às vivências dos educandos, ao contexto social

---

<sup>5</sup> PNAD: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.

mais amplo em que vivem. Além disso, é preciso considerar que “a educação de jovens e adultos, como as demais modalidades de ensino, também deve estar comprometida com o ensino que vise à formação de pessoas capazes de enfrentar as diversidades com criatividade e autonomia” (SOUZA et al., 2012, p. 4).

Diante disso, é importante, primeiramente, considerar as características dessa modalidade, respeitando-a e valorizando-a, pois, a EJA se destaca pela pluralidade, mas também, pelas semelhanças entre seus alunos, que segundo Barcelos (2014), possuem uma longa história de exclusão e rejeição por parte da escola.

São estudantes marcados pela separação sujeito/objeto na construção do conhecimento; pela dissociação entre saberes populares e conhecimento científico; enfim, são classificados entre aqueles (as) que aprendem e aqueles (as) que não aprendem, que sabem e que não sabem. O resultado disto é uma legião de homens e mulheres carregando, ao longo de suas vidas, uma sensação dolorosa e silenciosa de fracasso e de inferioridade. (BARCELOS, 2014, p. 27).

Por isso, a escola tem papel preponderante na abertura de oportunidades e na permanência do aluno da EJA. Afinal, como afirmam Barcelos e Dantas (2015, p. 56), “o espaço escolar é o lugar em que os sujeitos se expressam e vivem os seus problemas concretos e onde são articuladas as respostas pertinentes, que condicionam as ações que promovem a participação sociocultural”. Ademais, a escola precisa entender, principalmente no que concerne à EJA, que “educar para a cidadania implica em postura flexível, reflexiva, companheira, aberta, participativa. Isso nem sempre é uma tarefa fácil, ao contrário, é árdua, grandiosa e, mais que todas as outras, compensatória”. (SOUZA et al., 2012, p. 5).

### **3.3 A Matemática e a EJA**

Nessa seção falaremos da relação da Matemática com a EJA tendo como referência principal o volume 3 da Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos: Segundo Segmento do ensino fundamental (2002), elaborado pelo Ministério da Educação (MEC) e a Secretaria de Educação Fundamental. Conforme esse documento, a aprendizagem matemática é um direito básico de todos e uma necessidade individual e social do ser humano, uma vez que “Saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. são requisitos necessários para exercer a cidadania, o que demonstra a importância da Matemática na formação de jovens e adultos”. (BRASIL, 2002, p. 11).

A matemática compõe-se de um conjunto de conceitos e procedimentos que englobam métodos de investigação e raciocínio, formas de representação e comunicação – ou seja, abrange tanto os modos próprios de indagar sobre o mundo, organizá-lo, compreendê-lo e nele atuar, quanto o conhecimento gerado nesses processos de interação entre o homem e os contextos naturais, sociais e culturais. Ela é uma ciência viva, quer no cotidiano dos cidadãos quer nos centros de pesquisas, nos quais se elaboram novos conhecimentos que têm sido instrumentos úteis para solucionar problemas científicos e tecnológicos em diferentes áreas do conhecimento. (BRASIL, 2002, p. 12).

Em relação ao currículo de Matemática para essa modalidade de ensino, o documento ainda acrescenta que ele deve “contribuir para a valorização da pluralidade sociocultural e criar condições para que o aluno se torne agente da transformação de seu ambiente, participando mais ativamente no mundo do trabalho, das relações sociais, da política e da cultura”. (BRASIL, 2002, p. 11-12). Para isso, é preciso que tenha por parte dos sistemas de ensino e professores uma visão pedagógica clara de quais caminhos devem seguir e os objetivos que almejam no ensino da Matemática. Dentro dessa visão, a Proposta Curricular traz algumas orientações:

Na educação de jovens e adultos, a atividade matemática deve integrar, de forma equilibrada, dois papéis indissociáveis: - formativo, voltado ao desenvolvimento de capacidades intelectuais para a estruturação do pensamento; - funcional, dirigido à aplicação dessas capacidades na vida prática e à resolução de problemas nas diferentes áreas de conhecimento. (BRASIL, 2002, p. 12).

O documento salienta quanto aos objetivos do ensino de Matemática na EJA, ao mencionar que esses devem ser definidos com precisão, uma vez que é condição necessária para realizar a seleção e a organização de conteúdos e estratégias didáticas mais adequadas (BRASIL, 2002). Nesse caso, o professor precisa estar atento ao público ao qual irá executar a sua prática pedagógica. Assim, consciente dessa realidade terá mais segurança quanto à definição e desenvolvimento dos conteúdos, recursos e metodologias planejadas.

Outro ponto de relevância no ensino da EJA diz respeito aos conteúdos de Matemática a serem trabalhados no Segundo Segmento, que em linhas gerais devem “visar o desenvolvimento de conceitos e procedimentos relativos ao pensamento numérico, geométrico, algébrico, à competência métrica, ao raciocínio que envolva proporcionalidade, assim como o raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico” (BRASIL, 2002, p. 20).

Contudo, tão importante quanto os conteúdos e metodologia é a avaliação. Na Matemática, ela é muitas vezes apontada como a “vilã” nos casos de repetência e abandono escolar, como explicitado na Proposta Curricular, ao dizer que “a Matemática é apontada por professores e alunos como a disciplina mais difícil de ser aprendida. Atribui-se a ela uma

grande parte da responsabilidade pelo fracasso escolar de jovens e adultos” (BRASIL, 2002, p. 13). Desse modo, é interessante que na EJA o processo avaliativo seja repensado, com alternativas que respeitem e valorizem a participação dos estudantes. Segundo Barcelos (2014), dentre as urgências na Educação de Jovens e Adultos, a mudança nas práticas avaliativas está no topo da lista de prioridades. Com efeito, uma avaliação que vise manter e não expulsar os educandos da escola é condição necessária para uma educação como porta de acesso à cidadania.

Na educação de jovens e adultos em Matemática, é preciso que estejam claramente definidas as expectativas de aprendizagem, tanto no que se refere à avaliação do professor quanto na avaliação do aluno. Isso permitirá que o estudante compreenda a avaliação não como forma de punição e frustração, mas como ferramenta de acompanhamento do processo de ensino e aprendizagem [...] ela deve ser necessariamente processual, lançar mão de instrumentos variados e ter critérios compartilhados entre alunos e professor. (BRASIL, 2002, p. 63-64).

Diante desse contexto, entendo que uma prática avaliativa interessante seria aquela em que o aluno participe, se sinta envolvido e responsável por ela, ao comentar e analisar o seu próprio rendimento por meio de fichas individuais de avaliação. Esse poderia ser um dos componentes do processo avaliativo. Quando o estudante compreende o que e como está sendo avaliado, torna-se mais aberto e interessado no processo, pois “a avaliação na Educação de Jovens e Adultos requer que passemos de uma relação onde o (a) educando (a) é um mero coadjuvante, um expectador a um coautor, a um participador. Ou seja, passe a ser um construtor mesmo de todo o processo”. (BARCELOS, 2014, p. 145).

É inegável a importância do papel do professor em todo processo educacional. Utilizando-se de boa prática pedagógica, pode exercer um papel de integração e articulação, fundamentais na permanência e aprendizagem dos alunos da EJA. Mas, para isso, segundo Thees e Fantinato (2012), é essencial que os professores da EJA sejam capacitados para criar e reconhecer estratégias educacionais em função das situações particulares observadas por seus alunos jovens e adultos, procurando melhores maneiras de trabalhar com seus educandos, tendo como finalidade desenvolver cidadãos capazes de integrar a sociedade atual e gerir suas decisões.

O grande desafio de ser professor consiste em buscar o conhecimento inovando sua prática, se capacitando para atender as demandas da realidade na qual educador e educando estão inseridos. É necessário que o professor não se restrinja apenas a sala de aula, mas perceba que ele é parte integrante e responsável da escola e, porque não, da própria sociedade. (RIBAS; SOARES, 2012, p. 14).



Nesse sentido, o conhecimento da Matemática em sua historicidade, concepções, mudanças, adequações e adaptações são importantes na formação do professor, para que este tenha uma visão crítica da realidade e, com isso, maior possibilidade de realizar um trabalho que esteja mais acessível, sem perder a sua importância (PARDIM; CALADO, 2016). Desse modo, “é este profissional que, por meio de escolhas metodológicas e didáticas, significa os conteúdos e os qualifica no processo de ensino e aprendizagem”. (FREITAS, 2018, p. 73).

Entretanto, ser professor de Matemática na EJA é algo desafiador, muito devido à falta de formação adequada e material pedagógico específico para lidar com esse público. Mas, ao mesmo tempo, o professor pode representar o grande diferencial na vida daquele jovem e adulto, ao propor métodos e técnicas avaliativas integradoras e participativas, que levem o aluno a perceber a Matemática de forma mais incisiva no seu dia a dia. Feito isso, é possível reduzir suas dificuldades frente a essa disciplina e, conseqüentemente, levá-los a um desenvolvimento significativo em outras áreas do conhecimento, contribuindo com sua formação social e profissional.

Contudo, me parece que um ensino que seja desenvolvimental pode ser útil para a aprendizagem da Matemática com jovens e adultos, por contribuir relevantemente para o processo de ensino e aprendizagem desses educandos (PERES; FREITAS, 2014). A esse respeito, baseado na perspectiva da teoria Histórico-Cultural de Vigotski e seus colaboradores, esse tipo de ensino pode ser uma possibilidade efetiva para que o aluno desenvolva as suas funções psíquicas superiores e, conseqüentemente, tenha autonomia na realização de tarefas e atividades a serem executadas na escola e fora dela. De forma semelhante, Sforzi (2015) afirma que para esse processo ser pleno, é necessária a elaboração de uma organização de ensino que contemple as especificidades desse educando e que promova o movimento de pensamento, isto é, que forme conceitos científicos e que as atividades realizadas por eles estejam em consonância com os conteúdos referentes à disciplina curricular e a sua realidade.

Pensar a formação de um conceito envolve, inicialmente, considerar em devida dimensão a relação dialética de reciprocidade entre a ontogênese, o desenvolvimento do sujeito enquanto tal, e a filogênese, o desenvolvimento da espécie a qual o sujeito pertence, o que pode indicar a perspectiva de uma integração entre os fatores socioculturais e o processo de ensino e aprendizagem. Por óbvio, não se trata de o aluno repetir a trajetória histórica de desenvolvimento da humanidade, mas precisamente de aprender a reconhecer que os conceitos em geral, e os matemáticos, em particular, evoluem, e são determinados pelos fazeres humanos, de naturezas diversas. (MIGUEL, 2020, p. 506).

Para Miguel (2020), a cultura da Matemática escolar investe mais no treino dos alunos para efetuar operações do que para desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo o autor, o pensamento teórico em Matemática se desenvolve formulando ideias e estabelecendo relações entre elas, ou ainda, levantando hipóteses sobre os fatos matemáticos e tirando conclusões. Acrescenta ainda que os alunos não conseguem essa amplitude de desenvolvimento conceitual apenas fazendo operações; eles precisam atuar sobre situações matemáticas, refletir sobre elas e sobre as representações semióticas delas, para se apropriarem dos conceitos.

[...] é a aprendizagem que promove o desenvolvimento humano, ou seja, à medida que o sujeito aprende algo novo ele desenvolve uma estrutura de pensamento que lhe permite ampliar o alcance de suas relações mentais, coordená-las, estabelecendo novas conexões, algo que raramente se consegue em uma proposta de ensino que se funda na associação de modelos prontos, previamente definidos e repetitivos. (MIGUEL, 2020, p. 515).

O autor cita o fato de que o objetivo do ensino escolarizado deveria ser a busca parcimoniosa do desenvolvimento do pensamento teórico, para além do pensamento empírico e explícita que “a formação do pensamento teórico não se constitui pela mera repetição de procedimentos de cálculos, mas pela capacidade de conexão entre as ideias matemáticas” (MIGUEL, 2020, p. 520).

Seguindo nessa perspectiva, a respeito da contextualização dos temas matemáticos, a Proposta Curricular de Matemática para EJA do Segundo Segmento é incisiva ao relatar que:

Trata-se de apresentá-los em uma ou mais situações em que façam sentido para os alunos, por meio de conexões com questões do cotidiano dos alunos, com problemas ligados a outras áreas do conhecimento, ou ainda por conexões entre os próprios temas matemáticos (algébricos, geométricos, métricos etc.). (BRASIL, 2002, p. 16).

Para complementar esse raciocínio, o documento ressalta que “escolhas didáticas que estimulam o envolvimento dos alunos em processos de pensamento, assim como o raciocínio e a argumentação lógica contribuem para criar uma cultura positiva nas aulas de Matemática” (BRASIL, 2002, p. 17).

Isso ajuda a pensar que uma metodologia baseada na resolução de problemas se apresenta como uma boa alternativa. Ou seja:

O autoconceito que cada pessoa tem de sua “capacidade matemática” é um dos fatores mais importantes para o sucesso da aprendizagem. Para atingir este objetivo, extremamente relevante, o ensino de Matemática deve estimular o aluno de EJA a pôr em ação sua capacidade de resolver problemas, de raciocinar, como faz cotidianamente em sua vida extraescolar. (BRASIL, 2002, p. 19).

Com essa perspectiva, a Proposta Curricular (2002) deixa claro que a aprendizagem Matemática se desenvolve melhor em contextos interativos, de troca de ideias e saberes, na construção coletiva de novos conhecimentos. Dentro desse panorama, o professor tem um papel essencial como mediador e orientador. Entretanto, “é importante que os alunos de EJA percebam que, pela cooperação na busca de soluções de problemas, podem aprender com seus pares e, também, ensinar” (BRASIL, 2002, p. 19). Nessa direção, Junior e Onuchic (2015, p. 962-963) apontam para fato de que:

[...] o problema é o condutor, um meio de fazer as conexões, utilizado pelo professor para possibilitar, aos estudantes, o encontro formativo com os conceitos matemáticos... um problema não se restringe à produção e à formalização de um único conceito, mas de novos conceitos.

De acordo com Proposta Curricular de Matemática para EJA do Segundo Segmento (BRASIL, 2002), no trabalho com a resolução de problemas, o papel do aluno é participar de um esforço coletivo para construir a resolução de um problema, com direito a ensaios e erros, exposição de dúvidas, explicitação de raciocínios e validação de resultados, possibilitando aos alunos mobilizar conhecimentos e organizar as informações de que dispõem para alcançar novos resultados. O documento ainda acrescenta a história da Matemática, ao mostrar que a situação-problema se desenvolveu a partir da necessidade de responder a perguntas motivadas por problemas tanto de ordem prática, como a divisão de terras ou o cálculo de créditos, quanto vinculados a outras ciências, por questões relacionadas a investigações relativas ao próprio conhecimento matemático.

Nesse sentido, importa destacar, entretanto, que a construção do conhecimento deve ser o foco da Resolução de Problemas<sup>6</sup> e que o docente necessita de muitos estudos, preparações e conhecimentos da turma na qual atua, para não correr o risco de propor problemas fora de contexto e das condições de resolução dos alunos (JUNIOR; ONUCHIC, 2015).

A esse respeito, Onuchic e Allevalo (2011) empregam a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação como uma metodologia, pois entendem que dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, elas ocorrem simultaneamente. Ou seja: enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprende e que a avaliação se realize por ambos.

---

<sup>6</sup> Os autores citados usam Resolução de Problemas (letras iniciais maiúsculas) para se referir à teoria e resolução de problemas (letras minúsculas) ao ato de resolver problemas.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Esses autores afirmam que não existem formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática, no entanto, apresentam um roteiro interessante que visa ajudar os professores a empregar essa metodologia: Preparação do problema, Leitura individual, Leitura em conjunto, Resolução do problema, Observar e incentivar, Registro das resoluções na lousa, Plenária, Busca do consenso, Formalização do conteúdo<sup>7</sup>.

Reitere-se que, nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução... Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

É importante ressaltar, no entanto, que como todo trabalho didático o sucesso dessa metodologia passa pelo positivo envolvimento do professor e estudantes, cabendo ao docente uma dose de sensibilidade no trato com o conteúdo, levando em consideração seu conhecimento e o conhecimento dos seus alunos. Sendo assim, estudos preliminares e um bom planejamento são ferramentas cruciais, alinhados a uma gestão de sala democrática, que incentive e valorize a participação e respeite as diferenças e dificuldades.

---

<sup>7</sup> Detalhes desse roteiro podem ser conferidos no trabalho de Onuchic e Allevato (2011): Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas (nas referências).

## **4. ANÁLISE INTERPRETATIVA DOS RESULTADOS**

Conforme detalhado anteriormente, trajetória metodológica, esta pesquisa foi desenvolvida durante a ocorrência de uma crise sanitária mundial causada pelo coronavírus, o que de certa forma, influenciou em algumas informações obtidas, bem como nas suas análises e interpretações. Mesmo já havendo alguns estudos, por ser algo tão atual, acredito que só será possível identificar os reais impactos a médio e longo dessa pandemia na educação, na EJA, especialmente na Matemática, daqui a alguns anos.

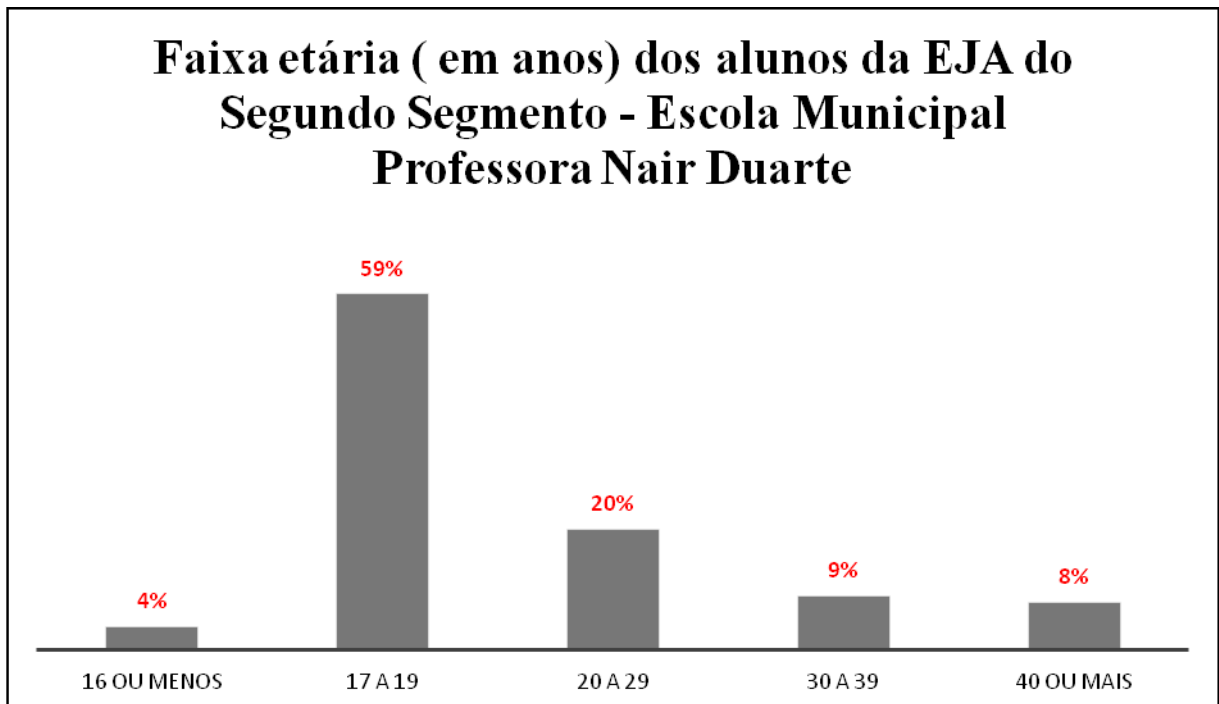
Em todo caso, como o foco da pesquisa é o processo de ensino e aprendizagem da aritmética na EJA, considerando situações e variáveis existentes neste contexto, foi realizada a interpretação analítica dos dados coletados, dividida conforme as seguintes categorias geradas a partir dos dados coletados: a) Relação do estudante da EJA com a aritmética; b) Ensino e aprendizagem de aritmética na EJA.

Como informado anteriormente, a pesquisa se desenvolveu com 60 participantes (55 alunos, 4 professores de Matemática e uma coordenadora pedagógica). Nessa seção, os alunos são identificados como  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{55}$ , os professores como  $P_1, P_2, P_3$  e  $P_4$ , e a coordenação por  $C_1$ . É essencial lembrar que os dados gerados e analisados contribuíram para a elaboração da Apostila: No Compasso da Aritmética (Produto Final) desta dissertação de mestrado, socializada no Apêndice deste estudo.

### **4.1 Relação do estudante da EJA com a aritmética**

A pesquisa foi realizada na Escola Municipal Professora Nair Duarte, contando com a participação de 55 estudantes do Segundo Segmento da EJA/2021. De acordo Souza et al. (2012, p. 2), a EJA “é direcionada desde a sua concepção original, principalmente para aqueles alunos que não tiveram oportunidade de concluir a formação básica durante a faixa etária ou a idade própria, que corresponde a frequência, hoje obrigatória, do ensino regular”. Mas nos últimos anos, tem ocorrido um processo de rejuvenescimento dos componentes dessa modalidade de ensino. Como é possível perceber no gráfico 1, mais da metade (59%) dos alunos estão na faixa de 17 a 19 anos. Se considerarmos todos aqueles com menos de 30 anos esse número sobe para 83%. Isso tem sido uma tendência na EJA nos últimos anos.

Gráfico 1: Faixa etária

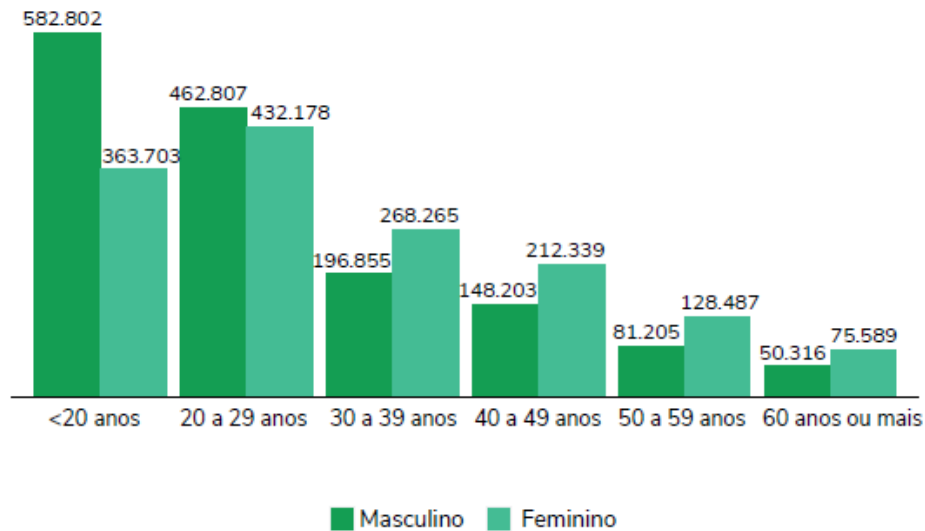


Fonte: Pedro Cortes, 2021

Corroborando com essa ideia, Souza et al. (2012) cita uma observação quanto a formação proporcionada, principalmente, no que se refere à caracterização geral dos alunos que solicitam vaga na EJA em uma escola de Santa Maria, RS, onde foi identificado que a cada ano que passa, aumenta a procura nessa modalidade de ensino e, além dessa procura, nota-se que essa demanda é constituída cada vez mais de jovens com a faixa etária que corresponderia ao do ensino regular.

Segundo dados divulgados pelo INEP/MEC (2021) tendo como base o censo escolar 2020, a EJA é composta, predominantemente, por alunos com menos de 30 anos, representando 61,3% das matrículas (gráfico 2). O que também ficou evidenciado no gráfico 1, onde é possível perceber que apenas 8% dos alunos têm 40 anos ou mais de idade.

Gráfico 2: Número de matrículas na EJA/Brasil 2020



#### NÚMERO DE MATRÍCULAS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS, SEGUNDO A FAIXA ETÁRIA E O SEXO – BRASIL – 2020

Fonte: Elaborado por Deed/Inep com base nos dados do Censo da Educação Básica.

Fonte: INEP/MEC, 2021

Segundo Freitas (2018, p. 83), fazendo referência a Unesco 2004, “em nossos dias, os jovens experimentam o que é denominado como um ‘processo de adultização’ acelerado, pois precisam estar preparados para um projeto globalizante, em diversas áreas, com destaque para a economia...” Esse fato vai de encontro com o que foi relatado pela coordenação. De acordo com C<sub>1</sub> (2021), os três principais problemas relatados pelos alunos da EJA quanto a permanência e êxito escolar diz respeito aos aspectos socioeconômico, incompatibilidade com o trabalho e conteúdos que não correspondem as suas expectativas.

Para Souza et al. (2012, p. 4), “geralmente, as aulas dessa modalidade de ensino ocorrem no período da noite, exatamente para favorecer os alunos trabalhadores”. Quanto ao conteúdo que se é trabalhado na disciplina de matemática, Freitas (2018, p. 152) considera que:

A proposta básica do currículo na área de matemática para a EJA deve ter como componentes organizadores seis atividades universais: contar, medir, localizar, desenhar, jogar e explicar... é imprescindível que eles não sejam apresentados e desenvolvidos de forma estanque, mas como eixos organizados dos currículos, relacionados com cultura extraescolar e com o cotidiano do estudante/trabalhador. (FREITAS, 2018, p. 152).

Dentro desse contexto, o gráfico 3 retrata um cenário preocupante, sendo constatado que apenas 58% dos estudantes estão trabalhando, enquanto que 42% desses jovens não estão inseridos no mercado de trabalho. Diante disso, em busca de uma renda, acabam trabalhando nos chamados ‘bicos’, que muitas vezes não tem horários e dias específicos, o que dificulta a relação desses alunos com os estudos e frequência na escola.

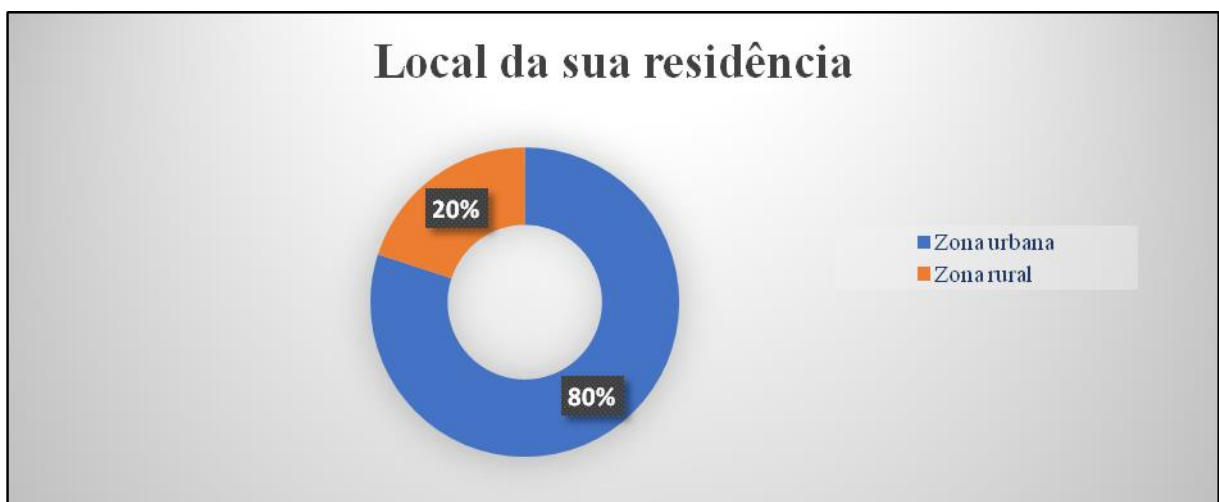
Gráfico 3: Emprego



Fonte: Pedro Cortes, 2021

Explorando um pouco mais o perfil dos estudantes da EJA que participaram da pesquisa, no gráfico 4, foi possível constatar que maioria deles mora na zona urbana da cidade, isto é, a cada 5 estudantes dessa modalidade de ensino, 1 mora na zona rural.

Gráfico 4: Local da residência

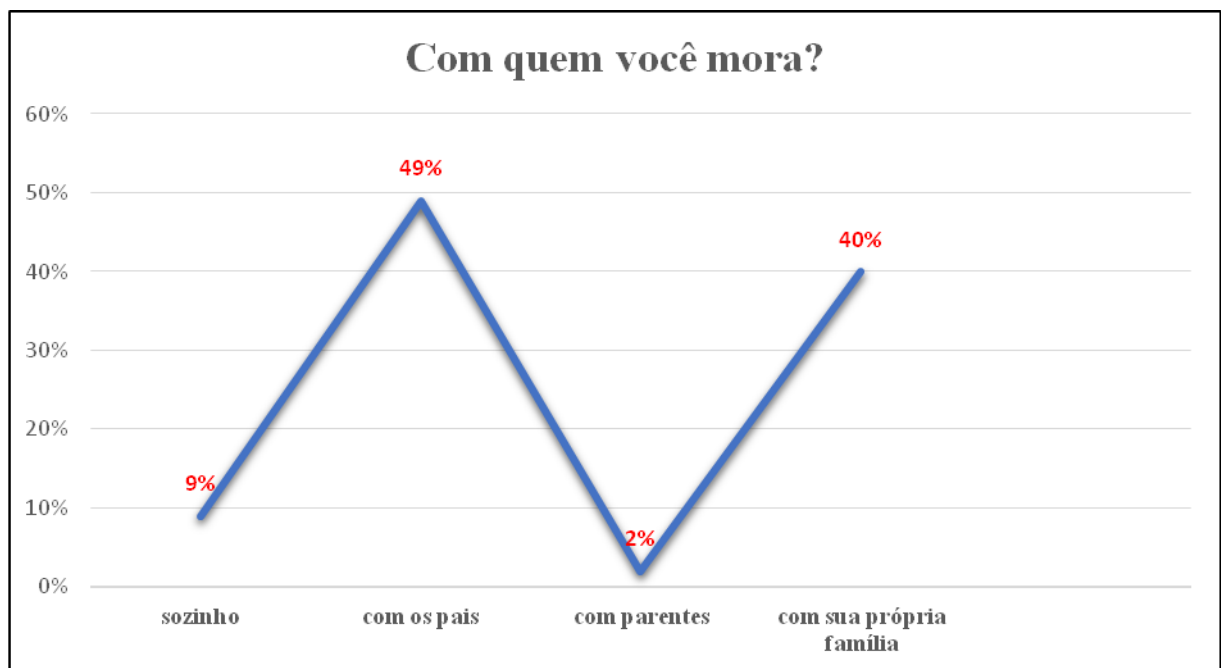


Fonte: Pedro Cortes, 2021



Outro dado relevante, mas que não gera surpresa, está relacionado ao fato de que uma parcela significativa desse público já constitui suas próprias famílias. No gráfico 5, pode-se observar que 40% dos alunos moram com sua própria família enquanto que apenas 9% dizem morarem sozinhos. Outros 49% reside com os pais, o que pode estar relacionado com a pouca idade da maioria desses alunos.

Gráfico 5: Moradia



Fonte: Pedro Cortes, 2021

Segundo Barcelos (2014), um dos maiores desafios para a EJA não está apenas no incentivo à chegada do estudante à escola, mas também, a partir daí, incentivar sua permanência.

Os índices de abandono na Educação de Jovens e Adultos são elevados e as causas diversas. Vão desde o fato de estar desempregado até o fato paradoxal, como também vimos em relatos, de conseguir um emprego e ter de optar por continuar estudando ou perder o trabalho, seja por cansaço, por incompatibilidade da jornada de trabalho, seja por inadaptabilidade de nossos currículos às necessidades da realidade vivida por educandos e educandas da Educação de Jovens e Adultos. (BARCELOS, 2014, p. 134).

Falando agora mais especificamente da relação desses alunos com a aritmética, um fator preponderante no processo de ensino e aprendizagem diz respeito à assiduidade, tendo em vista que a eficácia pedagógica, didática e metodológica depende, também, da

participação e envolvimento dos alunos nas aulas. Com base nas informações da pesquisa, cerca de 64% dos participantes disseram que raramente ou nunca faltam às aulas, o que representa um ponto positivo, mas, ao mesmo tempo há de se refletir quanto aos outros 36%, afinal, a constância de faltas pode levar ao desestímulo, desinteresse, repetência ou evasão, que pode ser sanado com a utilização da Apostila: No Compasso da Aritmética, ao abordar assuntos relacionados a conteúdos matemáticos que estejam mais próximos da realidade desses educandos.

Sobre a participação nas aulas, a maioria dos alunos se autoavalia positivamente, considerando-a como boa. Muitos deles foram bem econômicos nas palavras, outros apresentaram uma breve justificativa: “Tenho uma boa participação, buscando sempre aprender o que os professores ensinam” (A<sub>1</sub>, 2021); “Excelente. Sou muito dedicada. Quero ser professora” (A<sub>2</sub>, 2021); “Tenho me dedicado bastante, mas trabalho muito e não tenho tido muito tempo para estudar. Sou cabelereira” (A<sub>3</sub>, 2021), “Muito bom e bem interessado quando não estou cansado do serviço. Mas, sou interessado” (A<sub>4</sub>, 2021). Alguns alunos optaram por serem bem objetivos, como A<sub>5</sub> (2021), “péssima”. Porém, houve outros estudantes que fundamentaram quanto a sua participação: “Preciso melhorar muito” (A<sub>6</sub>, 2021); “Sei que minha participação nas aulas tem deixado a desejar e não tenho sido muito pontual” (A<sub>7</sub>, 2021); “faltei alguns dias, ia desistir, mas não vou desistir não” (A<sub>8</sub>, 2021).

Em se tratando de conteúdo, metodologia, recursos e materiais didáticos nas aulas de Matemática/aritmética, alguns mostraram-se satisfeitos. Porém, outros ressaltaram as dificuldades quando ao modelo de ensino remoto. “Os professores se esforçam e são gente boa. Mas aulas a distância não ajudam” (A<sub>9</sub>, 2021); “O conteúdo é bem claro e informativo, mas a presença de um professor é indispensável” (A<sub>7</sub>, 2021); “Por causa da pandemia tá um pouco mais complicado pra fazer as atividades” (A<sub>10</sub>, 2021); “Porque têm matérias que presencialmente seria mais fácil o entendimento” (A<sub>11</sub>, 2021).

As dificuldades impostas pelo momento pandêmico ampliaram ainda mais as desigualdades e necessidades na educação pública brasileira, especialmente na EJA. A falta de investimento tecnológico para escolas, professores e estudantes, os problemas econômicos e sociais que se potencializaram e a ausência de capacitação adequada aos docentes, visando recursos e metodologias apropriadas, contribuiram para um cenário não muito animador em termos de aprendizagem.

Contudo, a existência de um material didático prático, utilizável e de fácil compreensão, torna-se importante. O Produto Final desta pesquisa pode ajudar a contribuir com a formação escolar do educando da EJA, especialmente com a aprendizagem da

aritmética, buscando desenvolver a leitura, interpretação e atuação dos alunos frente a diversos contextos matemáticos reais. A metodologia utilizada na apostila foi construída a partir da realidade desse educando, com conteúdos básicos e necessários para o desenvolvimento do pensamento aritmético e de outros ramos da Matemática. É importante salientar isso, porque esse material possibilita ao aluno ser construtor de seu próprio aprendizado, superar suas dificuldades e atualizar seus conhecimentos. Assim, a utilização dessa Apostila, adicionada a metodologias adequadas do professor, representam bases importantes para avanços da Matemática na EJA, na escola pesquisada.

No ciclo em discussão, as variáveis que condicionam o ensino de Matemática para jovens e adultos são: um público especial, um curso com limitação de tempo e de condições materiais, um professor geralmente sem formação específica para essa atuação, a falta de materiais didáticos específicos para o público da EJA (BRASIL, 2002). Essas variáveis tornam-se ainda mais complexas dentro de um contexto de distanciamento entre aluno, escola e professor devido à crise sanitária que se instaurou no país, além das dificuldades de acesso à internet e falta de equipamentos como celular e computador. Fatos que comprometem o rendimento e a produtividade desses alunos. No entanto, além de recursos, é necessária uma formação/capacitação adequada ao docente, que o auxilie no emprego dessas tecnologias na sala de aula, por exemplo, no ensino e aprendizagem da aritmética.

Dessa forma o conhecimento das novas tecnologias presentes na sociedade contemporânea e a importância de um entendimento da aplicabilidade dessas tecnologias na vida das pessoas cria impreterivelmente a necessidade da formação do educador para essa realidade, no sentido de contribuir para o acesso do educando, principalmente jovem, adulto e idoso, aos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade e a apropriação das novas tecnologias para sua integração na sociedade de forma consciente e no mercado de trabalho. (BERNADINO, 2008, p. 6).

Além disso, para Barcelos e Dantas (2015), o currículo na EJA deve ser diferenciado, com uma abordagem baseada no diálogo, visando atender com qualidade esse segmento populacional, deixando de lado visões etnocêntricas e promovendo relações mais igualitárias e menos discriminativas. Nesse contexto, a atuação do professor é essencial, fazendo com que o estudante se sinta parte do processo e agente de construção do próprio aprendizado. “Uma importante tarefa do professor de EJA é manter um permanente exercício de interpretação dos indícios de avanços dos alunos, para que experiências marcantes de insucesso não se repitam” (BRASIL, 2002, p. 64).

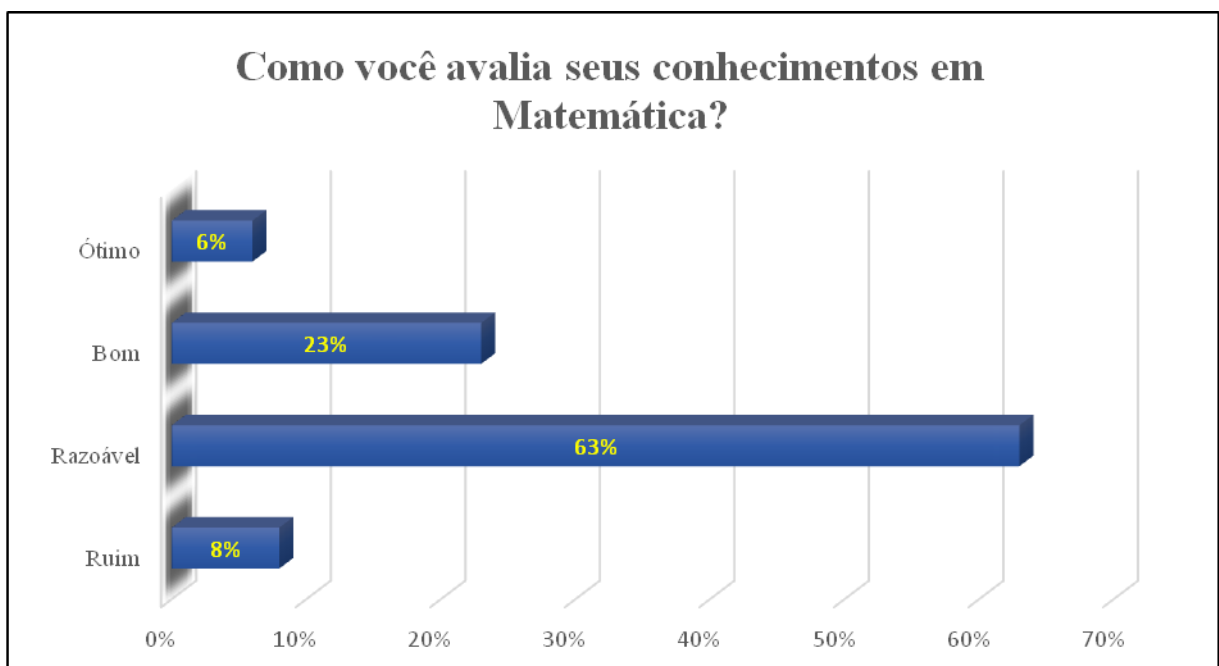
Nesse sentido, a abertura de espaços participativos aos alunos da EJA no ambiente escolar, seja nas aulas, reuniões e projetos educacionais, mostrando também, preocupação em

ouvi-los, saber de seus anseios, sugestões, críticas e perspectivas na vida, inclusive dando orientações, podem favorecer a construção de um ambiente de aprendizagem saudável, no sentido de ser amistoso, acolhedor, dinâmico, democrático e eficaz.

Por outro lado, C<sub>1</sub> (2021) afirma que a escola tem por característica ouvir o aluno da EJA e que eles são convidados a participar dos conselhos escolares, reuniões pedagógicas, elaboração e execução de projetos escolares: “Trabalhamos com os líderes de turma que ficam responsáveis em fazer esse repasse para coordenação e direção”, afirma ainda que são muitas as vezes que os alunos a procura: “Coordenação e orientação se empenham em auxiliá-los e orientá-los não só na prática educativa da aquisição de conhecimentos, como também no contexto familiar, social, afetivo, etc.” (C<sub>1</sub>, 2021). O que foi corroborado pelos estudantes. Diante disso, verifica-se que os professores tem uma atmosfera favorável ao desenvolvimento de práticas educativas mais interativas e próximas da realidade dos discentes, principalmente no ensino e aprendizagem da aritmética.

De acordo com a Proposta Curricular para Segundo Segmento da EJA, “O autoconceito que cada pessoa tem de sua ‘capacidade matemática’ é um dos fatores mais importantes para o sucesso da aprendizagem” (BRASIL, 2002, p. 19). A esse respeito, o gráfico 6 mostra que 71% dos alunos pesquisados avaliaram seus conhecimentos em Matemática como razoável ou ruim.

Gráfico 6: Conhecimentos em Matemática



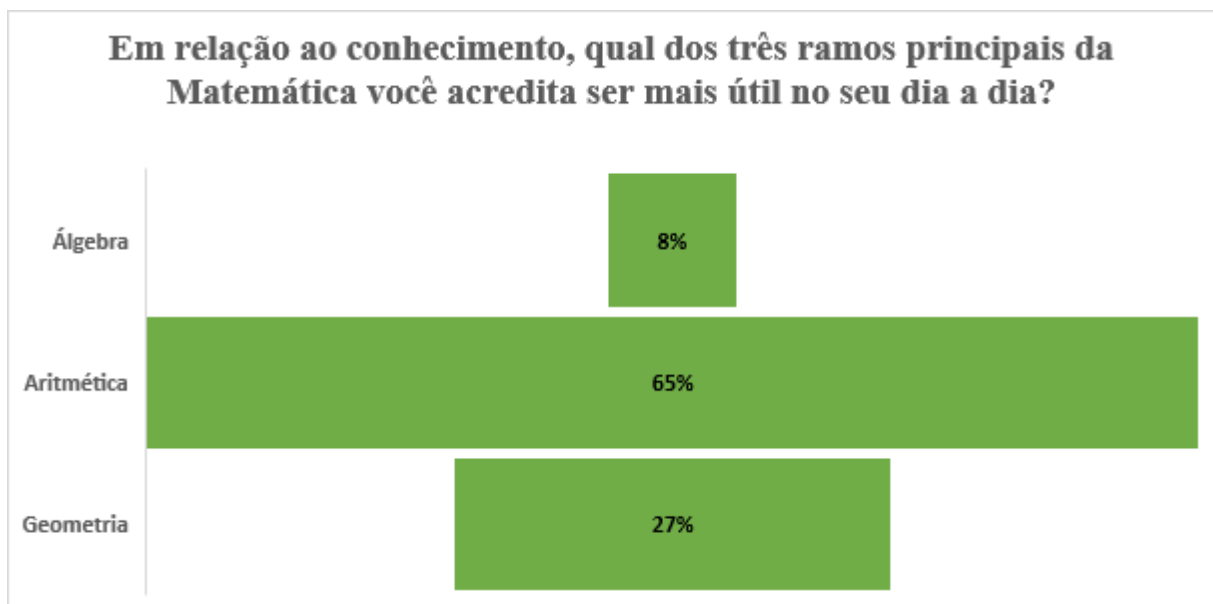
Fonte: Pedro Cortes, 2021

Esse reconhecimento por parte dos estudantes quanto às dificuldades no trato com a Matemática e em particular com a aritmética, quando explorado e valorizado pelo professor, no sentido de dialogar mais, ouvir e investigar mais, abre espaço para uma educação mais democrática e eficiente, aproximando os alunos dessa disciplina e fazendo com eles a percebam e a utilizem mais facilmente na realidade em que vivem, principalmente no que se refere à aritmética e como usá-la em diferentes momentos de suas vidas.

Pensar na educação matemática é considerar que esta disciplina ocupa um papel essencial no desenvolvimento de uma nação, em seu progresso tecnológico, o que nos leva a considerar também que é necessário que haja uma transmissão intercultural da matemática, ou seja, que leve em consideração o estágio de desenvolvimento em que se encontra o público a que será dirigido. No entanto, essa consideração requer uma atenção especial ao currículo que será desenvolvido, às metodologias e aos conteúdos modificados. (PARDIM; CALADO, 2016, p. 106).

Ao dar continuidade nos dados gerados e analisados, conforme os próprios alunos, a aritmética é o ramo da Matemática mais útil no seu dia a dia, conforme detalhado no gráfico 7.

Gráfico 7: Matemática no dia a dia



Fonte: Pedro Cortes, 2021

Essa visão pode estar relacionada ao fato de que corriqueiramente temos que lidar com questões ligadas a aritmética em nossas atividades cotidianas: seja na rua, em casa, no trabalho ou na escola. Deve haver, portanto, uma preocupação por parte da escola e

especialmente do professor quanto ao ensino e aprendizagem da aritmética, pois, segundo Sousa (2014, p. 18),

É através da Aritmética que o aluno inicia o processo de significação numérico e aprende a compreender os diversos tipos de número e sua aplicabilidade, tais como seu uso na resolução de diferentes tipos de situações problemas, amplia e constrói novos significados para os números naturais, inteiros e racionais, dentre outros conjuntos... o entendimento de aritmética é um processo contínuo, onde o aluno só consegue consolidar este processo se o mesmo em sua vida escolar for submetido a todas as etapas de forma sistemática, onde ele tenha a oportunidade de entender os conceitos e aplicá-los em situações significativas de aprendizagem.

Em se tratando das dificuldades dos alunos em aritmética, a tabela 1 nos dá uma noção desse panorama. Nela, cada aluno assinalou apenas uma das opções ‘nenhuma’, ‘pouca’, ‘regular’ ou ‘muita’, em relação ao seu grau de dificuldade nos conteúdos especificados nos itens I, II, III, IV, V e VI, ou seja, em cada linha da tabela a soma chega a 100% dos alunos.

Tabela 1: Grau de dificuldade em aritmética

<b>Em relação a alguns conhecimentos da matemática listados a seguir e sem utilizar qualquer instrumento de calcular, por exemplo, a calculadora, assinale o seu grau de dificuldade correspondente em cada item.</b>				
<b>Conteúdo</b>	<b>Nenhuma</b>	<b>Pouca</b>	<b>Regular</b>	<b>Muita</b>
I. Soma, subtração, multiplicação e divisão com números naturais	39%	37%	18%	6%
II. Adição, subtração, multiplicação e divisão com números negativos	18%	31%	43%	8%
III. Soma e subtração com números decimais	16%	33%	33%	18%
IV. Operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão)	12%	29%	27%	32%
V. Cálculo de porcentagens	10%	23%	35%	32%
VI. Transformações de unidades de medida, por exemplo, 2 m em cm ou 8 cm em mm, ou ainda, 15 cm em km.	7%	20%	20%	53%

Observação: m: metro, cm: centímetro, mm: milímetro e km: quilômetro.

Fonte: Pedro Cortes, 2021

É possível perceber, por exemplo, que em se tratando de números naturais os alunos apontam para pouca ou nenhuma dificuldade. Porém, a partir do item II que trata dos números

inteiros até o item VI que aborda as transformações de unidades de medida, há um aumento considerável no percentual de alunos em cada um desses itens (soma acima de 50%), que se classificam como regular ou muita dificuldade, atingindo, inclusive, 73% no último item (VI). Observa-se também que apenas 10% e 12% dos estudantes disseram não ter nenhuma dificuldade, respectivamente, no cálculo com porcentagens e em operações com frações.

Esses dados alertam para a necessidade de um trabalho didático mais específico quando se refere ao ensino e aprendizagem da aritmética, fazendo uso de recursos e metodologias que promovam a interação e auxiliem no desempenho dos estudantes na assimilação dos conceitos e na identificação e aplicabilidade desses na vida cotidiana.

Novamente, ressaltamos a relevância do Produto Final desta pesquisa, uma vez que pode ajudar os estudantes da EJA a superar as suas dificuldades em Matemática, especialmente na aritmética, como aquelas identificadas nos itens II ao VI da Tabela 1. Na apostila, as operações com números inteiros, números decimais e frações, além de porcentagens e unidades de medidas, são abordadas de forma aprofundada e detalhada. Todos esses tópicos são apresentados dentro de contextos que favorecem o entendimento do aluno, com exemplos e aplicações, que na sua maioria, simulam situações do cotidiano, importante para o educando da EJA. Ademais, as explicações com imagens, figuras ou tabelas que ampliam o campo de aprendizagem, podem contribuir significativamente para que esses educandos que têm dificuldades com matemática, como, por exemplo, aquelas relatadas pelos educandos nos itens II ao VI, possam efetivamente aprender.

De acordo com as informações dos alunos, não há um material didático específico de Matemática ou de aritmética para EJA, o que reforça a necessidade da sua elaboração. Diante desse fato, a própria escola em consonância com professores e estudantes da EJA pode elaborar juntos um currículo de Matemática e aritmética voltado para esse público, com um olhar para as particularidades humanas, sociais, econômicas e culturais que os compõem, respeitando e valorizando os seus saberes e experiências de vida.

Para C<sub>1</sub> (2021), os grandes desafios para EJA dentro da perspectiva de melhoria de rendimento e produtividade são: acabar com a evasão escolar, reduzir a reprovação, superar as dificuldades de aprendizagem, reduzir a inassiduidade, reformulação do currículo e implementação de práticas de ensino adequadas e inovadoras. Pensando nisso, é importante que se tenha uma proposta pedagógica fundamentada no trabalho coletivo, democrático e solidário entre escola, comunidade, professor e estudantes, bem como um Produto Final (Apostila, por exemplo) que busque contextualizar os conteúdos trabalhados com esses

educandos, principalmente aqueles em que eles apresentam maiores dificuldades de aprendizagem, como relatados nessa Tabela 1.

#### **4.2 Ensino e aprendizagem da aritmética na EJA**

Infelizmente nem todos os questionamentos foram respondidos, pois alguns professores optaram por deixar algumas respostas em branco. Porém, os dados gerados e apresentados nessa categoria de análise são relevantes. Referem-se aos resultados obtidos nos questionários dos docentes e da coordenação pedagógica, que dizem respeito ao ensino e aprendizagem da aritmética na EJA, da instituição escolar pesquisada.

Quanto ao perfil, dos 4 professores participantes, 2 estão na faixa etária de 36 a 45 anos ( $P_2$  e  $P_3$ ), um entre 26 e 35 anos ( $P_1$ ) e o mais velho tem idade acima de 55 anos ( $P_4$ ). Três possui graduação em Matemática e um em Ciências com habilitação em Matemática ( $P_3$ ). Destes, apenas  $P_1$  tem curso de Pós-graduação (Especialização em Docência do Ensino Superior). Todos são efetivos com mais de 13 anos na educação, muitos desses dedicados a EJA (75% dos professores tem 5 anos ou mais de experiência); possuem em média uma carga horária semanal de 35 horas, mas se considerarmos a carga horária somente na EJA, essa média cai para 25 horas semanais, sendo que 50% desses professores trabalham em duas escolas e a outra metade em apenas uma. Já a coordenação pedagógica ( $C_1$ ), tem entre 36 e 45 anos, graduações em Normal Superior e Letras, além de Pós-graduação em Docência do Ensino Superior. Na educação, possui mais de 20 anos de experiência.

Parte fundamental do processo de ensino aprendizagem, o planejamento docente representa umas das ferramentas básicas e essências para a boa prática pedagógica. Segundo Freire (1989, p. 47),

Planejar a prática significa ter uma ideia clara dos objetivos que queremos alcançar com ela. Significa ter um conhecimento das condições em que vamos atuar, dos instrumentos e dos meios de que dispomos. Planejar a prática significa também saber com quem contamos para executá-la. Planejar significa prever os prazos, os diferentes momentos da ação que deve estar sempre sendo avaliada. Podemos planejar a curto prazo, a médio prazo e a longo prazo.

Sobre o planejamento, observou-se que não havia consenso entre os professores sobre sua realização. Pois, enquanto  $P_1$  e  $P_4$  indicou o período mensal,  $P_2$ , indicou semanal, e  $P_3$ , semanal e mensal. O que evidencia a ausência do planejamento coletivo e a individualidade de cada docente, no que se refere a escolha da forma e tempo para planejar. A esse respeito,



seria interessante que existisse um período para um planejamento coletivo, um momento onde pudessem trocar experiências, conversar sobre seus alunos, compartilhar ideias, metodologias, sucessos e angústias vivenciadas na EJA, visto que “O trabalho coletivo tem como base a suposição de que as melhores ideias e soluções para os problemas emergem das diferentes percepções e contribuições pessoais e do tipo de análise (conjunta) que é propiciada nessas situações” (ALONSO, 2002, p. 26-27). Ainda dentro desse contexto, C<sub>1</sub> (2021), afirma que o acompanhamento e suporte ao planejamento e execução das aulas desses profissionais pela coordenação são realizados quinzenalmente, e que “pra que as aulas fossem melhor desenvolvidas necessitamos de muito mais que vontade; livros adequados ao viver do aluno; metodologias desenvolvidas especificamente para atender esse público etc.” (C<sub>1</sub>, 2021). Em relação à seleção de conteúdos, ficou evidenciado na fala dos docentes que estes são definidos “em conjunto, professores e coordenadores de acordo com a BNCC do ensino fundamental” (P<sub>3</sub>, 2021). Este é um processo em que não há interferências, como afirmam os próprios professores: “o professor tem autonomia para escolher o conteúdo de acordo com a necessidade do aluno” (P<sub>2</sub>, 2021); “são selecionados de acordo com o nível de conhecimento e aprendizagem dos alunos” (P<sub>1</sub>, 2021). Essa flexibilização e preocupação são relevantes no sentido de que:

[...] o ensino da matemática precisa ser significativo para o estudante e qualificado como parte integrante de uma cultura socialmente construída, e que é grande a importância da participação do professor na implementação do currículo. É esse profissional que, por meio de escolhas metodológicas e didáticas, significa os conteúdos e os qualifica no processo de ensino e aprendizagem. (FREITAS, 2018, p. 72-73).

Nesse caso, esses professores tem uma oportunidade de (re)pensar o currículo ofertado na EJA, tornando-o mais democrático e acolhedor. Afinal, um currículo de Matemática para jovens e adultos deve contribuir para a valorização da pluralidade sociocultural e gerar condições para que o estudante seja agente da transformação de seu ambiente, participando mais ativamente no mundo do trabalho, das relações sociais, da política e da cultura (BRASIL, 2002).

Mas, para que um trabalho didático pedagógico aconteça satisfatoriamente e evolua, é preciso considerar algumas questões as quais exercem influência direta nesse processo, tais como a relação interpessoal entre professor/aluno, a disciplina em sala de aula e a interação/participação dos estudantes nas aulas. A esse respeito, os professores foram unânimes em afirmar que possuem um bom relacionamento com os alunos, como justificado por P<sub>3</sub> (2021): “temos um bom relacionamento e respeito, mesmo diante das dificuldades do

dia-a-dia social e familiar”. Dentro da questão disciplinar em sala de aula avaliaram como regular ou ótimo, como no relato de P<sub>4</sub> (2021) ao justificar que “é preciso saber lidar e entender as necessidades”. Outro consenso entre eles foi a afirmativa de que os alunos participam (interagem) na aula. Segundo esses professores, isso se dá através de questionamentos e exemplificações, no retorno das atividades propostas ou na ida ao quadro branco para responder uma questão.

Seguindo esse contexto, Barcelos e Dantas (2015) alertam para o fato de que saber lidar com as diferenças deve ser de fato um diferencial do profissional que atua na EJA, e que os alunos dessa modalidade precisam de um espaço democrático para exercer o direito à cidadania, merecendo ser educados e respeitados na própria diferença. Sobre o envolvimento dos alunos da EJA nas aulas, Barcelos (2014, p. 144) enfatiza que:

[...] as atividades desenvolvidas durante as aulas, quando organizadas de forma a propiciar uma maior envolvimento e interação entre os educandos (as), têm se mostrado muito mais adequadas pedagogicamente... Quanto maior a possibilidade de diálogo proporcionada pelas atividades programadas com as diversidades presentes, maiores são as chances de participação e de envolvimento do grupo. Isto, em verdade, nada mais é que valorizar os aspectos conjunturais e culturais na produção do conhecimento. Outro fato aglutinador e incentivador para os (as) educandos (as) é presença participante e cooperativa do educador no acompanhamento e orientação das atividades em andamento.

Nessa perspectiva, os professores de Matemática pesquisados têm um cenário favorável. Nas palavras de C<sub>1</sub> (2021), estes profissionais “são extremamente comprometidos com o fazer pedagógico, sempre buscando maneiras de melhorar as aulas de matemática... são pessoas engajadas no processo educativo. Conhecem de perto a realidade de cada um dos alunos”. Acrescenta ainda que “por ser um público a partir de 16 anos, hoje temos uma clientela fácil de lidar, sem grandes conflitos ou questões a resolver no que diz respeito a comportamento, disciplina responsabilidade” (C<sub>1</sub>, 2021).

Ainda sobre o ensino e aprendizagem, os professores informaram que não existe no Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola ações voltadas especificamente para aritmética ou algum outro sob sua responsabilidade, apesar da coordenação pedagógica informar a existência de duas ações voltadas para o ensino e aprendizagem da Matemática, como o ‘Dia D da Matemática’ e ‘Matemática no dia a dia’. O que evidencia a inexistência de projetos em sala de aula, desenvolvido pelo professor junto a seus alunos com objetivos e finalidades próprias: ensino e aprendizagem da aritmética, e a necessidade de se ter um material pedagógico que auxilie os docentes no trabalho com esses conteúdos, como é o caso do Produto Final desta dissertação de mestrado.

Nesse sentido, Oliveira (2020) sugere que considerando a necessidade de se trabalhar em sala de aula a contextualização do ensino partindo da experiência cotidiana do aluno, uma proposta que vem se destacando como alternativa para agregar esses aspectos ao processo de ensino aprendizagem e torna-lo mais significativo e eficaz é a denominada Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP)<sup>8</sup>. Essa estratégia tem uma concepção de trabalho que se ajusta bem ao ensino de Matemática.

A aprendizagem baseada em projetos (ABP) é uma das mais eficazes formas disponíveis de envolver os alunos com o conteúdo de aprendizagem e, por essa razão, é recomendada por muitos líderes educacionais como uma das melhores práticas educacionais na atualidade. [...] A ABP é um formato de ensino empolgante e inovador, no qual os alunos selecionam muitos aspectos de sua tarefa e são motivados por problemas do mundo real que podem, e em muitos casos irão, contribuir para sua comunidade (OLIVEIRA, 2020, p. 74, apud BENDER, 2014, p. 15).

Já na visão de Oliveira (2020, p. 74), “a Aprendizagem Baseada em Projetos apoia-se na utilização de projetos realistas que partem de uma questão, tarefa ou problema desafiador que não pode ser facilmente respondido demandando do aluno um trabalho investigativo aprofundado”. Na perspectiva do autor, essa proposta pedagógica pode ser facilmente explorada no trabalho com a aritmética, uma vez que está presente nos mais variados campos da atividade humana.

Dando continuidade no campo investigativo de como ocorre o processo de ensino e aprendizagem da aritmética na EJA na perspectiva dos professores pesquisados, notamos que não há uma preocupação específica desses docentes quanto a esse ramo da Matemática, sendo dada, por exemplo, a mesma atenção à geometria e álgebra que é dada a aritmética. De fato, por se tratar do segundo segmento da EJA correspondente a segunda fase do ensino fundamental, o trato com esses três ramos da Matemática aparece mais intensificado e sistematizado e, portanto, é importante que se desenvolva o conhecimento levando em conta a conexão intrinsecamente presente nessas três áreas da Matemática.

Com efeito, nesta fase do ensino, é inimaginável um trabalho isolado da aritmética. A esse respeito, Lins e Gimenez (1997) afirmam que a aritmética e a geometria se inter-relacionam claramente e alertam, por exemplo, para a importância da relação aritmética-visualização geométrica. Sobre a educação aritmética e algébrica para o século XXI, esses autores ainda acrescentam que estas devem “a um só tempo, integrar-se com a rua - isto é, cumprir um papel de organizar o mundo fora da escola também -, e tornar-se mais efetiva em

---

<sup>8</sup> Detalhes em Metodologia do Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e práticos /Guilherme Saramago de Oliveira, 2020.

seu papel de ajudar os alunos a aumentar seu repertório de modos de produzir significado” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 162).

Diante dessa perspectiva é preciso pensar em recursos e metodologias que possibilitem a aprendizagem da aritmética nos mais variados contextos e saberes matemáticos, visando sua integralidade e aplicabilidade. Sobre esse assunto, todos os professores pesquisados afirmaram, quanto ao ensino e aprendizagem da aritmética, que frequentemente contextualizam com situações do cotidiano. Alguns dos recursos utilizados e citados por eles foram: jogos, livros, vídeos, calculadoras, tabuada, atividades lúdicas e brincadeiras. Sem citar nenhum recurso, P<sub>4</sub> apenas restringiu em dizer: “os fatos fundamentais da matemática”, o que evidentemente não esclarece muito.

Solicitados para citar uma metodologia adotada no ensino da aritmética, as respostas obtidas não foram bem esclarecedoras. Mesmo sem dar maiores detalhes sobre os procedimentos desenvolvidos, foi possível perceber que eles tinham como base a resolução de exercícios: “resolver as atividades e tarefas que lhe é imposta dentro e fora da sala de aula” (P<sub>2</sub>, 2021); “resolução de situação problema com utilização das quatro operações fundamentais” (P<sub>4</sub>, 2021); “tabuada, questionário de forma que não seja extensa, mas de fácil compreensão e de forma criativa de acordo com a aprendizagem” (P<sub>1</sub>, 2021); “jogos: como passa ou repassa” (P<sub>3</sub>, 2021).

Analisando o exposto e em se tratando da EJA, a escolha de metodologias adequadas tem influência direta na interação e aprendizagem dos educandos. Para Oliveira (2020, p. 5), “os motivos da não aprendizagem dos conteúdos matemáticos estão relacionados a fatores diversos, dentre os quais, se destaca a metodologia de ensino adotada pelos professores que, muitas vezes, não atende às necessidades e interesses dos aprendizes”.

Na ótica inclusiva da EJA é necessário adotar metodologias de ensino de cunho transformador e não compensatório. Para tanto, a inserção das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem se torna fundamental e contribui com o desenvolvimento da criticidade e autonomia ao preparar os alunos assistidos por essa modalidade para lidar com a sociedade da informação e comunicação, por meio do domínio de habilidades inerentes às tecnologias digitais. (OLIVEIRA, 2019, p. 15-16).

Ao realizar um planejamento e definir a metodologia o professor tem que ter em mente quais os recursos necessários e que serão utilizados no desenvolvimento de sua aula. Eles são parte importante do processo didático. Assim, quando bem utilizados, estreita ainda mais o interstício entre o que está sendo ensinado e a aprendido. Esses recursos utilizados por P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> e P<sub>4</sub>, são importantes e válidos. Porém, podem buscar algo mais atualizado, explorando

novos espaços de aprendizagem, como na utilização da Apostila: No Compasso da Aritmética. É essencial assinalar, ainda, que a Proposta Curricular de Matemática para EJA do Segundo Segmento aborda esta temática.

[...] é fato que calculadoras, computadores e outros elementos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades da população. Isto implica mais um desafio para a escola: utilizar essas tecnologias e contribuir para que os alunos tenham um acesso mais amplo a elas, em suas diferentes funções e formas. O uso desses recursos traz contribuições significativas para se refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática... A utilização de vídeos educativos e softwares propicia uma apresentação dinâmica de conceitos, figuras, relações e gráficos – nos quais o ritmo e a cor são fatores estéticos importantes para captar o interesse do observador – e possibilita uma observação mais completa e detalhada, na medida em que permite parar a imagem, voltar, antecipar. Além disso, jornais e revistas também constituem importantes fontes de informação para os professores. (BRASIL, 2002, p. 28-29).

De acordo com esse documento, no que se refere ao ensino de Matemática e, conseqüentemente, da aritmética, o que se propõe hoje é aproveitar ao máximo os recursos tecnológicos disponíveis, tanto por sua receptividade social como para melhorar a linguagem expressiva e comunicativa dos alunos da EJA. Essa, porém, é uma questão que requer uma reflexão, pois nem todas as escolas no Brasil têm esses recursos disponíveis, inclusive um dos professores pesquisados relatou que: “trabalhar na EJA é ótimo, mas há várias dificuldades que encontra, entre essas, a falta de material didático adequado e uma sala de informática na escola” (P<sub>1</sub>, 2021). De fato, a educação pública requer mais investimentos na área tecnológica para as escolas, ainda mais em contexto de ensino remoto, como aponta uma das estratégias da meta 7 no Plano Nacional de Educação (PNE/2014-2024):

7.20. prover equipamentos e recursos tecnológicos digitais para a utilização pedagógica no ambiente escolar a todas as escolas públicas da educação básica, criando, inclusive, mecanismos para implementação das condições necessárias para a universalização das bibliotecas nas instituições educacionais, com acesso a redes digitais de computadores, inclusive a internet. (BRASIL, 2014).

No entanto, mesmo aproximando para fim da vigência desse documento essa realidade ainda não se concretizou em sua totalidade e a Escola Municipal Professora Nair Duarte, local da pesquisa, serve de exemplo. Diante disso, o professor precisa se adaptar a essa realidade, explorando os recursos disponíveis e acessíveis. Na aritmética, por exemplo, além dos que já utilizam, poderiam usar os espaços físicos da escola, uma conta de água, um recorde de jornal, cartazes ou até mesmo uma receita de bolo. Nesse caso, a criatividade somada com conhecimento e boa vontade são cruciais para uma aprendizagem mais significativa.

É importante salientar que o processo de ensino e aprendizagem da aritmética precisa ir além do fazer por fazer, com recursos, estratégias, metodologias e objetivos bem definidos, com uma proposta pedagógica que vá de encontro com as necessidades e realidades dos educandos. Nessa direção, a Proposta Curricular de Matemática para o Segundo Segmento da EJA traz um dado interessante:

Os professores consultados apontaram aulas expositivas e exercícios (individuais, em grupo e de fixação) como as estratégias didáticas utilizadas com maior frequência. Isto pode ser um indicador de que eles apresentam aos alunos atividades passíveis de ser resolvidas de forma mecânica e que os problemas, quando são apresentados, se destinam a aplicar os conceitos ensinados. (BRASIL, 2002, p. 14).

O fragmento acima é importante, pois deixa claro que “escolhas didáticas que estimulam o envolvimento dos alunos em processos de pensamento, assim como o raciocínio e a argumentação lógica contribuem para criar uma cultura positiva nas aulas de Matemática” (BRASIL, 2002, p. 17). Citado por P<sub>4</sub>, a metodologia baseada na resolução de problemas de fato é uma opção que agrega e muito no processo de ensino e aprendizagem da aritmética na EJA; além de outras como história da matemática; tecnologias da comunicação e da informação; e os jogos.

Dentro da ideia da resolução de problemas, podemos utilizar a Teoria do Ensino Desenvolvimental, que segundo Rose e Matos (2018), ajuda a caracterizar a organização do ensino a partir do método que prevê como ponto de partida o caráter geral do conceito no problema desencadeador.

[...] um movimento de abstração e generalização, que parte do geral para o singular (problema desencadeador em que os valores aritméticos são dados) mediado pelas manifestações particulares elaboradas a partir da transformação do modelo universal... O processo de abstração e generalização ocorre com o auxílio de um sistema de símbolos constituído por significações aritméticas, algébricas e geométricas inter-relacionadas no movimento de redução do concreto ao abstrato, bem como de ascensão do abstrato ao concreto. (ROSA; MATOS, 2018, p. 75).

Ou seja, um ensino que promova o pensamento teórico, formação de conceitos científicos (e não apenas aqueles conceitos cotidianos comuns na escola), pode ajudar a promover o desenvolvimento/amadurecimento da memória, atenção, pensamento entre outros, no que se refere à aprendizagem da aritmética, por exemplo. Nesse sentido, entendemos que o jovem e o adulto da EJA pode ter maior motivação e interesse em aprender, se trabalhado nessa perspectiva e com conteúdos próximos à sua realidade, que os façam pensar, raciocinar e a desenvolver as tarefas com mais autonomia.

Porém, uma das etapas relevantes que pode ajudar nesse processo e que compõe o processo ensino e aprendizagem, especialmente na EJA, é o método avaliativo. Para Barcelos (2014, p. 150), “sabedoria para avaliar é um requerimento indispensável, se quisermos transformar a avaliação em uma etapa a mais no processo de ensino-aprendizagem e não apenas em uma tarefa pontual a ser ‘vencida’ por educandos (as) e por educadores (as)”. No entanto, o que se viu na pesquisa foi “mais do mesmo”. A esse respeito, ao serem perguntados sobre como é realizado o processo avaliativo, os professores não foram específicos em suas respostas, mas ficou claro que o aluno pouco ou nada participa desse processo. Para P<sub>1</sub> (2021) “não é muito diferente das demais séries regulares, mas o cuidado de avaliar cada esforço e aprendizagem é diferenciado por cada aluno”. P<sub>2</sub> e P<sub>4</sub> foram mais objetivos: “continuamente, ou seja, é aproveitado tudo que o aluno produz” (P<sub>2</sub>, 2021); “através da participação nas atividades propostas e pela orientação determinada pela escola (P<sub>4</sub>, 2021). Já P<sub>3</sub> (2021), afirma que leva em consideração os critérios conceitual, procedimental e atitudinal.

Os dados revelados pelos depoimentos dos professores são importantes, pois revelam que esse distanciamento de docente e aluno no processo avaliativo não colabora para uma Educação de Jovens e Adultos mais participativa e democrática.

Práticas avaliativas escolares na Educação de Jovens e Adultos passa, justamente, por um repensar dos valores que orientam nossas ações quando o assunto é avaliação. Ao invés de uma prática avaliativa que incentive a classificação e a hierarquização, proponho um processo avaliativo que privilegie a solidariedade e a cooperação. Não apenas entre educandos e educandas, mas, também, e principalmente, entre aqueles (as) que avaliam – educadores (as) – e aqueles (as) que são avaliados (as) – educandos (as). (BARCELOS, 2014, p. 153-154).

Quando professor e aluno atuam juntos no processo de ensino e aprendizagem da aritmética, vivenciando e compartilhando experiências, se abrindo a novas metodologias, pode tornar a educação matemática mais dinâmica, prática e contextualizada. Assim, é de suma importância que se tenha um material didático atualizado, que se enquadre nas perspectivas da comunidade docente e discente, o que segundo os professores pesquisados, não existe na EJA, nem de Matemática como um todo, tampouco da aritmética especificamente.

A esse respeito, um deles ao afirmar que não existe um material didático específico, destacou: “eis aí um grande desafio para o professor de EJA” (P<sub>4</sub>, 2021). Um outro ainda acrescenta: “buscamos sempre adequar o melhor possível” (P<sub>3</sub>, 2021). Segundo P<sub>1</sub> (2021), o que tem disponível são livros didáticos que estão defasados em relação à atualidade. Ou seja,

não existe para EJA do Segundo Segmento um currículo próprio e adequado de Matemática, principalmente de aritmética.

Fica assim, evidente, que a inexistência de um currículo apropriado que oriente o desenvolvimento da aprendizagem da aritmética dificulta o trabalho docente e inibe o acompanhamento e participação do aluno nas aulas. Segundo Freitas (2018), as dimensões prioritárias na organização curricular são culturais, sociais, formativas ou educativas e políticas.

A perspectiva de construção de currículos de Matemática mais ricos, contextualizados culturalmente e socialmente, com grandes possibilidades de estabelecimento de relações intra e extra-matemática, com o rigor e a conceituação matemáticos apropriados, acessíveis aos estudantes, evidenciando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear [...] deve ser uma meta a ser perseguida pelos educadores matemáticos em suas pesquisas e em suas práticas. (FREITAS, 2018, p. 74, apud PIRES, 2004, p. 59).

No que concerne ao trabalho de docência em Matemática na EJA, os professores disseram estar satisfeitos, citando, por exemplo, questões de oportunidade, carga horária, tempo de planejamento e identificação com o público como alguns dos fatores para a escolha de se trabalhar nessa modalidade.

Para encaminhar as conclusões desta pesquisa, ao serem indagados sobre como é trabalhar na EJA, P<sub>4</sub> (2021) disse: “é prazeroso poder ajudar quem precisa, mas as dificuldades são muitas, dado as condições relacionadas a faixa etária e acesso à escola por causa do trabalho”. P<sub>3</sub> (2021) considera:

um trabalho difícil, porém, gratificante quando percebemos que fizemos a diferença na vida de nossos alunos. Dificuldades: (alunos) trabalho informal, famílias carentes, falta de apoio familiar, falta de material e ambiente apropriado. Desafios: manter os alunos na escola, elevar a autoestima.

As respostas mostram que, embora haja desafios a serem superados no ensino da EJA, como falta de materiais didáticos apropriados a esse público entre outros, é gratificante para o professor trabalhar nessa modalidade. Nesse sentido, é relevante ressaltar que “reinventar e inventar, talvez seja o que todo (a) educador (a) da Educação de Jovens e Adultos mais tenha que fazer. Reinventar práticas pedagógicas, didáticas, metodológicas, e, em especial, avaliativas junto aos educandos e educandas” (BARCELOS, 2014, p. 148).

Um dos pontos levantados na pesquisa junto aos professores diz respeito ao desempenho de seus alunos em relação à aritmética. Os docentes a classificaram como regular. Alguns optaram por não justificar, enquanto os outros relataram: “pouco acesso a



material auxiliar” (P<sub>4</sub>, 2021); “na maioria temos alunos idade série defasados, com dificuldade e alguns com vários anos fora de sala de aula” (P<sub>3</sub>, 2021). Como já abordado nessa pesquisa, o público da EJA possui particularidades que devem ser consideradas dentro do processo educacional, sendo uma delas a bagagem de conhecimentos e experiências que carregam consigo, e que, portanto, precisam ser explorados e valorizados.

No caso da aritmética, apresentá-la dentro de contextos concretos, contextualizados com situações reais, que possibilite experiências significativas, podem favorecer uma boa receptividade e compreensão do conteúdo. Além disso, é “importante também o oferecimento de atividades que possibilitem a esses alunos o alcance de níveis mais amplos de abstração e de generalização e que promovessem a ampliação de sua compreensão sobre a realidade social”. (FREITAS, 2018, p. 119).

Conforme salientado nesta pesquisa, os desafios na EJA são muitos. É preciso insistência, persistência e resiliência tanto de professores quanto de alunos, afinal, somente juntos podem construir uma educação matemática, em particular na aritmética, próspera e voltada para a realidade que almejam, com bases no respeito e valorização das diferenças, com preparo para vida social e profissional.

## 5. PRODUTO FINAL: NO COMPASSO DA ARITMÉTICA

Como produto final foi construído um material didático de Matemática com foco na Aritmética, destinado a professores e alunos da EJA do Segundo Segmento. Esse material (apostila) contém uma linguagem acessível e contextualizada, com atividades que abrangem conceitos básicos e fundamentais para a estruturação do conhecimento aritmético aplicados em situações-problema, que tem influência direta ou indiretamente na aprendizagem de outros conceitos matemáticos, seja no campo algébrico, geométrico, estatístico, financeiro ou probabilístico.

Esta apostila pode ser uma contribuição na vida dos estudantes, ao representar uma oportunidade de aprendizagem baseada na resolução de problemas com foco na estruturação e manipulação da aritmética que, por conseguinte, melhora a forma de atuação dos jovens e adultos frente a cálculos simples do dia a dia, como pagamentos de contas e despesas, orçamento familiar, investimentos, desempenho profissional ou na continuidade dos estudos. A partir da revisão teórica realizada nesta dissertação de mestrado, assim como nas análises dos dados produzidos no estudo, aprender aritmética impacta positivamente na forma como lidamos na sociedade, pois auxilia na compreensão de termos como localização, noções de espaço e tempo, grandezas e medidas, noções de estatística e interpretação da realidade.

Produzida a partir dos estudos e análises desenvolvidos na pesquisa, a apostila possui conteúdos práticos e com aplicações cotidianas, com uma linguagem contextualizada que aborda problemas, com alguns destaques relacionados à cidade de Araguatins-TO, onde ocorreu a pesquisa, como também, alguns aspectos culturais, sociais, econômicos, arquitetônicos, históricos e turísticos do Tocantins. Isso é importante, pois pode proporcionar aos jovens e adultos perceberem a importância da aritmética no seu dia a dia, de que ela faz parte do seu meio social e cultural e o quão importante intelectualmente e profissionalmente é a sua aprendizagem. Além disso, na apostila, são apresentadas situações-problema que envolvessem ou simulassem circunstâncias comuns da vida em sociedade, mas que requeressem certo domínio de cálculo aritmético. A esse respeito, Freitas (2018, p. 116) faz a seguinte observação:

As produções didáticas deveriam considerar que os alunos jovens e adultos vivem um cotidiano rico em conhecimentos matemáticos, e que, portanto, são capazes de reconhecer a potencialidade desses conhecimentos e perceber a importância em inscrevê-los em um conjunto mais sistematizado e amplo de saberes.

Dito com outras palavras, a aprendizagem da Matemática vai além de regras e propriedades, precisa ser vista como base para uma formação humana e social, dado a sua importância na compreensão de outras áreas do conhecimento como as Ciências Exatas e da Terra, Ciências Biológicas, Engenharia/Tecnologia, Ciências da Saúde, Ciências Agrárias, Ciências Sociais, Ciências Humanas, Linguística, Letras e Artes. Nesse raciocínio, de acordo com Huete e Bravo (2007), o pensamento matemático é um processo em que é possível aumentar o entendimento daquilo que nos rodeia, não tanto como corpo de informação e técnicas, mas como método para fazer a mente trabalhar e contribuir para resolver problemas oriundos da práxis humana.

Nessa perspectiva, o Produto Final foi elaborado para os estudantes da EJA com uma escrita, estrutura e ilustração próprias, com o fito de auxiliar na aprendizagem dos conteúdos de forma prática, menos rígida e mais dinâmica, respeitando e valorizando as experiências desses jovens e adultos que trazem uma rica bagagem de vida e saberes. Na apostila encontra-se o trabalho com os números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais, com suas definições, operações e propriedades. Como também, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, cálculo com frações e decimais, porcentagem, unidades de medida, razão e proporção, regra de três simples e composta, média aritmética e noções de probabilidade.

Em síntese, o objetivo dessa produção é fornecer um material didático específico ao Segundo Segmento da EJA, na escola pesquisada, que contribua para uma melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da aritmética, auxiliando estudantes e professores. Além de servir como suporte aos docentes no planejamento e desenvolvimento das aulas, é um complemento pedagógico interessante, no sentido de permitir aos educandos jovens e adultos acompanhar de forma sistematizada o andamento dos conteúdos, a partir de uma fonte de pesquisa necessária para o seu processo de formação dentro da escola e fora dela. Este material pode ser conferido na íntegra no Apêndice desta dissertação.

Vale frisar que a Apostila se encontra no Apêndice desta dissertação e pode ser consultada em sua forma integral. Além disso, é importante assinalar que após a apresentação deste estudo, com os devidos ajustes no material de pesquisa solicitados pela banca examinadora, será elaborada a Ficha Catalográfica da Apostila, bem como o seu ISBN e demais informações, fundamentais para posterior publicação e divulgação desse material para a comunidade.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa se desenvolveu na escola Municipal Professora Nair Duarte em Araguatins, no Tocantins. Contou com participação dos estudantes do Segundo Segmento da EJA, professores de Matemática e a coordenação pedagógica que atuam nesse segmento dessa modalidade de ensino; cujo problema baseava na investigação quanto à ocorrência, na visão de docentes e discentes, do processo de ensino e aprendizagem da aritmética.

No contexto pesquisado, ficou evidenciado algumas dificuldades enfrentadas por professores e estudantes no processo de ensino e aprendizagem. A começar pelo formato das aulas que estavam sendo oferecidas, que devido a Pandemia do coronavírus, eram realizadas remotamente. Utilizando-se apenas de aulas assíncronas, os professores disponibilizavam apostilas com atividades para um determinado período de dias, cujo atendimento era feito através de um aplicativo (*WhatsApp*).

No entanto, como foi constatado nos dados gerados, alguns alunos moram na zona rural da cidade, muitos constituem suas próprias famílias e alguns estão desempregados. Isso evidencia problemas sociais e econômicos que afetam esse público. Além disso, percebeu-se que a falta de equipamentos apropriados (recursos tecnológicos/digitais) e de acesso à internet para todos os alunos, professores e na própria escola, inviabilizou metodologias, dificultou a comunicação, interação e o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficazes e democráticas; além da ausência de uma capacitação adequada aos profissionais para atuarem nesse formato remoto, o que também compromete o desenvolvimento com qualidade do ensino e aprendizagem da aritmética. De acordo com alguns estudantes, a dificuldade na assimilação de conteúdos tornou-se mais acentuado, devido ao distanciamento da sala de aula e dos professores.

As respostas obtidas por meio dos questionários, especialmente dos professores de Matemática, revelaram o que eles desempenharam em sala de aula antes da pandemia, ou seja, de forma presencial. Vale destacar que as aulas na EJA do segundo segmento, assim como de todos os outros alunos da Escola Municipal Professora Nair Duarte, estavam sendo realizadas remotamente, através de aulas assíncronas, com disponibilização de materiais impressos com conteúdo, atividades e acompanhamento por parte do professor via grupos de *WhatsApp* para tirarem dúvidas. Já nas respostas dos estudantes, observou-se uma tendência mais voltada ao modelo de ensino atual, o remoto.

Segundo os docentes, não existe um material didático de Matemática e particularmente de aritmética para a EJA, sendo eles mesmos os responsáveis pela seleção dos conteúdos a

serem trabalhados, ou seja, planejam, elaboram e executam o currículo a ser desenvolvido. Afirmaram ainda não enfatizar a aritmética no planejamento. Isto é, mesmo sendo a aritmética a parte mais perceptível e utilizável pelo aluno no cotidiano, tendo em vista que o trato com os números é inerente da vida em sociedade, ela não recebe atenção especial. Também revelaram não haver projetos ou ações em andamento na escola com foco no ensino e aprendizagem da aritmética. De fato, essas informações mostram que esses profissionais não têm uma preocupação específica com este ramo da Matemática, mesmo tendo ela relativa importância para desenvolvimento de habilidades nos demais ramos dessa disciplina, assim como também em outras áreas do conhecimento.

Por outro lado, para os alunos a aritmética é o ramo da Matemática mais útil no seu dia a dia, apontada na pesquisa por 65% dos estudantes (gráfico 7). Junta-se a isso o fato de apresentarem significativas dificuldades na mesma, como visto na tabela 1. Essas limitações comprometem o desenvolvimento da capacidade de raciocinar, calcular e inferir, o que logicamente interfere no saber algébrico, geométrico, estatístico, probabilístico. Nesse caso, é preciso sim que se tenha uma proposta pedagógica e didática, além de um bom material didático com base no saber aritmético, possibilitando assim, que o estudante construa novos saberes na Matemática e em outras ciências.

Para isso, especialmente na aritmética, é preciso fazer uso de recursos e metodologias que atendam as especificidades desse público da EJA, que valorizem e respeitem sua trajetória de vida, cultura e conhecimento. Que vá de encontro com sua realidade e seus objetivos, tendo como base o envolvimento e o cotidiano desses estudantes. Porém, ficou constatado na pesquisa que os recursos e metodologias utilizadas pelos professores não contemplam essa expectativa. Ao contrário, os dados revelaram que há um trabalho docente nos moldes tradicionais, seguindo a linha do ensino regular, desconsiderando a pluralidade e particularidades que compõe a EJA.

A pesquisa evidenciou também que mesmo ao citarem recursos como jogos, livros, vídeos, calculadores, que sabiamente são interessantes dentro do processo de ensino e aprendizagem da aritmética, faltaram muitos outros, principalmente recursos tecnológicos, afinal, a inclusão digital é realidade e os alunos da EJA não podem ser excluídos desse processo, pois convivem e precisam saber lidar com a modernidade, seja na vida ou no trabalho, principalmente em tempos de ensino remoto. Há, porém, de ressaltar, as dificuldades da escola e dos professores quanto a esses recursos, devido à falta de investimento do poder público para a compra e manutenção desses materiais.

No que concerne à utilização de metodologias apropriadas, o papel e iniciativa do professor são fundamentais. Contudo, o que se percebeu nesta pesquisa foram metodologias baseadas na resolução de atividades com características meramente de reprodução, isto é, o professor passa e o aluno responde. Nesse caso, tais procedimentos não valorizam os saberes, experiências e especificidades desses estudantes da EJA, como também não propicia a inclusão e o exercício de uma prática pedagógica mais democrática, baseada no diálogo, interação e compartilhamento de conhecimentos, entre os próprios alunos e destes com o professor.

Outro ponto sobre a metodologia no processo de ensino e aprendizagem da aritmética trata-se da contextualização dos conteúdos, que de acordo com os professores pesquisados, costumam fazê-la frequentemente. Contudo, não esclareceram didaticamente ou através de exemplos o modo de como isso é feito (planejado, elaborado e executado).

Nesse sentido, é preciso pensar na forma de como é concretizada essa contextualização. Tendo em vista que a ideia é trazer situações reais, do dia a dia dos alunos para dentro da sala de aula, na disciplina, os alunos podem se sentir motivados a utilizar e aplicar determinado conceito aritmético na sua vida, ajudando-o a compreender o universo ao seu redor, interpretar e tomar decisões. Com isso, o professor pode abordar, por exemplo, temas como o mercado de trabalho, saúde pública, economia, gastronomia, finanças, utilizando-se de dados e informações em reportagens, revistas, jornais, propaganda, receitas, filmes, contas de água ou energia, simulações de situações reais, como empréstimos e financiamentos, dentre outros, buscando aproximar o conteúdo com o contexto social dos estudantes.

Para Barcelos (2014), o desafio colocado ao professor de EJA é, justamente, ter humildade, amorosidade, tolerância para escutar, persistência para buscar maneiras de levar os estudantes a superar suas dificuldades no processo de aprendizagem escolar. Outrossim, a junção entre professor, aluno e um material didático adequado expande as expectativas e aumenta a possibilidade de sucesso, fazendo com que o ensino e aprendizagem da aritmética atinja ao seu propósito, promovendo o conhecimento necessário aos estudantes e possibilitando a eles uma melhoria na forma de relacionar e atuar na vida e na sociedade.

Para o ensino e aprendizagem da aritmética, devido ao baixo repertório de recursos pedagógicos disponíveis na escola e considerando o perfil dos alunos da EJA, os professores poderiam explorar a metodologia baseada na resolução de problemas a partir do Ensino Desenvolvimental, mencionado no referencial teórico desta pesquisa. Pois, considerando a

pouca demanda de recursos de cunho técnico, tecnológico e financeiro disponíveis, essa possivelmente seria uma boa alternativa de trabalho didático.

Esse modelo de ensino proporciona uma aprendizagem mais significativa e dinâmica, levando os alunos a serem mais participativos e construtores da própria aprendizagem. Com isso, leva a uma melhora na relação desses estudantes com a Matemática, em particular com a aritmética e, conseqüentemente, tornando-os mais motivados, evitando assim, possíveis reprovações e abandono, visto que “os que abandonam a escola o fazem por diversos fatores de ordem social e econômica, mas também por se sentirem excluídos da dinâmica de ensino e aprendizagem” (BRASIL, 2002, p. 13).

A respeito da avaliação, componente indispensável nesse processo educacional, os professores pesquisados não mostraram nada além daquilo que já tradicionalmente se vê em muitas escolas brasileiras, independentemente da modalidade de ensino: o professor determina, elabora e aplica. Desse modo, cabe ao aluno se comportar passivamente nesse processo. Contudo, isso pode desestimular o estudante, uma vez que se sentirá excluído e ao mesmo tempo colocado em ‘prova’. No entanto, uma alternativa contrária a isso é o trabalho coletivo, professor e aluno, definindo juntos, democraticamente, os caminhos da avaliação, importante para despertar o interesse e a participação dos discentes, ao passo que eles se sentirão como protagonistas da sua própria formação.

Em síntese, o que foi identificado na pesquisa realizada foi um processo de ensino aprendizagem da aritmética que poderia considerar melhor a realidade e as características do público da EJA do Segundo Segmento, na escola pesquisada. A falta de um material didático adequado e específico contribui para esse cenário, fato que reforça a necessidade do mesmo. Os recursos e metodologias utilizadas não atendem plenamente aos anseios e projetos de vida dos estudantes. A ausência de metodologias que utilizam tecnologias digitais distancia esses jovens e adultos cada vez mais da realidade social. Além disso, a forma de se avaliar deve atender adequadamente às características inclusivas e participativas tão importantes na EJA.

Sendo assim, é preciso rever a prática docente, no sentido de buscar novos recursos e metodologias, construindo um novo ambiente de aprendizagem, reformulando o currículo, fazendo com que esse esteja mais próximo do estudante, ajudando-o na forma de estar e agir na sociedade e na vida.

Nesse sentido, entendemos que esta pesquisa é relevante para a área de conhecimento, uma vez que pode contribuir com professores de Matemática de todo Brasil que atuam na EJA, de modo específico no trabalho de ensino e aprendizagem da aritmética. Acredito que os pontos aqui levantados e analisados servirão de reflexão e suporte a todos profissionais e não

somente a esses professores, no sentido de se pensar o quão é importante e urgente é a busca e implementação de novos recursos didáticos e financeiros, implementar metodologias diferenciadas, atualizadas e integradoras, além de rever métodos e técnicas avaliativas, que possibilitem uma EJA mais próxima do que dela se espera, oportunidade, equidade e qualidade.

Assim, a existência de um material específico voltado ao ensino e aprendizagem da aritmética representa um passo importante nessa perspectiva, uma vez que foi elaborado um Produto Final no formato de apostila intitulada “No Compasso da Aritmética”, com o objetivo de servir como material de apoio e ao mesmo tempo orientador no desenvolvimento das atividades e planejamento do professor. Ao aluno, pode servir de suporte para acompanhamento e sanar dúvidas acerca do assunto abordado, além de auxiliar no seu preparo para vida em particular.

Portanto, este material tem como base a aplicação da aritmética em situações-problema, principalmente envolvendo o cotidiano, o que pode contribuir, por exemplo, no mercado de trabalho. Importante também destacar que a escola pode adotar essa apostila em sua biblioteca como material de referência para o trabalho dos professores que atuam na EJA nessa instituição, além de alunos que venham a ingressar no seu ambiente educacional.



## REFERÊNCIAS

ABRAMO, H. et al. **Estação Juventude: conceitos fundamentais - pontos de partida para uma reflexão sobre políticas públicas**. Brasília: Secretaria Nacional de Juventude: 2014.

ABRAMO, H. W. O uso das noções de adolescência e juventude no contexto brasileiro. In: FREITAS, M. V. (Org.). **Juventude e adolescência no Brasil: referências conceituais**. 2ª ed. São Paulo: Ação Educativa, 2005, p. 19-39.

ABRAMOVAY, M.; CASTRO, M. G.; WAISELFISZ, J. J. **Juventudes na escola, sentidos e buscas: Por que frequentam**. Brasília-DF: Flacso-Brasil, Oei, Mec, 2015.

AGUIAR, G. S.; ORTIGÃO, M. I. R. Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA 2003. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, p. 1-22, 2012. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000100002>

AGUIAR, M. A. Gestão da educação básica e o fortalecimento dos Conselhos Escolares. **Educar em Revista**, n. 31, p. 129-144, 2008. <https://doi.org/10.1590/S0104-40602008000100009>

ALONSO, M. **O Trabalho Coletivo na Escola**. In: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Formação de Gestores Escolares para a Utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação. PUC-SP, 2002. p. 23-28.

ARAÚJO, G. C. Leitura e escrita: possibilidades de letramento estético com jovens e adultos via história em quadrinhos. In: ARAÚJO, G. C. **O letramento estético na consolidação dos processos de leitura e escrita de educandos jovens e adultos da Educação do Campo**. 320f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Marília, São Paulo, 2018.

ARENA, D. B. Palavras grávidas e nascimentos de significados: a linguagem na escola. In: MENDONÇA, S. G. L.; MILLER, S. (Orgs.). **Vigotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas**. 2. ed. revisada. Araraquara, SP: Junqueira & Marin; Marília, SP: Cultura Acadêmica, 2010.

AULER, D.; MUENCHEN, C. Abordagem temática: desafios na educação de jovens e adultos. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 7, n. 3, 2007.

BARBOSA, L. **Juventudes e gerações no Brasil contemporâneo**. Porto Alegre: Sulina, 2012.

BARBOSA, R. L. L. **Dificuldades de leitura: a busca da chave do segredo**. 2. ed. São Paulo: Arte & Ciência, 2010.

BARCELOS, V. **Avaliação na Educação de Jovens e Adultos: uma proposta solidária e cooperativa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

BARCELOS, V.; DANTAS, T. R. **Políticas e práticas na Educação de Jovens e Adultos**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

BAUMAN, Z. **A sociedade individualizada: vidas contadas e histórias vividas**. Editora Schwarcz-Companhia das Letras, 2008.

BERNARDINO, A. J. **Exigências na formação dos professores de EJA**. VII Seminário de Educação da Região Sul. ANPED SUL 2008, UNIVALI, Itajaí-SC.

Disponível em: <

<http://forumeja.org.br/sc/files/Exig%C3%A2ncias%20na%20forma%C3%A7%C3%A3o%20dos%20Professores%20da%20EJA.pdf>>. Acesso em: 19 set. 2021.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto editora, 1994.

BOURDIEU, P. **Questões de Sociologia**. Lisboa: Fim de Século, 1983.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo da Educação Básica 2019: notas estatísticas**. Brasília: MEC, 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo da educação básica 2020: resumo técnico [recurso eletrônico]**. Brasília: Inep, 2021.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento do ensino fundamental** / Vol. 3. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 1 – Conselhos Escolares: democratização da escola e construção da cidadania**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 2 – Conselho Escolar e a Aprendizagem na Escola**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 3 – Conselho Escolar e o Respeito e a Valorização do Saber e da Cultura do Estudante e da Comunidade**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 4 – Conselho Escolar e o Aproveitamento Significativo do Tempo Pedagógico**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 5 – Conselho Escolar, Gestão Democrática da Educação e Escolha do Diretor**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 6 – Conselho Escolar como Espaço de Formação Humana: círculo de cultura e qualidade da educação**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 7 – Conselho Escolar e o financiamento da Educação no Brasil** -. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 8 – Conselho Escolar e a valorização dos trabalhadores em educação**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 9 – Conselho Escolar e a Educação do Campo**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 10 – Conselho Escolar e a Relação entre a Escola e o Desenvolvimento com Igualdade Social**. Elaboração Lauro Carlos Whitman; Ignez Pinto Navarro; Luiz Fernandes Dourado; Márcia Ângela da Silva Aguiar; Regina Vinhaes Gracindo. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 11 - Conselho Escolar e Direitos Humanos**. Célia Maria Costa; Celma Tavares; Itamar Nunes. Brasília: MEC, SEB, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Programa Nacional de Fortalecimento dos Concelhos Escolares. **Caderno 12 - Conselho Escolar e suas organizações em fórum**. Cefisa Maria Sabino Aguiar; Walter Pinheiro Barbosa Junior; Valério Bezerra de Souza; José Roberto Ribeiro Junior. Brasília: MEC, SEB, 2004. Dis

BRASIL. **Plano Nacional de Educação: Lei nº 13.005**, de 25 de junho de 2014. Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Números e operações**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CHIOFI, L. C.; OLIVEIRA, M. R. F. **O uso das tecnologias educacionais como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem**. Londrina: UEL, 2014.

CIRIBELLI, M. C. **Como elaborar uma dissertação de mestrado através da pesquisa científica**. São Paulo: 7 Letras, 2003.

CORSINO, L. N. et al. A ocupação como processo de descolonização da escola: notas sobre uma pesquisa etnográfica. **ETD - Educação Temática Digital**, Campinas, v. 19, n. 1, p. 26-48, 2017. <https://doi.org/10.20396/etd.v19i1.8647751>

CURY, C. R. J. A gestão democrática na escola e o direito à educação. **Revista Brasileira de Política e Administração da Educação**, Brasília, v. 23, n. 3, 2007.

D'ANGELIS, W. R. Contra a ditadura da escola. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 19, n. 49, p. 18-25, 1999. <https://doi.org/10.1590/S0101-32621999000200003>

DAYRELL, J. Por uma pedagogia da juventude. **Revista Onda Jovem: Projeto de vida**, p. 34-37, 2005.

DAYRELL, J. A escola "faz" as juventudes? Reflexões em torno da socialização juvenil. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 28, n. 100, p. 1105-1128, 2007. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302007000300022>

DAYRELL, J.; CARRANO, P. Juventude e ensino médio: quem é este aluno que chega à escola. In: DAYRELL, J.; CARRANO, P.; MAIA, C. L. (Orgs.). **Juventude e ensino médio: sujeitos e currículos em diálogo**. Belo Horizonte: UFMG, 2014, p. 101-133.

DE MACEDO, E. E. et al. Infâncias e descolonização: desafios para uma educação emancipatória. **Crítica Educativa**, Sorocaba, v. 2, n. 2, p. 38-50, 2016. <https://doi.org/10.22476/revcted.v2i2.95>

DE SOUSA SANTOS, B. **A cruel pedagogia do vírus**. Coimbra: Edições Almedina, 2020. <https://doi.org/10.2307/j.ctv1gm01nn>

DE SOUSA SANTOS, B. The resilience of abyssal exclusions in our societies: Toward a post-abysal law. **Tilburg Law Review**, v. 22, n. 1-2, p. 237-258, 2017. <https://doi.org/10.1163/22112596-02201011>

ERICKSON, F. **Qualitative methods in research on teaching**. Michigan: The Institute for Research on Teaching, 1985.

FANTINATO, M. C. C. B. **Contribuições da etnomatemática na educação de jovens e adultos:** algumas reflexões iniciais. São Paulo: Zouk, 2004, p. 86-95.

FÁVERO, O. et al. **Juventude e Contemporaneidade.** Brasília: UNESCO, MEC, ANPEd, 2007.

FERREIRA, N. S. C. Repensando e ressignificando a gestão democrática da educação na “cultura globalizada”. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 25, n. 89, p. 1227-1249, 2004. <https://doi.org/10.1590/S0101-73302004000400008>

FONSECA, R. C. V. **Metodologia do trabalho científico.** Curitiba, PR: IESDE Brasil, 2012.

FOUCAULT, M. **Do governo dos vivos:** Curso no Collège de France, 1979-1980: aulas de 09 e 30 de janeiro de 1980. Tradução, transcrição e notas Nildo Avelino. São Paulo: Centro de Cultura Social, 2009.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler:** em três artigos que se completam. São Paulo: Autores Associados: Cortez, 1989.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade.** Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1967.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**, 17ª. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREITAS, A. V. **Questões curriculares e educação matemática na EJA: desafios e propostas.** Jundiaí, SP: Paco, 2018.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa.** Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, A. F. Batalhas de MC's de Hip Hop na cidade de São Paulo: uma compreensão antropológica. **Revista Extraprensa**, São Paulo, v. 12, p. 838-860, 2019. <https://doi.org/10.11606/extraprensa2019.153950>

HENNING, E. C. Ensino e Conselhos Escolares: responsabilidade mútua em prol de uma aprendizagem de qualidade. In: **Anais Congresso Nacional de Extensão Universitária**, 2. Encontro de Atividades Científicas da UNOPAR, 11. ANAIS... LONDRINA: UNOPAR, 2008.

HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. **O ensino da matemática:** fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2007.

IBGE. AGÊNCIA IBGE NOTÍCIAS. **PNAD Educação 2019:** Mais da metade das pessoas de 25 anos ou mais não completaram o ensino médio. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de->

[noticias/releases/28285-pnad-educacao-2019-mais-da-metade-das-pessoas-de-25-anos-ou-mais-nao-completaram-o-ensino-medio#:~:text=Entre%20os%20principais%20motivos%20para,escola%20ou%20creche%20em%202019](https://noticias/releases/28285-pnad-educacao-2019-mais-da-metade-das-pessoas-de-25-anos-ou-mais-nao-completaram-o-ensino-medio#:~:text=Entre%20os%20principais%20motivos%20para,escola%20ou%20creche%20em%202019)>. Acesso em: 20 mar. 2021.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica**. Disponível em: <<http://ideb.inep.gov.br/resultado/home.seam?cid=8390633>>. Acesso em: 05 abr. 2021.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Indicador apresenta distorção idade-série para ensino fundamental e médio**. 28 de fevereiro de 2020. Disponível em: <[http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/indicador-apresenta-distorcao-idade-serie-para-ensino-fundamental-e-medio/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/indicador-apresenta-distorcao-idade-serie-para-ensino-fundamental-e-medio/21206)>. Acesso em: 20 mar. 2021.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matrículas na educação de jovens e adultos caem, 3,3 milhões de estudantes na EJA em 2019**. Disponível em: <[http://inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/matriculas-na-educacao-de-jovens-e-adultos-cai-3-3-milhoes-de-estudantes-na-eja-em-2019/21206](http://inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/matriculas-na-educacao-de-jovens-e-adultos-cai-3-3-milhoes-de-estudantes-na-eja-em-2019/21206)>. Acesso em: 17 abr. 2021.

JUNIOR, L. C. L.; ONUCHIC, L. R. Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas como prática sociointeracionista. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 53 p. 955-978, 2015. Rio Claro (SP). <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09>

JÚNIOR, W. H. M.; ZACARIOTTI, M. Da sala de aula ao *Youtube*: as juventudes e seus modos de aprender em (na) rede. **Humanidades & Inovação**, Palmas, v. 7, n. 6, p. 264-275, 2020.

KLEIMAN, A. B. Letramento na contemporaneidade. **Bakhtiniana: Revista de Estudos do Discurso**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 72-91, 2014. <https://doi.org/10.1590/S2176-45732014000200006>

KÖCHE, J. C. **Fundamentos de metodologia científica: teoria da ciência e iniciação à pesquisa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

LEÓN, O. D. Adolescência e juventude: das noções às abordagens. In: FREITAS, M. V. (Org.). **Juventude e adolescência no Brasil: referências conceituais**. 2ª ed. São Paulo: Ação Educativa, 2005, p. 9-18.

LIBÂNEO, J. C. Pedagogia e pedagogos: inquietações e buscas. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 17, p. 153-176, 2001. <https://doi.org/10.1590/0104-4060.226>

LIMA, L. C. Por que é tão difícil democratizar a gestão da escola pública? **Educar em Revista**, Curitiba, v. 34, n. 68, p. 15-28, 2018. <https://doi.org/10.1590/0104-4060.57479>

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.



LOURO, G. L. **O corpo educado: pedagogias da sexualidade**. São Paulo: Autêntica, 2018.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. [Reimpr.]. Rio Janeiro: E.P.U., 2020.

LURIA, A. R. O desenvolvimento da escrita na criança. In: VIGOTSKI, L. S. (Org.). **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. Tradução de Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: ícone, 2010, p. 143-189.

MACHADO, M. M. A educação de jovens e adultos após 20 vinte anos da Lei nº 9.394, de 1996. **Retratos da Escola**, Brasília, v. 10, n. 19, p. 429-451, 2017.  
<https://doi.org/10.22420/rde.v10i19.687>

MARQUES, M. B. **Metodologia do Ensino da Matemática**. Universidade Castelo Branco. Rio de Janeiro: UCB, 2008.

MARQUES, L. A. S.; MENDES, M. N. Os Filhos da Zona: Expectativas, cotidianos e pensares de profissionais do sexo sobre a educação escolar de seus filhos. In: **Anais 32ª Reunião Anual da Anped**, 2009.

MELLO, S. A. A apropriação da escrita como um instrumento cultural complexo. In: MEDONÇA, S. G. L.; Miller, S. (Orgs.). **Vigotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas**. 2. ed. revisada. Araraquara, SP: Junqueira & Marin; Marília, SP: Cultura Acadêmica, 2010, p. 181-192.

MIGUEL, J. C. Formação do Conceito de Proporcionalidade na Perspectiva do Ensino Desenvolvimental. **Revista Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 16, n. 41, p. 502-524, 2020. <https://doi.org/10.22481/praxisedu.v16i41.6491>

NAVARRO, I. P. et al. **Conselhos Escolares: democratização da escola e construção da cidadania**. Brasília: MEC/SEB, 2004.

OLIVEIRA, G. S. **Metodologia do Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos**. Uberlândia, MG: FUCAMP, 2019.

OLIVEIRA, G. S. **Metodologia do Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e práticos**. Uberlândia, MG: FUCAMP, 2020.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, 2011, pp. 73-98.

ORTIGÃO, M. I. R.; SANTOS, M. J. C.; DE LIMA LIMA, R. Letramento em Matemática no PISA: o que sabem e podem fazer os estudantes? **Zetetiké**, v. 26, n. 2, p. 375-389, 2018.  
<https://doi.org/10.20396/zet.v26i2.8650093>

PARDIM, C. M. C.; CALADO, M. C. O Ensino da Matemática na EJA: Um Estudo sobre as Dificuldades e Desafios do Professor. **Revista Ifes Ciência**, Vitória, v. 2, n. 1, 2016.  
<https://doi.org/10.36524/ric.v2i1.253>

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, v. 32, p. 119-135, 2018. <https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0010>

PERES, T. C.; FREITAS, R. A. M. M. Ensino desenvolvimental: uma alternativa para a educação matemática. **Poiésis**, Tubarão, v. especial, p. 10-28, jan./jun. 2014. <https://doi.org/10.19177/prppge.v8e0201410-28>

PIMENTEL, D. E. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da Aritmética para a Álgebra**. São Carlos, UFScar, 2010.

POMPEU, B.; SATO, S. K. Juventude, Tecnologia e Inovação: uma construção mítica na contemporaneidade. **Revista Mídia e Cotidiano**, v. 11, n. 3, p. 41-56, 2017. <https://doi.org/10.22409/ppgmc.v11i3.9844>

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2ª ed. Editora Feevale, 2013.

REGUILLO, R. Las culturas juveniles: un campo de estudio: breve agenda para la discusión. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 23, p. 103-118, 2003. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782003000200008>

RIBAS, M. S.; SOARES, S. T. Formação de Professores para atuar na Educação de Jovens e Adultos: uma reflexão para o desenvolvimento e aperfeiçoamento da prática docente. In: **Anais do IX Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul – ANPED SUL**. Caxias do Sul-RS: Universidade de Caxias do Sul, p. 01-16, 2012.

ROBERTO, B. Hacia una sociología de la juventud. JOVENes. **Revista de Estudios sobre Juventud**, cuarta época, v. 1, n. 1, p. 24-33, 1996.

ROSA, J. E.; MATOS, C. F. Atividade orientadora de ensino e proposição davydoviana na organização do ensino de matemática. **Obutchénie - Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, Uberlândia, p. 69-91, 2018. <https://doi.org/10.14393/OBv2n1a2018-4>

SALES, S. R. Tecnologias digitais e juventude ciborgue: alguns desafios para o currículo do ensino médio. In: DAYRELL, J.; CARRANO, P.; MAIA, C. L. (Orgs.). **Juventude e ensino médio: sujeitos e currículos em diálogo**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2014, p. 229-248.

SANTORUM, P. R. et al. Estratégias predominantes na pesquisa qualitativa em educação. **Ensaio Pedagógico**, Sorocaba, v. 2, n. 1, p. 1-133, 2018.

SARZURI-LIMA, M. Descolonizar la educación elementos para superar el conservadurismo y funcionalismo cultural. **Revista Integra Educativa**, Bolívia, v. 4, n. 3, p. 117-134, 2011.

SFORNI, M. S. F. Interação entre didática e teoria histórico-cultural. **Educação e Realidade**, v. 40, n. 2, p. 375-397, abr./jun. 2015. <https://doi.org/10.1590/2175-623645965>

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. **A pesquisa científica: Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, p. 33-44.



SOLANO-ALPÍZAR, J. Descolonizar la educación o el desafío de recorrer un camino diferente. **Revista Electrónica Educare**, Costa Rica, v. 19, n. 1, p. 117-129, 2015. <https://doi.org/10.15359/ree.19-1.7>

SOUSA, C. Â. M. et al. **Juventudes e tecnologias: sociabilidades e aprendizagens**. Brasília: Liber Livro, 2015.

SOUSA, J. R. **Ensinando integradamente aritmética, geometria e álgebra**: propostas de atividades para a matemática do ensino fundamental. Taperoá, PB, UFPB, 2014.

SOUZA, C. R. S.; AZAMBUJA, G.; PAVÃO, S. M. O. Rejuvenescimento da Educação de Jovens e Adultos-EJA: prática de inclusão ou exclusão?. **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 59/2, 2012. <https://doi.org/10.35362/rie5921394>

STEFANELLO, P. G. R. A representação da verdade pelo discurso científico: vistas a uma ruptura de paradigmas do letramento acadêmico. **Fórum Linguístico**, Florianópolis, v. 14, n. 4, p. 2720-2729, 2017. <https://doi.org/10.5007/1984-8412.2017v14n4p2720>

THEES, A.; FANTINATO, M. C. Professores que lecionam matemática na EJA: concepções e práticas letivas. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 20, n. 2, p. 267-290, 2012.

TÜRCKE, C. **Sociedade excitada**: filosofia da sensação. Campinas: Ed. Unicamp, 2010.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. In: **Anais X Semana da Matemática e II Semana da Estatística**, 10, 2010, Ouro Preto: Editora da UFOP, 2010, p. 59-65.

VIEIRA, S. L. Políticas e gestão da educação básica: revisitando conceitos simples. **Revista Brasileira de Política e Administração da Educação**, Brasília, v. 23, n. 1, 2007.

## APÊNDICE

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO (PROPESQ)  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO (PPPGE)  
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO

Av. NS 15, 109 Norte, Bloco III, Sala 29 - 77001-090 | Palmas/TO  
(63) 3229-4201 | [www.uft.edu.br/pppge](http://www.uft.edu.br/pppge) | [eduprof@mail.uft.edu.br](mailto:eduprof@mail.uft.edu.br)



**Pesquisa: O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ARITMÉTICA NA  
EJA EM UMA ESCOLA PÚBLICA TOCANTINENSE**

**Levantamento de dados referentes à EJA na Escola Municipal Nair Duarte / Araguatins  
- TO**

### Questionário do ALUNO da EJA

1) Sexo:

Masculino       Feminino

2) Idade (em anos):

16 ou menos       17 a 19       20 a 29       30 a 39       40 ou mais

3) Você trabalha?  sim     não

4) Local de residência:

zona urbana       zona rural

5) Quanto a sua residência:

mora sozinho

mora com os pais

mora com amigos.

mora com parentes.

mora com sua própria família.

6) Com que frequência você costuma faltar às aulas?

sempre     muitas vezes     as vezes     raramente     nunca

7) Como você avalia a sua participação nas aulas?

---



---

---

---

8) Em uma escala de 1 a 5, sendo 5 a mais alta, quão satisfeito você está com o formato geral (conteúdo, metodologia, recursos/materiais didáticos) da aula de matemática? Comente.

---

---

9) Com que frequência os alunos da EJA são ouvidos e/ou convidados a participar de reuniões e eventos escolares, para reclamações, decisões, sugestões e elaborações de projetos e ações da escola?

sempre    muitas vezes    as vezes    raramente    nunca

10) Qual o seu objetivo, ao retornar à escola?

---

---

11) como você avalia seus conhecimentos em matemática básica?

ruim    razoável    bom    ótimo

12) Em relação ao conhecimento, qual dos três ramos principais da matemática você acredita ser mais útil no seu dia a dia?

Algumas definições:

**Álgebra:** Ciência do cálculo das grandezas abstratas, representadas por letras. É o ramo da matemática que estuda a manipulação formal de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas.

**Aritmética:** É o ramo da matemática que lida com números e com as operações possíveis entre eles. É a parte da matemática em que se investigam as propriedades elementares dos números inteiros e racionais.

**Geometria:** É o ramo da matemática que estuda as formas, planas e espaciais, com as suas propriedades. É a parte da matemática cujo objeto é o estudo do espaço e das figuras que podem ocupá-lo.

Álgebra    Aritmética    Geometria

13) Há algum material didático específico para a EJA na escola? Se sim, você utiliza esse material? Por que?

---



---



---

14) Se sim, você acha esse material de fácil entendimento? Os conteúdos são próximos a sua realidade?

---



---



---

15) Em relação a alguns conhecimentos da matemática listados a seguir e sem utilizar qualquer instrumento de calcular, por exemplo, a calculadora, assinale o seu grau de **dificuldade** correspondente em cada item:

Conteúdo	Nenhuma	Pouca	Regular	Muita
I. Soma, subtração, multiplicação e divisão com números naturais;				
II. Adição, subtração, multiplicação e divisão com números negativos;				
III. Soma e subtração com números decimais				
IV. Operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão);				
V. Cálculo de porcentagens;				
VI. Transformações de unidades de medida, por exemplo, 2 m em cm ou 8 cm em mm, ou ainda, 15 cm em km.				

Obs.: m : metro; cm: centímetro; mm: milímetro e km: quilômetro.

---

Assinatura do(a) participante da pesquisa

---

Assinatura do(a) aluno(a) pesquisador

Araguatins, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021.

Obrigado pela atenção!

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO (PROPESQ)  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO (PPPGE)  
 MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO

Av. NS 15, 109 Norte, Bloco III, Sala 29 - 77001-090 | Palmas/TO  
 (63) 3229-4201 | [www.uft.edu.br/pppge](http://www.uft.edu.br/pppge) | [eduprof@mail.uft.edu.br](mailto:eduprof@mail.uft.edu.br)



**Pesquisa: O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ARITMÉTICA NA  
 EJA EM UMA ESCOLA PÚBLICA TOCANTINENSE**  
**Levantamento de dados referentes à EJA na Escola Municipal Nair Duarte/Araguatins -  
 TO**

**Questionário do professor de Matemática da EJA**

1) Sexo:

Masculino       Feminino

2) Faixa etária:

Entre 18 e 25 anos     Entre 26 e 35 anos     Entre 36 e 45 anos     entre 46 e 55 anos  
 acima de 55 anos

3) Endereço: \_\_\_\_\_

4) Escolaridade

Ensino médio       Graduação       Pós-graduação

5) Curso de formação inicial (pode citar mais de um se tiver):

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

6) Caso tenha, especifique o curso de Pós-graduação (pode citar todos que tiver).

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

7) Vínculo empregatício:

Contratado       Efetivo

8) Quantas disciplinas distintas você leciona?

apenas matemática

- duas
- três
- quatro
- cinco ou mais

9) Tempo de serviço na educação em anos:

- de 1 a 5
- de 6 a 12
- de 13 a 19
- de 20 a 25
- 26 ou mais

10) A quanto tempo leciona aula de Matemática na EJA?

- de 1 a 5
- de 6 a 12
- de 13 a 19
- de 20 a 25
- 26 ou mais

11) Qual o total da sua jornada de trabalho semanal?

- 20 horas
- 30 horas
- 40 horas
- 60 horas

12) você trabalha em quantas escolas?

- 1
- 2
- 3
- mais de 3

13) Qual sua carga horaria semanal, somente na EJA?

- 20 horas
- 30 horas
- 40 horas
- 60 horas

14) Qual o período de realização dos planejamentos?

- semanal
- mensal
- bimestral
- semestral

15) Como são selecionados os conteúdos de matemática na EJA?

---



---



---

16) Como você classificaria o desempenho de seus alunos em relação a aritmética?

- ruim  
 regular  
 bom  
 ótimo  
 excelente

Justifique.

---



---



---

17) Como você classificaria a sua relação/convívio com os alunos?

- ruim  
 regular  
 bom  
 ótimo  
 excelente

Justifique.

---



---



---

18) Como você considera a questão disciplinar dos alunos na sala de aula?

- ruim     regular     boa     excelente

Justifique.

---



---



---



---

19) Os alunos participam (interação) da aula?

- sim     não

19.1)            Se            sim,            poderia            indicar            um            exemplo?

---



---



---

19.2) Se não, por que?

---



---



---

20) Qual dos três ramos principais da matemática você procura dar mais ênfase na seleção de conteúdos no planejamento e na execução das aulas?

( ) Álgebra    ( ) Aritmética    ( ) Geometria    ( ) não prioriza nenhuma das três.

Justifique.

---



---



---



---

21) Você possui ou é responsável por alguma ação no PPP da escola voltada para o processo de ensino e aprendizagem da aritmética?

( ) sim    ( ) não

Qual?

---



---

22) Com que frequência você costuma contextualizar com situações do cotidiano o ensino e aprendizagem da aritmética na EJA?

( ) sempre    ( ) muitas vezes    ( ) as vezes    ( ) raramente    ( ) nunca

23) Cite alguns recursos didáticos utilizados no ensino da aritmética.

---



---



---

24) Poderia citar um exemplo de metodologia que você utiliza no ensino da aritmética?

---



---



---



---

25) Como é realizado o processo avaliativo?

---



---



---

---

26) Por que você escolheu trabalhar na EJA?

---

---

---

27) Como é trabalhar na EJA? Por exemplo, quais as dificuldades, desafios, entre outros?

---

---

---

28) Há algum material didático específico para a EJA na escola? Se sim, ele contempla as especificidades e realidades do jovem e do adulto?

---

Assinatura do(a) participante da pesquisa

---

Assinatura do(a) aluno(a) pesquisador

Araguatins, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021.

Obrigado pela atenção!

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO (PROPESQ)  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO (PPPGE)  
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO

Av. NS 15, 109 Norte, Bloco III, Sala 29 - 77001-090 | Palmas/TO  
(63) 3229-4201 | [www.uft.edu.br/pppge](http://www.uft.edu.br/pppge) | [eduprof@mail.uft.edu.br](mailto:eduprof@mail.uft.edu.br)



**Pesquisa: O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ARITMÉTICA NA  
EJA EM UMA ESCOLA PÚBLICA TOCANTINENSE**  
**Levantamento de dados referentes à EJA na Escola Municipal Nair Duarte/Araguatins -  
TO**

**Questionário da coordenação e orientação pedagógica e Direção da Unidade Escolar**

1) Sexo:

Masculino       Feminino

2) Função:

Coordenador (a) Pedagógico (a)

Orientador (a) Pedagógico (a)

Diretor (a)

3) Idade (em anos):

Entre 18 e 25 anos

Entre 26 e 35 anos

Entre 36 e 45 anos

entre 46 e 55 anos

acima de 55 anos

4) Endereço:

---

---

5) Escolaridade

Ensino médio

Graduação

Pós-graduação

6) Curso de formação inicial (pode citar mais de um se tiver):

---

---

7) Caso tenha, especifique o curso de Pós-graduação (pode citar todos que tiver).

---

---

8) Tempo de serviço na educação em anos:

- de 1 a 5  
 de 6 a 12  
 de 13 a 19  
 de 20 a 25  
 26 ou mais

9) Como é realizado o acompanhamento e o suporte ao professor de matemática na EJA, quanto ao planejamento e execução das aulas?

- Diariamente  
 semanalmente  
 mensalmente  
 bimestralmente

Justifique.

---

---

---

10) O professor de matemática da EJA, utiliza outros recursos, além de quadro e giz, no desenvolvimento das aulas?

- nunca  
 raramente  
 constantemente.

Justifique.

---

---

---

11) Como você avalia a relação do professor de matemática da EJA com a turma que ele leciona?

- ruim  
 regular

- boa  
 ótima

Justifique.

---

---

---

12) Assinale os três principais problemas relatados pelos alunos da EJA quanto a permanência e êxito escolar?

- familiar.  
 socioeconômico.  
 Incompatibilidade com o trabalho.  
 dificuldade de aprendizagem.  
 a forma como as aulas são ministradas.  
 conteúdos que não correspondem as suas expectativas.  
 outros. Quais?

---

---

13) Os professores de matemática da EJA se mostram interessados e compreensivos quanto a realidade (social, econômica e familiar) dos alunos e procuram adequar o planejamento, a metodologia e as avaliações a esse contexto?

- sempre  
 muitas vezes  
 as vezes  
 raramente  
 nunca

Justifique.

---

---

---

14) Com que frequência os alunos da EJA procuram a coordenação, orientação, supervisão ou direção em busca de apoio e orientação nos estudos ou na vida?

- sempre  
 muitas vezes

as vezes

raramente

nunca

Justifique.

---

---

---

15) Como você considera a questão disciplinar dos alunos da EJA na escola?

ruim

regular

boa

excelente

Justifique.

---

---

---

16) A escola possui Grêmio Estudantil

sim

não

Se sim, quantos alunos da EJA fazem parte?

nenhum     1     2     3     4 ou mais

17) A escola possui ações no PPP voltadas especificamente ao ensino e aprendizagem da matemática na EJA?

não

sim. Qual?

---

---

---

18) A escola tem por característica ouvir o aluno da EJA, saber dos seus anseios, sugestões e críticas, convidando-o a participar dos conselhos escolares, reuniões pedagógicas e elaboração e execução de projetos escolares?

sempre     muitas vezes     as vezes     raramente     nunca

Justifique.

---

---

---

19) Dentro de uma perspectiva de melhoria de rendimento e produtividade dos alunos, quais são os grandes desafios para EJA?

- Acabar com a evasão escolar
  - reduzir a reprovação
  - Superar as dificuldades de aprendizagem
  - reduzir a inassiduidade
  - Reformulação do currículo
  - Implementação de práticas de ensino adequadas e inovadoras.
  - Outro. Qual?
- 
- 

20) Há algum material didático específico para a EJA na escola? Se sim, ele contempla as especificidades e realidades do jovem e do adulto?

---

---

---

---

Assinatura do(a) participante da pesquisa

---

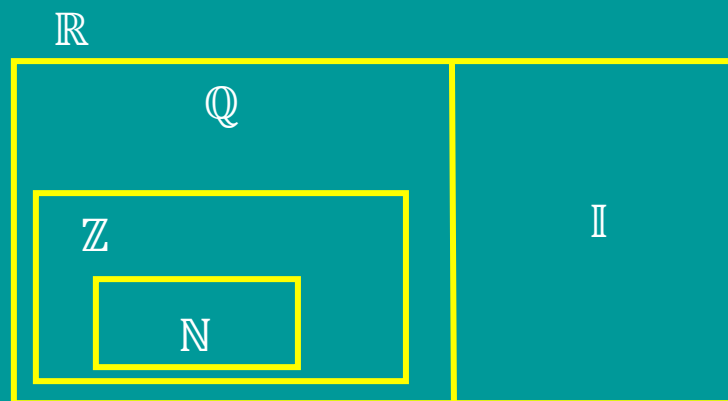
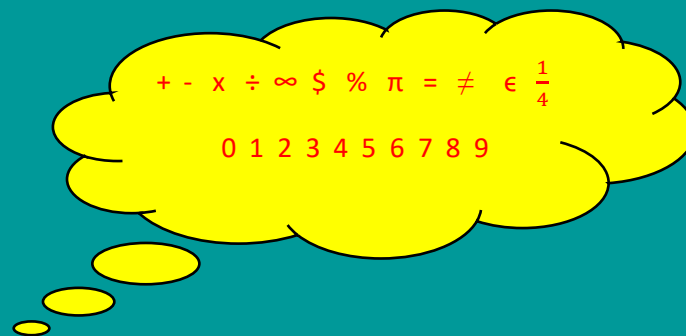
Assinatura do(a) aluno(a) pesquisador

Araguatins, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021.

Obrigado pela atenção!

**Autor: Pedro Pereira Cortes Filho**

# No Compasso da Aritmética



**UFT: Universidade Federal do Tocantins**

Pedro Pereira Cortes Filho

# NO COMPASSO DA ARITMÉTICA

PALMAS – TO  
2021



# SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	4
1. NOÇÕES DE CONJUNTOS.....	6
1.1 Igualdade de conjuntos.....	7
1.2 Subconjuntos – relação de inclusão.....	7
1.3 Operações com conjuntos.....	7
2. CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS.....	10
2.1 Múltiplos e divisores.....	11
2.2 Números primos.....	12
2.3 Mínimo múltiplo comum (MMC).....	12
2.4 Máximo divisor comum (MDC).....	13
3. CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS.....	16
3.1 Comparação entre números inteiros.....	17
3.2 Operações com números inteiros.....	18
4. CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS.....	23
4.1 Frações.....	23
4.1.1 Operações com frações.....	25
5. CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS.....	30
6. CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS.....	31
6.1 Cálculo com decimais.....	32
6.1.1 Adição e subtração com números decimais.....	33
6.1.2 Multiplicação e divisão com números decimais.....	33
7. UNIDADES DE MEDIDA.....	39
7.1 Medidas de comprimento.....	40
7.2 Medidas de superfície.....	41
7.3 Medidas de massa.....	41
7.4 Medidas de volume.....	42
8. RAZÃO, PROPORÇÃO E GRANDEZAS PROPORCIONAIS.....	45
8.1 Razão.....	45
8.2 Proporção.....	46
8.3 Grandezas proporcionais.....	47
9. REGRA DE TRÊS SIMPLES E REGRA DE TRÊS COMPOSTA.....	49
10. PORCENTAGEM.....	53
11. MÉDIA ARITMÉTICA.....	57
12. NOÇÕES DE PROBABILIDADE.....	61
ANEXOS.....	65
REFERÊNCIAS.....	66
RESPOSTAS DAS ATIVIDADES.....	68

## APRESENTAÇÃO

Esta apostila foi construída durante a realização do Mestrado Profissional em Educação na Universidade Federal do Tocantins, como parte do requisito para obtenção do título de Mestre em Educação. Foi pensada e desenvolvida a partir dos estudos, análises e conclusões da pesquisa intitulada “O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA ARITMÉTICA NA EJA EM UMA ESCOLA PÚBLICA TOCANTINENSE”, tendo como lócus de investigação a Escola Municipal Professora Nair Duarte, situada em Araguatins, estado do Tocantins. Com o objetivo de contribuir com a melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática, em especial da aritmética, nessa modalidade de ensino, esta apostila apresenta uma linguagem comunicativa simples, dinâmica e objetiva que favorece o envolvimento e a compreensão dos temas abordados por parte daqueles que a utilizam.

Os conteúdos aqui contemplados foram pensados e selecionados tendo como base as informações geradas na pesquisa. Este material busca apresentar uma proposta alternativa ao currículo da EJA, visando atender professores e alunos da escola pesquisada, principalmente no que se refere à melhoria da relação dos discentes com a Matemática, mostrando o quanto ela é essencial na vida, independentemente da atividade profissional que exerça. Ademais, o domínio das habilidades aritméticas torna o dia a dia mais prático, acessível e transformador. A escolha dos conteúdos caracterizou-se por sua importância na utilização cotidiana, que fossem próximos à realidade/contexto dos educandos, na continuidade dos estudos e no preparo para concursos e vestibulares.

Fundamentada basicamente na resolução de problemas, esta apostila também foi pensada com foco nos desafios e anseios da aprendizagem matemática na EJA, com uma proposta pedagógica que auxilie na construção de novos saberes, com uma escrita e linguagem voltada para a realidade na qual os estudantes estão inseridos.

A obra é formada por 12 capítulos, alguns com subtítulos. Possui uma abordagem pedagógica e metodológica sistematizada a partir de situações-problema, utilizando-se de algumas ilustrações que favorecem e ampliam o campo da compreensão dos conceitos estudados. Os capítulos são compostos por definições, representações, exemplificações e aplicações através de problemas. Ao final de cada um deles, tem-se um texto reflexivo na visão do autor, no qual faço uma análise crítica-informativa sobre o tema. Em seguida, tem-se algumas atividades problematizadas, para se colocar em prática os conhecimentos trabalhados e adquiridos, cujas respostas podem ser facilmente conferidas no final da apostila.

Espera-se que este material possa contribuir para uma Educação de Jovens e Adultos mais democrática, humana, acessível e de qualidade, e que os estudantes vejam neste material uma abertura para inserção no universo das oportunidades, seja na vida ou no trabalho. Enfim, que possa ser útil a todos aqueles que a utilizem, seja para revisar, ensinar ou simplesmente aprofundar os conhecimentos matemáticos, especificamente na aritmética.

Quando se tem uma boa orientação, é possível chegar ao caminho desejado. Basta saber onde e como, com dedicação, buscar as informações que nos levem ao sucesso e a um aprendizado mais significativo. Para isso, nada melhor do que ter ao lado uma apostila que favoreça o desenvolvimento das capacidades matemáticas, sanando dúvidas, ampliando saberes e ajudando nas conquistas.

# 1. NOÇÕES DE CONJUNTOS

Antes de aprofundarmos na teoria dos conjuntos, vamos desenvolver uma atividade para aguçarmos o aprendizado.

**Problema:** Foi realizada uma pesquisa com alguns Tocantinenses sobre a gastronomia local. Em se tratando do gosto pelo Chambari ou pequi, obteve-se o seguinte resultado: 65 pessoas disseram que gostam do Chambari, 53 do Pequi e 32 disseram gostar dos dois. Apenas 4 pessoas disseram não gostar nem de Chambari nem de Pequi. Quantas pessoas foram entrevistadas?

**Resolução:**

Primeiro vamos traçar dois círculos, de forma que eles tenham uma região comum (veja na figura abaixo).

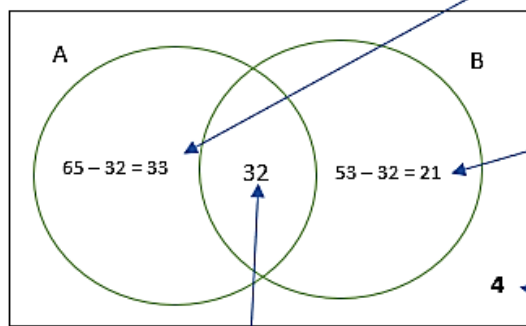
Cada círculo representa um dos conjuntos A ou B.

Na região comum dos círculos ficam aqueles que gostam dos dois (Chambari e Pequi). Esta deve ser a primeira região a ser preenchida.

E fora dos círculos ficam aqueles que não gostam de nenhum dos dois.

A: Conjunto dos gostam de Chambari.

B: Conjunto dos gostam de Pequi.



Pessoas que gostam **somente** de Chambari. Nesse caso, foram retiradas as pessoas que gostam dos dois (região comum dos círculos), para que não sejam contados mais de uma vez.

Pessoas que gostam **somente** de Pequi. Retirados aqueles que gostam dos dois.

Pessoas que **não** gostam de nenhum dois

Região comum dos círculos: pessoas que gostam de Chambari e Pequi.

A resposta final é dada pela soma dos valores em cada região da figura, ou seja,  $33 + 32 + 21 + 4 = 90$  pessoas.

A noção de conjunto é tão simples quanto fundamental na matemática. Muito utilizada para expressar conceitos matemáticos, ela nos remete a ideia de agrupamento ou coleção de objetos bem definidos e discerníveis, chamados elementos do conjunto.



Confira ao lado algumas dicas importantes sobre a estrutura dos conjuntos.

- I. Um conjunto é designado, em geral, por uma letra latina maiúscula (A, B, C, ..., X, Y, Z);
- II. Um elemento é designado, em geral, por uma letra latina minúscula (a, b, c, ..., x, y, z);
- III. A relação entre elemento e conjunto é de pertinência, denotada pelo símbolo  $\epsilon$ , que se lê "pertence a".

Um conjunto pode ser representado basicamente de três maneiras:

- Colocando seus elementos entre chaves, separados por vírgula.

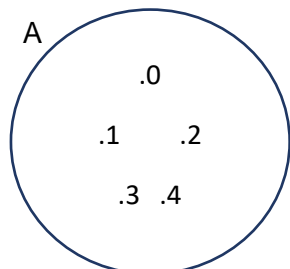
Exemplo:  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ .

Nesse caso, podemos perceber que  $2 \in A$  (Lê-se: 'dois pertence a A') e  $5 \notin A$  (lê-se: '5 não pertence a A').

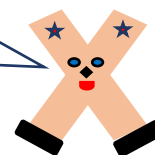
- Por meio de uma propriedade própria dos elementos.

Exemplo:  $A = \{x \mid x \text{ é um número natural menor que } 5\}$ . O símbolo ' $\mid$ ' significa "tal que".

- Desenhando uma figura (diagrama de **Venn**).



Faça uma pesquisa sobre John Venn e suas contribuições com a Matemática.



### 1.1 Igualdade de conjuntos

Dois conjuntos são iguais quando possuem os mesmos elementos.

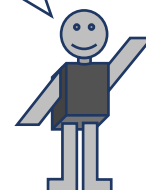
Exemplo:  $M = \{x \mid x \text{ é um número natural maior que } 5\}$  e  $N = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$ .

Temos que  $M = N$ .

São conjuntos diferentes quando existe pelo menos um elemento que pertença a um dos conjuntos e não pertença ao outro.

Exemplo:  $E = \{1, 2, 3\}$  e  $F = \{0, 1, 2, 3\}$ . Note que  $E \neq F$ , pois  $0 \in F$  e  $0 \notin E$ .

Observe que os conjuntos M e N são infinitos.

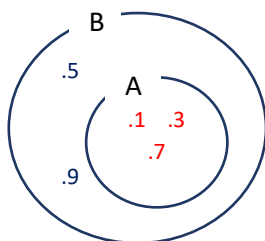


### 1.2 Subconjuntos – relação de inclusão

Um conjunto A é subconjunto do conjunto B se, e somente se, todos os elementos de A pertencerem a B.

Exemplo:  $A = \{1, 3, 7\}$  e  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Note que todos os elementos de A são também elementos de B. Assim, [lê-se: 'A está contido em B' ( $A \subset B$ )] ou [lê-se: 'B contém A' ( $A \supset B$ )].

Pelo diagrama de Venn:



### 1.3 Operações com conjuntos

União	Intersecção	Diferença
$A \cup B$ (lê-se: 'A união B'): Conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A, a B ou ambos.	$A \cap B$ (lê-se: 'A intersecção B'): Conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B.	$A - B$ (lê-se: 'A menos B'): Conjunto formado pelos elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B.

<p>Exemplo:  <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math>  <math>B = \{0, 2, 4, 6\}</math></p> <p><math>A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}</math></p>	<p>Exemplo:  <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math>  <math>B = \{0, 2, 4, 6\}</math></p> <p><math>A \cap B = \{2, 4\}</math></p>	<p>Exemplo:  <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math>  <math>B = \{0, 2, 4, 6\}</math></p> <p><math>A - B = \{1, 3, 5\}</math></p>
---	--	--



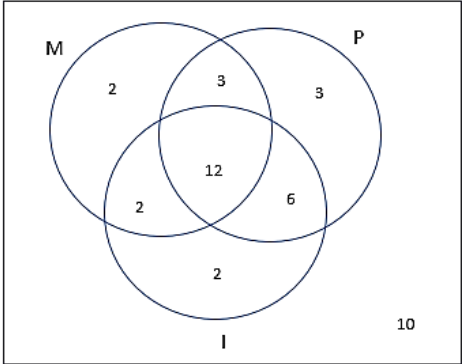
Fique ligado!  
 I. Quando  $A \cap B = \emptyset$  (conjunto vazio, ou seja, não possui elementos), dizemos que A e B são disjuntos. Assim,  $A - B = A$  e  $B - A = B$   
 II. Quando  $A \subset B$  temos que:  $A \cap B = A$  e  $A \cup B = B$

**Aplicações:**

1. Suponha que um colégio na cidade de Palmas no Tocantins, tenha divulgado os seguintes resultados das disciplinas de Matemática, Português e Inglês: De uma turma de 40 alunos, 19 foram aprovados em Matemática, 24 em Português e 22 em Inglês. Quinze foram aprovados em matemática e Português, 14 em Matemática e Inglês, 18 em Português e Inglês. Dose alunos foram aprovados nas três disciplinas. Quantos alunos dessa turma foram reprovados em Matemática, Português e inglês?

**Resolução:**

M: conjunto dos alunos aprovados em Matemática.  
 P: Conjunto dos alunos aprovados em Português.  
 I: Conjunto dos alunos aprovados em Inglês.



**Proposta para essa atividade:** Cada aluno procure entender como foi realizado essa resolução. Depois, os estudantes socializam com a turma suas conclusões intermediadas pelo professor. No final, o professor realiza suas considerações, inclusive levantando novos questionamentos, por exemplo: quantos alunos foram aprovados somente em Matemática? Quantos alunos foram aprovados em mais de uma disciplina? Etc.



Resposta: 10 alunos reprovaram nessas três disciplinas.

**Reflexão do autor:**

Os conjuntos fazem parte do cotidiano. É possível perceber a aplicação dos conhecimentos acerca dessa teoria em diversas situações e atividades humanas, indo desde procedimentos mais simples como, por exemplo, separação e seleção de sementes para uma plantação, organização de equipes de trabalho, formação de turmas em uma escola, distribuição de pessoal por setores em uma empresa de acordo com as habilidades exigidas, etc. até a aplicação em ramos mais específicos como na Engenharia, Estatística, Astronomia, Geografia, etc. O aprendizado sobre conjuntos se faz necessário, pois ajuda a desenvolver a capacidade de raciocínio, compreensão e análise, podendo assim, influenciar positivamente na forma como o indivíduo atua e interpreta a realidade.

**ATIVIDADES I**

1. Dados os conjuntos:  $A = \{1, 3, 4, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 5\}$  e  $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ .  
 Determine os conjuntos:

- a)  $A \cup B \cup C$
- b)  $(B - A) \cap (C - A)$
- c)  $(A \cup C) - B$
- d)  $A \cap B \cap C$
- e)  $(B \cap C) \cup (A - B)$

2. O Parque Estadual do Jalapão é um dos principais pontos turísticos do estado do Tocantins que concentra inúmeros rios de água cristalina, cachoeiras, dunas, chapadas e corredeiras. O rio Azuis com águas cristalinas, localizado no município de Aurora – TO, é conhecido como o menor rio do mundo. Estes pontos turísticos atraem pessoas de todo o Brasil. Em uma pesquisa realizada com alguns habitantes da cidade de Gurupi – TO, sobre qual dos dois destinos gostaria de conhecer, o resultado foi o seguinte: 40 pessoas disseram que gostariam de conhecer os Azuis, 52 o Jalapão, 25 gostariam de conhecer os dois lugares e apenas duas pessoas disseram que não gostariam de conhecer nenhum desses lugares. Quantas pessoas foram entrevistadas nessa pesquisa?

3. Em um levantamento de dados feito em um supermercado na cidade de Araguatins – TO sobre o consumo de dois produtos A e B, constatou-se que dentre os 100 clientes procurados, 30 consumiam o produto A, 50 consumiam o produto B e 25 pessoas não consumiam nenhum dos dois produtos. Quantos desses clientes consumiam os dois produtos?

4. Seja  $n$  o número de elementos de um conjunto. Considere que  $n(A) = 18$ ,  $n(B) = 27$  e  $n(A \cup B) = 38$ , determine  $n(A - B)$ .

5. Nove palestrantes vieram ao estado do Tocantins para falar sobre o aquecimento global. Cinco estiveram em Palmas, 4 em Gurupi e 4 em Dianópolis. Três desses palestrantes estiveram em Palmas e Dianópolis, e apenas um deles esteve nas três cidades. Qual o número de palestrantes que estiveram somente em Palmas?

6. Uma professora de uma escola no Tocantins sugeriu aos seus alunos a leitura de três obras da Literatura Tocantinense:

- I. *Bem-te-vi* de Ernesto Silva;
- II. *Terra entre Rios* de Wallace Rodrigues;
- III. *As Tocantinas* de Célio Pedreira.

Após o período determinado para a realização das leituras, ela interrogou quantos e quais haviam cumprido a tarefa. Sabendo que os alunos leram pelo menos uma das obras, o resultado está representado na tabela abaixo.

Obras lidas	Número de alunos
I	27
II	28
III	25
I e II	20
I e III	18
II e III	19
I, II e III	15

Qual o número de alunos dessa turma?

## 2. CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

O conjunto dos números naturais, representado simbolicamente por  $\mathbb{N}$ , caracteriza-se pelo trabalho com os números na sua forma mais simples, natural. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

Observações:

- O menor número natural é o zero;
- É um conjunto infinito, o que significa que todo número natural possui um sucessor;
- Todo número natural possui um antecessor, com exceção do zero;
- A soma ou produto de dois números naturais é sempre um número natural.

$$57 \rightarrow \begin{cases} \text{antecessor: } 56 (57 - 1) \\ \text{sucessor: } 58 (57 + 1) \end{cases}$$



Dentro do conjunto dos números naturais é possível realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Porém, nem sempre é possível efetuarmos a subtração e divisão.

Exemplo:  $6 - 10$  não resulta em um número natural;

$3 \div 4$  não resulta em um número natural.



Para o cálculo com os números naturais é importante o aprendizado da tabuada da multiplicação (anexo I no final da apostila).

**Aqui, usaremos três símbolos para representar a multiplicação: 'x', '·' ou '\*'**

Veja alguns subconjuntos do conjunto dos números naturais:

Conjunto dos números naturais pares:  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$

Conjunto dos números naturais ímpares:  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

Conjunto dos números naturais primos:  $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ .

Abordaremos este último no próximo tópico.

### Aplicações:

1. Saindo de Araguatins – TO até um determinado local em Araguaína – TO a distância é de aproximadamente de 240 km. João pretende fazer este percurso com sua bicicleta. Fazendo os cálculos para se saber em quantos dias faria este percurso, constatou que percorrendo a uma velocidade média de 15 km/h durante 4 horas por dia, consegue completar o trajeto em:

- (a) 2 dias    (b) 3 dias    (c) 4 dias    (d) 5 dias    (e) 6 dias

#### Resolução:

Primeiro vamos calcular quantos quilômetros ele percorre em um dia:

15 km por hora durante 4 horas por dia =  $15 \times 4 = 60$  km por dia.

Como o percurso total é de 240 km, temos:  $240 : 60 = 4$ .

Resposta: 4 dias.

2. Resposta:

a) Quantos são os números naturais de três algarismos?

#### Resolução:

Os algarismos são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Número de três algarismos são compostos por: algarismo das centenas, algarismo das dezenas e algarismo das unidades (exemplo: 234, 157, 961, ...).



Atenção: não se inicia a formação de um número com zero (exemplo: 035 = 35, ou seja, tem apenas dois algarismos).

Assim,

Para o algarismo das centenas (C) temos 9 opções de números (excluindo o zero).

Para o algarismo das dezenas (D) temos 10 opções.

Para o algarismo das unidades (U) temos 10 opções.

C	D	U
---	---	---

$$9 \times 10 \times 10 = 900 \text{ números.}$$

b) Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 quantas senhas distintas de 4 dígitos diferentes podem ser formadas?

**Resolução:**

Neste caso não pode haver repetição de algarismos.

Então, temos 9 opções de escolha para o primeiro dígito. Feito esta escolha, restam 8 opções de algarismos para o segundo dígito, 7 opções para escolha do terceiro dígito e apenas 6 opções de escolha para o quarto dígito, ou seja:

1° dígito	2° dígito	3° dígito	4° dígito	
9	x	8	x	7
		x		6

$$= 3.024 \text{ senhas}$$

**2.1 Múltiplos e divisores**

**Múltiplos de um número natural**

Sendo a, b e c números naturais e  $a \times b = c$ , diz-se que c é múltiplo de a e b.

Exemplo:

- M(3) = {0, 3, 6, 9, ...}
- M(5) = {0, 5, 10, 15, ...}
- M(8) = {0, 8, 16, 24, 32, ...}

Fique atento:

- O zero é múltiplo de todos os números.
- Todo número é múltiplo de si mesmo.
- Os números da forma  $2k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , são números múltiplos de 2. São chamados de números pares.
- Os números da forma  $2k + 1$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , são números ímpares.



**Divisores de um número natural**

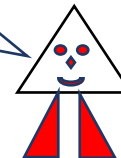
Sendo a, b e c números naturais e  $a \times b = c$ , diz-se que a e b são divisores c.

Exemplo:

- D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}
- D(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}
- D(23) = {1, 23}

Atenção:

- O menor divisor de um número é 1.
- O maior divisor de um número é ele próprio.



Veja na tabela abaixo alguns critérios de divisibilidade:

Um número é divisível por:	
2	Quando for par. Exemplo: 26, 84, 672, 9850
3	Quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3. Exemplo: 12, 69, 138, 4725
4	Quando os dois últimos algarismos forem divisíveis por 4 ou quando o número terminar em 00. Exemplo: 1372, 5100
5	Quando o último algarismo é 0 ou 5. Exemplo: 35, 1695, 7860
6	Quando for simultaneamente divisível por 2 e 3. Exemplo: 936, 2484, 9150

7	Um número é divisível por 7 se o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo, resulta em um número divisível por 7. Se a diferença ainda é grande, repetimos o processo até verificar a divisão por 7. Exemplo: 2744 Excluindo o último algarismo fica 274. O dobro do último algarismo excluído é $2 \cdot 4 = 8$ Assim, $274 - 8 = 266$ . Repetindo o processo, $26 - 12 = 14$ . Como 14 é divisível por 7, então, 2744 é divisível por 7.
8	Quando os três últimos algarismos forem divisíveis por 8 ou forem três zeros. Exemplo: 5184, 70536, 93000
9	Quando a soma dos seus algarismos for um número divisível por 9. Exemplo: 864, 3015, 87237
10	Quando termina em zero. Exemplo: 50, 4020, 76310

**2.2 Números primos**

Um número k é denominado número primo se apresentar apenas dois divisores, 1 e k.  
Exemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, ...

Quando um número não é classificado como primo dizemos que ele é composto, exceto os números 0 e 1 que não são classificados nem como primos nem como compostos.

**Decomposição de um número natural em fatores primos**

Todo número natural não primo maior que 1 pode ser escrito na forma de produto em que todos os fatores são números primos, chamada forma fatorada completa.

Para chegar à forma fatorada completa de um número natural, basta seguir os seguintes passos:

- dividir inicialmente o número dado por seu menor divisor primo;
- dividir o quociente obtido por seu menor divisor primo;
- repetir esse procedimento até obter o quociente 1.

Exemplos:

$$\begin{array}{r|l}
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 48 & 2 \\
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 125 & 5 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2100 & 2 \\
 1050 & 2 \\
 525 & 3 \\
 175 & 5 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \hline
 2100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7
 \end{array}$$

**2.3 Mínimo múltiplo comum (MMC)**

Denomina-se mínimo múltiplo comum (MMC) de dois ou mais números naturais o número k, tal que k seja o menor número divisível pelos números em questão.

**Exemplo:** Calcular o MMC dos números 12, 18, 30.

1º) Escrevemos a forma fatorada desses números:  $\begin{cases} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{cases}$

2º) Para o MMC selecionamos os fatores distintos de maior expoente:

$MMC(12, 18 \text{ e } 30) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$ .

Outra forma de se calcular o MMC é através da divisão simultânea com fatores primos:

12	18	30	2	→ Menor número primo divisor de 12, 18 ou 30
6	9	15	2	→ Menor número primo divisor de 6, 9 ou 15
3	9	15	3	→ Menor número primo divisor de 3, 9 ou 15
1	3	5	3	→ Menor número primo divisor de 3 ou 5
1	1	5	5	
1	1	1		

MMC (12, 18 e 30) = 2.2.3.3.5 = 180

### 2.4 Máximo divisor comum (MDC)

Denomina-se máximo divisor comum (MDC) de dois ou mais números o maior dos seus divisores comuns.

**Exemplo:** Vamos calcular o MDC dos números 180, 720 e 504.

1º) Fatoramos todos os números.

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

180 = 2<sup>3</sup>.3<sup>2</sup>.5

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

504 = 2<sup>3</sup>.3<sup>2</sup>.7

720	2
360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

720 = 2<sup>4</sup>.3<sup>2</sup>.5

2º) Pegamos os fatores comuns a 180, 504 e 720.

Lembre-se: 2<sup>3</sup> = 2.2<sup>2</sup> e 2<sup>4</sup> = 2<sup>2</sup>.2<sup>2</sup>.

MDC (180, 504 e 720) = 2<sup>2</sup>.3<sup>2</sup> = 36

Podemos calcular o MDC através da divisão simultânea com fatores primos.

180	504	720	2	← divisor comum aos três
90	252	360	2	← divisor comum aos três
45	126	180	2	
45	63	90	2	
45	63	45	3	← divisor comum aos três
15	21	15	3	← divisor comum aos três
5	7	5	5	
1	7	1	7	
1	1	1		

MDC(180, 504 e 720) = 2.2.3.3 = 36

### Aplicações:

1. Um sistema envia mensagens a três setores distintos de forma constante. Para o setor A, de 6 em 6 horas, ao setor B, de 8 em 8 horas e ao setor C, de 9 em 9 horas. Sabendo que as mensagens a esses três setores coincidiram às 8 horas de terça-feira, quando coincidirão novamente?

### Resolução:

Calculamos o Mínimo múltiplo comum entre 6, 8 e 9:

6	8	9	2
3	4	9	2
3	2	9	2
3	1	9	3
1	1	3	3
1	1	1	

O MMC (6, 8 e 9) =72, indica que as mensagens voltarão a coincidir daqui a 72 horas, ou seja, daqui a exatamente 3 dias.

Resposta: Às 8 horas de sexta-feira.

$MMC(6, 8 e 9) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

2. Três tábuas medindo respectivamente 48 cm, 84 cm e 180 cm serão cortadas em pedaços iguais do maior tamanho possível. Quanto deverá medir cada pedaço de tábua?

**Resolução:**

Vamos calcular o MDC de 48, 84 e 180.

48	84	180	2 ←
24	42	90	2 ←
12	21	45	2
6	21	45	2
3	21	45	3 ←
1	7	15	3
1	7	5	5
1	7	1	7
1	1	1	

Neste caso, como o maior número que divide 48, 84 e 180 ao mesmo tempo é 12, então, a resposta é 12 cm.

$MDC(48, 84 e 180) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

**Reflexão do autor:**

Saber identificar e operacionalizar com os números naturais é fundamental para o desenvolvimento do cálculo aritmético, não somente porque esses representam a porta de entrada para os estudos dos demais conjuntos numéricos, mas também por sua utilidade prática na vida cotidiana. As representações e leituras numéricas fazem parte do sistema organizacional da sociedade, seja na marcação de ruas, quadras, lotes e casas, ou no temporizador de semáforos, números telefônicos, senhas, contagem e quantificações em geral, enfim, saber manipular e lidar com os números é um passo importante para a interpretação e intervenção da realidade, abrindo caminhos para novas aprendizagens e avanços cognitivos.

**ATIVIDADES II**

7. Descubra o número:

a) Sou o menor número natural par de três algarismos e meu antecessor é o maior número natural ímpar de dois algarismos. Quem é meu sucessor?

b) Sou a metade do sucessor do número obtido pela diferença entre o maior e o menor número natural formados com três algarismos distintos. Quem sou eu?

8. Toda quarta-feira, na cidade de Araguatins – TO, acontece a realização da feira livre. Uma oportunidade comercial para produtores e agricultores da região. Lá se encontra hortaliças, frutas, artesanatos, bolos, etc. Um morador chegando no local, dirigiu-se a uma barraca de doces, na qual os preços variavam conforme o tamanho. Sendo assim, este morador comprou dois de R\$ 6,00 cada, três de R\$ 5,00 cada e sete de R\$ 2,00 cada. Como só havia levado R\$ 100,00 e ainda precisa levar um frango caipira no valor de R\$ 42,00, uma abóbora ao preço de R\$ 7,00 e um queijo de R\$ 9,00, o morador conclui que:

- (a) O dinheiro era suficiente e ainda sobraria R\$ 3,00
- (b) O dinheiro era suficiente e ainda sobraria R\$ 1,00
- (c) O dinheiro era exatamente o valor da compra.
- (d) O dinheiro era insuficiente, pois faltaria R\$ 5,00.
- (e) O dinheiro era insuficiente, pois faltaria R\$ 2,00.

9. O código de acesso de um cofre é uma sequência numérica de 4 dígitos distintos, formados a partir dos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

- a) Quantas códigos distintos podem ser formados?
- b) Quantos são os códigos que podem ser formados, com o primeiro dígito sendo um número ímpar e o último um número par?

10. Um ciclista dá uma volta em uma pista de corrida em 16 segundos e outro ciclista em 20 segundos. Se os dois ciclistas partirem juntos, após quanto tempo irão se encontrar de novo no ponto de partida, levando em consideração ambas as velocidades constantes?

11. Na cidade de Araguaína – TO, uma empresa possui três terrenos de formato retangular cujas medidas de frente são, respectivamente, 120 m, 150 m e 180 m. A empresa pretende fazer marcações na frente desses terrenos de tal forma que elas tenham o mesmo tamanho e seja o maior possível. De quantos metros serão essas marcações?

12. (PUC-SP) Um lojista dispõe de três peças de um mesmo tecido, cujos comprimentos são 48 m, 60 m e 80 m. Nas três peças o tecido tem a mesma largura. Ele deseja vender o tecido em retalhos iguais, cada um tendo a largura das peças e o maior comprimento possível, de modo a utilizar todo o tecido das peças. Quantos retalhos ele deverá obter?

13. Localizada em Palmas -TO, com 571 mil metros quadrados, a Praça dos Girassóis é a maior da América latina e a segunda maior praça urbana do mundo. A praça é um complexo arquitetônico que reúne as sedes dos três poderes públicos estaduais: o Palácio Araguaia (Poder Executivo), a Assembleia Legislativa do Estado do Tocantins (Poder Legislativo) e o Tribunal de Justiça do Estado do Tocantins (Poder Judiciário), além das Secretarias de Governo. (Fonte: turismo.to.gov.br). Suponhamos que três pessoas A, B e C consigam dar uma volta completa em torno dessa praça em 30, 45 e 60 minutos respectivamente. Partindo de um mesmo local e ao mesmo instante, em quanto tempo eles se encontrariam novamente no ponto de partida?

14. Dois ou mais números que têm o máximo divisor comum igual a 1 são chamados de números primos entre si. Verifique em cada caso, se os números são primos entre si. Justifique sua resposta.

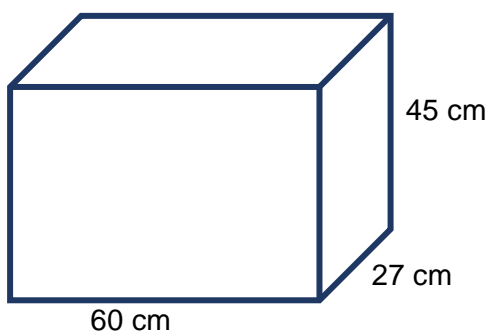
- a) 25 e 30
- b) 40 e 21
- c) 7 e 11
- d) 28 e 3

15. Alexandre é o irmão mais velho de Regina e Guilherme. Regina tem 13 anos e Guilherme 10 anos. As idades dos três irmãos são números primos entre si. Determine a idade de Alexandre, sabendo que ela é um número múltiplo de 7 e menor que 25.

16. Na cidade de Palmas – TO, uma empresa tem ônibus a cada 3 horas, outra a cada 4 horas e ainda outra a cada 6 horas. Na segunda-feira às 7 horas da manhã, os ônibus dessas três empresas partiram juntos. Que horas isso ocorrerá novamente?

17. Um marceneiro deseja cortar um paralelepípedo de madeira maciça cujas medidas estão indicadas na figura, dividindo-o em vários cubos de medidas iguais de aresta. Qual é a maior medida da aresta que estes cubos podem ter e quantos serão estes cubos?

Dica: volume do paralelepípedo = comprimento x largura x altura; volume do cubo = (aresta)<sup>3</sup>.



### 3. CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

O conjunto dos números inteiros pode ser entendido como uma ampliação ao conjunto dos números naturais, especialmente, pelos estudos relacionados aos números inteiros negativos. O trato com esses números é muito comum na vida cotidiana e, apesar de muitas das vezes parecerem não ter sentido, eles podem traduzir ideias ou situações que auxiliam na compreensão ou atuação na realidade.

Por exemplo, se alguém está com seu saldo zerado no banco e mesma assim realiza um saque de R\$ 50,00. Isso significa que ele possuía um limite, uma espécie de empréstimo disponibilizado pelos bancos aos clientes. Nesse caso, ao sacar esse valor, o cliente fica com saldo negativo em 50 reais, ou seja, - R\$ 50,00; valor que representa sua dívida com o banco.

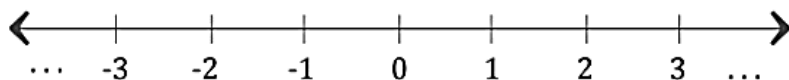
Atenção!

As taxas de juros desses limites costumam ser bem elevadas, uma das maiores do mercado financeiro. É bom evitá-los!

Um personagem desenhado com um corpo amarelo, olhos azuis, nariz vermelho e pernas pretas. Sua cabeça é substituída por um grande símbolo 'X' amarelo com duas estrelas azuis nos cantos superiores. Ele está apontando com um dedo para um balão de fala.

Simbolicamente, podemos representar o conjunto dos números inteiros da seguinte forma:  $\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots \}$ .

Veja como fica a representação do conjunto na reta numérica:



Fonte: Google imagens

O zero representa a origem.

Nos dois sentidos a reta tende ao infinito. Logo, o conjunto  $\mathbb{Z}$  é infinito.

Todo número inteiro, com exceção do zero, possui um simétrico (ou oposto) em relação a origem, ou seja, números equidistantes do zero.

**Exemplo:** o simétrico de 2 é -2, o simétrico de -11 é 11. O simétrico do zero é o próprio zero.

De outra forma, podemos dizer que dois números são simétricos ou opostos quando têm o mesmo módulo, porque estão à mesma distância do zero.

Módulo é o valor absoluto de um número e representamos por duas barras verticais.

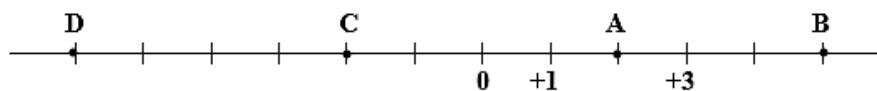
**Exemplo:**

$|-5| = 5$  (Lê-se: módulo de - 5 é igual a 5).

$|5| = 5$  (Lê-se: módulo de 5 é igual a 5).

Assim, dizemos que -5 e 5 são simétricos ou opostos.

**Exemplo:** Veja a imagem abaixo. Vamos determinar a distância entre os pontos C e D e, A e B.



Fonte: Google imagens



Fazendo uma contagem simples na reta, cujo espaçamento entre dois traços consecutivos é igual a 1, observamos que o ponto A está em +2, o ponto B em +5, o ponto C em - 2 e o ponto D em - 6.

→ Quando dois números estão no mesmo sentido da reta a distância entre eles é dada pela diferença entre os módulos do mais distante de zero pelo mais próximo de zero. Assim, temos: Distância CD = Distância DC =  $|-6| - |-2| = 6 - 2 = 4$ .

→ Quando dois números estão em sentidos opostos da reta a distância entre eles é dada pela adição de seus módulos: Assim, temos: Distância AD = Distância DA =  $|-6| + |+2| = 6 + 2 = 8$ .

### 3.1 Comparação entre números inteiros

- Quando dois números têm o mesmo sinal positivo, o maior é aquele de maior módulo. Exemplo:  $+7 > +2$ .

- Quando dois números têm sinais opostos, o maior é sempre o positivo.

Exemplo:  $+1 > -10$

- Quando dois números têm o mesmo sinal negativo, o maior é aquele de menor módulo.

Exemplo:  $-3 > -8$

Para entender melhor: Imagine que você tenha 15 laranjas. Se retirar 3 ficam 12. Enquanto que se retirar 8 ficam 7. Observe que a parte que sobra de -3 (12) é maior do que a parte que sobra de -8 (7). Logo,  $-3 > -8$ .

### 3.2 Operações com números inteiros

A soma, subtração e multiplicação de números inteiros resulta em um número inteiro. Já na divisão, nem sempre. Por exemplo, quando dividimos 2 por 5 o resultado não dá um número inteiro.

#### - Adição e subtração

Veja, de forma prática, algumas dicas que podem facilitar a soma e subtração com números inteiros:

I) se o número for positivo podemos escrevê-lo sem o sinal de '+'. Exemplo:  $+ 9 = 9$ .

II) Quando houver parênteses na operação, para retirá-lo, basta verificar o sinal que o antecede.

Se for um '+', elimine-o, retire os parênteses e mantenha o sinal do número.

Exemplo:  $7 + (+3) = 7 + 3$  ou  $7 + (-3) = 7 - 3$ .

Se for um '-', elimine-o, retire os parênteses e use o oposto do número.

Exemplo:  $7 - (+3) = 7 - 3$  ou  $7 - (-3) = 7 + 3$ .

III) Para efetuar o cálculo entre dois números inteiros que possuem os mesmos sinais, mantenha esse sinal e some seus valores absolutos.

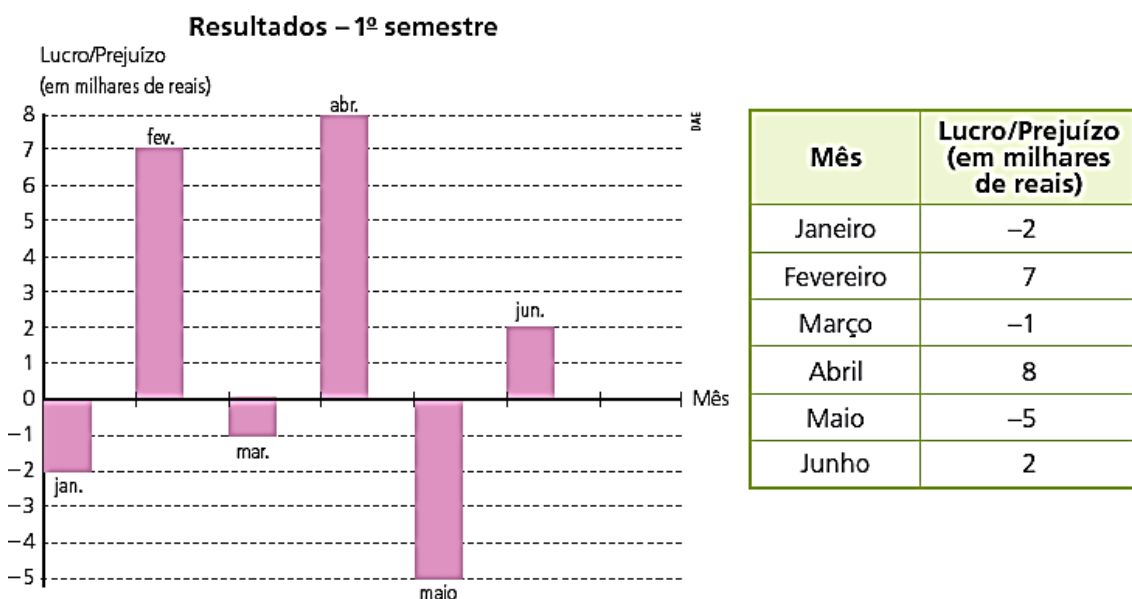
Exemplo:  $+7 + 3 = +10$  e  $-7 - 3 = -10$ .

Caso os sinais sejam diferentes, considere o sinal do número de maior módulo e subtraia seus valores absolutos.

Exemplo:  $-7 + 3 = -4$  e  $-3 + 7 = +4$

#### Aplicações:

1. (ANDRINI-2012) O dono de uma microempresa montou uma tabela e representou em um gráfico de barras seus resultados no primeiro semestre do ano. Os números positivos indicam lucros e os negativos, prejuízos. A empresa acumulou lucro ou prejuízo nesse semestre? De quanto?



**Resolução:** Observe os valores correspondentes a cada mês, representados na tabela.

Soma dos números negativos:  $-2 + (-1) + (-5) = -2 - 1 - 5 = -8$ .

Soma dos números positivos:  $7 + 8 + 2 = 17$ .



Para saber o saldo da empresa ao fim desse período basta somarmos os resultados, ou seja,  $-8 + 17 = 9$ . Logo, a empresa teve lucro de R\$ 9.000,00.

### - Multiplicação e divisão

Para a realização de cálculos envolvendo a multiplicação ou divisão de dois números inteiros, vale a seguinte regra de sinais:

Na multiplicação	Na divisão
$(+) \cdot (+) = +$	$(+) : (+) = +$
$(+) \cdot (-) = -$	$(+) : (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$	$(-) : (+) = -$
$(-) \cdot (-) = +$	$(-) : (-) = +$

#### Exemplo:

- a)  $(-2) \cdot (-7) = 14$
- b)  $(-3) \cdot (+6) = -18$
- c)  $4 \cdot (-5) = -20$
- d)  $(-51) : (-3) = 17$
- e)  $42 : (-7) = -6$
- f)  $-90 : 10 = -9$

#### Aplicações:

1. No início do mês, o saldo da conta de um cliente era R\$ 520,00. Durante esse mês ele fez as seguintes movimentações financeiras:

- 3 saques de R\$ 60,00;
- 2 depósitos de R\$ 200,00;
- 4 pagamentos de R\$ 150,00;
- 2 transferências de R\$ 100,00.

Escreva uma expressão que represente essa situação e determine o saldo dessa conta no final desse mês.

#### Resolução:

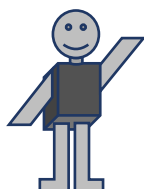
A expressão poderia ser:  $520 - 3 \cdot (60) + 2 \cdot (200) - 4 \cdot (150) - 2 \cdot (100)$ .

Resolvendo temos:  $520 - 180 + 400 - 600 - 200$

Somando separadamente os positivos e os negativos obtemos:  $920 - 980 = -60$ .

Resposta: A conta ficará com um saldo negativo de R\$ 60,00.

2. (GIOVANNI JÚNIOR-2018) Sabendo que  $x = (-16) : [(-4) : (-4)]$  e  $y = [(-16) : (-4)] : (-4)$  e usando os sinais = ou  $\neq$ , compare os números  $x$  e  $y$ .



Em uma expressão numérica envolvendo chaves, colchetes e parênteses, primeiro resolvemos os parênteses, depois os colchetes e por último as chaves, nessa ordem. Já nas operações, primeiro efetuamos as multiplicações e divisões na ordem em que aparecem, depois adições e subtrações. Exemplo:

$$8 + 20 : 4 - 6 \cdot 3 = 8 + 5 - 18 = 13 - 18 = -5$$

**Resolução:** Vamos determinar os valores de  $x$  e  $y$ .

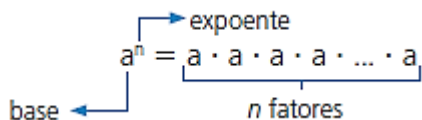
$$x = (-16) : [(-4) : (-4)] = (-16) : [1] = -16$$

$$y = [(-16) : (-4)] : (-4) = [4] : (-4) = -1$$

Resposta: Como  $x = -16$  e  $y = -1$ , logo,  $x \neq y$ .

**- Potenciação**

A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais: Dado um número inteiro **a** e um número natural **n**, temos que:



**Exemplo:**  $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$  ou  $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

*Expoente par* { *base positiva = o resultado da potência é um número positivo*  
*base negativa = o resultado da potência é um número positivo*

**Exemplo:**  $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$  e  $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

Atenção quanto da existência ou não de parênteses:

Exemplo:  $(-3)^2 = 9$ , porém,  $-3^2 = -9$

*Expoente ímpar* { *base positiva = o resultado da potência é um número positivo*  
*base negativa = o resultado da potência é um número negativo*

**Exemplo:**  $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  e  $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

Seja **n** um número natural e **a** um número inteiro:

$$1^n = 1$$

$$0^n = 0 \quad (n \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

**Exemplo:**

$$1^{10} = 1; \quad (-1)^{100} = 1; \quad (-1)^3 = -1$$

$$0^7 = 0; \quad 0^{200} = 0$$

$$5^0 = 1; \quad (-10)^0 = 1; \quad -10^0 = -1$$

**Reflexão do autor:**

O estudo do conjunto dos números inteiros é uma oportunidade de obter respostas que antes era inviável com os números naturais, por exemplo, como retirar 5 de 2? (2 – 5). A habilidade com os números inteiros passa muito pela compreensão e desenvoltura com os números negativos, uma vez que esses representam a principal diferença com os números naturais já estudados. A aprendizagem dos números inteiros facilita a inserção e articulação na vida em sociedade e, em especial, no campo do trabalho. Afinal, os números inteiros estão presentes nas mais diversas circunstâncias, como em planilhas de anotações da quantidade de produtos comprados, vendidos e em estoque de uma empresa, ou nas observações das marcações de temperaturas em várias cidades, indo de situações esportivas, como o saldo de gols de uma equipe em um campeonato, ao controle do número de pacientes por vagas em um hospital. Já que convivemos e lidamos o tempo todo com esses números, a melhor forma de se comunicar, interagir e manipulá-los é aprendendo como eles funcionam.

**ATIVIDADES III**

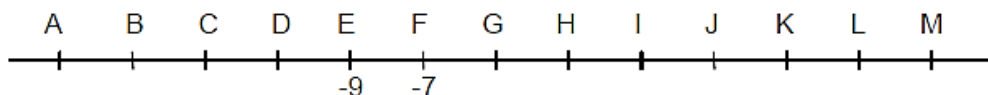
18. (ENCCEJA 2018) O diretor de uma escola observou o número de meninos e de meninas matriculados nos anos de 2011, 2012 e 2013, com o intuito de prever a variação na quantidade de alunos dos sexos feminino e masculino que serão matriculados em 2014. O quadro apresenta os dados observados nos anos citados.

Anos	Número de meninas matriculadas	Número de meninos matriculados
2011	400	520
2012	450	500
2013	500	480

Com os dados obtidos, o diretor observou um padrão de crescimento no número de meninas e um padrão de decréscimo no número de meninos nesses anos e considerou que esses padrões seriam mantidos para 2014.

Mantidos esses padrões, quantas meninas haverá a mais do que meninos dentre os alunos matriculados nessa escola em 2014?

19. (INEP/SAEB) A figura a seguir é uma representação da localização das principais cidades ao longo de uma estrada, onde está indicada por letras a posição dessas cidades e por números as temperaturas registradas em °C.



Com base na figura e mantendo-se a variação de temperatura entre as cidades, o ponto correspondente a 0 °C estará localizado:

- (A) sobre o ponto M.
- (B) entre os pontos L e M.
- (C) entre os pontos I e J.
- (D) sobre o ponto J.

20. (ENCCEJA 2019) Um casal com dois filhos fez um levantamento sobre os valores cobrados pelos dois planos de saúde disponíveis em sua cidade. O valor mensal a ser cobrado em cada plano é definido somando-se os valores de referência para todos os membros da família que serão cadastrados. O resultado desse levantamento, considerados os mesmos tipos de cobertura nos dois planos, está listado no quadro, que apresenta os valores mensais de referência.

Valor pago	Idade (ano)	Valores de referência	
		Plano I	Plano II
Pelo titular	Até 25	R\$ 280,00	R\$ 290,00
	Entre 25 e 50	R\$ 420,00	R\$ 450,00
	50 ou mais	R\$ 480,00	R\$ 500,00
Por dependente	Até 25	R\$ 300,00	R\$ 300,00
	Entre 25 e 50	R\$ 400,00	R\$ 360,00
	50 ou mais	R\$ 490,00	R\$ 500,00

As idades dos membros dessa família são:

Membro	Idade (ano)
Pai	51
Mãe	47
Filho	26
Filha	22

A opção que terá a menor mensalidade para essa família nos próximos dois anos é o plano

- (A) I, com o pai como titular.
- (B) I, com a mãe como titular.
- (C) II, com o pai como titular.
- (D) II, com a mãe como titular.

21. (ENCCEJA 2019) Durante uma viagem, Pedro, João e Carlos gastaram juntos R\$ 450,00. João gastou R\$ 30,00 a mais que Pedro e Carlos gastou R\$ 60,00 a mais que João. Nessa viagem, quanto João gastou?

22. Determine e analise os resultados das seguintes expressões:

$$x = 4 \cdot (-20) - (-120) : (+2) + 28 : (-7)$$

$$y = 7 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2)^3 - 10^2$$

$$z = \sqrt{81} : (4^2 - 5^2)$$

Podemos concluir que:

(A)  $x < z < y$

(B)  $x < y < z$

(C)  $z < y < x$

(D)  $y < x < z$

23. (Cesgranrio-RJ) A tabela abaixo apresenta os fusos horários de algumas cidades do mundo, em relação a Brasília, em fevereiro de 2010.

Cidade	Hora em relação a Brasília
Amsterdã	+4
Bogotá	-2
Cidade do México	-3
Dubai	+7
Johannesburgo	+5
Lisboa	+3
Madri	+4
Moscou	+6
Nova York	-2

Quando forem 16 horas em Dubai, que horas serão em Nova York?

24. (GIOVANNI JÚNIOR-2018) Rodrigo escreveu uma operação em cada cartão.

$-5 + 9$	$(-2) \cdot (+3)$	$(-1)^8$	$-10 + 1$
$(+20) : (+4)$	$-6 - 6$	$(-6) \cdot (-6)$	$(-6)^2$
$(-6) : (-6)$	$(+7) \cdot (+2)$	$(-2)^5$	$-11 + 4$
$(-4) \cdot (-10)$	$(-1)^3$	$(-10) : (+2)$	$+9 + 6$

Se ele tirar, ao acaso, um cartão da caixa, qual será a maior chance: sair um cartão cujo resultado da operação é um número inteiro positivo ou um número inteiro negativo? Justifique.

25. (OBMEP-Portal da Matemática/Adaptado) Uma calculadora possui, além dos dez dígitos do nosso sistema decimal, quatro botões: ☀, que triplica o número no visor; ☁, que eleva ao quadrado o número do visor; ☹, que divide por dois o número do visor, caso o número seja par (positivo ou negativo), mas se for ímpar, nada acontece; φ, que soma sete do número do visor; e ♪, que faz tocar uma música. Se, inicialmente, o número do visor é -3, apertando a sequência ☀ ☀ φ ☹ ☁, que número obteremos?

## 4. CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Os números racionais estão presentes em nossa vida. Algumas expressões como “meio quilo de carne”, “adicional de um terço do salário no gozo das férias”, “a altura dele é 1,75 metros”, “duas xícaras e meia de açúcar”, “três quartos da renda de uma família são gastos com aluguel”, “o preço do litro da gasolina subiu R\$ 0,21”, “a chance de você ganhar na Mega-Sena com um jogo normal de seis números é de uma em 50.063.860”, são exemplos de situações que podem ser traduzidas com números racionais.

O conjunto dos números racionais, representado simbolicamente por ‘ $\mathbb{Q}$ ’, é formado por todos os números que podem ser escritos na forma de fração. Nesse caso, fazem parte desse conjunto, os números naturais e os números inteiros, além dos números decimais finitos e as dízimas periódicas.

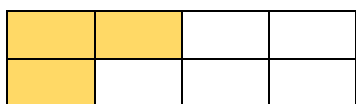
Podemos definir o conjunto dos racionais da seguinte forma:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ com } a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}.$$

São exemplos de números racionais: 5; 0; -10; 1,24;  $\sqrt{0,09}$ ;  $-\frac{2}{3}$ ; 0,00125; 1,3333...

### 4.1 Frações

Uma fração indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido e quantas dessas partes foram tomadas.



*Total de partes iguais: 8*  
*Partes tomadas: 3*  
*Fração que representa a parte tomada:  $\frac{3}{8}$   $\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$*   
*Leitura: três oitavos*

#### Exemplos:

a)



$\frac{5}{6}$  (cinco sextos)

b)



$\frac{7}{11}$  (sete onze avos)

#### Aplicações:

1. Uma empresa possui 120 funcionários, dos quais  $\frac{1}{4}$  são homens. Para participar de um curso de aperfeiçoamento profissional, serão selecionados  $\frac{2}{5}$  dos homens e  $\frac{1}{5}$  das mulheres. Em relação a quantidade funcionários que farão essa capacitação, podemos dizer que o número de homens é igual ao número de mulheres? Justifique.

**Resolução:** Vamos descobrir o número de homens e de mulheres.

Dividindo 120 em 4 partes iguais e tomando uma delas, encontramos a quantidade de homens ( $120 : 4 = 30$ ).

Logo são 30 homens e  $120 - 30 = 90$  mulheres.

Para calcularmos  $\frac{2}{5}$  dos homens, dividimos os 30 homens em 5 partes iguais ( $30 : 5 = 6$ ) e tomamos duas dessas partes.

6	6	6	6	6
---	---	---	---	---

$6 + 6 = 12$  homens.

Agora, vamos calcular  $\frac{1}{5}$  das mulheres: Dividimos 90 em 5 partes iguais ( $90 : 5 = 18$ ) e tomamos uma dessas partes.

18	18	18	18	18
----	----	----	----	----

18 mulheres.

Resposta: Não. Pois, serão seis mulheres a mais que homens ( $18 - 12 = 6$ ).

2. Sabendo que a renda de uma família é de R\$ 1.320,00, e que  $\frac{2}{3}$  desse valor são gastos só com alimentação, quanto sobra para as outras despesas?

**Resolução:**

**De forma prática podemos fazer:**

$$1320 : 3 = 440$$

$$440 \times 2 = 880$$


$$1320 - 880 = 440$$

Resposta: R\$ 440,00.

$$\frac{2}{3} \text{ de } 1320 = \frac{2}{3} \cdot 1320 = \frac{2640}{3} = 880$$

$$1320 - 880 = 440$$

Resposta: R\$ 440,00



### Representação

As frações podem representar números inteiros, decimais finitos e dízimas periódicas, neste caso, basta dividir o numerador pelo denominador:

a)  $10/2 = \frac{10}{2} = 10 : 2 = 5$

b)  $4/5 = \frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8$

c)  $3/11 = \frac{3}{11} = 0,272727 \dots$

**Frações equivalentes:** são frações que representam o mesmo valor. Podem ser obtidas multiplicando ou dividindo o numerador e denominador de uma fração pelo mesmo número.

**Exemplos:**

a)  $\frac{4}{7}$  e  $\frac{12}{21}$  são frações equivalentes, pois,  $\frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12}{21}$

b)  $\frac{8}{20}$  e  $\frac{2}{5}$  são frações equivalentes, pois,  $\frac{8 : 4}{20 : 4} = \frac{2}{5}$

Para escrever uma fração na sua forma irredutível, dividimos o numerador e o denominador pelo o máximo divisor comum entre eles.

**Exemplo:** Na fração  $\frac{48}{72}$ , temos que  $\text{MDC}(48, 72) = 24$ . Logo, podemos simplificar 48 e 72 por 24.

Assim,  $\frac{48}{72} = \frac{48 : 24}{72 : 24} = \frac{2}{3}$  (fração irredutível)

Uma fração  $\frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ) estará na forma irredutível, quando  $MDC(a, b) = 1$ . Nesse caso dizemos que a e b são primos entre si.

**Exemplos:**  $\frac{10}{13}$ ;  $\frac{7}{9}$ ;  $\frac{1}{2}$

**Escrevendo números decimais finitos na forma de fração:**

Para escrever um número decimal finito em fração basta seguir a seguinte regra:

Uma casa decimal = denominador 10

Duas casas decimais = denominar 100

Três casa decimais = denominador 1.000

E assim por diante, acrescentando um zero para cada casa decimal.

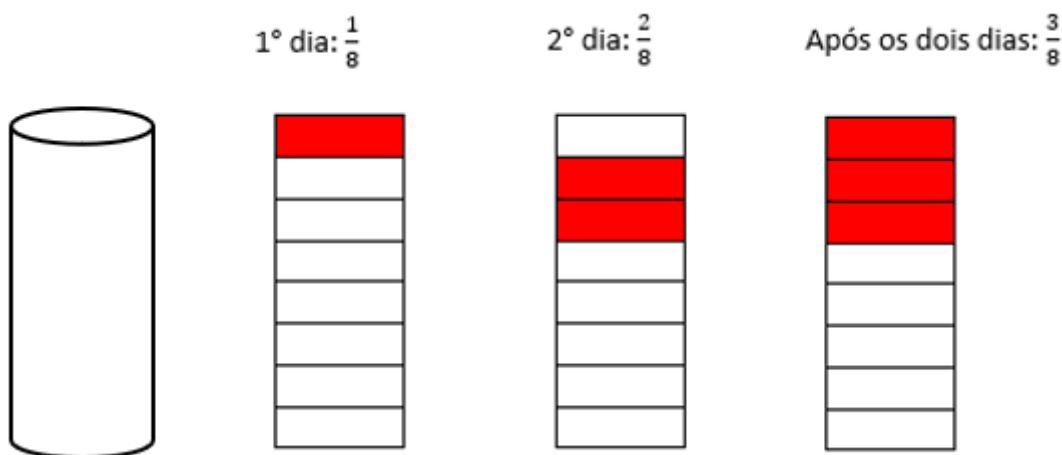
Exemplos:  $1,7 = \frac{17}{10}$ ;  $0,25 = \frac{25}{100}$ ;  $0,003 = \frac{3}{1.000}$ ;  $6,00125 = \frac{600125}{100.000}$

### 4.1.1 Operações com frações

#### Adição e subtração

**Problema:** Em uma fazenda na região do “Bico do Papagaio” (Norte do Tocantins), um tanque no formato de cilindro circular reto é utilizado para armazenamento de água. Ele possui capacidade para 5.000 litros de água e está completamente cheio. Sabendo que em dois dias consecutivos foram utilizados, respectivamente,  $\frac{1}{8}$  e  $\frac{2}{8}$  do seu volume total, quantos litros de água ainda restam nesse tanque?

**Resolução:** Vamos montar um esquema para facilitar o entendimento. Dividimos o volume total do tanque em 8 partes iguais e consideramos o consumo em cada dia (veja imagem abaixo).



Observe na última figura que do total foram utilizados  $\frac{3}{8}$  e restam  $\frac{5}{8}$ .

**Resposta:** Como o tanque tinha, inicialmente, 5.000 litros de água, temos que:

$$\frac{5}{8} \text{ de } 5.000 = \frac{5}{8} * 5.000 = \frac{25.000}{8} = 3.125 \text{ litros de água.}$$

**De forma geral, podemos trabalhar com a adição e subtração de frações de dois modos:**

**i) Denominadores iguais:** Mantemos o mesmo denominador e adicionamos ou subtraímos os numeradores.

a)  $\frac{1}{7} + \frac{4}{7} = \frac{4+1}{7} = \frac{5}{7}$

b)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} = \frac{3-5}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

c)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{2+5-4}{3} = \frac{3}{3} = 1$

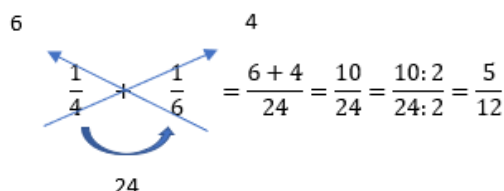
**ii) Denominadores diferentes:** Podemos utilizar os conhecimentos adquiridos de MMC e MDC.

**Exemplo:** Vamos calcular  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$  de duas maneiras distintas.

1ª) Determinamos o MMC entre os denominadores. Nesse caso,  $MMC(4, 6) = 12$ . Depois, pegamos o valor do MMC, e em cada fração, dividimos pelo denominador e o resultado multiplicamos pelo numerador, a fim de obtermos uma fração única, cujo denominador é o próprio MMC. Então, na primeira fração obtemos:  $12 : 4 * 1 = 3$  e na segunda:  $12 : 6 * 1 = 2$ . Logo,

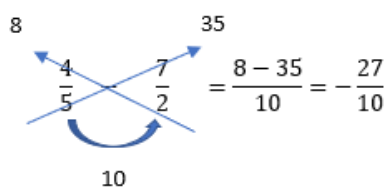
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 + 2}{12} = \frac{5}{12}$$

2ª) De forma prática, podemos utilizar a multiplicação conforme esquema abaixo:



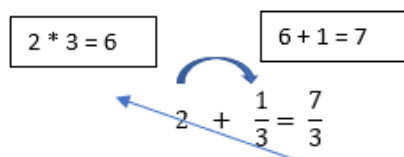
Note que  $MDC(10, 24) = 2$

**Exemplo:** Vamos mostrar que  $\frac{4}{5} - \frac{7}{2} = -\frac{27}{10}$ .

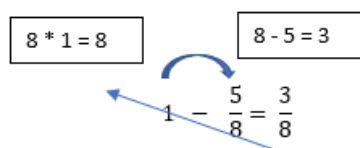


Esse método pode ser utilizado também na adição ou subtração entre um número inteiro e uma fração. Veja nos exemplos abaixo:

a)  $2 + \frac{1}{3}$



b)  $1 - \frac{5}{8}$





**Multiplicação:**

Para realizarmos uma multiplicação de duas frações, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

**Exemplos:**

a)

$$\frac{2}{5} * \frac{3}{11} = \frac{6}{55}$$

b)

$$\frac{9}{10} * \frac{5}{6} = \frac{45}{60} = \frac{45 : 15}{60 : 15} = \frac{3}{4}$$

**Divisão:**

Para efetuar uma divisão com frações, basta seguir o seguinte método: Considere a, b e c e d números inteiros diferentes de zero. Temos que:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c} = \frac{a * d}{b * c}$$

Muda o sinal da divisão para multiplicação e inverte a fração do denominador. Nesse caso, o inverso de  $\frac{c}{d}$  é  $\frac{d}{c}$ .

**Exemplos:**

a)  $\frac{2}{5} : \frac{7}{15} = \frac{2}{5} * \frac{15}{7} = \frac{30}{35} = \frac{30 : 5}{35 : 5} = \frac{6}{7}$

b)  $\frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} * \frac{6}{1} = -\frac{12}{3} = -4$

Atenção: O inverso de um número inteiro **a** ( $a \neq 0$ ) é  $\frac{1}{a}$ .

Assim,  $\frac{2}{4} = \frac{2}{5} * \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$



**Aplicações:**

1. Com o falecimento do senhor João, a herança da família, que se restringe a uma fazenda de 17 alqueires, será dividida entre sua esposa que terá direito a metade (1/2) e seus oito filhos, que dividirão igualmente entre eles a outra parte restante. Que fração da fazenda corresponderá a herança que cada um dos filhos terá direito?

**Resolução:** Cada filho terá direito a 1/8 da metade, ou seja, 1/8 de 1/2.

Neste caso, temos que  $\frac{1}{8}$  de  $\frac{1}{2} = \frac{1}{8} * \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ .

Portanto, cada filho herdeiro ficará com  $\frac{1}{16}$  da fazenda, ou ainda,  $\frac{1}{16} * 17 = \frac{17}{16} = 1,0625$  alqueires.

2. Uma área tem 900 m<sup>2</sup>. Nela serão colocados dois tipos de pisos, sendo que, em  $\frac{2}{5}$  dessa área, será colocado o piso A e em  $\frac{1}{3}$  dela, o piso B. Na área restante, será colocado uma grama específica.

a) Escreva a fração correspondente à área onde serão colocados os pisos?

b) Utilizando a informação do item a, e supondo que cada metro quadrado tanto do piso A, quanto do B, custa R\$ 48,00, estime um valor a ser gasto na compra desses pisos.

**Resolução:**

a) Nesse caso, devemos realizar a soma das partes:  $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$

b) Vamos calcular a área na qual será destinada os pisos:  $\frac{11}{15} * 900 = \frac{9900}{15} = 660 \text{ m}^2$ .

Como cada  $\text{m}^2$  custa R\$ 48,00, temos que:  $660 * 48 = 31.680$ .

Resposta: R\$ 31.680,00.

**Reflexão do autor:**

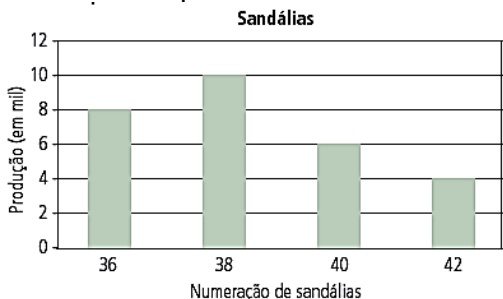
As frações são representações numéricas importantes e muito utilizadas. É comum percebermos sua presença em receitas, anúncios, pesquisas, medições, representações e cálculos. Por exemplo, convivemos com expressões do tipo: '1/4 de litro de leite', '2/5 dos funcionários', '1/10 da renda', 'a chance é de uma em um milhão', '1/3 dos hectares', 'metade da pizza', etc. Portanto, o desenvolvimento de habilidades voltadas a leitura, interpretação e cálculos de frações contribui para uma vida com mais sentidos e significados.

**ATIVIDADES IV**

26. Imagine que você tenha direito a um benefício. Porém, do montante inicial estipulado, apenas 9/10 lhe pertence, devido às taxas tributárias. Desta parte, deverá retirar 1/5 para pagamentos de despesas operacionais. Do restante, você ficaria com a terça parte, tendo em vista que possui dois sócios com os mesmos direitos. Com que fração do benefício você ficaria?

27. Indo à feira livre da cidade de Araguatins – TO, uma dona de casa comprou 1 kg (quilograma) de cebola,  $\frac{1}{4}$  kg de pimentão e  $\frac{3}{2}$  kg de tomate. Em fração, quantos quilogramas (kg) de hortaliças ela comprou?

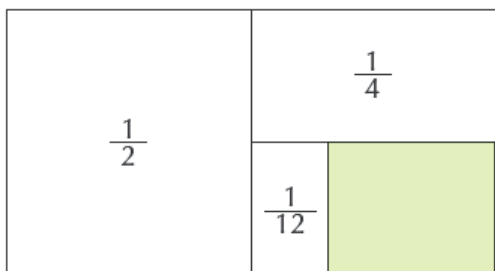
28. (Vunesp) O gráfico a seguir mostra a produção de sandálias de uma empresa do ramo no mês passado.



Analisando o gráfico, conclui-se que do total de sandálias produzidas, as de numeração 36 e 40, juntas, representam:

- (A)  $\frac{3}{4}$
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C)  $\frac{1}{3}$
- (D)  $\frac{3}{5}$

29. (ANDRINI-2012) Um terreno em formato retangular foi dividido em 4 lotes (figura abaixo). A parte sombreada representa que fração do terreno?



30. (ANDRINI-2012) Sheila vai embalar  $\frac{3}{4}$  de quilograma de balas em saquinhos com  $\frac{1}{8}$  de quilograma. Quantos saquinhos deverá utilizar?

31. (GIOVANNI JÚNIOR-2018) Para fazer um bolo de laranja, usa-se  $1\frac{1}{2}$  xícara de chá de açúcar branco. Para fazer  $2\frac{1}{2}$  da receita desse bolo, quanto desse ingrediente será necessário?



Fonte: Google imagens.

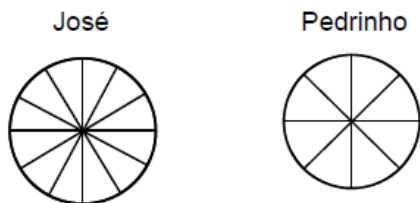
Fração na forma mista:

$$2\frac{1}{2} = \frac{2 * 2 + 1}{2} = \frac{5}{2}$$


32. (PROVA BRASIL) A estrada que liga Recife a Caruaru será recuperada em três etapas. Na primeira etapa, será recuperado  $\frac{1}{6}$  da estrada e na segunda etapa  $\frac{1}{4}$  da estrada. Uma fração que corresponde à terceira etapa é

- (A)  $\frac{1}{5}$       (B)  $\frac{5}{12}$       (C)  $\frac{7}{12}$       (D)  $\frac{4}{5}$

33. (PROVA BRASIL) Observe as figuras:



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho.

Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então, que conclusão eles chegaram?

34. (OBMEP 2019) Os números a e b são inteiros positivos tais que  $\frac{a}{11} + \frac{b}{3} = \frac{31}{33}$ . Qual é o valor de **a + b**?

- (A) 5      (B) 7      (C) 14      (D) 20      (E) 31

35. (OBMEP 2019) Janaína tem três canecas, uma pequena, uma média e uma grande. Com a caneca pequena cheia, ela enche  $\frac{3}{5}$  da caneca média. Com a caneca média cheia, ela enche  $\frac{5}{8}$  da caneca grande. Janaína enche as canecas pequena e média e despeja tudo na caneca grande. O que vai acontecer com a caneca grande?



- (A) Ela ficará preenchida em  $\frac{7}{8}$  de sua capacidade.
- (B) Ela ficará preenchida em  $\frac{8}{13}$  de sua capacidade.
- (C) Ela ficará preenchida em  $\frac{5}{8}$  de sua capacidade.
- (D) Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.
- (E) Ela vai transbordar.

36. (BIANCHINI-2015) Cássio iniciou uma viagem com o tanque do carro cheio. Na primeira parada, notou que havia gasto  $\frac{1}{4}$  do combustível. Ao parar pela segunda vez, verificou que, entre a 1ª e a 2ª parada, o carro havia gasto metade do combustível que tinha sobrado na 1ª parada. Colocou, então, 30 litros de combustível, e o tanque ficou cheio novamente. Quantos litros cabem no tanque do carro de Cássio?

### 5. CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

De uma forma simplificada, número irracional é todo número real não-racional. Assim, enquanto o conjunto dos números racionais é formado por números inteiros, frações, números decimais finitos e os números decimais infinitos periódicos, o **conjunto dos números irracionais**, representado por 'I', é composto pelos números decimais infinitos não-periódicos, portanto, possuem infinitos elementos.

Exemplos de números irracionais:  $\sqrt{2} = 1,41421 \dots$ ,  $\sqrt{10} = 3,16227 \dots$ ,  $\sqrt[3]{20} = 2,71441 \dots$ ,  $\sqrt[4]{8} = 1,68179 \dots$  (em geral, radicais que não possuem resultado exato, são números irracionais).

Existem alguns números irracionais famosos como:

- 'Pi':  $\pi = 3,14159 \dots$ , determinado pela razão entre o comprimento da circunferência de um círculo e seu diâmetro. É utilizado, por exemplo, no cálculo do perímetro e área de um círculo;
- 'Número de Euler':  $e = 2,71828 \dots$ , podendo ser utilizado, por exemplo, em tópicos como logaritmos e Matemática financeira.

#### Aplicações:

1. (ANDRINI-2012) Observe os números do quadro e atribua a cada número o valor 1 se ele for irracional e o valor 2 se racional.

$\frac{1}{4}$	$5 + \sqrt{2}$	$\sqrt{49}$
3,222...	0	0,5
$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{16 + 4}$

Qual é a soma dos valores atribuídos?

**Resolução:**

São racionais:  $\frac{1}{4}$ ;  $\sqrt{49} = 7$ ;  $3,222\dots$ ;  $0$ ;  $0,5$ ;  $\sqrt[3]{8} = 2$ ;  $\sqrt{100} = 10$  (7 números)

São irracionais:  $5 + \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}$  (2 números)

Resposta:  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16$

2. Em um disco circular de ferro liso e maciço, será colado uma fita em seu contorno e adesivos cobrindo completamente as áreas laterais (de um lado e do outro). Sabendo que o disco tem um diâmetro de 20 cm, qual deve ser o comprimento da fita e a área de cada adesivo a ser utilizado?

**Resolução:**

Para sabermos o comprimento da fita, devemos calcular o perímetro do círculo do disco. Para isso, usaremos a fórmula do comprimento de uma circunferência:  $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ .

Como o raio é a metade diâmetro, temos que  $r = \frac{20}{2} = 10$  cm.

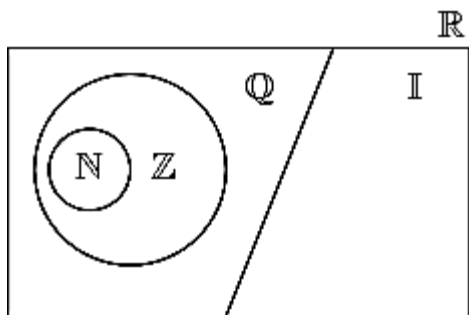
Assim,  $C = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 20\pi$  cm ou 62,8 cm (utilizando um valor aproximado  $\pi = 3,14$ ).

No cálculo da área usamos a fórmula  $A_c = \pi r^2 = \pi \cdot (10)^2 = 100\pi$  cm<sup>2</sup> ou 314 cm<sup>2</sup>.

Resposta: A fita deverá ter, aproximadamente, 62,8 cm e o adesivo uma área de, aproximadamente, 314 cm<sup>2</sup>.


**6. CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS**

O conjunto dos números reais ( $\mathbb{R}$ ) é composto pelos números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Veja no diagrama abaixo, sua representação.



Fonte: Google imagens

Observe que  $(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}) \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ , ou seja, todo número natural é inteiro, todo número inteiro é racional; e da união dos conjuntos racionais e irracionais têm-se o conjunto dos números reais.



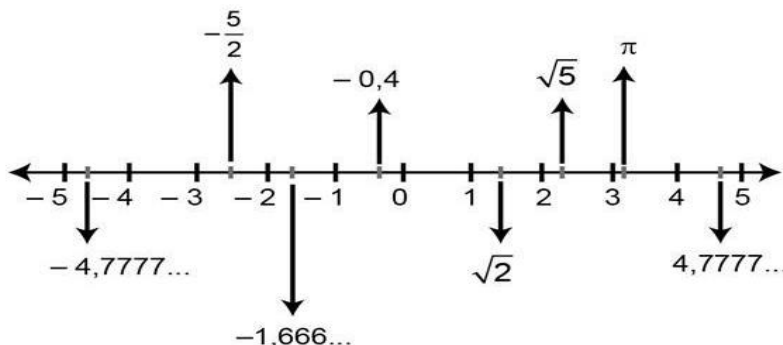
**Vale a dica:**  
 $\mathbb{Z} - \mathbb{N} =$  números inteiros negativos  
 $\mathbb{Q} - \mathbb{Z} =$  números racionais não inteiros, exemplo:  $\frac{1}{3}$ ; 0,75; 2,333...; etc.  
 $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{I}$   
 $\mathbb{R} - \mathbb{I} = \mathbb{Q}$

**Fica, portanto, a pergunta: Afinal, quais são os números que não são reais?**

De um modo simples, basta que pensemos em algumas situações em que o cálculo numérico não é possível de ser realizado dentro dos reais. Assim, logo lembraremos, por exemplo, da 'raiz quadrada de um número negativo' como  $\sqrt{-4}$ . É exatamente este o ponto, mas também poderia ser  $\sqrt[4]{-81}$  ou  $\sqrt[6]{-64}$ . De modo geral, não existe, dentro

do conjunto dos números reais, o cálculo com radicais de índice par e radicando negativo. Estes, portanto, não são números reais. Fazem parte do conjunto dos números complexos, conceito a ser estudado no ensino médio.

A representação geométrica do conjunto dos números reais é uma reta. Veja na figura a seguir, uma representação de uma parte da reta com alguns números.



Fonte: Google imagens.

### 6.1 Cálculo com decimais

Os números decimais podem ser finitos, por exemplo: 5,32; - 0,08; 75,561 (racionais); ou infinitos, por exemplo: 0,3333... (racional); 4,47213... (irracional).

Eles estão presentes nas mais diversas circunstâncias da vida real. Logo, compreender e saber operacionalizar com esses números, pode ser um diferencial importante nas ações econômicas, sociais e financeiras, em casa, no comércio ou no trabalho.

Os números decimais são compostos por duas partes, uma antes e outra depois da vírgula, chamadas, respectivamente, de parte inteira e parte decimal. Veja na tabela a seguir:

Parte inteira					Parte decimal				
...	Unidade de milhar (UM)	Centena (C)	Dezena (D)	Unidade (U)	Décimo (d)	Centésimo (c)	Milésimo (m)	Décimo de milésimo (dm)	...
	1	0	0	0					
		1	0	0					
			1	0					
				1					
				0	,	1			
				0	,	0	1		
				0	,	0	0	1	
				0	,	0	0	0	1

Assim, veja como fazer a leitura dos números decimais:

- a) 4,7 → quatro inteiros e sete décimos
- b) 5,12 → cinco inteiros e dose centésimos
- c) 30,001 → trinta inteiros e um milésimo
- d) 0,06 → seis centésimos

Porém, é muito comum observarmos na linguagem oral do dia a dia ou nos meios de cominação a leitura dos números decimais sem especificar suas ordens:

- a) 2,8 → dois vírgula oito
- b) 2,015 → dois vírgula zero quinze
- c) 0,225 → zero vírgula duzentos e vinte e cinco

### 6.1.1 Adição e subtração com números decimais

Para efetuar a adição ou subtração entre números decimais, basta considerar alguns detalhes:

- Colocar os números em ordem decrescente de cima para baixo;
- Posicionar vírgula embaixo de vírgula;
- Completar os espaços vazios com zero.
- Comece efetuando da direita para a esquerda.

#### Exemplos:

a)  $5,29 + 4,1$

	5	,	2	9
+	4	,	1	0
=	9	,	3	9

Resultado: 9,39

b)  $12,08 - 7,62$

	1	2	,	0	8
-	0	7	,	6	2
=		4	,	4	6

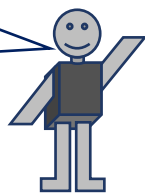
Vamos transformar 1 inteiro em 10 décimos, assim,  $10 - 6 = 4$ . Restará 11 inteiros.  $11 - 7 = 4$

Resultado: 4,46

c)  $1,5 - 0,082$

	1	,	5	0	0
-	0	,	0	8	2
=					

Vamos reescrever a parte decimal considerando que 5 décimos = 4 décimos + 9 centésimos + 10 milésimos.



Assim, teremos:

	1	,	4	9	10
-	0	,	0	8	2
=	1	,	4	1	8

Resultado: 1,418

### 6.1.2 Multiplicação e divisão com números decimais

Nessa parte de cálculo com números decimais envolvendo multiplicação e divisão, é interessante a utilização de uma calculadora. A seguir são apresentados dois modelos: uma 'comum' e outra científica.



Fonte: Google imagens

### Aplicações:

1. Antes de ir a um supermercado na cidade de Paraíso – TO, uma dona de casa preparou a lista de produtos e a quantidade de cada um deles que deveriam ser comprados. Preocupada com a instabilidade dos preços das mercadorias, decidiu levar consigo uma calculadora do modelo ‘comum’, assim, poderia ir fazendo suas contas ao mesmo tempo que colocava os itens no carinho, evitando, com isso, surpresas e desconforto de ter que devolver algum produto ao chegar no caixa. Considerando a lista com os preços abaixo, ao terminar suas compras e sabendo que tinha disponível R\$ 200,00, que conclusão a dona de casa chegou:

- I) o dinheiro era exatamente o mesmo valor da compra;
- II) o dinheiro era insuficiente e, portanto, deveria rever os itens do carrinho;
- III) o dinheiro era suficiente e ainda sobraria um troco.

Quantidade	Produto	Preço de cada item
2	Pacote de arroz	R\$ 19,90
5	Pacotes de feijão	R\$ 6,99
3	Litros de óleo de soja	R\$ 4,98
4	Pacotes de macarrão de 500 g	R\$ 2,85
4	Latas de sardinha	R\$ 3,89
1	Caixa de sabão em pó 1 kg	R\$ 9,80
3	Latas de extrato de tomate	R\$ 3,50
2	Pacotes de açúcar 1 kg	R\$ 6,89
2	Pacote de café 500 g	R\$ 10,99
3	Sabonetes	R\$ 2,99
30	Ovos	R\$ 0,48

### Resolução:

Primeiramente, vamos conhecer algumas teclas de uma calculadora modelo ‘comum’: M+ (adição na memória), M- (subtração na memória), MRC (resultado/registro da memória), AC ou ON/C (apaga os registros sem desligar a calculadora) e CE (limpa a entrada mais recente).





Seguindo a ordem da lista de compra, aperte as teclas na sequência, como se segue:  
 $2 \times 19,90$  M+ (aperte em seguida AC ou ON/C dependendo do modelo da calculadora).:  $5 \times 6,99$  M+ AC

$3 \times 4,98$  M+ AC

$4 \times 2,85$  M+ AC

$4 \times 3,89$  M+ AC

$1 \times 9,80$  M+ AC

$3 \times 3,50$  M+ AC

$2 \times 6,89$  M+ AC

$2 \times 10,99$  M+ AC

$3 \times 2,99$  M+ AC

$30 \times 0,48$  M+ AC

Agora aperte a tecla MRC (resultado da operação), neste caso, R\$ 196,08

Resposta: o dinheiro era suficiente e ainda sobraria um troco de R\$ 3,92.

Obs.: Para limpar a memória da calculadora aperte em sequência MRC → M-

**2.** Três amigos decidem formar uma sociedade. Para mobiliar o escritório foram necessários R\$ 21.247,50. Esse valor foi dividido na loja em 10 parcelas mensais iguais. Sabendo que o valor de cada parcela será dividido igualmente entre eles, qual o valor mensal que cada um terá que desembolsar?

#### Resolução:

Primeiro dividimos o valor total por 10, para sabermos o valor mensal a ser pago na loja.

$$21.247,50 : 10 = 2.124,75$$

Em seguida, pegamos o resultado dessa operação e dividimos por 3 para sabermos o valor mensal a ser pago por cada um deles.

$$2.124,75 : 3 = 708,25$$

Resposta: R\$ 708,25

#### Reflexão do autor:

Parte importante do conhecimento aritmético, a aprendizagem dos números reais proporciona uma melhoria na capacidade de leitura e interpretação do mundo, contribuindo, assim, no desenvolvimento de habilidades matemáticas, tais como na geometria, álgebra, trigonometria, probabilidade, estatística, matemática financeira. Outrossim, no mundo moderno e tecnológico de hoje, lidar com os números não é uma opção, e sim, uma necessidade. Quando se apresenta um bom desempenho no trato com esses números, as possibilidades se expandem na vida, nos estudos, no mercado de trabalho. Ademais, pode ocorrer de você não ter contato com alguns deles, outros, porém, farão parte da sua rotina. Portanto, quanto mais aprofundado for seu aprendizado, melhor e maior será o grau de significância desses números na sua vida.

#### ATIVIDADES V

37. (DANTE-2015) Os números reais aparecem nas mais variadas situações de nosso dia a dia. Veja alguns exemplos nos itens a seguir. Complete cada sentença com um

número real. Depois, escreva se o número é **real racional inteiro**, **real racional não inteiro** ou **real irracional**.

Por exemplo: uma dúzia e meia de ovos corresponde a 18 ovos. 18 é um número real racional inteiro.

a) Marcela dividiu um bolo em 6 partes iguais. Cada uma das partes corresponde a \_\_\_ do bolo.

b) A área de um piso quadrado é de  $70 \text{ m}^2$ . Cada lado do piso mede \_\_\_ m.

c) Uma peça com 14 m de tecido foi repartida em 4 partes iguais. Cada uma das partes mede \_\_\_ m.

d) Se a temperatura de um dia de inverno era de  $+4 \text{ }^\circ\text{C}$  e teve uma queda de  $6 \text{ }^\circ\text{C}$ , a temperatura passou a ser de \_\_\_  $^\circ\text{C}$ .

e) Se a medida do comprimento do contorno de uma praça circular for dividida pelo dobro da medida de seu raio, o resultado será \_\_\_.

f) Um musical durou 2 horas e 20 minutos. Esse valor também pode ser indicado por \_\_\_ horas.

38. Pedro mora na cidade de Palmas – TO e trabalha em uma empresa que fica a 18 km de distância da sua residência. Como almoça em casa, acaba percorrendo esse trajeto 4 vezes ao dia de segunda-feira a sexta-feira. No sábado, trabalha até meio dia, portanto, faz duas viagens, ida e volta. Para se locomover, usa como transporte uma moto que percorre em média 35,5 km com um litro de gasolina. Com o preço da gasolina custando em média R\$ 6,95, Pedro resolveu economizar. Durante os dias da semana levará seu almoço e, assim, fará apenas duas viagens, ida e volta. Com essa atitude, quanto, aproximadamente, Pedro conseguirá economizar em quatro semanas?

39. (PRAVALER) Um grupo de amigos tem um time de futebol e necessita comprar uniformes novos. Para tanto, um modelo de uniforme foi escolhido e orçamentos foram tomados em quatro lojas, conforme descrito na tabela:

Loja	Camisa (R\$)	Calção (R\$)	Par de meias (R\$)
1	26,00	14,00	9,00
2	29,00	13,00	8,00
3	31,00	13,00	5,00
4	32,00	10,00	7,00

As lojas só vendem uniformes completos: camisas, calções e pares de meias. O grupo vai se reunir para escolher três das propostas mais adequadas para tentar uma segunda negociação de preços, eliminando a loja que apresentar o orçamento mais caro para a compra de um uniforme completo. Qual dessas lojas terá seu orçamento eliminado?

40. (ENCCEJA 2020) Na banca de um determinado feirante encontram-se as seguintes placas de preços:



Uma pessoa chegou à feira com R\$ 25,00 e comprou, nessa banca, 2 kg de tomate, 4 kg de batata e 3 kg de cebola. Ela pretende gastar o restante do dinheiro comprando pimentão, mas reservando R\$ 2,35 para pegar o ônibus de volta para casa. A quantidade de pimentão, em quilograma, que essa pessoa conseguirá comprar naquela banca é:

- (A) 2,500.
- (B) 3,675.
- (C) 5,000.
- (D) 8,475.

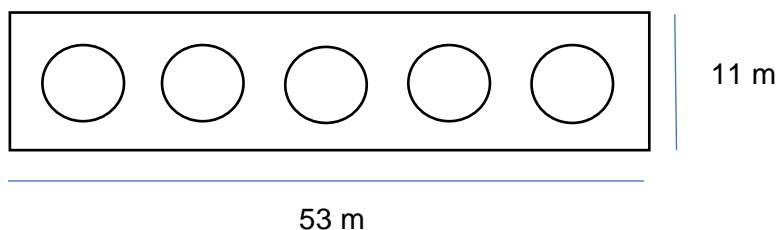
41. (ENCCEJA 2020) O dono de um automóvel bicomustível queria verificar qual combustível lhe proporcionaria menor gasto mensal, considerando que seus deslocamentos diários eram feitos sempre pelos mesmos trajetos. Em cada abastecimento, colocou a mesma quantidade de combustível e anotou o valor pago pelo abastecimento. Posteriormente, calculou a distância percorrida com aquela quantidade de combustível e construiu o seguinte quadro:

Tipo de combustível	Valor pago (R\$)	Distância percorrida (km)
Gasolina comum	210	350
Gasolina aditivada	270	360
Etanol	175	250

O critério de rendimento utilizado por essa pessoa foi observar quanto ela gastava para percorrer cada quilômetro com seu carro, quando abastecido pelos diferentes tipos de combustíveis. Ordenando os combustíveis pelo seu critério de rendimento, do mais econômico para o menos econômico, o dono do automóvel obteve corretamente a sequência

- (A) etanol – gasolina comum – gasolina aditivada.
- (B) gasolina aditivada – gasolina comum – etanol.
- (C) gasolina comum – etanol – gasolina aditivada.
- (D) gasolina aditivada – etanol – gasolina comum.

42. Na figura abaixo, estão indicadas as dimensões de um terreno retangular. Nele serão reservadas 5 regiões circulares idênticas de 8 m de diâmetro, para instalação de silos. No restante do terreno será colocado uma grama que custa R\$ 6,75 o metro quadrado. Assim, tendo como base a área destinada ao gramado e seu preço por  $m^2$ , qual o valor a ser gasto? (Dados: Área do retângulo = base . altura; área do círculo:  $\pi \cdot r^2$ ;  $\pi = 3,14$ ).



43. (ENEM 2020) Uma pessoa precisa comprar 15 sacos de cimento para uma reforma em sua casa. Faz pesquisa de preço em cinco depósitos que vendem o cimento de sua preferência e cobram frete para entrega do material, conforme a distância do depósito à sua casa. As informações sobre preço do cimento, valor do frete e distância do depósito até a casa dessa pessoa estão apresentadas no quadro abaixo:

Depósito	Valor do saco de cimento	Valor do frete para cada quilômetro	Distância entre a casa e o depósito
	(R\$)	(R\$)	(km)
A	23,00	1,00	10
B	21,50	3,00	12
C	22,00	1,50	14
D	21,00	3,50	18
E	24,00	2,50	2

A pessoa escolherá um desses depósitos para realizar sua compra, considerando os preços do cimento e do frete oferecidos em cada opção. Se a pessoa decidir pela opção mais econômica, o depósito escolhido para a realização dessa compra será o:

- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

44. (ENEM 2019) Para a compra de um repelente eletrônico, uma pessoa fez uma pesquisa nos mercados de seu bairro. Cada tipo de repelente pesquisado traz escrito no rótulo da embalagem as informações quanto à duração, em dia, associada à quantidade de horas de utilização por dia. Essas informações e o preço por unidade foram representados no quadro a seguir:

Tipo	Duração em dia	Horas por dia de utilização	Preço em real
I	30	12	12,00
II	32	9	9,00
III	40	10	10,00
IV	44	8	11,00
V	48	8	12,00

A pessoa comprará aquele que apresentar o menor custo diário, quando ligado durante 8 horas por dia. Nessas condições, o repelente eletrônico que essa pessoa comprará é do tipo:

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V

## 7. UNIDADES DE MEDIDA

O ser humano, através dos tempos, sempre sentiu a necessidade de medir. Realizamos medições com muita naturalidade em praticamente tudo que fazemos em nosso dia-a-dia. Por muito tempo, cada povo teve o seu próprio sistema de medidas e, em geral, as unidades de medidas primitivas estavam baseadas em partes do corpo humano, conhecidas como medidas antropomórficas, que eram referências comuns, pois ficava fácil chegar-se a uma medida que podia ser verificada por qualquer pessoa.



Fonte: [https://metrologia.org.br/wpsite/wp-content/uploads/2019/07/Cartilha\\_O\\_novo\\_SI\\_29.06.2029.pdf](https://metrologia.org.br/wpsite/wp-content/uploads/2019/07/Cartilha_O_novo_SI_29.06.2029.pdf)

Foi assim que surgiram medidas padrão como o cúbito, a braça, a jarda e o pé. Como as pessoas têm tamanhos diferentes, claramente havia a necessidade de um sistema de medidas mais seguro e universal, sobretudo, para facilitar e tornar mais justas as transações comerciais, além de garantir a coerência e confiança das medições.

O sistema métrico decimal foi criado após a revolução francesa. A Convenção do Metro foi assinada por representantes de 17 (dezessete) países, entre eles o Brasil, em 20 de maio de 1875, em Paris. Com ela, a criação do Sistema Métrico Decimal foi o passo inicial para a criação do Sistema Internacional de Unidades (SI), ocorrida durante a 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), realizada em 1960.

O SI possui sete unidades de base: o metro (comprimento), o quilograma (massa), o segundo (tempo), o ampere (corrente elétrica), o kelvin (temperatura termodinâmica), o mol (quantidade de substância) e a candela (intensidade luminosa). Esse sistema é prático, coerente e mundialmente aceito nas relações internacionais, no ensino e nas pesquisas científicas, que evolui continuamente para refletir as melhores práticas de medição. As sete unidades de base do SI fornecem as referências que permitem definir todas as unidades de medida do Sistema Internacional.

Fonte: Texto retirado de “O novo Sistema Internacional de Unidades” (ALVES; ROCHA, 2019).

A seguir, tem-se um estudo de algumas grandezas como comprimento, massa, superfície e volume, com suas unidades de medida, múltiplos e submúltiplos.



Fonte: Google imagens

**7.1 Medidas de comprimento**

**O metro (m)**

De acordo com o novo SI, “o metro (m) é a unidade de comprimento no SI. Se define ao fixar o valor numérico da velocidade da luz no vácuo,  $c$ , em 299 792 458, quando se expressa a unidade em  $m.s^{-1}$ , onde o segundo é definido em função da frequência de césio,  $\Delta\nu_{Cs}$ ” (ALVES; ROCHA, 2019, p. 7).

Além da unidade fundamental de comprimento, o metro, existem ainda os seus múltiplos e submúltiplos, conforme tabela abaixo.

Múltiplos		Unidade Fundamental		Submúltiplos		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Veja a seguir como fazer algumas das principais conversões:

km	→	m	x 1.000	m	→	km	÷ 1000
m	→	dm	x 10	dm	→	m	÷ 10
m	→	cm	x 100	cm	→	m	÷ 100
m	→	mm	x 1.000	mm	→	m	÷ 1.000
dm	→	mm	x 100	mm	→	dm	÷ 100
cm	→	mm	x 10	mm	→	cm	÷ 10
dm	→	cm	x 10	cm	→	dm	÷ 10

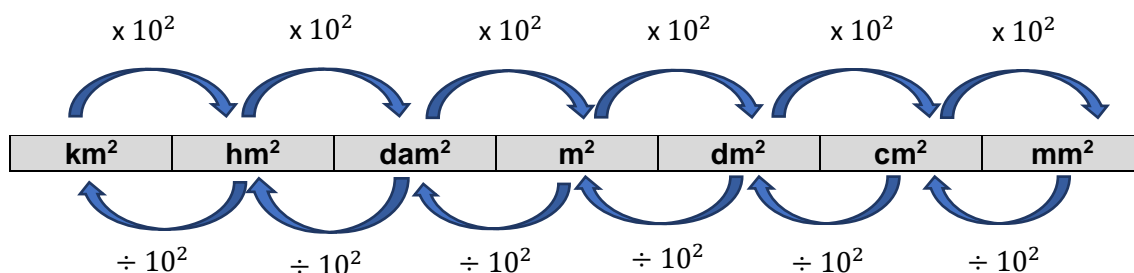
**Exemplos:**

- a)  $2,8 \text{ km} = (2,8 \times 1.000) \text{ m} = 2.800 \text{ m}$
- b)  $30 \text{ mm} = (30 : 1.000) \text{ m} = 0,03 \text{ m} = (0,03 \times 100) = 3 \text{ cm}$
- c)  $50 \text{ cm} = (50 : 10) \text{ dm} = 5 \text{ dm}$
- d)  $20 \text{ dm} = (20 \times 100) \text{ mm} = 2.000 \text{ mm}$

### 7.2 Medidas de superfície

O estudo das áreas é uma parte importante da Matemática, especialmente na Geometria, com aplicações algébricas e aritméticas. Existem diversas fórmulas e conceitos para se calcular a área de uma determinada região, dependendo, nesse caso, do seu modelo geométrico.

Pelo SI (Sistema Internacional de Medidas), a unidade padrão usada para expressar uma medida de área é o metro quadrado ( $m^2$ ), possuindo também seus múltiplos e submúltiplos: quilômetro quadrado ( $km^2$ ), hectômetro quadrado ( $hm^2$ ), decâmetro quadrado ( $dam^2$ ), decímetro quadrado ( $dm^2$ ), centímetro quadrado ( $cm^2$ ) e milímetro quadrado ( $mm^2$ ).



Pela tabela temos:

- a)  $1 km^2 = 10^6 m^2$
- b)  $1 m^2 = 10^2 dm^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2$ .
- c)  $1 cm^2 = 10^{-4} m^2$  ou  $0,0001 m^2$
- d)  $1 mm^2 = 10^{-6} m^2$  ou  $0,000001 m^2$
- e)  $1 dm^2 = 10^{-2} m^2$  ou  $0,01 m^2$

Existem ainda as chamadas medidas agrárias, como por exemplo o hectare (ha) e o alqueire. O primeiro corresponde a uma região de 10.000  $m^2$ , já o segundo, possui uma correspondência diferente na quantidade de  $m^2$  utilizados pelos estados brasileiros.

**Estudo complementar:** Faça uma pesquisa para saber, por exemplo, quanto mede (em  $m^2$ ), 1 alqueire Tocantinense e compare com de outros estados no Brasil.

### 7.3 Medidas de massa

Massa é a quantidade de matéria que um corpo possui. A unidade de medida utilizada no SI para medi-la é o quilograma (kg). Porém, existem outras como a grama (g) e tonelada (t), muito utilizadas no dia a dia. Veja na tabela abaixo os múltiplos e submúltiplos da grama.

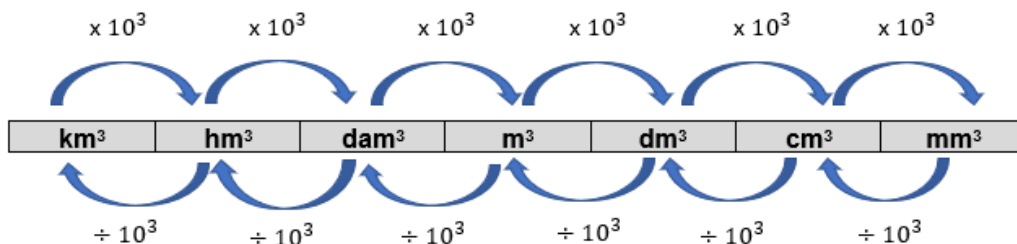
Múltiplos			Unidade Fundamental	Submúltiplos		
Quilograma	Hectograma	Decagrama	Gramas	Decigrama	Centigrama	Miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1.000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

**Exemplos:**

- a)  $1 t = 1.000 kg$
- b)  $1,75 kg = (1,75 \times 1.000) g = 1.750 g$
- c)  $600 g = (600 : 1.000) kg = 0,6 kg$
- d)  $5.380 g = (5.380 : 1000) g = 5,38 g = 0,00538 kg$

### 7.4 Medidas de volume

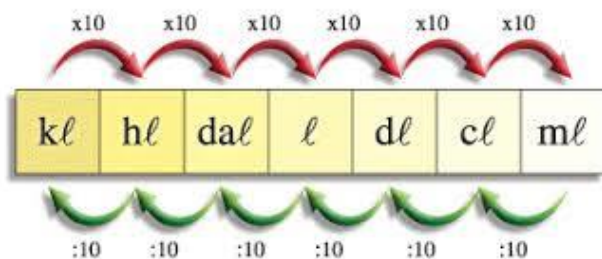
A unidade de medida fundamental de volume é o metro cúbico ( $m^3$ ). Veja no esquema abaixo, a relação com seus múltiplos e submúltiplos.



**Exemplos:**

- a)  $2 m^3 = (2 \times 10^3) dm^3 = (2 \times 1.000) dm^3 = 2.000 dm^3$
- b)  $500 cm^3 = (500 \div 10^6) m^3 = (500 \div 1.000.000) m^3 = 0,0005 m^3$  ou  $5 \times 10^{-4} m^3$

O volume de um recipiente também pode ser expresso através das **medidas de capacidade**: quilolitro (kl), hectolitro (hl), decalitro (dal), litro (l), decilitro (dl), centilitro (cl) e mililitro (ml).



Fonte: google imagens

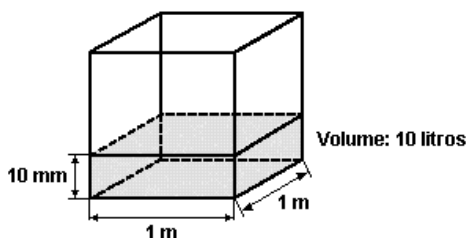
Existem algumas importantes relações entre medidas de volume e medidas de capacidade.

<p><math>1 m^3</math></p>	<p><math>1 dm^3</math></p>	<p><math>1 cm^3</math></p>
$1 m^3 = 1.000 l$	$1 dm^3 = 1 l$	$1 cm^3 = 1 ml$

**Aplicações:**

1. (Unifesp 2004) Quando se diz que numa determinada região a precipitação pluviométrica foi de 10 mm, significa que a precipitação naquela região foi de 10 litros de água por metro quadrado, em média.





Se numa região de 10 km<sup>2</sup> de área ocorreu uma precipitação de 5 cm, quantos litros de água foram precipitados?

- (A)  $5 \times 10^7$  (B)  $5 \times 10^8$  (C)  $5 \times 10^9$  (D)  $5 \times 10^{10}$  (E)  $5 \times 10^{11}$

**Resolução:**

Sabemos que uma precipitação de 10 mm = 10 litros por m<sup>2</sup>.

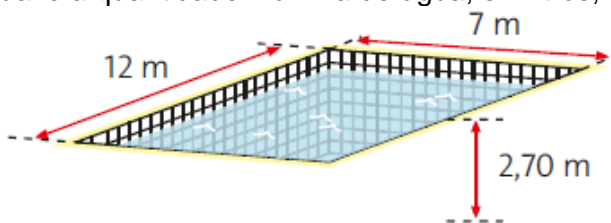
Vamos transformar 5 cm em mm: 5 cm = 5 x 10 = 50 mm.

Neste caso, ouve uma precipitação pluviométrica de 50 mm, ou seja, 50 l por m<sup>2</sup>.

Por outro lado, 1 km<sup>2</sup> = 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>. Ou ainda, 10 km<sup>2</sup> = 10 x 10<sup>6</sup> = 10<sup>7</sup> m<sup>2</sup>.

Resposta:  $50 \times 10^7 = 5 \times 10 \times 10^7 = 5 \times 10^8$  litros. Alternativa 'B'.

2. (DANTE-2016) Observe a piscina representada abaixo e as dimensões indicadas. Qual é a quantidade máxima de água, em litros, que essa piscina pode conter?

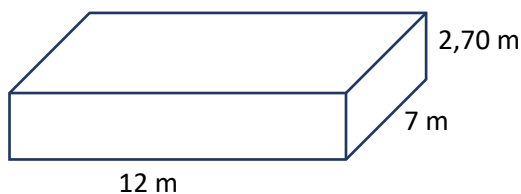


**Resolução:**

Volume do paralelepípedo retângulo ou bloco retangular:  $V = a \times b \times c$ .

- { a: comprimento
- b: largura
- c: altura

Veja abaixo o esboço da piscina:



$V = 12 \times 7 \times 2,70 = 226,8 \text{ m}^3$ . Como  $1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ l}$ , temos que:  $226,8 \times 1.000 = 226.800 \text{ l}$ .

Resposta: 226.800 litros.

**Reflexão do autor:**

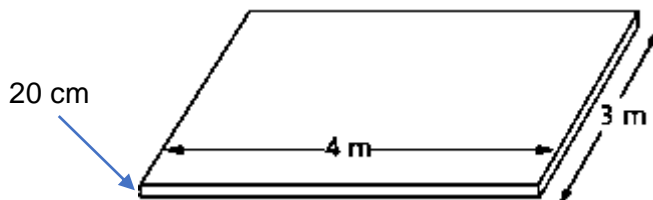
Compreender e realizar a conversão de unidades medidas são fundamentos importantes da Matemática, pois possuem aplicações concretas em diversos contextos da realidade. Aprimorar seus conhecimentos acerca desses conceitos, permitirão ao estudante agir em situações que exigem tais saberes, de forma mais incisiva e segura, evitando enganações, erros ou prejuízos.

**ATIVIDADES VI**

45. Em uma panificadora são produzidos 840 pães pela manhã e 360 pães à tarde. Cada pão possui uma massa de 50 g. Um quilograma desse pão é vendido a R\$ 14,00.

Caso a panificadora consiga vender toda sua produção diária, qual será a quantia arrecadada? E qual o preço de venda de uma unidade desse pão?

46. (DANTE-2016) Qual é o volume de concreto necessário para construir uma laje de 20 cm de espessura em uma sala de 3 m por 4 m?



47. (ENCCEJA 2018) Uma pessoa está planejando um churrasco para vinte pessoas. Embora se recomende 400 gramas de carne por pessoa, ela decide economizar e reduzir a quantidade em 100 gramas. Qual a quantidade de carne, em quilograma, que essa pessoa comprará para o churrasco?

- (A) 6      (B) 8      (C) 60      (D) 80

48. (ENCCEJA 2019) Um frasco que continha 3,5 L de uma determinada substância trincou-se. Com isso, perderam-se 300 mL de seu conteúdo. O restante da substância que permaneceu no frasco será transferido para recipientes com capacidade de 250 mL cada. A quantidade mínima desses recipientes necessária para acomodar o restante da substância é:

- (A) 1.      (B) 2.      (C) 13.      (D) 14.

49. Dona Joana preparou uma massa para fazer um bolo de chocolate, que ocupou uma assadeira de 1,8 litros de capacidade. Depois de pronto, ela cortou o bolo em pedaços de 60 cm<sup>3</sup> de volume. Em quantos desses pedaços o bolo foi dividido?

50. (SABER MATEMÁTICA) O perímetro de um triângulo é 0,097 m e dois de seus lados medem 0,21 dm e 42 mm. Determine a medida do terceiro lado, em centímetros.

51. (PM RN – Consultec) Sabe-se que 1 hectare é equivalente a 10.000 m<sup>2</sup>, ou seja, a um quadrado de lado 100 m. Se os 800.000 habitantes da cidade de Natal fossem uniformemente distribuídos nos 172 km<sup>2</sup> da área da cidade, então é correto afirmar que, em cada hectare, deveriam morar, aproximadamente:

- (A) 4.600 pessoas.  
 (B) 480 pessoas.  
 (C) 460 pessoas.  
 (D) 48 pessoas.  
 (E) 46 pessoas.

52. (PM PI – Nucepe) José comprou um sítio de 14 hectares, reservando, para a construção da casa e área de lazer, 1/4 do terreno. O restante, José usou para plantar arroz, milho e feijão. Se a área plantada tem 2/7 de arroz e 3/5 de milho, quantos metros quadrados do terreno foram ocupados com a plantação de feijão?

53. (ENEM 2019) A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse

medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL, 50 mL, 100 mL, 250 mL e 500 mL. Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de 1 cm<sup>3</sup>. A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é:

- (A) 10    (B) 50    (C) 100    (D) 250    (E) 500

## 8. RAZÃO, PROPORÇÃO E GRANDEZAS PROPORCIONAIS

### 8.1 Razão

A razão entre dois números **a** e **b**, com  $b \neq 0$ , é o quociente de **a** por **b** (**a : b**), que também pode ser indicado por  $\frac{a}{b}$  ou qualquer outra forma equivalente.

Assim, ao afirmar, por exemplo, que para cada 7 trabalhadores de uma fábrica, 5 são homens, estamos utilizando o conceito de razão. Neste caso, a razão entre o número total de homens e número total de funcionários é 5:7 ou  $\frac{5}{7}$ . O que leva a deduzir também, sobre estes funcionários, que o número de mulheres está para o número de homens na razão de 2 para 5 ou  $2 : 5 = \frac{2}{5} = 0,4$ .

**Exemplo:** A razão entre o número de dias de uma semana e o número de dias do mês de abril é  $\frac{7}{30}$ .

Existem alguns tipos de razões especiais como: escala, velocidade média e densidade demográfica.

**Escala (E)** é a razão entre o comprimento em um desenho (ou outra representação qualquer) (**d**) e o comprimento real correspondente (**D**), expressos em uma mesma unidade de medida.

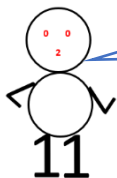
$$E = \frac{d}{D}$$

**Velocidade média ( $V_m$ )** é a razão entre o espaço percorrido ( $\Delta S$ ) e o tempo gasto para percorrê-lo ( $\Delta T$ ).

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta T}$$

**Densidade demográfica** é a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

$$\text{Densidade demográfica} = \frac{\text{Total de habitantes}}{\text{Área}}$$



Existem outras razões importantes, tanto na Matemática, como em outras áreas do conhecimento. Faça uma pesquisa e compartilhe com seus colegas!

**Aplicações:**

1. Na empresa 'Bem Bom', o quadro de funcionários é constituído por mulheres e homens na razão de 7 para 8, respectivamente. Devido a melhoria nas vendas, a empresa resolveu aumentar o número de funcionários que hoje é de 120. Porém, pretende contratar apenas mulheres e em quantidade suficiente para que se tenha a mesma quantidade de homens. Neste caso, quantas mulheres devem ser contratadas?

**Resolução:**

De acordo com a razão proposta no problema, para cada grupo de 15 funcionários (7 + 8), 7 são mulheres e 8 são homens.

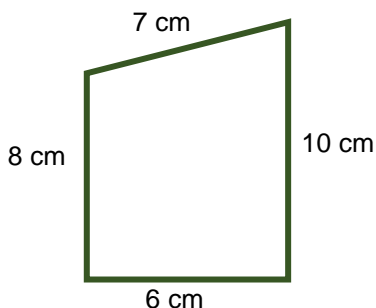
Assim, temos que:  $120 : 15 = 8$  grupos.

Logo, são  $8 \times 7 = 56$  mulheres e  $8 \times 8 = 64$  homens.

Assim,  $64 - 56 = 8$ . Ou seja, existe no quadro de funcionários, 8 homens a mais do que mulheres.

Resposta: devem ser contratadas 8 mulheres.

2. No desenho abaixo está representado a área de um terreno, cuja escala utilizada foi 1 : 5000. O dono desse terreno deseja cercá-lo com 4 voltas de um tipo de arame liso que custa R\$ 0,79 o metro. Para comprar a quantidade de arame necessário para o serviço, quanto o proprietário deverá gastar?



**Resolução:**

Perímetro do desenho:  $10 + 7 + 8 + 6 = 31$  cm.

De acordo com a escala, cada 1 cm no desenho corresponde a 5.000 cm no real.

Logo,  $31 \times 5.000 = 155.000$  cm = 1.550 m.

Como são 4 voltas, temos:  $4 \times 1.550 = 6.200$  m.

Cada metro do arame custa R\$ 0,79, então,  $6.200 \times 0,79 = 4.898$ .

Resposta: R\$ 4.898,00

**8.2 Proporção**

Proporção é uma igualdade entre duas razões. Ou de outra forma, podemos dizer que os números **a**, **b**, **c** e **d**, com **b** e **d** diferentes de zero, formam, nessa ordem, uma proporção quando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \left\{ \begin{array}{l} a, b, c, d: \text{são os termos da proporção} \\ a, d: \text{são os extremos} \\ b, c: \text{são os meios} \end{array} \right.$$

Lê-se: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**.

**Propriedade fundamental das proporções:** Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (b, d \neq 0) \Rightarrow \boxed{a \times d = b \times c}$$

**Exemplos:**

a) os números 5, 7, 15 e 21, nessa ordem, formam uma proporção, pois,  $\frac{5}{7} = \frac{15}{21} \Rightarrow 5 \times 21 = 7 \times 15 \Rightarrow 105 = 105$

b) os números 3, 9, 7 e 63, nessa ordem, **não** formam uma proporção, pois,  $\frac{3}{9} \neq \frac{7}{63} \Rightarrow 3 \times 63 \neq 9 \times 7 \Rightarrow 189 \neq 63$ .

**Aplicações:**

1. (BIANCHINI-2015) A miniatura de um carro, construída na escala 1:96, tem 5,5 cm de comprimento. Qual é o comprimento real do carro?

**Resolução:** Podemos representar o comprimento real do carro por 'k'. Assim, temos que o comprimento da miniatura (5,5) está para o comprimento real do carro (k), na razão de 1 para 96. Ou seja,  $\frac{5,5}{k} = \frac{1}{96}$ . Aplicando a propriedade fundamental da proporção, obtemos:  $k \times 1 = 5,5 \times 96$ , ou seja,  $k = 528$  cm ou 5,28 m.

Resposta: 5,28 metros.

**8.3 Grandezas proporcionais**

**Grandeza** é tudo o que pode ser medido ou contado. Assim, são exemplos de grandezas: o comprimento, a superfície, a temperatura, a massa, o tempo, o preço e a idade.

Vamos analisar as situações seguintes, identificando os valores de **k, m, n, x, y e z**.

**Tabela 1:** quantidade de latas de tinta e seu rendimento

Quantidade de latas de tinta.	1	2	m	5
Área pintada (em m <sup>2</sup> )	80	k	40	n

Agora pense e responda: Se com 1 lata é possível pintar 80 m<sup>2</sup>, dobrando a quantidade de latas utilizadas, o que acontecerá com área pintada? E se quintuplicar o número de latas? As respostas nesses casos são: dobrará e quintuplicará, respectivamente. Sendo assim,  $k = 160$  e  $n = 400$ .

Por outro lado, se reduzirmos a área a ser pintada pela metade, a quantidade de tinta a ser utilizada, também reduzirá pela metade. Logo,  $m = \frac{1}{2}$  ou 0,5 (meia lata de tinta). Essas grandezas são, portanto, diretamente proporcionais.

De maneira geral, duas grandezas são **diretamente proporcionais**, quando dobrado, triplicado ou é reduzido à metade o valor de uma delas, o valor da outra também dobra, triplica ou reduz pela metade, e assim por diante.

**Tabela 2:** velocidade média e o tempo gasto ao percorrer uma certa distância.

Velocidade média (em km/h)	80	x	160	40
Tempo (em horas)	5	20	y	z

Nessa situação, nota-se que aumentando a velocidade média, o trajeto será realizado em menos tempo, ou seja, quanto maior a velocidade média, menor o tempo gasto no

trajeto. Sendo assim, se dobrarmos a velocidade média, o tempo cairá pela metade ( $y = 2,5$ ). Por outro lado, se reduzirmos a velocidade média à metade, o tempo dobrará ( $z = 10$ ). Note também que, reduzindo a velocidade média pela quarta parte, o tempo quadruplicará. Logo,  $x = 20$ .

De maneira geral, duas grandezas são **inversamente proporcionais**, quando dobrado o valor de uma, o valor da outra reduz pela metade; triplicando o valor de uma, o valor da outra reduz a terça parte; quadruplicando o valor de uma, o valor da outra reduz pela quarta parte; e assim por diante.

### Aplicações:

1. Dividir a quantia de R\$ 4.185 em três partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 4.

#### Resolução:

Como as grandezas são diretamente proporcionais, vamos encontrar a constante de proporcionalidade, dividindo o valor total pela soma das partes ( $2 + 3 + 4 = 9$ ). Ou seja,  $4.185 : 9 = 465$ .

Agora, basta multiplicar cada uma das partes pela constante de proporcionalidade.  $2 \times 465 = 930$ ;  $3 \times 465 = 1.395$  e  $4 \times 465 = 1.860$ .

Resposta: R\$ 930,00; R\$ 1.395,00 e R\$ 1.860,00.

2. (Joamir Roberto de Souza-2018) Para o transporte dos participantes de uma excursão, será fretado um ônibus com capacidade para 46 passageiros. O preço do fretamento é fixo, independentemente da quantidade de participantes da excursão. A despesa com esse fretamento será dividida igualmente entre os participantes: caso sejam 20 participantes, por exemplo, cada um deles terá de pagar R\$ 92,00. Quantos reais, no mínimo, um participante dessa excursão pode pagar pelo fretamento do ônibus?

#### Resolução:

De acordo com o problema, se dobrarmos o número de participantes, o valor a ser pago por cada um reduzirá pela metade. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais.

Assim, o valor mínimo 'k' ocorrerá com a lotação máxima 46.

Portando, 20 é inversamente proporcional a 92, assim como 46 é inversamente proporcional a k.

$$\text{Ou seja, } \frac{20}{\frac{1}{92}} = \frac{46}{\frac{1}{k}} \Rightarrow 20 \times 92 = 46 \times k \Rightarrow 46k = 1.840 \Rightarrow k = \frac{1.840}{46} = 40$$

Resposta: R\$ 40,00

### Reflexão do autor:

O conceito de razão, por definição, é básico. Porém, possui vasta aplicabilidade em muitos componentes curriculares, como também em diversos setores da sociedade, comércio, construção civil, saúde, esporte. As grandezas organizam e nos ajudam a compreender o espaço que nos cerca. Proporcionam interpretações e leituras que auxiliam no ser, estar e agir no mundo. Ademais, ampliar seus conhecimentos sobre razão e proporcionalidade representa mais um passo no universo das oportunidades, além de permitir planejar e executar melhor ações e serviços.

**ATIVIDADES VII**

54. (ANDRINI-2012) Um saquinho com 24 balas será repartido entre crianças. Com essa informação, calcule os valores de a, b e c.

Números de crianças	2	a	4	c
Quantidade de balas	12	8	b	4

Essas grandezas são direta ou inversamente proporcionais?

55. Uma herança de R\$ 78.000,00 deve ser repartida entre 4 irmãos João, Maria, Pedro e Ricardo, cujas idades são, respectivamente, 12 anos, 15 anos, 17 anos e 21 anos. Sabendo que o valor a receber é diretamente proporcional à idade, quanto receberá cada um deles?

56. (Joamir Roberto de Souza-2018) As inundações em áreas urbanas são problemas recorrentes em diversas regiões do Brasil e causam prejuízos ambientais, sociais e econômicos.

Em certo município, foram construídos reservatórios para captar a água da chuva que escoava pelas galerias pluviais, diminuindo o risco de inundações. Para encher completamente um reservatório desses, com uma vazão de 18 m<sup>3</sup> de água por segundo, leva-se 20 min. Qual é o tempo necessário para encher esse reservatório, com uma vazão de 30 m<sup>3</sup> por segundo?

57. (DANTE-2015) Em uma empresa, a razão do número de mulheres para o número de homens é de 1 para 3. Se forem contratadas mais duas mulheres, a razão passará a ser de 1 para 2. Quantas mulheres e quantos homens há nessa empresa?

58. (UFBA) Sessenta das 520 galinhas de um aviário não foram vacinadas; morreram 92 galinhas vacinadas. Para as galinhas vacinadas, a razão entre o número de mortas e de vivas é:

- (A) 4/5    (B) 5/4    (C) 1/4    (D) 4/1    (E) 1/5

59. Divida um segmento de 132 cm em três pedaços inversamente proporcionais a 2, 4 e 6.

**9. REGRA DE TRÊS SIMPLES E REGRA DE TRÊS COMPOSTA**

**Regra de três simples**

A regra de três simples é um método prático usado para resolver problemas do dia a dia, que envolvam duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

**Exemplo:** Um automóvel percorreu uma determinada distância em 3 horas, com uma velocidade média de 80 km/h. Se a velocidade média fosse de 100 km/h, em quanto tempo o automóvel percorreria esta mesma distância?

Para facilitar a resolução, usaremos o sistema de setas. Veja a seguir como proceder:

**1º passo:** Identifique as grandezas, seus valores e unidades de medida;

**2º passo:** represente-as, conforme esquema abaixo. Coloque o 'x' no valor procurado;

<u>Tempo (horas)</u>	<u>velocidade (km/h)</u>
3	80
x	100

**3º passo:** Coloque a primeira seta na grandeza aonde tem o 'x', voltada para ele;

Tempo (horas)	velocidade (km/h)
3	80
↓ x	100

**4º passo:** Faça a interpretação das grandezas, verificando se são diretamente proporcionais (GDP) ou inversamente proporcionais (GIP). Caso sejam GDP, a seta fica no mesmo sentido. Se forem GIP, as setas ficam em sentido oposto.

No problema, temos que, se dobramos a velocidade média (160 km/h), o tempo reduzirá pela metade (1,5 horas). Logo, as grandezas são inversamente proporcionais e as setas ficam em sentidos opostos.

Tempo (horas)	velocidade (km/h)
3	80
↓ x	100 ↑

**5º passo:** Monte uma proporção, sendo a primeira razão formada pela grandeza que contém o 'x' na ordem em que aparecem (numerador e denominador). Na segunda razão, deve observar se são GDP (mantém a ordem em que aparecem) ou GIP (invertem a ordem).

No caso do problema, como temos GIP, a primeira razão será  $\frac{3}{x}$  e a segunda, invertendo as posições,  $\frac{100}{80}$ .

Assim,  $\frac{3}{x} = \frac{100}{80}$ . Aplicando a propriedade fundamental das proporções, obtemos:

$$x \times 100 = 3 \times 80$$

$$100x = 240$$

$$x = \frac{240}{100} = 2,4$$

Resposta: 2,4 horas ou 2 horas e 24 minutos.

**Aplicações:**

**1.** Luciana pretende fazer um churrasco em comemoração à sua colação de grau. Ela ganhou um patrocínio para a compra da carne no valor de R\$ 624,00. O menor preço que conseguiu no quilograma da carne preferida foi R\$ 32,00. Então, decidiu que o número de pessoas convidadas vai depender da quantidade de carne comprada, considerando 300 gramas de carne por pessoa. Sendo assim, quantos foram os convidados para a festa de Luciana?

**Resolução:**

Como são 624 reais e o quilograma da carne custa 32 reais, então, serão  $624 : 32 = 19,5$  kg ou 19.500 g de carne.

Por outro lado, se dobramos a quantidade carne, dobramos também a quantidade de pessoas, ou seja, 300 g, uma pessoa, 600 g, duas pessoas, e assim por diante. Logo, as grandezas são diretamente proporcionais.

Segue, portanto, que:

Carne (em g)	Número de pessoas
300	1
↓ 19.500	↓ x



$$\frac{1}{x} = \frac{300}{19.500} \Rightarrow x \times 300 = 1 \times 19.500$$

$$300x = 19.500$$

$$x = \frac{19.500}{300} = 65$$

Resposta: 65 pessoas

### Regra de três composta

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais, é chamado de **regra de três composta**.

Para resolver problemas que tratam da regra de três composta, utilizaremos os procedimentos da regra de três simples, observando, no entanto, que serão mais de duas grandezas. Neste caso, para sabermos se são GDP ou GIP, faremos a interpretação de duas em duas grandezas, utilizando sempre aquela que contém a pergunta do problema, ou seja, o 'x'.

Depois, montamos uma equação, onde no primeiro membro fica a razão correspondente a grandeza que contém a pergunta do problema ('x'), e no segundo membro, teremos um produto das razões das outras grandezas, observadas se são GDP ou GIP.

### Aplicações:

1. (DANTE-2015) Para cobrir o piso de um galpão, foram necessárias 750 peças de cerâmica de 45 cm de comprimento por 8 cm de largura. Quantas peças de 40 cm de comprimento por 7,5 cm de largura serão necessárias para cobrir um piso cuja área é o dobro da anterior?

### Resolução:

As grandezas envolvidas no problema são: quantidade de peças de cerâmica, área da peça de cerâmica e área do piso.

As áreas das cerâmicas são:  $45 \times 8 = 360 \text{ cm}^2$  e  $40 \times 7,5 = 300 \text{ cm}^2$ .

Área do piso da sala:  $750 \times 360 = 270.000 \text{ cm}^2$

Área do novo piso:  $540.000 \text{ cm}^2$  (dobro da anterior).

Grandezas: quantidade de peças e área da peça de cerâmica – Supondo que a área do piso seja a mesma, dobrando a área da peça de cerâmica, a quantidade de peças reduz pela metade. Logo, essas grandezas são inversamente proporcionais (setas em sentidos opostos)

Grandezas: quantidade de peças e área do piso – Supondo que a área da peça de cerâmica seja a mesma, dobrando a área do piso, a quantidade de peças também dobrará. Logo, temos grandezas diretamente proporcionais (setas no mesmo sentido).

Quantidade de peças de cerâmicas	Área da peça de cerâmica (em cm <sup>2</sup> )	Área do piso (em cm <sup>2</sup> )
750	360	270.000
X	300	540.000

Assim, temos que:  $\frac{750}{x} = \frac{300}{360} \times \frac{270.000}{540.000}$

$$\frac{750}{x} = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{750}{x} = \frac{5}{12}$$

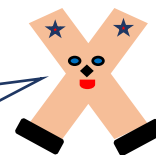
$$5 \times x = 750 \times 12$$

$$5x = 9.000$$

$$x = \frac{9.000}{5} = 1.800$$

Note que:

$$\frac{300}{360} = \frac{300:60}{360:60} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{270.000}{540.000} = \frac{1}{2}$$


Resposta: 1.800 peças.

**Reflexão do autor:**

Diversas situações do dia a dia podem ser traduzidas e resolvidas por meio da regra de três simples ou composta. Habilidades na resolução de problemas que tratam desse assunto, são constantemente exigidas em concursos, vestibulares e ENEM. Importante destacar que os conceitos aqui apresentados representam uma ferramenta de auxílio na aprendizagem dessa temática. Existem outros métodos e técnicas, podendo, inclusive, utilizar-se apenas do cálculo mental com uma boa dose de interpretação e raciocínio lógico.

**ATIVIDADES XIII**

60. (DANTE-2015) Lucimar tem uma corda para varal e vai dividi-la em pedaços, todos de mesmo comprimento. Se cada pedaço tiver 4 metros, ele obterá 18 pedaços. E, se cada pedaço tiver 6 metros, quantos pedaços ele obterá?

61) (DANTE-2015) Com 6 folhas de papel de seda, Ademir fez 8 pipas iguais. Quantas pipas iguais a essa ele pode fazer com 9 folhas de papel de seda?

62) (ENEM 2020) Uma torneira está gotejando água em um balde com capacidade de 18 litros. No instante atual, o balde se encontra com ocupação de 50% de sua capacidade. A cada segundo caem 5 gotas de água da torneira, e uma gota é formada, em média, por  $5 \times 10^{-2}$  mL (0,05 mL) de água. Quanto tempo, em hora, será necessário para encher completamente o balde, partindo do instante atual?

63) (GIOVANNI JÚNIOR-2018) Um filtro de ar retém 0,7 grama de poeira para cada  $100 \text{ m}^3$  de ar filtrado. Quantos gramas de poeira são retidos para  $15.000 \text{ m}^3$  de ar filtrado?

64) (GIOVANNI JÚNIOR-2018) Com certa quantidade de arame pode-se fazer uma tela de 50 m de comprimento por 1,20 m de largura. Aumentando a largura em 1,80 m, qual será o comprimento de outra tela feita com a mesma quantidade de arame usado na tela anterior?

65) Uma fábrica produz 5.400 metros de um tecido com 90 cm de largura em 50 minutos. Mantendo o mesmo ritmo de produção, em quanto tempo, essa fábrica produzirá 2.025 metros desse tecido com 120 cm de largura?

66) (BIANCHINI-2015) Nove amigos foram acampar por 6 dias. Para isso, levaram alimento suficiente, calculando 4 refeições diárias. Se chegassem mais 3 amigos e o grupo fizesse 3 refeições diárias, a quantidade de alimento que levaram inicialmente seria suficiente para quanto tempo?

67) (GIOVANNI JÚNIOR-2018) Em uma fábrica de chocolates, trabalham 21 funcionários na produção. Juntos, eles fazem, ao longo da jornada de trabalho de 6 h diárias, 420 barras de chocolate. Próximo de datas comemorativas, como Páscoa, Dia dos Namorados e Natal, a fábrica costuma aumentar a jornada de trabalho para 8 h/dia e faz novas contratações, pois tem como meta a produção de 960 barras de chocolate por dia. Quantos funcionários precisam estar na produção para que essa meta seja atingida?

68) (ÊNIO SILVEIRA-2015) Em uma disputa de tiro, uma catapulta, operando com 6 baterias de 15 minutos cada uma, lança 300 pratos de barro. Quantos pratos essa catapulta lançará com 10 baterias de 12 minutos cada?

69) (DANTE-2015) Uma máquina, trabalhando durante 6 minutos, produz 80 peças. Se for usada uma máquina com o dobro de potência, em quanto tempo ela produzirá 120 peças? (Sugestão: use 1 para a potência da primeira máquina e 2 para a da segunda).

70) (ÊNIO SILVEIRA-2015) Dez guindastes móveis levam 18 dias de 8 horas de trabalho para carregar 200 contêineres em um navio. Quantos desses contêineres serão carregados em 15 dias, por 6 desses guindastes, funcionando 6 horas por dia?

## 10. PORCENTAGEM

**Problema:** Uma empresa tem 80 funcionários. Com dificuldades financeiras, resolveu demitir 20 deles. Qual o percentual de funcionários demitidos?

A razão entre os que serão demitidos e o total de funcionários é  $\frac{20}{80}$  ou  $\frac{20:20}{80:20} = \frac{1}{4}$  (um em cada quatro funcionários serão demitidos).

De forma equivalente,  $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100}$ . Isso significa que num grupo de 100 funcionários, 25 seriam demitidos, ou seja, 25%.

Razões de denominador 100, são chamadas de **razões centesimais**, **taxas percentuais** ou simplesmente de **porcentagens**.

Essas porcentagens podem ser representadas pelo numerador seguido do símbolo %, que significa: 'por cento', mas, também pode vir em forma decimal.

**Exemplos:**

$$8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

$$37\% = \frac{37}{100} = 0,37$$

$$0,5\% = \frac{0,5}{100} = 0,005$$

$$250\% = \frac{250}{100} = 2,5$$

Assim, para se calcular, por exemplo, 8% de R\$ 200,00, podemos proceder de duas formas:

$$1^a) 8\% \text{ de } 200 = \frac{8}{100} \times 200 = \frac{1.600}{100} = 16.$$

2ª)  $8\% \text{ de } 200 = 0,08 \times 200 = 16.$

Resposta: R\$ 16,00

As porcentagens estão presentes em quase todas as atividades da sociedade. Algumas palavras como aumento, desconto, lucro, prejuízo, empréstimo, financiamento, dentre outras, comumente estão relacionadas com porcentagens.

Aqui, iremos trabalhar com a representação decimal. Diante disso, é importante a utilização de uma calculadora.

**Aplicações:**

1. Se num produto que custava R\$ 85,00 um cliente pagou R\$ 72,25, qual foi o percentual de desconto concedido pela loja?

**Resolução:**

Vamos resolver esse problema de dois modos.

1º) usando regra de três

O desconto obtido, em reais, foi de  $85 - 72,25 = 12,75.$

Valor (R\$)	(%)
85	100
12,75	x

$$\frac{100}{x} = \frac{85}{12,75} \Rightarrow 85x = 1.275 \Rightarrow x = \frac{1.275}{85} = 15\%$$

2º) A razão entre o valor pago e o valor original é dada por:  $\frac{72,25}{85}$ . Efetuando a divisão, obtemos:  $\frac{72,25}{85} = 0,85$  ou 85%. Ou seja, o valor pago corresponde a 85% do valor original. Logo, o desconto foi de 15%.

Ou,  $85 - 72,25 = 12,75$  e  $\frac{12,75}{85} = 0,15 = 15\%.$

2. Após um aumento de 22%, Túlio passou a receber um salário de R\$ 1.903,81. Qual era o salário de Túlio antes desse aumento?

**Resolução:**

R\$ 1.903,81 = 100% (salário antigo) + 22% (sobre o salário antigo), temos:

Valor (R\$)	(%)
1.903,81	122
x	100

$$\frac{1.903,81}{x} = \frac{122}{100} \Rightarrow 122x = 190.381$$

$$x = \frac{190.381}{122} = 1.560,5$$

Resposta: R\$ 1.560,50

Cuidado!  
 Você não deve simplesmente retirar 22% de R\$ 1.903,81. Afinal, os 22% foram aplicados sobre o salário antigo. Observe, por exemplo, que:  
 $100 + 20\% \text{ de } 100 = 120$   
 $120 - 20\% \text{ de } 120 = 96$



3. Na figura abaixo, tem-se parte dos dados de um boleto bancário. Seu pagamento foi realizado no dia 26/10/2021, seguindo as instruções prescritas no mesmo. Qual foi o valor desse pagamento?

<b>BANCO FH</b>	
PAGAR EM QUALQUER BANCO ATÉ O VENCIMENTO	<b>VENCIMENTO:</b> 18/10/2021
	<b>VALOR: 250,00</b>
APÓS O VENCIMENTO: - PAGAR SOMENTE NO BANCO FH. - COBRAR MULTA DE 5% ACRESCIDO DE JUROS DE R\$ 0,42 POR DIA DE ATRASO.	

**Resolução:**

Primeiro calculamos a multa:  $5\%$  de  $250 = 0,05 \times 250 = 12,5$ .  
 Observe que foram 8 dias de atraso:  $8 \times 0,42 = 3,36$ .  
 Logo,  $250 + 12,5 + 3,36 = 265,86$ .  
 Resposta: R\$ 265,86.

4. (IEZZI-2013/Adaptado) A primeira fase de um vestibular foi feita por 48.000 candidatos, dos quais 65% não passaram para a fase seguinte. Entre os que fizeram a segunda fase, 68% não foram aprovados. Qual o percentual e a quantidade de candidatos que conseguiram ingressar na faculdade por meio desse exame?

**Resolução:**

1ª fase: Reprovados: 65% e Aprovados: 35%  
 2ª fase: Reprovados 68% e Aprovados: 32%

Assim, 32% dos 35% que fizeram a segunda fase foram aprovados, ou seja,  $32\%$  de  $35\% = 0,32 \times 0,35 = 0,112$  ou 11,2%.  
 Segue que:  $11,2\%$  de  $48.000 = 0,112 \times 48.000 = 5.376$ .

Resposta: 5. 376 candidatos.

**Reflexão do autor:**

Parte importante da Matemática aplicada na vida cotidiana, as porcentagens contribuem com a interpretação e intervenção nos mais variados setores da sociedade, contribuindo com a leitura e análises estatísticas, na compra e venda de mercadorias e no mercado financeiro. Sua correta compreensão e utilização, é, pois, uma necessidade em uma sociedade cada vez mais capitalista.

**ATIVIDADES IX**

71. (ENCCEJA 2019) Uma confecção vende camisetas por R\$ 30,00 cada peça. Oferece um desconto de 20% sobre esse preço a uma loja que as compra em grande quantidade. Essa loja revende as camisetas pelo preço de R\$ 50,00 cada. Na última remessa, porém, o desconto oferecido pela confecção foi de 5% sobre o preço de cada camiseta. O lojista, visando manter o que lucrava com cada peça anteriormente, deverá reajustar o preço de revenda. Com base nas condições apresentadas, qual deve ser o novo preço de revenda, em real, de cada camiseta?

72) (UF-GO) O sr. Manuel contratou um advogado para receber uma dívida cujo valor era de R\$ 10 000,00. Por meio de um acordo com o devedor, o advogado conseguiu receber 90% do total da dívida. Supondo que o sr. Manuel pagou ao advogado 15% do total recebido, quanto dinheiro lhe restou?

73) (UF-CE) O preço de um aparelho elétrico com um desconto de 40% é igual a R\$ 36,00. Calcule, em reais, o preço desse aparelho elétrico, sem esse desconto.

74) (IEZZI-2013) O dono de uma padaria comprou um pacote de chocolate com 100 unidades pagando R\$ 120,00. Se ele vender 40 unidades com uma margem de contribuição unitária igual a 50% do custo unitário, e 60 unidades com uma margem de 30% sobre o custo unitário, qual a receita de venda das 100 unidades?

75) (UF-PE) Em um exame de vestibular 30% dos candidatos eram da área de Ciências Sociais. Dentre esses candidatos, 20% optaram pelo curso de Administração. Indique a porcentagem, relativa ao total de candidatos, dos que optaram por Administração.

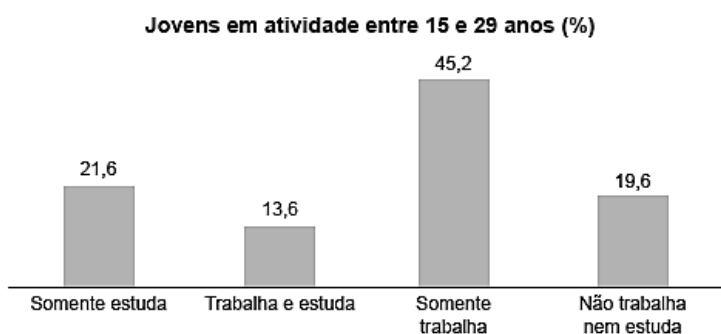
76) (U.F. Uberlândia-MG) No mês de agosto, Pedro observou que o valor da sua conta de energia elétrica foi 50% superior ao valor da sua conta de água. Em setembro, tanto o consumo de energia elétrica quanto o de água, na residência de Pedro, foram iguais aos consumos do mês de agosto. Porém, como as tarifas de água e energia elétrica foram reajustadas em 10% e 20%, respectivamente, Pedro desembolsou R\$ 20,00 a mais do que em agosto para quitar as duas contas. Quanto Pedro pagou de energia elétrica no mês de setembro?

77) (DANTE-2015) Em uma promoção, o preço de um liquidificador foi reduzido de R\$ 76,00 para R\$ 57,00. De quanto por cento foi a redução?

78) (UnB-DF) Em uma cidade, há 10.000 pessoas aptas para o mercado de trabalho. No momento, apenas 7.000 estão empregadas. A cada ano, 10% das que estão empregadas perdem o emprego, enquanto 60% das desempregadas conseguem se empregar. Considerando que o número de pessoas aptas para o mercado de trabalho permaneça o mesmo, calcule o percentual de pessoas empregadas daqui a 2 anos. Despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

79) (IEZZI-2013) Um fogão que custava R\$ 500,00 sofreu um aumento de 8%. Em razão da falta de demanda, o vendedor resolveu oferecer um desconto de 8% sobre o preço com acréscimo. Qual o preço final do fogão, após o acréscimo seguido de desconto?

80) (ENEM 2020) A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) é uma pesquisa feita anualmente pelo IBGE, exceto nos anos em que há Censo. Em um ano, foram entrevistados 363 mil jovens para fazer um levantamento sobre suas atividades profissionais e/ou acadêmicas. Os resultados da pesquisa estão indicados no gráfico abaixo:



Disponível em: <http://noticias.uol.com.br>. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações dadas, o número de jovens entrevistados que trabalha é:

- (A) 114 708. (B) 164 076. (C) 213 444. (D) 284 592. (E) 291 582.

## 11. MÉDIA ARITMÉTICA

A média aritmética é uma medida de tendência central que faz parte dos estudos da Estatística, possuindo uma vasta aplicação no nosso cotidiano.

Em muitas escolas, por exemplo, o aluno para ser aprovado em uma disciplina no final do ano letivo, precisa atingir uma nota anual mínima, obtida através da média aritmética das notas bimestrais. Seguindo esse raciocínio, veja o modelo a seguir.

Na escola 'X', o aluno estará aprovado em uma disciplina se obter uma nota anual igual ou maior que 6. Durante um ano letivo, Diana conseguiu, em Matemática, no 1º, 2º, 3º e 4º bimestres, respectivamente, 5,2; 7,0; 5,5 e 6,8. Pergunta-se: Diana foi aprovada ou reprovada em Matemática?

Para determinar a nota média anual, devemos somar as quatro notas obtidas durante o ano e dividir o resultado por 4. Assim, temos:  $\frac{5,2 + 7,0 + 5,5 + 6,8}{4} = \frac{24,5}{4} = 6,125$ .

Neste caso, como  $6,125 > 6$ , então, Diana foi aprovada em Matemática.

De outra forma, podemos entender que 6,125 representa a média aritmética das notas de Diana durante o ano letivo em Matemática.

Dado o seguinte conjunto de valores:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Dizemos que a média aritmética ( $\bar{x}$ ) desse conjunto de  $n$  valores é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Quando se tem elementos repetidos dentro desse conjunto de valores, ao invés de escrevê-lo repetidamente, podemos, simplesmente, multiplicar este elemento pelo número de vezes em que ele aparece (chamamos de frequência absoluta).

**Exemplo:** Na cidade de Palmas, durante um determinado dia do ano, foram realizadas medições da temperatura de hora em hora, durante 24 horas, conforme dados (em °C) a seguir: 32°, 32°, 32°, 32°, 32°, 32°, 32°, 32°, 33°, 33°, 34°, 34°, 34°, 34°, 36°, 36°, 38°, 38°, 38°, 37°, 37°, 37°, 35°, 35°, 35°. Qual foi a temperatura média durante esse ciclo de 24 horas?

**Resolução:**

Vamos organizar os dados em uma tabela, para facilitar a compreensão:

Temperatura (em °C)	Frequência absoluta
32	7
33	2
34	4
35	3
36	2
37	3
38	3
Total	24

Segue que,

$$\bar{x} = \frac{7*32+2*33+4*34+3*35+2*36+3*37+3*38}{24} = \frac{828}{24} = 34,5.$$

Assim, a temperatura média, neste período, foi de 34,5 °C.

Esse método é chamado de **média aritmética ponderada**.



**Aplicações:**

1. Em uma rodada do campeonato brasileiro de futebol com 20 times, duas partidas terminaram sem gols. Nas 8 partidas restantes, duas tiveram 3 gols em cada, em quatro ocorreram 2 gols em cada e em outras duas partidas houveram 5 gols em cada. Qual foi a média de gols dessa rodada?

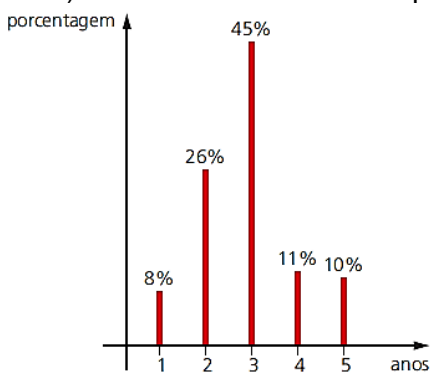
**Resolução:**

Número de gols por partida: Duas de 0 gols, duas de 3 gols, quatro de 2 gols e 2 partidas de 5 gols. Logo,

$$\bar{x} = \frac{2 * 0 + 2 * 3 + 4 * 2 + 2 * 5}{10} = \frac{24}{10} = 2,4$$

Resposta: A média da rodada foi de 2,4 gols por partida.

2. (IEZZI-2013) O gráfico seguinte informa a distribuição do tempo de serviço (em anos) dos funcionários de uma pequena empresa:



Qual é o tempo médio de trabalho dos funcionários dessa empresa?

**Resolução:**

Vamos utilizar as porcentagens em decimais.

Observação: A soma das porcentagens é 100%, em decimal, 1.

$$\bar{x} = \frac{0,08 * 1 + 0,26 * 2 + 0,45 * 3 + 0,11 * 4 + 0,10 * 5}{0,08 + 0,26 + 0,45 + 0,11 + 0,10} = \frac{2,89}{1} = 2,89$$

Resposta: O tempo médio é de 2,89 anos.

3. (IEZZI-2013) A média aritmética de 15 números é 26. Retirando-se um deles, a média dos demais passa a ser 25. Qual foi o número retirado?

**Resolução:**

Seja  $S_1$  a soma desses 15 números. Temos que:  $\bar{x} = \frac{S_1}{15}$ .



Então,  $26 = \frac{S_1}{15} \Rightarrow S_1 = 390$ .

Retirando um deles, restarão 14 números e a média cairá para 25. Assim, a soma desses 14 números será:  $S_2 = 14 \times 25 = 350$ .

Portanto, o número retirado foi:  $S_1 - S_2 = 390 - 350 = 40$ .

Resposta: 40.

**Reflexão do autor:**

Parte importante das noções básicas da Estatística, a média aritmética é uma medida de centralidade que permite, através de um único número, ter uma noção das características de um conjunto de números. Apesar de ser muito utilizada, nem sempre ela traduz da melhor forma a realidade, tendo em vista que um valor muito alto ou muito baixo em relação aos demais, promove uma distorção da média, fazendo com que não seja possível, através dela, traçar o perfil correto do grupo. Por isso, existem as outras medidas de tendência central, a moda e a mediana, além das medidas de dispersão, como variância e desvio padrão. Essas medidas são estudadas no ensino médio, porém, fica como sugestão de pesquisa e estudo.

**ATIVIDADES X**

81. (GIOVANNI JÚNIOR-2018) O quadro a seguir apresenta a altura dos jogadores de basquete do time do 9º ano do Colégio Y:

Nome	Artur	Bernardo	Fernando
Altura (em m)	1,65	1,69	1,79
Guilherme	Marcelo	Otávio	Wilson
1,75	1,63	1,69	1,76

Determine a altura média dos jogadores desse time.

82. Na tabela abaixo está representada os salários, em reais, dos funcionários de uma empresa:

Salário (R\$)	Número de funcionários
1.200,00	12
2.050,00	7
3.900,00	4
7.100,00	2

Qual o salário médio dos funcionários dessa empresa?

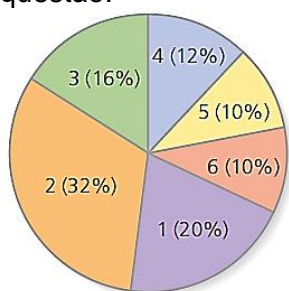
83. Num concurso, a prova escrita tem peso 3 e a prova prática tem peso 2. Qual é a média de um candidato que obteve nota 8 na prova escrita e nota 5 na prova prática?

84. (DANTE-2016) A média das idades dos 11 funcionários de uma empresa era de 40 anos. Um dos funcionários se aposentou com 60 anos, saindo da empresa. A média de idade dos 10 funcionários restantes passou a ser:

- (A) 40 anos. (B) 39,8 anos. (C) 38,9 anos. (D) 38 anos. (E) 37,8 anos.

85. (Unicamp-SP) O gráfico a seguir, em forma de pizza, representa as notas obtidas em uma questão pelos 32.000 candidatos presentes à primeira fase de uma prova de

vestibular. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses candidatos tiveram nota 2 nessa questão:



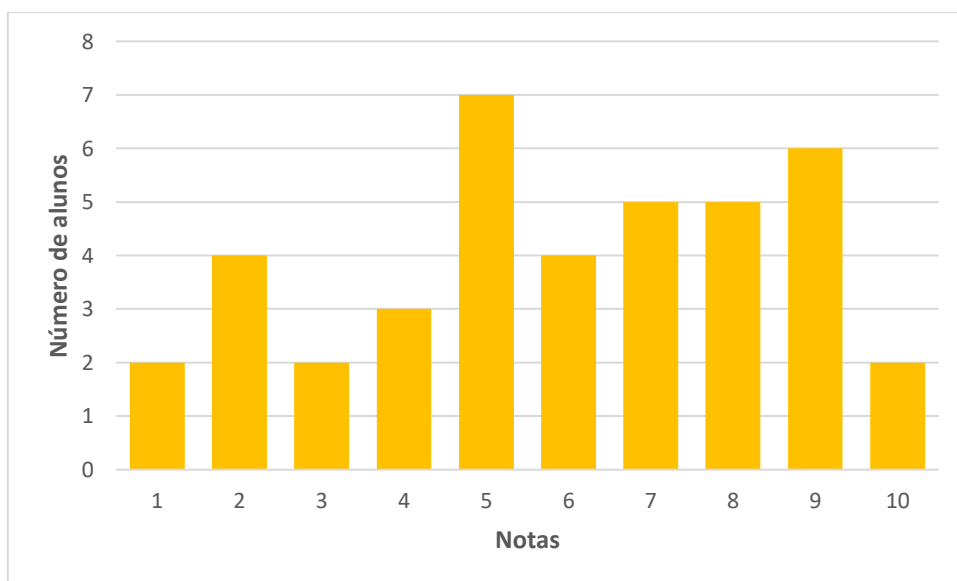
Pergunta-se: É possível afirmar que a nota média, nessa questão, foi menor ou igual a 2? Justifique sua resposta.

86. (IEZZI-2013) Um grupo de 20 nadadores, cuja média de altura é 1,88 m, está treinando para uma competição. Se um grupo de 7 atletas cuja média de altura é 1,92 m se juntar ao primeiro grupo, qual será a média de altura dos 27 atletas?

87. (IEZZI-2013) É comum encontrarmos produtos com conteúdo líquido menor que o declarado nas embalagens. Em uma pequena cidade, doces de leite são vendidos em copos de vidro em cujos rótulos consta a informação relativa ao “peso” de 200 g. Dois fabricantes, A e B, fornecem doces com conteúdo real médio de 190 g e 195 g, respectivamente. Um supermercado comprou um total de  $n$  copos (somadas as duas marcas) de doce de leite, e verificou-se que o conteúdo médio líquido do lote era 193,5 g. Determine o número de copos comprados de cada fabricante, sabendo que um deles vendeu 40 copos a mais que o outro.

88. Sabendo que a média aritmética dos números 7,  $x$ ,  $y$ , 20, 33 e 11 é 15,5 e que o valor de  $y$  é igual a 120% do valor de  $x$ , determine a média aritmética dos valores de  $x$  e  $y$ .

89. Observe no gráfico a seguir uma representação para as notas de 40 alunos de uma turma de EJA do Segundo Segmento em Matemática. O desempenho nessa avaliação é considerado satisfatório se a média aritmética da turma for igual ou maior que 5. Neste caso, o desempenho da turma foi satisfatório ou insatisfatório? Justifique.



## 12. NOÇÕES DE PROBABILIDADE

Vamos considerar os contextos a seguir:

**Problema 1:** Ao todo, o estado do Tocantins possui 139 municípios. O Território da Cidadania Bico Do Papagaio - TO está localizado na região Norte e é composto por 25 municípios: Aguiarnópolis, Ananás, Angico, Araguatins, Augustinópolis, Axixá do Tocantins, Buriti do Tocantins, Cachoeirinha, Carrasco Bonito, Darcinópolis, Esperantina, Itaguatins, Luzinópolis, Maurilândia do Tocantins, Nazaré, Palmeiras do Tocantins, Praia Norte, Riachinho, Sampaio, Santa Terezinha do Tocantins, São Bento do Tocantins, São Miguel do Tocantins, São Sebastião do Tocantins, Sítio Novo do Tocantins e Tocantinópolis.

Disponível em: [http://sit.mda.gov.br/download/caderno/caderno\\_territorial\\_022\\_Bico%20Do%20Papagaio%20-%20TO.pdf](http://sit.mda.gov.br/download/caderno/caderno_territorial_022_Bico%20Do%20Papagaio%20-%20TO.pdf)

Em uma urna são colocadas 139 bolinhas numeradas, distintamente, de 1 a 139. Cada bolinha corresponde a uma cidade do Tocantins. Sorteando, aleatoriamente, uma dessas bolinhas, qual a probabilidade de ela corresponder a um município que fica na região do Bico do Papagaio?

**Problema 2:** Um baralho comum possui 52 cartas, sendo 13 cartas de cada naipe (ouros, copas, paus e espadas). Após misturar todas as cartas do baralho, retira-se, aleatoriamente, uma carta. Qual a probabilidade de sair uma carta de paus?

**Problema 3:** Antes de iniciar uma partida de futebol, o juiz chama os capitães dos dois times para sortear quem inicia com a posse de bola. O vencedor começa no primeiro tempo e o perdedor no segundo tempo. Para isso, o juiz usa uma moeda comum (cara/coroa). Joga-se a moeda e observa a face voltada para cima. Qual a probabilidade de sair cara?

Problemas como esses possuem algo em comum: não sabemos o que vai acontecer, ou seja, não temos como prever o resultado, no entanto, sabemos quais são as possibilidades de ocorrência, ou ainda, qual a chance de algo específico ocorrer. Estudos como estes fazem parte da **Teoria das Probabilidades**.

“A Teoria das Probabilidades estuda as leis que regem os fenômenos que dependem do acaso, ou seja, aqueles fenômenos cujos resultados não se podem prever. Nesse caso, interessam a essa teoria as experiências aleatórias, ou seja, aquelas cujo resultado é imprevisível, mesmo se forem repetidas sob as mesmas condições” (BIANCHINI, 2015).

“Chamamos de **experimentos aleatórios** aqueles que, repetidos em idênticas condições, produzem resultados que não podem ser previstos com certeza. Embora não saibamos qual o resultado que irá ocorrer num experimento, em geral conseguimos descrever o conjunto de todos os resultados possíveis que podem ocorrer. As variações de resultados, de experimento para experimento, são devidas a uma multiplicidade de causas que não podemos controlar, as quais denominamos acaso” (HAZZAN, 2013).

Em um experimento aleatório, existem dois conceitos fundamentais:

**Espaço amostral:** é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento (representado pela letra ‘S’). Assim,  $n(S)$  representa o número de elementos desse conjunto espaço amostral.

Problema 1:  $n(S) = 139$  municípios

Problema 2:  $n(S) = 52$  cartas

Problema 3:  $n(S) = 2$  (cara ou coroa)

**Evento:** é todo subconjunto do espaço amostral (representado pela letra 'E'). Neste caso,  $n(E)$ , indica o número de elementos pertencentes ao evento.

Problema 1

Evento: sair um número correspondente a um município que fica na região do Bico do Papagaio. Segue que  $n(E) = 25$  municípios.

Problema 2

Evento: sair uma carta de paus. Segue que  $n(E) = 13$  cartas.

Problema 3

Evento: sair cara. Segue que  $n(E) = 1$  (cara).

O cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento, é dado pela razão:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favoráveis}}{\text{n}^\circ \text{ casos possíveis}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Problema 1: Probabilidade =  $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{25}{139} \cong 0,18$  ou 18%.

Problema 2: Probabilidade =  $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0,25$  ou 25%

Problema 3: Probabilidade =  $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2} = 0,5$  ou 50%

**Aplicações:**

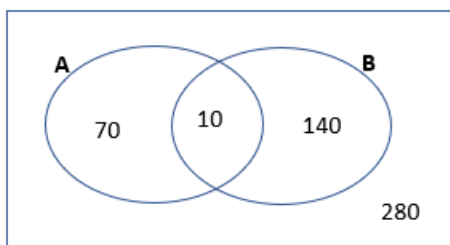
1. (HAZZAN-2013) Em um grupo de 500 estudantes, 80 estudam Engenharia, 150 estudam Economia e 10 estudam Engenharia e Economia. Se um aluno é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que ele não estude Engenharia nem Economia?

**Resolução:**

Vamos usar o diagrama de Venn.

A: Conjunto dos alunos que estudam Engenharia.

B: Conjunto dos alunos que estudam Economia.



$n(S) = 500$  estudantes  
 $n(E) = 280$  alunos que não estudam Engenharia nem Economia.  
 Logo, Probabilidade =  $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{280}{500} = \frac{14}{25} = 0,56$  ou 56%

2. Em uma caixa estão contidas 2 bolas vermelhas, 3 azuis e 5 amarelas. Retirando-se ao acaso, uma dessas bolas, qual a probabilidade de não ser azul?

**Resolução:**

O número de elementos do espaço amostral é  $n(S) = 10$ .

A probabilidade de sair uma bola azul é de  $\frac{3}{10}$ .

Assim, a probabilidade de não sair uma bola azul é de:  $1 - \frac{3}{10} = \frac{10-3}{10} = \frac{7}{10}$ .

Resposta:  $\frac{7}{10}$  ou 70%.

**3.** No lançamento de dois dados comuns (faces numeradas de 1 a 6), um vermelho e outro azul, qual a probabilidade da soma das faces voltadas para cima ser:

- a) um número par;
- b) 7.

**Resolução:**

Vamos determinar o conjunto espaço amostral

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Note que  $n(S) = 36$ .

a) Evento  $E_1$ : soma par.

$E_1 = \{(1, 1); (1, 3); (1, 5); (2, 2); (2, 4); (2, 6); (3, 1); (3, 3); (3, 5); (4, 2); (4, 4); (4, 6); (5, 1); (5, 3); (5, 5); (6, 2); (6, 4); (6, 6)\}$

$n(E_1) = 18$

Probabilidade =  $\frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$  ou 50%.

b) Evento  $E_2$ : soma 7

$E_2 = \{(1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3); (5, 2); (6, 1)\}$ .

$n(E_2) = 6$

Probabilidade =  $\frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  ou, aproximadamente, 16,7%.

**Reflexão do autor:**

A história da Teoria das Probabilidades tem suas raízes nos jogos de azar. Porém, foi muito importante no desenvolvimento da sociedade, com aplicações em diversas áreas como Estatística, Engenharia, Física, Biologia, Economia, entre outras. A probabilidade tem papel preponderante nas análises de previsões e tomadas de decisões. Diante disso, é um dos componentes da Matemática indispensáveis nos estudos e formação dos estudantes. Aqui foram apresentados apenas conceitos básicos e introdutórios, uma parte mais aprofundada da Teoria das Probabilidades é estudada no ensino médio e em alguns cursos de graduação.

**ATIVIDADES XI**

90. Retirando-se uma carta aleatoriamente de um baralho comum, qual a probabilidade de ela ser um ás?

91. Na tabela abaixo está contida as informações acerca dos alunos de uma turma:

	Usa óculos	Não usa óculos
Menino	5	15
Menina	3	17

Sorteando, ao acaso, um aluno dessa turma, qual a probabilidade de que ele use óculos?

92. Lança-se, simultaneamente, duas moedas comuns, uma de R\$ 0,50 e outra de R\$ 1,00, e observa-se as faces voltadas para cima. Qual a probabilidade de que tenha saído duas caras?

93. (IEZZI-2013) Um número é escolhido ao acaso entre os 20 inteiros, de 1 a 20. Qual a probabilidade de o número escolhido ser primo?

94. Jogando 2 dados distintos, qual a probabilidade de se obter soma menor ou igual a 4?

95. (FGV-RJ) Em um grupo de 300 pessoas sabe-se que:

- 50% aplicam dinheiro em caderneta de poupança.
- 30% aplicam dinheiro em fundos de investimento.
- 15% aplicam dinheiro em caderneta de poupança e fundos de investimento simultaneamente.

Sorteando uma pessoa desse grupo, a probabilidade de que ela não aplique em caderneta de poupança nem em fundos de investimento é:

- (A) 0,05      (B) 0,20      (C) 0,35      (D) 0,50      (E) 0,65

96. (ANDRINI-2012) Numa urna há 9 bolas: três vermelhas, quatro amarelas e duas azuis. Retira-se uma primeira bola, que não é amarela. Ao retirar uma segunda bola ao acaso, qual é a probabilidade de ela ser amarela?

97. (HAZZAN-2013) Um colégio tem 1 000 alunos. Destes:

200 estudam Matemática

180 estudam Física

200 estudam Química

20 estudam Matemática, Física e Química

50 estudam Física e Química

70 estudam somente Química

50 estudam Matemática e Física.

Um aluno do Colégio é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade de:

- a) ele estudar só Matemática?
- b) ele estudar só Física?
- c) ele estudar Matemática e Química?

98. Considere todos os números naturais de 3 algarismos distintos que é possível formar com os algarismos 0, 1, 3, 4, 7, 8 e 9. Escolhendo um deles ao acaso, qual é a probabilidade de seja um número par?

**ANEXOS****ANEXO I: Tabuada da Multiplicação**

$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$
$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$

## REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro. **Praticando matemática** / Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos. – 3. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção praticando matemática).

ALVES, Luciana e Sá; ROCHA, Gelson. **O novo sistema internacional de unidades (SI)**. Revisão: Aline Marques Rodrigues; Diagramação: Marco Kothe. Edição: Sociedade Brasileira de Metrologia, 2019. Disponível em: <[https://metrologia.org.br/wpsite/wp-content/uploads/2019/07/Cartilha\\_O\\_novo\\_SI\\_29.06.2029.pdf](https://metrologia.org.br/wpsite/wp-content/uploads/2019/07/Cartilha_O_novo_SI_29.06.2029.pdf)>. Acesso em: 08 de out. 2021.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**/ 8. ed. — São Paulo : Moderna, 2015. Obra em 4 v. para alunos de 6° ao 9° ano.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira | Inep. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais>>. Acesso em: 07 de out. 2021.

DANTE. Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática: ensino fundamental 2** / 2. ed. – São Paulo: Ática, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações: ensino médio** /-- 3. ed. - São Paulo: Ática, 2016.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática** - 6° ao 9° ano: anos finais (coleção). — 4. ed. — São Paulo: FTD, 2018.

HAZZAN, Samuel. Fundamentos de matemática elementar, 5: combinatória, probabilidade / Samuel Hazzan. — 8. ed. — São Paulo: Atual, 2013.

IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar, 11: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva / Gelson Iezzi, Samuel Hazzan, David Mauro Degenszajn. — 9. ed. — São Paulo: Atual, 2013.

SOUZA, Joamir Roberto de. Matemática realidade & tecnologia: 8° ano: ensino fundamental: anos finais / Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

OBMEP. **Portal Da OBMEP. Portal da Matemática**. Disponível em: <<https://portaldaobmp.impa.br/index.php/site/index?a=1>> Acesso em: 10 de jul. 2021.

OBMEP. **Provas e Soluções**. Disponível em: <<https://portaldaobmp.impa.br/index.php/site/index?a=1>>. Acesso em: 12 de ago. 2021.

PRAVALER. **Simulado Enceja Online: Matemática e suas Tecnologias**. Disponível em <<https://www.pravaler.com.br/testes/simulado-enceja-online-matematica-e-suas-tecnologias/>>. Acesso em: 07 de out. 2021.



SABER MATEMÁTICA. Disponível em: <<https://sabermatematica.com.br>>. Acesso em: 11 de out. 2021.

SILVEIRA, Ênio. Matemática: compreensão e prática / Ênio Silveira. — 3. ed. Obra em 4 v. para alunos do 6º ao 9º ano. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Matemática realidade & tecnologia: 8º ano :ensino fundamental: anos finais** / Joamir Roberto de Souza. – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

UFSC. **Inclusão para a vida Matemática**. Pré-vestibular da UFSC. Unidade 1: Aritmética Básica.

**RESPOSTAS DAS ATIVIDADES****1.**

a) {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

b) {0, 2}

c) {4, 6, 7, 8, 9}

c)  $\emptyset$ 

d) {0, 2, 4, 7, 9}

**2.** 69 pessoas**3.** 5 pessoas**4.** 11 elementos**5.** 2 palestrantes**6.** 38 alunos**7.** a) 101    b) 443**8.** B**9.** a) 5.040    b) 1.400**10.** 80 segundos**11.** 30 metros**12.** 47**13.** 180 minutos ou 3 horas.**14.**

a) não, MDC (25,30) = 5

b) sim; MDC (40, 21) = 1

c) sim; MDC (7, 11) = 1

d) sim; MDC (28, 3) = 1

**15.** 21 anos**16.** daqui a 12 horas, ou seja, às 19 hs.**17.** 3 cm; 2700 cubos.**18.** 90**19.** C**20.** C**21.** R\$ 140,00.**22.** D**23.** 7 horas.**24.** Um cartão cujo resultado da operação é um número inteiro positivo (9 em 16).**25.** 100**26.**  $\frac{7}{30}$ **27.**  $\frac{11}{4}$ **28.** B**29.**  $\frac{1}{6}$ **30.** 6 saquinhos**31.**  $\frac{15}{4}$  ou  $3\frac{3}{4}$ **32.** C**33.** Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.**34.** A**35.** D**36.** 48 litros**37.**a)  $\frac{1}{6}$  (real racional não inteiro)b)  $\sqrt{70}$  (real irracional)

c) 3,5 (real racional não inteiro)

d) - 2 (real racional inteiro)

- e)  $\pi$  (real irracional)  
f)  $2\frac{1}{3}$  ou 2,333... (real racional não inteiro)
38. R\$ 140,95  
39. Loja 2  
40. A  
41. C  
42. R\$ 2.239,65  
43. C  
44. C  
45. R\$ 840,00 ; R\$ 0,70  
46. 2,40 m<sup>3</sup>  
47. A  
48. C  
49. 30  
50. 3,4 cm  
51. E  
52. 12.000 m<sup>2</sup>  
53. B  
54. a = 3, b = 6, c = 6. Inversamente proporcionais.  
55. João: R\$ 14.400,00; Maria: R\$ 18.000,00; Pedro: R\$ 20.400,00 e Ricardo: R\$ 25.200,00.  
56. 12 minutos  
57. 4 mulheres e 12 homens.  
58. C  
59. 72 cm, 36 cm e 24 cm.  
60. 12 pedaços  
61. 12 pipas  
62. 10 horas  
63. 105 g  
64. 20 m  
65. 25 minutos  
66. 6 dias  
67. 36 funcionários  
68. 400 pratos  
69. 4,5 min ou 4 min e 30 segundos  
70. 75 contêineres  
71. R\$ 54,50  
72. R\$ 7.650,00  
73. R\$ 60,00  
74. R\$ 165,60  
75. 6%  
76. R\$ 90,00  
77. 25%  
78. 84,3%  
79. R\$ 496,80  
80. C  
81. 1,71 m  
82. R\$ 2.342,00  
83. 6,8  
84. D  
85. Sim; foi 2,9.  
86. 1,89 m  
87. Do fabricante A: 30 copos; Do fabricante B: 70 copos.  
88. 11

89. Satisfatório ( $\bar{x} = 5,9$ ).

90.  $\frac{1}{13}$

91.  $\frac{1}{5}$  ou 20%

92.  $\frac{1}{4}$  ou 25%

93.  $\frac{2}{5}$  ou 40%

94.  $\frac{1}{6}$

95. C

96.  $\frac{1}{2}$  ou 50%

97. a)  $\frac{7}{100}$  b)  $\frac{1}{10}$  c)  $\frac{1}{10}$

98.  $\frac{4}{9}$