



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

RODRIGO COSTA ALENCAR

MECANISMOS DE SEESAW PARA NEUTRINOS

ARAGUAÍNA (TO)

2018

RODRIGO COSTA ALENCAR

MECANISMOS DE SEESAW PARA NEUTRINOS

Monografia apresentada à UFT - Universidade Federal do Tocantins - Campus Universitário de Araguaína, para a obtenção do título de Licenciado em Física, sob a orientação do Prof. Dr. Edison Tadeu Franco

ARAGUAÍNA (TO)

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

A368m Alencar, Rodrigo Costa.
Mecanismos de Seesaw Para Neutrinos. / Rodrigo Costa Alencar. –
Araguaína, TO, 2018.
76 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus
Universitário de Araguaína - Curso de Física, 2018.
Orientador: Edison Tadeu Franco

1. Aspectos Elementares da Física dos Neutrinos. 2. Geração de Massa
dos Neutrinos. 3. Mecanismos de Seesaw. 4. Introdução a Assimetria do
Universo. I. Título

CDD 530

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer
forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte.
A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184
do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

RODRIGO COSTA ALENCAR

MECANISMOS DE SEESAW PARA NEUTRINOS

Monografia foi avaliada e apresentada à UFT - Universidade Federal do Tocantins - Campus Universitário de Araguaína, curso de Física, para obtenção do título de Licenciatura em Física, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de Apresentação: 14 / 03 / 2018.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Edison Tadeu Franco (orientador)

Prof. Dra. Sheyse Martins de Carvalho

Prof. Dr. Matheus Pereira Lobo

ARAGUAÍNA (TO)

2018

Dedico primeiramente este trabalho a Deus, por ser o autor dessa minha trajetória de graduação, ao meu pai Antonio, à minha mãe Lizete e à minha irmã Juliany. De modo geral, agradeço a todos meus amigos e familiares que colaboraram para que esse sonho fosse realizado.

AGRADECIMENTOS

Em posição elevada a tudo, agradeço a Deus por conceder-me em minha vida a chance de adquirir tais conhecimentos aqui explanados. Aos meus pais Antonio Paula Alencar, Lizete Ferreira da Costa Alencar e minha irmã Juliany Costa Alencar pelo seu amor, carinho, compreensão, cuidado e apoio em todos os momentos, pois sempre estiveram ao meu lado e me incentivaram a concluir o curso. Não poderei esquecer de citar meus avós, Antônio e Da Cruz, que sempre me apoiaram incondicionalmente, em especial minha avó que foi meu refúgio e a minha melhor confidente. Destaco também a importância do meu tio Valdeci Ferreira Gomes Costa, que tenho como se fosse um segundo pai para mim, me aconselhando, brincando e incentivando. Agradeço também aos demais familiares, tios, primos e avós, pois se eu fosse citar cada um nesse momento, não haveria espaço suficiente.

Nesta ocasião, finalizando o curso de Licenciatura em Física, as palavras fogem a mente para agradecer de forma adequada todas as amizades criadas durante estes quatro anos de graduação. Então de maneira singela, agradeço a instituição da UFT, direção e administração que possibilitaram a oportunidade de conquistar um horizonte superior, em especial, estendo o agradecimento a todos os membros do Colegiado do Curso de Licenciatura em Física, que com louvor transformam jovens que adentram na Universidade em professores bem qualificados para o mercado de trabalho.

Em destaque, agradeço ao Prof. Dr. Edison Tadeu Franco, não apenas pelo apoio na elaboração deste trabalho ou os 2 anos e 6 meses de iniciação científica dedicados para me orientar, mas também pela amizade e o respeito mútuo criada entre nós, e para esse vínculo de amizade incluo também a sua esposa e minha colega de graduação Xaieny Luiza, que junto a você formam uma família que da qual eu admiro. De modo simplificado, hoje eu sei que tive o privilégio de ter aulas particulares com um dos melhores Físicos Teóricos do Brasil, e levarei comigo esse incentivo para tornar-me futuramente um pesquisador.

Várias amizades foram criadas durante esses anos, e especialmente destaco os nomes, Phablo, William, Roberta, Lídia, Rogério, Felipe, Wênio, Welligton, Antoniana, Adriana, Jacó, Marcelo, Alan e Alex pelo apoio de todos e as palavras de incentivo.

Não poderia deixar de agradecer a pessoa mais importante que conheci durante esta graduação, minha companheira Andressa Fogaça, pelo amor inabalável durante estes dois anos de relacionamento, tanto nas dificuldades circunstanciais como nas alegrias e brincadeiras que tivemos.

A todos o meu muito obrigado!

A natureza é um enorme jogo de xadrez disputado por deuses, e que temos o privilégio de observar. As regras do jogo são o que chamamos de física fundamental, e compreender essas regras é a nossa meta

Richard Feynman

RESUMO

O neutrino foi considerado inicialmente por Wolfgang Pauli para explicar o decaimento beta do nêutron, uma partícula sem carga e com massa supostamente nula, o que estimulou o estudo da teoria das interações fracas, formulada por Enrico Fermi. Dentre todas possibilidades para explicar a massa dos neutrinos leves, a mais elegante é através do chamado mecanismo de seesaw. Este pode ser apresentado em três diferentes esquemas, dependendo do conteúdo de partículas que é adicionado ao Modelo Padrão. Todos eles implicam em partículas pesadas de quiralidade de mão-direita. Para uma hibridização dos tipos I e III é necessário a inclusão de um singlete, N_R , um tripleto fermiônico, T_R , e um tripleto escalar, Σ , onde todos têm hipercarga nula. Neste trabalho estudamos, em nível introdutório, os aspectos fundamentais da realização do mecanismo e a extensão com o mecanismo de seesaw tipo IV mínimo, onde analisa-se a possibilidade de geração de violação de CP. O caso hibridizado geral pode aumentar significativamente a quantidade de violação de CP gerada pelo decaimento dos neutrinos pesados. Para se entender esses esquemas é necessário compreender o caso mínimo, onde apenas singletos são adicionados ao conteúdo de partículas do Modelo Padrão.

Palavras-chave: neutrinos, mecanismo de seesaw, geração de massa, violação de CP.

ABSTRACT

The neutrino was initially considered by Wolfgang Pauli to explain the beta decay of the neutron, an uncharged particle with a supposedly vanishing mass, which stimulated the study of the theory of weak interactions, formulated by Enrico Fermi. Among all possibilities to explain the mass of light neutrinos, the most elegant is through the so-called seesaw mechanism. This can be presented in three different schemes, depending on the particle content that is added to the Standard Model. They all involve heavy particles of right-hand chirality. For types I and III hybridization it is necessary to include a singlet, N_R , a fermionic triplet, T_R , and a scalar triplet, Σ , all of them with vanishing hypercharge. In this work we study, at the introductory level, the fundamental aspects of the realization of this mechanism and the extension through the type IV minimal seesaw mechanism, where we analyze the possibility of generation of CP violation. The general hybridized case can significantly increase the amount of CP violation generated by the decay of heavy neutrinos. To understand these scheme it is necessary to understand the minimal case, where only fermion singlets are added to Standard Model particle content.

Keywords: neutrinos, seesaw mechanism, mass generation, CP violation.

Lista de Figuras

1.1	Dois observadores em MRU, cada um em seu referencial.	15
1.2	Tabela do Modelo Padrão da Física de Partículas [21]	28
1.3	Espectro de neutrinos solares previsto pelo SSM [28].	33
3.1	Imagem do Fermilab [42].	55
3.2	Diagramas que contribuem para violação de CP no MP, sendo: (a) nível de árvore, (b) correção de vértice, (c) e (d) correções da auto-energia. Os três últimos são correções de 1-loop.	65

Conteúdo

Introdução	11
1 Aspectos Elementares da Física de Neutrinos	14
1.1 Noções de Relatividade	14
1.2 Noções de Mecânica Quântica	18
1.3 Noções de Teoria Quântica de Campos	22
1.4 Apresentação dos Neutrinos	27
2 Geração de Massa dos Neutrinos e Mecanismos de Seesaw	35
2.1 Termo de Massa de Dirac	35
2.2 Termo de Massa de Majorana	37
2.3 Mecanismo de Seesaw do Tipo I	41
2.4 Mecanismo de Seesaw do Tipo III	44
2.5 Mecanismo de Seesaw Tipo (I+III)	45
2.6 Lagrangiana de Hibridização	47
2.7 Mecanismo de Seesaw IV	48
2.8 Diagonalização	49
3 Introdução à Assimetria do Universo	53
3.1 Aspectos Históricos	53
3.2 Condições de Sakharov	57
3.3 Leptogênese	59
3.4 Modelo Seesaw IV Mínimo	60
3.5 Introdução ao Cálculo de Violação de CP	64
Considerações Finais e Perspectivas	66
A Matrizes de Pauli e de Dirac	74
B Projeção de Spin	76

Introdução

Este trabalho de conclusão de curso propõe explicar os aspectos teóricos que envolvem o neutrino dentro e fora do Modelo Padrão (MP) da Física de Partículas Elementares (FPE), em específico, os procedimentos matemáticos que investigam a geração de massa dessa partícula e uma simples explanação do fenômeno de leptogênese que pode ser causado pela produção de massa dessa partícula. Essa investigação baseou-se nos modelos de Mecanismos de Seesaw, principalmente tipos I e III, mas também estudou-se a formulação do tipo (I+III) e o modelo híbrido. Esses mecanismos exercem a função de gerarem termos massivos para os neutrinos, partículas que sofrem interação fraquíssima com a matéria, sendo esse considerado o processo matemático mais elegante para se explicar o pequeno valor da massa dos neutrinos já conhecidos.

No entanto, é fundamental que se realize uma síntese das questões que envolvem os neutrinos, como, por exemplo, a sua descoberta, seu desenvolvimento histórico, até mesmo a sua detecção. Não obstante, será descrito de forma simplificada os modelos matemáticos necessários para que essa partícula seja conceituada e inserida no MP da FPE

Seguindo uma linha cronológica do que se julga necessário, o presente trabalho divide-se em três capítulos que lidam com o contexto em que estão envolvidos os neutrinos. Primeiramente apresenta-se os conceitos físicos mais básicos para essa teoria e os procedimentos matemáticos que são essenciais. Nesse aspecto, foi necessário introduzir-se conceitos da Relatividade Especial (RE), tal como os postulados de Einstein, conceitos de Mecânica Quântica (MQ), tal como a linguagem algébrica de Dirac e, também, a junção da RE com a MQ dentro da Teoria Quântica de Campos (TQC) e os conceitos que são contemplados dentro da Teoria Eletrofraca. Ressalta-se que este trabalho pretende dar somente uma breve introdução sobre os tópicos citados acima, de modo a possibilitar o devido aprofundamento numa futura pós-graduação em Física.

No primeiro capítulo expressa-se de forma introdutória a base fundamental da Física Moderna e da TQC, sendo elas a formulação da relatividade especial, que se mostra o procedimento mais adequado para explicar fenômenos de altas escalas de energia, por consequência do elevado valor de velocidade (próxima da velocidade da luz), e o segundo, mas não menos importante, a formulação da mecânica quântica, muito eficaz para o estudo

de fenômenos em escalas de tamanho bem reduzidas, nas ordens atômica e subatômica. Explana-se, também, a formulação dos campos quânticos da TQC, teoria responsável por descrever de forma unificada alguns fenômenos do universo. Em especial, estuda-se como descrever o campo de uma partícula propagando-se no espaço, dinamização de um campo pelo formalismo Lagrangiano, Hamiltoniano e a quantização do mesmo pelo método canônico. Enfatiza-se que a junção da relatividade especial com a mecânica quântica foi um dos dilemas do século passado, visto que no contexto na qual essas teorias foram criadas, elas desempenham perfeitamente seus papéis, mas quando colocadas em interação uma com a outra, elas fracassam na obtenção de alguns resultados, tais como o problema da computação da potência irradiada de um átomo na transição energética. No fim do capítulo, explica-se, em ordem cronológica, a história do neutrino, sua teorização, descoberta, problemas relacionados à sua existência e, por último, os principais experimentos que obtiveram resultados expressivos realizando a sua medição (experimentos que mediram a sua oscilação entre os sabores).

No segundo capítulo enfatiza-se a construção dos métodos para geração de massa dos neutrinos por meio de mecanismos matemáticos. Surgiu então uma corrida pela comprovação da massa do neutrino e o termo de massa de Dirac foi o primeiro a surgir, pois fundamentava-se no mesmo método utilizado para calcular a massa das demais partículas fermiônicas. Alguns percalços fizeram com que o meio científico resistisse em sua aceitação. Posteriormente surgiu o termo de massa de Majorana, que se baseia no fato do neutrino ser a única partícula fermiônica que pode ser a sua própria antipartícula, o que a tornou um atrativo teórico para os pesquisadores. Todavia, o termo de massa dos neutrinos também não foi bem aceito pelo meio científico, pois exige uma alta escala de energia para o neutrino de mão-direita associado e, portanto, sua verificação experimental se torna algo ainda inacessível atualmente, mas se tem como parâmetro um limite superior da massa dessa partícula, baseada na diferença de massas quadráticas.

Então passa-se a formular os Mecanismos de Seesaw. Inicialmente formula-se o Mecanismo de Seesaw do Tipo I, que resume-se na soma dos termos de massa de Dirac e Majorana dentro de uma única Lagrangiana de massa, método que permite explicar a massa do neutrino leve de mão-esquerda por meio da interação com neutrino pesado de mão-direita. A formulação do Mecanismo de Seesaw do Tipo III diferencia-se do anterior apenas pelo fato de ao invés de se introduzir um singlete dos férmions, introduz-se um tripleto fermiônico dentro da Lagrangiana de interação. Como os dois mecanismos atuam no mesmo setor, manipula-se a soma de ambos em uma única Lagrangiana por um termo hibridizado e após essa introdução será formulado o que denominaremos de Mecanismo de Seesaw Híbrido (ou do Tipo IV). Após esses procedimentos, é essencial realizar a diagonalização para se encontrar os autoestados de massa desacoplados, no caso uma diagonal

com neutrinos leves e uma outra somente com neutrinos pesados.

No terceiro e último capítulo é iniciada a apresentação de uma possível violação de carga-paridade (CP) para o que se chama de Mecanismo de Seesaw IV, essa condição seria a violação simultânea de duas simetrias discretas (inversão espacial “paridade” e a conjugação de carga), sendo essa uma das condições necessárias para a comprovação do que se denomina como modelo da bariogênese, ou melhor, quando falando apenas do setor leptônico, modelo da leptogênese. Antes de tudo isso, foi necessário elucidar sobre o que seria essa assimetria do universo, quais modelos poderiam explicar esse fenômeno tão importante para nossa existência e sobre quais parâmetros poderia se basear para o estudo da leptogênese. Por último, de maneira simplificada introduz-se o procedimento para se calcular a violação de CP. Apresenta-se as equações que devem ser manipuladas para calcular essa quantidade e como se deve fazer a leitura dos digramas de Feynman a nível de árvore, e de 1-loop (de correção de vértice e de auto-energia), ressaltando que tais cálculos são realizados meramente de forma introdutória.

Em vista disso, este trabalho apresenta, como finalidade, ser uma pesquisa que venha a servir para outros ingressantes na iniciação científica que apresentem interesse na área da FPE, em específico para os acadêmicos que se interessem pelo estudo do mecanismo de geração de massa dos neutrinos, pois apresenta-se aqui, de forma bem detalhada, os cálculos através dos mecanismos de seesaw tipo I e tipo III.

Capítulo 1

Aspectos Elementares da Física de Neutrinos

1.1 Noções de Relatividade

Por meio de pesquisas efetuadas pioneiramente por Albert Einstein, hoje é possível ter uma visão diferente do que seria o espaço e o tempo. A teoria da relatividade especial (RE), ou restrita, foi responsável por unificar estes dois conceitos, formando a teoria do espaço-tempo, considerada naquele momento um absurdo para a maioria dos físicos, pois contrariava a relatividade galileana que dizia que o tempo era invariante. Os trabalhos publicados por Einstein sobre a relatividade ocasionaram uma grande transformação na compreensão de que se acreditava do mundo físico daquela época.

A localização de um objeto no espaço é determinada pelas suas coordenadas e isto dá a entender que existe um referencial inercial absoluto. Na relatividade formulada por Einstein é dito que as grandezas absolutas são as quantidades que induzem invariavelmente à mesma solução, não havendo dependência de um referencial, já para as grandezas relativas, seria necessária tal dependência de um referencial. Neste mesmo trabalho, Einstein admite que o tempo não é mais uma grandeza absoluta, mas sim relativa, assim como já havia sido assumido por Poincaré, pois ela possui uma dependência do referencial. Contudo, a teoria da RE apresenta dois postulados [1]:

Postulado da Covariância: As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

Postulado da Constância da Velocidade da Luz: A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor, c , para todos os referenciais inerciais.

Para o primeiro postulado, que também está presente dentro da relatividade galileana, é bem simples a sua compreensão, pois o fato dele não ser obedecido, acarretaria existir um conjunto imensurável de leis físicas para cada possível referencial, podendo gerar

discordâncias sobre ideias que contemplam um mesmo conteúdo. Olhando o segundo postulado, observa-se a grande genialidade de Einstein ao atribuir à velocidade da luz um papel fundamental dentro de sua teoria da relatividade, sendo a condição inusitada a para época, algo completamente diferente do que se entendia naquele tempo. Ele, diferente do pesquisador de maior renome até então, Isaac Newton, atribuiu ao valor da velocidade da luz uma constância absoluta e não ao tempo, como assim era conhecido.

A elaboração destes postulados apoiaram-se na descrição matemática das transformações de Lorentz (TL), que foi o método utilizado para substituir as transformações de Galileu (TG) da Mecânica Clássica (MC). As TL foram deduzidas com o intuito respeitar o princípio da invariância das equações de Maxwell e não havia-se o objetivo de explicar algum fenômeno relativístico, uma vez que Lorentz acreditava na existência do Eter [2].

A medida da posição no espaço onde ocorre os eventos pode ser caracterizada pela escolha de um sistema de referencia, que pode ser definida como um sistema de eixos, nos quais as posições em que o evento ocorre são indicadas. Um exemplo com dois referenciais é apresentado na Figura 1.1, onde cada referencial possui três eixos de coordenadas, na qual em suas origens, identificamos dois observadores, O e O' , que dependem respectivamente das coordenadas, (x, y, z, t) e (x', y', z', t') . Identifica-se na imagem a seguir, dois observadores que encontram-se em movimento retilíneo uniforme (MRU):

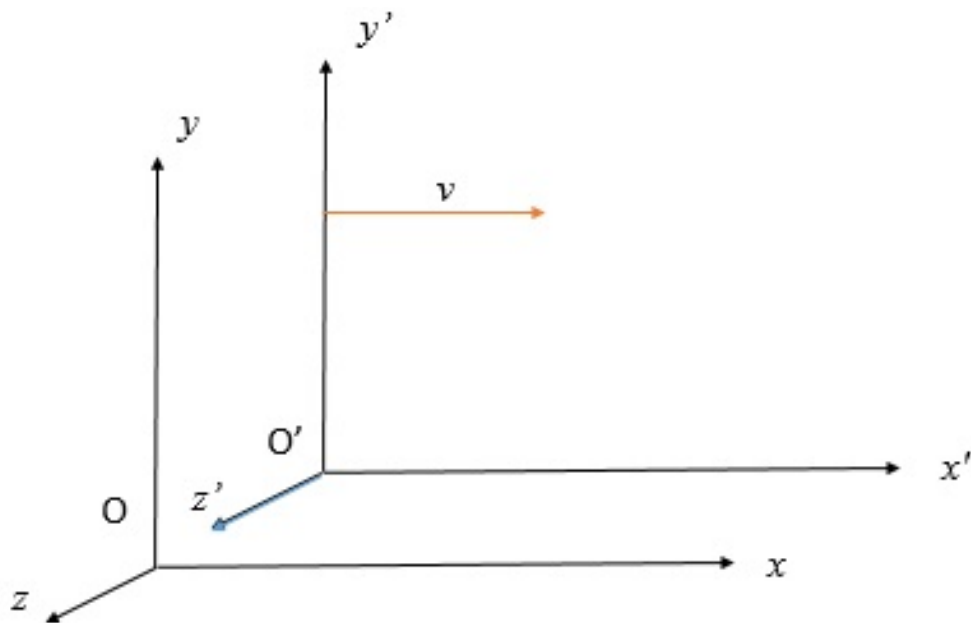


Figura 1.1: Dois observadores em MRU, cada um em seu referencial.

Cada observador possui seu próprio sistema de coordenadas cartesianas com a intenção que se torne viável a medição dos intervalos de espaço e de tempo, possuindo as seguintes condições para as TL, $x' = \gamma(x - vt)$, $x = \gamma(x' + vt')$, $y' = y$, $z' = z$ e $t' \neq t$, onde, em especial para o tempo, obtém-se a seguinte relação, $t' = \gamma(t - vx/c^2)$; $t = \gamma(t' + vx'/c^2)$

[2, 3]. O fator γ é o delimitador que permite utilizar as TL ou as TG, pois assumindo a condição ($v \ll c$), obtém-se conseqüentemente que $\gamma \approx 1$ e que $t' = t$ fazendo com que as TL se torne idêntica a TG. Por meio da análise do fator gama, também se verifica que objetos com velocidades próximas da velocidade da luz são invariantes apenas por meio das TL. Mas, ao se investigar um corpo que possua ($v > c$), um valor imaginário para as coordenadas é obtido, o que fisicamente seria impossível, mostrando que um corpo não poderia assumir velocidade de valor maior do que a velocidade da luz. Destaca-se essa última condição, pois chegou-se a especular que os neutrinos pudessem ter velocidades superior à velocidade da luz, o que violaria a Relatividade Especial.

As TL estabelecem dois efeitos de maior destaque específicos da relatividade de Einstein, que são denominadas por dilatação temporal e contração do comprimento. O primeiro efeito é retratado pela seguinte equação, $\Delta t = \gamma \Delta t_0$, sendo t_0 o tempo próprio do objeto. Esta equação diz que o tempo transcorrido em dois relógios, que se situam em dois referenciais distintos, podem gerar duas medições distintas se os corpos possuírem movimento relativo em qualquer velocidade. Para o segundo efeito, tem-se a seguinte equação, $L_0 = \gamma L$, sendo L_0 o comprimento próprio, assim como o tempo, o comprimento também é afetado pela velocidade, produzindo medições distintas que vão depender dos parâmetros [4].

É possível perceber o quanto a mente de Albert era fértil, a forma com que as ideias vinham e fluíam chegava impressionar muitos e causar inveja a outros, como é possível verificar no seriado Genius [5]. Ele analisou uma série de pressupostos até formular a sua teoria e uma de suas análises, como já observado anteriormente, foi a dependência entre o espaço e o tempo, isso por meio do estudo da relação entre as coordenadas de um evento e o tempo em referenciais distintos, ideia que já havia sido publicada em 1907 por Minkowski. Essa dependência faz com que se possa associar as coordenadas e o tempo de um determinado evento, sugerindo a nova ideia de espaço-tempo quadridimensional, onde o intervalo de espaço-tempo ou tempo próprio ($t^2 - x^2$) é uma grandeza invariante em todos os referenciais inerciais.

Deste modo, é possível reescrever as TL por meio de um sistema matricial escrito da seguinte forma [3, 4]:

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (1.1)$$

sendo β a definição da razão v/c . Realizando-se a substituição de γ e $\gamma\beta$ por cosseno e seno hiperbólicos, respectivamente, a matriz das TL adquire um formato semelhante a uma rotação em torno de um eixo das coordenadas. Com isso, pode-se assegurar a

invariância do quadrivetor por meio da relação fundamental da trigonometria hiperbólica, $\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1$ [6].

Admitindo quatro coordenadas interligadas, o espaço-tempo, pode-se assumir a notação de quadrivetor. Este quadrivetor é definido pela relação de correspondência conhecida como sistema de coordenadas de Minkowski, $x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, x, y, z)$, na qual a representação da transformação de um evento no espaço tempo será uma TL, $x^\mu \implies x'^\mu$, que preservará a relação de invariância [6, 7],

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2 t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \quad (1.2)$$

A definição anterior era para o vetor covariante, para o vetor contravariante, $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Essa nova notação para as TL pode ser representada pelas definições abaixo,

$$x'^\mu = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} x^\nu = \Lambda_\nu^\mu x^\nu, \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \text{ (para vetor contravariante);} \quad (1.3)$$

$$x'_{\mu} = \frac{\partial x'_{\mu}}{\partial x_{\nu}} x_{\nu} = x_{\nu} (\Lambda^{-1})_{\nu}^{\mu}, \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \text{ (para vetor covariante),} \quad (1.4)$$

onde Λ_{ν}^{μ} é a matriz (4x4) observada na Eq.(1.1), na qual se determina pelos elementos (μ, ν) e na relatividade é denominada como tensor de Lorentz. Nas operações matemáticas com esses elementos, os índices repetidos, segundo a convenção de Einstein, são somados.

Para esta quarta dimensão, utiliza-se o produto escalar entre os quadrivetores, por meio da métrica do espaço, que essencialmente trabalha como um operador que exerce a função de elevar ou abaixar os índices dos tensores. A relatividade de Einstein baseou-se durante a sua idealização na utilização do que se chama de tensor métrico. Por esse motivo, para se adquirir um entendimento com mais clareza da função desse tensor, considere a distância entre dois eventos simultâneos ocorridos no espaço-tempo, em valores de coordenadas aproximadas do tipo finita, tem-se que para o intervalo de espaço-tempo, $\Delta s^2 = g^{\mu\nu} \Delta x_{\mu} \Delta x_{\nu} = g_{\mu\nu} \Delta x^{\mu} \Delta x^{\nu}$ [4, 6, 7]. Se analisarmos as TL pela notação da métrica, onde a distância entre os pontos nesse momento passam a ser infinitesimais, isso permite também reescrevê-la na forma tensorial,

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = g^{\mu\nu} dx_{\mu} dx_{\nu}, \quad (1.5)$$

onde $g^{\mu\nu}$ é a componente covariante do tensor métrico de Minkowski e para o objetivo deste TCC é definido em quatro dimensões,

$$g_{\nu\mu} = g^{\nu\mu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

A relatividade geral (RG) é uma teoria generalizada da RE que inclui referenciais acelerados e, conseqüentemente, acopla a gravidade, mas exige um maior conhecimento sobre geometria diferencial e cálculo tensorial. Nela o tensor métrico ou, de modo simplificado, a métrica, dá acesso a todas as informações de um evento físico. Usando-se este tensor pode-se definir noções básicas de quantidades físicas, como distância, volume, ângulos e até temas mais complexos, como passado, futuro e a curvatura do espaço-tempo. Esses temas estão fora do escopo deste texto, sendo o objetivo aqui apenas apresentar a parte da RE necessária para o trabalho.

1.2 Noções de Mecânica Quântica

Tendo em vista a necessidade de um aperfeiçoamento matemático e teórico, passa-se a estudar a base essencial da Mecânica Quântica (MQ) de Schroedinger, conteúdo que junto com a relatividade de Albert Einstein, constituem a base fundamental da Física Moderna. A MQ surgiu da necessidade de se estudar estados físicos em escalas atômicas e subatômicas, pois os modelos da Mecânica Clássica (MC) não conseguiam solucionar.

A equação de Schroedinger [8], usada para descrever estados quânticos, partiu de princípios que começaram a ser formulados em 1900 pelo físico Max Planck, ao tentar explicar o fenômeno da radiação do corpo negro (corpo hipotético capaz de absorver toda radiação eletromagnética incidente) [8, 9]. Por meio deste estudo ele postulou que a energia, que até então era considerada como uma grandeza contínua, seria, na verdade quantizada, e esta seria dada por $E = h.\nu = h.\omega/2\pi$, sendo h e ν a constante de Planck e a frequência, respectivamente.

Em 1905, para explicar um outro fenômeno conhecido como efeito fotoelétrico, há novamente outra grande contribuição do físico Albert Einstein [8, 9]. Desta vez ele propôs uma extensão mais ousada do que a ideia de Planck, onde ele diz que a luz, que até então era considerada de natureza apenas ondulatória, seria formada por partículas de luz “quanta de luz”, ou como será melhor especificado posteriormente, a partícula transportadora da força eletromagnética, e que também aparece no MP, o “fóton”. Nesse caso a energia do fóton é dada por $E = \hbar\omega$. Na teoria da relatividade idealizada por Einstein, ele propõe que se uma partícula sem massa, onde os fótons se encaixam, o seu momento será dado pela seguinte equação:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h.\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k, \quad (1.7)$$

onde c , k e \hbar são respectivamente as constantes de velocidade da luz, número de onda angular e de Planck dividida por 2π .

Anos depois, em 1926, uma conversa entre Peter Debye e Erwin Schroedinger durante

a organização de uma palestra, gerou a discussão sobre a tese de doutorado de Louis de Broglie, chamada por Louis de “princípio da dupla solução”, que mencionava que como os fótons possuem energia, e a energia contém natureza dual, sendo ela partícula e onda, simultaneamente, então a matéria também poderia ter natureza dual [10].

Hoje se observa que a ideia de De Broglie chega a ser óbvia, se o fóton pode se comportar como onda e partícula, porque a matéria perceptível da qual observa-se não poderia se comportar como onda? Mas essa ideia, a priori, não foi aceita pela comunidade científica, pois não se consegue observar a olho nu a matéria a um nível atômico se movimentar. Schroedinger, então, passou a estudar a teoria de De Broglie, com o objetivo de apresentá-la em uma palestra. Foi por meio da preparação desta apresentação que Schroedinger formulou a mecânica ondulatória em sua versão da MQ.

A equação de Schroedinger em uma única dimensão, se apoia na função de onda que é dada por [8,9,11],

$$\Psi(x, t) = Ae^{ikx} \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t} , \quad (1.8)$$

na qual para chegar-se nessa equação é necessário derivar uma vez, Ψ , em relação ao tempo, que resultará no valor de $E\Psi$, e derivar novamente duas vezes, porém, em relação à variável x . Assim se chega à equação de Schroedinger para uma partícula livre, sem sofrer influência de um potencial [8,9,11],

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} . \quad (1.9)$$

Para um segundo caso, encontra-se a equação de Schroedinger para uma partícula que sofre influência de um potencial V , adicionando-se ao lado esquerdo da equação anterior o potencial ligado à função de onda [8,9,11],

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi . \quad (1.10)$$

Assim como a 2ª Lei de Newton é a base da MC, permitindo encontrar estados físicos, como a posição, x , de uma partícula em função do tempo, t , a MQ tem a equação de Schroedinger que permite encontrar a função de um onda, $\Psi(x, t)$, de uma determinada partícula, e assim encontrar esses mesmos estados físicos de forma probabilística. A resolução da equação de Schroedinger utiliza um método bastante conhecido na MC, a separação de variáveis, que possibilita encontrar uma combinação de soluções para um determinado problema.

O estudo da MQ é fascinante, pois é possível, por meio dela, descrever uma enorme variedade de fenômenos partindo-se de algumas premissas. Se em meados do ano de 1800 a MC com seus modelos de cálculo diferencial e integral era considerada o alicerce para a

compressão do mundo físico, nos dias atuais com a necessidade de compreender os estados físicos em suas escalas fundamentais (atômica e subatômica), a MQ desempenha esse papel com uma perfeição admirável, pois a MC não conseguiria explicar alguns fenômenos nestas escalas pequenas.

A formulação da MQ é facilitada ao se utilizar um formalismo especial, na notação do que se chama de espaço “dual” (bras e kets), postulada por Dirac depois de estudos de espaços lineares. Essa notação é muito utilizada na resolução dos cálculos na Teoria Quântica de Campos (TQC), por isso as definições que serão apresentadas neste tópico são necessárias. Essa notação foi introduzida partindo do conceito do espaço de Hilbert, onde as funções de ondas são tratadas como vetores e os operadores que atuam sobre eles como transformações lineares, fazendo com que a MQ passe a ter uma linguagem algébrica [11].

Primeiramente trata-se do espaço de kets, que é considerado um espaço vetorial complexo cuja dimensionalidade é especificada de acordo com a natureza do sistema físico. Segundo Dirac, um estado físico (podendo ser uma “partícula”) é interpretado como um vetor de estado contido dentro de um espaço vetorial complexo, onde este vetor no espaço complexo $|a\rangle$ será possível identifica como um ket, sendo a o rótulo identificador. É possível realizar diversas operações matemáticas com os kets, como, por exemplo, a soma de kets que desenvolveria um novo ket e, também, a multiplicação deste ket por um número complexo que corresponderá ao mesmo estado físico [12]. Um observável (podendo ser o momento de uma partícula ou até mesmo sua componente de spin), pode ser visto como um operador no espaço dos kets, onde de modo geral este operador só poderá atuar sobre o ket pela sua esquerda, e o resultado também será um ket [13].

O espaço dos bras, bem como o espaço dos kets, está contido dentro de um espaço vetorial que os conectam, o que fisicamente denomina-se como dualidade dos espaços e, quando se refere a um “bra”, automaticamente se faz alusão ao espaço dual dos kets. É possível compreender o espaço dos bras como uma imagem especular do espaço dos kets, como se fosse possível observar a imagem refletida pelo espelho de um ket. O que significa que para cada ket, $|a\rangle$, vai haver um bra, denotado por $\langle a|$, formando, assim, um espaço dual de correspondência unívoca entre os espaço dos bras e dos kets, denotada pela sigla CD (correspondência dual) [13, 14], ilustrada a seguir:

CD

$$\langle a| \iff |a\rangle$$

$$|a'\rangle, |a''\rangle, \dots \iff \langle a'|, \langle a''|, \dots \tag{1.11}$$

Sabendo-se o que representa o espaço dos bras e dos kets, agora analisa-se a representação do produto interno deles,

$$\langle b|a\rangle, \quad (1.12)$$

onde sempre reflete-se o espaço que se designa como dos bras à esquerda e o espaço que se designa como o dos kets à direita da relação. Esse produto fornece propriedades fundamentais, como o complexo conjugado, $\langle b|a\rangle = \langle a|b\rangle^*$, e o que chamamos de normalização do ket, $\langle a|a\rangle = 1$ [13].

Ao se inverter o produto, $|b\rangle\langle a|$, obtém-se o que se chama de produto externo, que na verdade trata-se de um operador, onde nessa formulação da MQ utiliza-se os operadores como observáveis de um estipulado sistema físico (podendo ser, por exemplo, o momento ou número de spin de uma determinada partícula). Para gerar uma nova propriedade, a título de exemplo, é possível considerar A como um operador qualquer que age sobre um ket, $A|b\rangle$, onde para essa relação, o espaço dual a esse esquema produz o que se denomina de adjunto hermitiano do operador, $\langle a|A^\dagger$. Combinando os três itens formulados acima, produto interno, produto externo e adjunto hermitiano, é possível gerar a seguinte relação [13],

$$\begin{aligned} \langle b|X|a\rangle &= \langle b|(X|a\rangle) \\ &= \{(\langle a|X^\dagger)|b\rangle\}^* \\ &= \langle a|X^\dagger|b\rangle^*, \end{aligned} \quad (1.13)$$

sendo que se, $X = |b\rangle\langle a|$, então, $X^\dagger = |a\rangle\langle b|$. Ao se caracterizar os kets de base com uma configuração matricial, obtém-se que para cada operador hermitiano aplicado à um ket tem-se aliado a ele auto-valores e auto-vetores com o seguinte modo, $A|a'\rangle = a'|a'\rangle$.

Salienta-se que algumas operações não podem ser realizadas e são chamadas como produtos ilegais, como por exemplo, não é possível multiplicar um operador pelo lado direito de um ket, tal como, pelo mesmo motivo, não se pode multiplicar um operador pela esquerda de um bra.

Na mesma interpretação matricial, ajusta-se a normalização de auto-vetores de um operador que irá desenvolver um conjunto completo ortonormal, através do delta de Kronecker [11, 13],

$$\langle a'|a''\rangle = \delta_{a'a''}. \quad (1.14)$$

Ao se analisar da mesma forma os auto-vetores da base em produto interno, encontra-se a relação de completeza ou fechamento, bastante empregada em alguns cálculos efetuados em TQC [13]. Ela é dada por,

$$\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'| = 1. \quad (1.15)$$

Do mesmo modo que na subseção anterior, o objetivo aqui é apenas investigar o que possui maior relevância para o presente trabalho, não sendo o objetivo deste TCC realizar uma análise completa de MQ.

1.3 Noções de Teoria Quântica de Campos

O motivo da explanação inicial feita a respeito da RE e a da MQ se dá pela formulação da Teoria Quântica de Campos (TQC), pois essa teoria tenta unir essas duas ideias e torná-las compatíveis para a compreensão física. Esta sessão trata de forma introdutória os primeiros conceitos da TQC no âmbito do campo com partículas escalares, na qual, tal estudo baseou-se principalmente nas referências [15, 16].

De início, como assim observa-se na contextualização histórica, a física clássica lidava de forma distinta entre os conceitos de partículas e ondas. Todavia, com o passar dos anos foi provada a dualidade partícula-onda, o que impossibilitou a utilização da teoria clássica para formular a simultaneidade de dois estados físicos. Poder-se-ia resolver este problema apenas com a utilização da MQ, mas a alta escala de energia necessária quando se trabalha com partículas subatômicas e que sofrem influência de altas velocidades não possibilita uma formulação isolada da MQ. Além disso, o número de partículas dentro de um sistema passa a não ser mais constante, uma vez que essas partículas são destruídas e criadas em reduzidos intervalos de tempo, o que infere uma formulação relativística. Tais problemas motivam a unificação da RE com a MQ, formando a TQC.

A solução formulada pela TQC foi não tratar mais a partícula como entidade fundamental para um sistema físico e sim o seu campo gerador, onde as interações encontram-se baseadas em transformações locais dos campos. Nessa perspectiva, é necessário admitir algumas notações e convenções. Para algumas constantes foram atribuídas a seguinte igualdade, $\hbar = c = 1$, que é o sistema natural de unidades e que leva às seguintes relações,

$$[\text{comprimento}] = [\text{tempo}] = [\text{energia}]^{-1} = [\text{massa}]^{-1}. \quad (1.16)$$

Será levado em consideração dentro desta teoria os processos que ocorram em escalas muito pequenas (MQ) e que necessitem de energias elevadas (RE), como já mencionado. Os campos são considerados funções das coordenadas espaço-temporais (x, t) e, dentro da teoria, a aplicação da MQ a sistemas de campos é análoga ao modo que ela mesma se relaciona à quantização dinâmica das partículas, mas no caso relativístico apenas a quantização das partículas relativísticas não seria o bastante, a MQ não se torna suficiente

na solução de problemas como: solução de estado de energia negativa na equação de onda relativística de uma única partícula.

A carência por uma teoria para múltiplas partículas surge de considerações do evento físico da casualidade, no caso a evolução temporal de um estado físico. Para que ocorra a violação do fenômeno da casualidade, a TQC esquematiza um problema, que consiste na amplitude de transição de uma partícula livre que se propaga de \vec{x}_0 para \vec{x} na forma,

$$U(t) = \langle \mathbf{x} | e^{-iHt} | \mathbf{x}_0 \rangle, \quad (1.17)$$

onde H é o operador Hamiltoniano.

Nota-se a importância da introdução do conceito de espaço dual, tendo que sua interpretação agora é necessária. Visto que na MQ não-relativística, $E = p^2/2m$, é substituído substitui-se pelo operador Hamiltoniano H . É inserido um conjunto completo de estados de ondas planas, partículas que se propagam em tempos arbitrariamente pequenos e colocando-se unicamente a expressão relativística para energia, $E = \sqrt{p^2 + m^2}$, isso não soluciona a violação de casualidade. Em analogia ao caso não-relativístico¹, chega-se a seguinte expressão,

$$U(t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p e^{-it\sqrt{p^2+m^2}} e^{ip(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)}, \quad (1.18)$$

onde ao se adicionar parâmetros para substituir os limites de integração, pode-se identificar uma amplitude de propagação não nula, mas bem pequena, o que diz fisicamente que a casualidade é violada.

Caracteriza-se a dinamização de um campo pela Lagrangiana a ele associada e, assim como na mecânica (clássica) de partícula única, as Lagrangianas na TQC usam exclusivamente as derivadas de primeira ordem, independentemente de qual variável seja, temporal ou espacial, por ser mais fácil manter a invariância de Lorentz² a esse nível. Observa-se que a quantidade fundamental da Mecânica Clássica é a ação, S , que é a integral temporal da Lagrangiana, L . Em uma teoria de campo, a Lagrangiana pode ser escrita como uma integral espacial da densidade Lagrangiana, denominada por \mathcal{L} em função dos campos de $\phi(x)$ e de suas derivadas, $\partial_\mu\phi(x)$. Deste modo, para se obter as equações do movimento, é necessário fazer uso do princípio de mínima ação:

$$S = \int L dt = \int \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu\phi(x)) d^4x, \quad (1.19)$$

onde define-se a Lagrangiana por $L = T - U$ sendo T a energia cinética e U a energia potencial. Conhecida a formulação clássica da Lagrangiana, a sua mudança para TQC

¹Caso onde a partícula não se move com velocidade comparável a velocidade da luz.

²Refere-se a propriedade de certas equações físicas serem invariantes no caso em que suas coordenadas sejam alteradas.

dependerá da invariância relativística.

Note que este princípio requer que $\delta\phi$ a partir dos dois primeiros termos, deva ser nulo e conseqüentemente os termos restantes múltiplos de $\delta\phi$ também deverão desaparecer em todos os pontos. Assim se chega à equação do movimento de Euler-Lagrange para campos,

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0, \quad (1.20)$$

tem-se que a Lagrangiana conterà mais de um campo e, para cada campo, há uma equação de movimento. Enfatiza-se o fato de que as equações só poderão ser ditas covariantes se \mathcal{L} se transformar como um escalar de Lorentz³. É possível encontrar a equação de Klein-Gordon para a Lagrangiana do campo escalar e as equações do movimento podem ser deduzidas pela Eq(1.20).

A formulação Lagrangiana para teoria de campos é uma particularidade da dinâmica relativística, porque todas as expressões são explicitamente invariantes de Lorentz. Prosseguir com o formalismo Lagrangiano durante o desenvolvimento da TQC implica em calcular integrais complexas de caminho, o que não verificamos neste trabalho. No entanto, será utilizada a formulação Hamiltoniana daqui em diante, por onde se realizará a quantização canônica, uma vez que facilitará na transição para a MQ. Desta forma, define-se a Hamiltoniana da seguinte maneira,

$$H = \sum p\dot{q} - L \quad (1.21)$$

Generalizando para sistemas contínuos, na qual os pontos espaciais estejam espaçados de forma discreta, tem-se para o momento a seguinte condição, $p(\mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x})d^3x$, onde a densidade de momento linear será, $\pi(\mathbf{x}) \equiv \partial \mathcal{L} / \partial \dot{\phi}(\mathbf{x})$. Aplicando o limite contínuo, a Hamiltoniana formará a equação abaixo,

$$H = \int d^3x \left[\pi(\mathbf{x})\dot{\phi}(\mathbf{x}) - \mathcal{L} \right] \equiv \int d^3x \mathcal{H}, \quad (1.22)$$

sendo \mathcal{H} a densidade Hamiltoniana, encontrada pelo uso do momento conjugado. É possível reescrever a Hamiltoniana da seguinte maneira,

$$H = \int d^3x \mathcal{H} = \frac{1}{2} \int d^3x \left[\pi(\mathbf{x})^2 + (\nabla\phi(\mathbf{x}))^2 + m^2\phi(\mathbf{x})^2 \right]. \quad (1.23)$$

Com a apresentação da dinâmica do campo clássico realizada, utiliza-se o formalismo Hamiltoniano que foi postulado antes para se realizar a quantização de campos. De início, realiza-se o estudo do campo de Klein-Gordon como osciladores hamônicos, por meio de um tratamento de um campo mais simples, já que esse formalismo possibilita abordá-lo com mais facilidade. Para esse procedimento, é necessário utilizar uma teoria de campos

³Um escalar invariante sobre as TL

clássicos que precisa ser quantizada, na qual as variáveis dinâmicas serão elucidadas como operadores que respeitam as relações canônicas de comutação. Seguindo a sequência operacional, usa-se o procedimento de segunda quantização para se diferenciar a equação de Klein-Gordon de uma simples partícula, lembrando que ϕ é um campo clássico escalar. Tratando de forma semelhante ao oscilador harmônico clássico, encontra-se por estes preceitos, termos como auto-valores e auto-estados Hamiltonianos. Os estados físicos, $\pi(\mathbf{x})$ e $\phi(\mathbf{x})$, passam a atuar como operadores, o que em consequência possibilita admitir as condições de comutação a serem manipuladas. Se for realizada uma generalização das relações de comutação, os operadores passam a obedecer as seguintes condições do limete discreto para o contínuo das relações,

$$[\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}); \quad (1.24)$$

$$[\phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{y})] = [\pi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = 0. \quad (1.25)$$

Pode-se verificar a não dependência temporal dos operadores das relações logo acima, mas ao se utilizar a equação de Schroedinger é possível fazer com que ele evolua com o tempo. Para isso, usa-se a condição de um estado, $|\Psi\rangle$, controlado pela Hamiltoniana, H , evoluindo de acordo com,

$$i \frac{d}{dt} |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle. \quad (1.26)$$

O passo seguinte é encontrar o espectro Hamiltoniano de Klein-Gordon, sendo este o caso mais simples da TQC de se descrever a dinâmica de um campo, de modo que os possíveis graus de liberdade se desenvolvam sem dependência temporal. A partir da introdução da equação de Klein-Gordon no espaço de Fourier, pode-se obter separadamente os graus de liberdade. Após a realização de alguns cálculos, identifica-se que quantização do campo de Klein-Gordon pode ser efetuada por meio da quantização do oscilador harmônico, já que a equação que rege esse campo se trata na verdade da sobreposição de diversos osciladores harmônicos.

Por meio da Hamiltoniana do oscilador harmônico quântico tem-se que os operadores que já identificamos respeitam as seguintes relações de comutação:

$$[\phi, p] = i, \quad [a, a^\dagger] = 1, \quad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0, \quad [H_{OHS}, a^\dagger] = \omega a^\dagger \text{ e } [H_{SHO}, a] = -\omega a, \quad (1.27)$$

sendo a e a^\dagger os operadores escada de destruição e criação e H_{OHS} e ω são a Hamiltoniana do oscilador harmônico simples (OSH) e a frequência de oscilação, respectivamente.

A utilização dessas relações proporciona chegar ao nosso objetivo que é encontrar o espectro expresso em termos de operadores-escada, como segue abaixo;

$$\phi(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}} (a_{\mathbf{p}} + a_{-\mathbf{p}}^\dagger) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}}, \quad (1.28)$$

$$\pi(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (-i) \sqrt{\frac{\omega_{\mathbf{p}}}{2}} (a_{\mathbf{p}} - a_{-\mathbf{p}}^\dagger) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}}. \quad (1.29)$$

A partir deste momento será expressa a relação de comutação entre os operadores-escada como sendo,

$$[a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (1.30)$$

$$[a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}] = [a_{\mathbf{p}}^\dagger, a_{\mathbf{p}'}^\dagger] = 0, \quad (1.31)$$

de modo que o comutador de ϕ e π em consequência, passe a ter a seguinte aparência,

$$[\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{x}')] = i\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (1.32)$$

$$[\phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x}')] = [\pi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{x}')] = 0. \quad (1.33)$$

Foi visto até agora a quantização do campo de Klein-Gordon na descrição de Schrodinger pelo formalismo Hamiltoniano, interpretando a teoria resultante em termos de partículas relativísticas. Agora, será feita essa interpretação pela descrição de Heisenberg, o que facilitará a análise de problemas de casualidade e de quantidades dependentes do tempo. Nesta nova descrição, os operadores passam a ser dependentes do tempo, fazendo-se atuar o operador de evolução temporal,

$$\phi(x, t) = e^{iHt} \phi(x) e^{-iHt}; \pi(x, t) = e^{iHt} \pi(x) e^{-iHt}. \quad (1.34)$$

A equação do movimento de Heisenberg, $i\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{O} = [\mathcal{O}, H]$, possibilita apurar a dependência temporal dos operadores, ϕ e π :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\phi(\mathbf{x}, t) = i\pi(\mathbf{x}, t), \quad (1.35)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\pi(\mathbf{x}, t) = -i(-\nabla^2 + m^2)\phi(\mathbf{x}, t). \quad (1.36)$$

Identificando a dependência temporal de $\pi(x)$ e $\phi(x)$ em termos de operadores de criação e aniquilação e, posteriormente, fazendo-se uma manipulação matemática para chegar-se à expressão de $\phi(\mathbf{x}, t)$ e $\pi(\mathbf{x}, t)$ na descrição de Heisenberg, onde se tem que a_p e a_p^\dagger representaram os operadores-escada na descrição de Schroedinger e, assim, obtém-se,

$$\pi(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t}\phi(\mathbf{x}, t), \quad (1.37)$$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}'}}} \left(a_{\vec{p}'} e^{-ip' \cdot x} + a_{\vec{p}'}^\dagger e^{ip' \cdot x} \right) |_{p'^0=E_{\vec{p}'}} \quad (1.38)$$

onde essas equações podem explicar eventos físicos analisando pela simultaneidade de partícula-onda e não mais individualmente cada estado físico. Pois o espaço de Hilbert adotado pela notação de Dirac descreve este operador, o que possibilita analisar o acontecimento de criação e destruição de partículas. Os sinais dos modos da frequência da equação de campo, de maneira generalizada, correspondem a estados com energia positiva e negativa, na qual, respectivamente, atuam como coeficientes do operador de destruição e criação.

1.4 Apresentação dos Neutrinos

O neutrino é uma das partículas previstas pelo Modelo Padrão (MP) da Física de Partículas Elementares e embora ela esteja começando a ficar conhecida pela sociedade após a premiação do Nobel de Física de 2015, dado aos físicos Takaaki Kajita e Arthur McDonald pelos seus esforços dedicados ao estudo da oscilação dessa partícula [17], ela continua sendo uma partícula sem muito conhecimento pelo ponto de vista da FPE. Ela possui o mesmo estado de outras partículas mais conhecidas, mas sua existência vem ganhando notoriedade e espaço nas pesquisas da comunidade científica.

Os neutrinos são uma das partículas mais abundantes no universo depois dos fótons, e não à toa chegou a ser especulado que ela poderia alcançar velocidade acima da velocidade da luz no ano de 2011 por um grupo de físicos do CERN [18], resultado que colocaria a RE em contradição. Porém, meses depois de divulgada essa notícia, ela acabou sendo retratada pelo mesmo grupo de pesquisadores que divulgaram que a medição original tinha sido incorreta devido algum elemento defeituoso no sistema de cronometragem de fibra óptica do experimento e a imprecisão dos cálculos [19].

Para exemplificar a quantidade de neutrinos, teremos que a cada hora são emitidos, em média, pelo nosso corpo cerca de 20 milhões de neutrinos por meio do elemento químico, $^{40}K_{19}$, (Potássio - 40, um isótopo que sofre os três tipos de decaimento beta). Analisando pela direção oposta, a cada segundo recebemos cerca de 50 bilhões de neutrinos emitidos de fontes naturais da Terra (rochas, concreto, árvores, dentre outros), ressalta-se também as fontes artificiais, especificamente os reatores nucleares espalhados pelo mundo, que podem emitir cerca de 10 a 100 bilhões de neutrinos por segundo. No entanto, o maior emissor de neutrinos conhecido é o Sol, ele chega lançar no universo 300 trilhões de neutrinos por segundo [20].

Para a compreensão dos neutrinos é necessário entender um pouco de sua contextua-

lização dentro do MP e conhecer todo o seu aspecto histórico. Para isso será seguido uma linha cronológica das descobertas realizadas pelos físicos que mapearam a FPE.

Alguns conceitos históricos da teoria que envolve o MP, desenvolvido entre as décadas de 60 e 70, faz interpretar que atualmente o principal método para se explicar os princípios da FPE está contido dentro de sua estrutura. A construção desse modelo partiu de ideias pré-existentes e, entre elas, inclui-se: teoria dos quarks, cromodinâmica quântica, interação eletrofraca, sendo o último, o processo que se enquadram os neutrinos. O modelo tem como principal objetivo apresentar os quarks, léptons e escalares, partículas fundamentais que formam toda a matéria do universo, com exceção dos escalares (partículas que apenas realizam as interações dos quarks e léptons, caracterizada por possuir spin inteiro), as partículas que constituem a matéria tem como característica serem da família dos férmions e conter de spin semi-inteiro, sendo elas mediadas pelos escalares, fótons, W^- , W^+ e Z^0 [21]. Para mais detalhes, segue abaixo a tabela que contém todas as partículas elementares:

Modelo Padrão										
Férmions (spin 1/2)							Bósons			
Quarks (B=1/3, L=0)				Léptons (B=0, L=1)			Bósons vetoriais (spin 1)			
	Nome	Massa (MeV)	¹ Q	Nome	² Massa (MeV)	Q	Nome	Massa (GeV)	Q	Interação mediada
1ª geração	u up	2.3	$+\frac{2}{3}$	ν_e e-neutrino	~ 0	0	g glúon	0	0	forte
	d down	4.8	$-\frac{1}{3}$	e elétron	0.5110	-1	W^\pm	80.39	\pm	eletrofraca
2ª geração	c charm	1275	$+\frac{2}{3}$	ν_μ μ -neutrino	~ 0	0	Z^0	91.19	0	eletrofraca
	s strange	95	$-\frac{1}{3}$	μ múon	105.7	-1	γ fóton	0	0	eletrofraca
3ª geração	t top	173210	$+\frac{2}{3}$	ν_τ τ -neutrino	~ 0	0	Bóson escalar (spin 0)			
	b bottom	4180	$-\frac{1}{3}$	τ tau	1777	-1	H Higgs	125.1	0	

¹Q indica carga elétrica, sendo todas as cargas indicadas em termos da carga elétrica do próton

²A massa dos neutrinos está restrita por $m_{\nu_e} + m_{\nu_\mu} + m_{\nu_\tau} < 0.66 \text{ eV}$

Figura 1.2: Tabela do Modelo Padrão da Física de Partículas [21]

Os quarks e os léptons formam um grupo de 12 partículas divididas igualmente entre os dois grupos, na qual os grupos são separados por três gerações. Com restrição aos neutrinos que constituem o setor leptônico, o restante das partículas são carregadas. Os estados ligados de quarks e antiquarks compõem uma classe de partículas compostas que denotamos como hádrons, dividindo-se entre bárions (combinação de três quarks, como os prótons e nêutrons, formados pelos quarks up e down) e os mésons (combinação de

quark e anti-quark, como os píons, que possuem massa maior que a do elétron e menor que a do próton). Como já foi constatado, os léptons são formados por três gerações e cada uma constituída por uma partícula carregada e o seu neutrino correspondente e, diferente dos quarks, não se observa estados ligados [21].

Os neutrinos foram inseridos inicialmente ao MP como uma partícula de carga neutra e com massa nula em seu estado de repouso, em que suas três gerações diferenciavam-se por tipos de sabores fictícios, nomenclatura utilizada somente para os neutrinos. As partículas carregadas do grupo leptônico foram ordenadas de acordo com a grandeza de massa, pois ambas possuem a mesma carga e são nomeadas respectivamente por elétron (primeira partícula elementar), múon, e tau, cada uma com um neutrino correspondente na tabela do MP. É válido ressaltar que os neutrinos não sofrem influência das interações fortes e eletromagnéticas, apenas das interações fracas e de forma fraquíssima da gravitacional.

Tendo-se já uma base dos conceitos abordados neste modelo, passamos a observar então o surgimento de uma nova interação entre as partículas, que foi construída a partir da união das interações eletromagnéticas com as interações fracas, resultando no início das interações eletrofracas. Para sistematização desta união de forças, houve primeiro a construção da teoria das interações genuinamente fracas.

Ao final da década 19, uma incógnita intrigava os pesquisadores, que consistia no fato da energia emitida pelo elétron variar durante o processo de medição do decaimento radioativo do tipo β^- de certos núcleos, na qual a energia disponível do elétron deveria vir da energia cinética e de forma bem definida, não com vários valores possíveis. Porém, experimentalmente não se observava tal movimentação da partícula para explicar essa distribuição de energias, o que leva a concluir que a lei da conservação de energia não era respeitada durante o processo de desintegração, β^- [22]. O renomado físico Niels Bohr chegou a afirmar como resposta a esse problema, que a tal nível de tamanho não existiria conservação de energia.

A resposta ao enigma foi proposta no ano de 1930 pelo físico austríaco, Wolfgang Pauli, numa carta enviada para os participantes de um congresso em Tübingen (Alemanha), que iniciava com a seguinte frase “Caros Senhoras e Senhores Radioativos”, onde resumidamente, Pauli propôs uma nova partícula como solução ao problema do decaimento β , tratando-se de uma partícula neutra e sem massa, que era expelida juntamente com o elétron e carregava consigo a parte da energia que faltava [23].

As discussões sobre essa nova partícula postulada por Pauli se iniciaram posteriormente ao congresso e, três anos depois, em 1933, o físico italiano Enrico Fermi, a partir de seus estudos sobre o decaimento beta do nêutron (partícula composta descoberta em 1932 pelo físico James Chadwick), formulou uma teoria elegante capaz de prever a nova partícula na qual ele a denominou como neutrino (que significa “pequeno nêutron”), determinando

assim a real fenomenologia resultante do decaimento beta [22, 24].

A solução do decaimento beta realizado por Fermi foi a primeira característica que evidencia a existência de massa para os neutrinos, pois a conservação de energia no momento final em relação ao inicial possibilita essa compreensão. Essa ideia se tornou válida através dos vários experimentos realizados com decaimento beta, onde o nêutron decairia num próton e um elétron.

Após a compressão da desintegração beta, Fermi afirmou que deveríamos estar diante de uma nova interação, interação denominada por “interação fraca”, com características bem peculiares, sendo basicamente uma interação limitada ao núcleo atômico, pois seu alcance de força é bem pequeno, encontrando-se na escala de $10^{-18}m$ [25], sendo ela responsável pela estabilidade das partículas que encontram-se nesse átomo. A força de interação fraca não era conhecida pela física clássica, então a formulação de sua teoria foi estritamente construída por meios da MQ, pois sua atuação é postulada apenas para fenômenos ocorrentes no núcleo atômico.

Os fenômenos nucleares exigem um novo tipo de força de interação, são eles a radioatividade e o decaimento das partículas. Alguns elementos possuem capacidade de emitir partículas com altas quantidades de energia, fenômeno esse que se dá o nome de radioatividade. Esse fenômeno ocorre quando se nota uma instabilidade no átomo, causada pelo fato de haver um número de prótons ou nêutrons bem elevado e, como consequência o núcleo ejeta espontaneamente essa partícula em excesso até o átomo se estabilizar. Ao fazer esse processo pode se evidenciar a transformação de uma partícula para outras diferentes, processo esse nomeado como decaimento.

A interação fraca apresenta um tempo bem distinto em relação as demais interações, pois apresenta um tempo mais longo se comparado com partículas que se relacionam pelas outras forças de interação. Um aspecto importante da interação fraca é o fato das interações mediadas pelos bosons W^+ e W^- mudar o tipo de quark resultante, mas não o sabor dos léptons. Essas partículas mediadoras da interação fraca foram evidenciadas em 1983 por C. Rubbia, utilizando o grande colisor SppS de prótons e antiprótons do CERN [26]. A interação fraca começou a ganhar aspectos de física pelo meio científico quando começou a ser abordada dentro da teoria eletrofraca, passando a ser vista pelos físicos como uma nova teoria de campos.

A teoria eletrofraca é combinada com a teoria da cromodinâmica quântica (QCD), sendo as duas baseadas numa teoria de *gauge* contidas no grupo de simetria $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ (contém partículas de mão-esquerda).

Para os cálculos que eventualmente virão a ser realizados, apresenta-se o dubleto leptônico, onde residem os três neutrinos ativos, referentes a cada partícula carregada,

$$L_\ell = \begin{pmatrix} v_{\ell L} \\ \ell_L^- \end{pmatrix} \sim (2, -1); \quad (1.39)$$

onde $v_{\ell L} = \{v_e, v_\mu, v_\tau\}$ são os neutrinos e $\ell = \{e, \mu, \tau\}$, corresponde as componentes do elétron, múon e tau. Logo abaixo, segue os processos de decaimento responsáveis pela geração dos neutrinos [27].

Neutrino do elétron: produzido a partir de decaimentos β nucleares,

$$n \longrightarrow p + e^- + v_e^-. \quad (1.40)$$

Neutrino do múon: produzido a partir do decaimento do pión e do múon,

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + v_\mu; \quad \mu^+ \longrightarrow e^+ + v_e + v_\mu^-. \quad (1.41)$$

Neutrino do tau: produzido a partir do decaimento do lépton tau,

$$\tau^- \longrightarrow v_\tau + W^-; \quad v_\tau + e^+ + v_e^-; \quad \dots \quad (1.42)$$

O termo oscilação dos neutrinos surgiu do estudo do problema dos neutrinos solares que comprovaram que esta partícula possui massa diferente de zero. Essa questão foi levantada por Raymond Davis e Jonh Bahcall, que se propuseram a identificar teoricamente o fluxo de um determinado sabor do neutrino, no caso o v_e , que surgiria de uma reação proveniente do núcleo do sol. O problema em questão é que apenas 1/3 do previsto por eles, foi visualizada durante as detecções feitas em períodos diurnos e noturnos [22]. Então, isso confirmou a oscilação entre os sabores de neutrinos durante sua propagação no espaço, dentro do percurso do sol a até Terra.

Outro tipo de neutrino são os neutrinos atmosféricos, produzidos pelas interações de prótons de raios cósmicos com núcleos de oxigênio e nitrogênio da atmosfera. A partir de uma reação em cadeia de decaimento das partículas carregadas do setor leptônico, esses neutrinos atingem o solo. O problema em questão dos neutrinos atmosféricos é a detecção do neutrino no processo de decaimento, pois nem todos os neutrinos decaem antes de atingir o detector. O processo de detecções de oscilações consiste em investigar a distribuição do número de eventos com relação ao ângulo de zenite, que está relacionado com a distância percorrida pelo neutrino até a Terra. Esta distribuição é simétrica na ausência de oscilações. Qualquer desvio dessa simetria poderá indicar uma mudança de fluxo de neutrinos durante sua passagem pela Terra. A reação em cadeia dos neutrinos atmosféricos, gerando uma taxa de dois v_μ para cada v_e [22] é dado por,

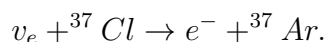
$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + v_\mu; \quad \mu^+ \longrightarrow e^+ + v_\mu + v_e^-. \quad (1.43)$$

Através do recurso dos experimentos de decaimento a oscilação entre sabores dos neutrinos mostram que essas partículas são massivas, mesmo que em valores pequenos, e que também se misturam durante esse processo. Mesmo sabendo da existência de massa para os neutrinos, havia a necessidade de comprovação desses valores. De uma forma conceitual, o primeiro princípio de geração de massa para partículas foi desenvolvido para os léptons carregados e os quarks, conhecido por mecanismo de Higgs [30]. Ele trata de uma característica particular dos férmions carregados, que é a de possuir qualquer quiralidade, significando que os léptons carregados e os quarks podem ser tanto partículas de mão-direita, quanto partículas de mão-esquerda, o que impossibilita a sua utilização para os neutrinos que não possuem essa característica dentro do MP por serem partículas neutras, não possuindo assim componentes de mão direita.

Ao decorrer dos anos, experimentos que foram elaborados para investigar o comportamento dos neutrinos foram sendo desenvolvidos. Abaixo destacam-se os mais importantes.

O primeiro experimento a se destacar nas pesquisas sobre o neutrino surgiu no ano de 1968 e foi dado a ele o nome de “Experimento de Homestake”. Os primeiros dados foram teorizados pelo físico Jonh Bahcall [28], no ano de 1963 e forneceu o “*Standard Solar Model* (SSM)” (Modelo Padrão Solar), modelo esse que conferiu o problema dos neutrinos solares. Os dados obtidos por esse experimento podem ser mostrados pelo gráfico da Figura 1.3, que relaciona o fluxo de neutrinos calculado pelo modelo de SSM em função da energia a ele associada.

A incerteza contida nos dados é influenciada pelos neutrinos não solares que possuem elevado valor energético, pois os torna mais acessível aos experimentos. O dilema em questão está no baixo valor de energia dos neutrinos oriundos do Sol, mesmo sendo a grande maioria dos que chegam na Terra. Só apenas em 1968 que foram publicados os primeiros resultados obtidos do fluxo de neutrinos solares, dados que basearam-se na pesquisa efetuada pelo físico Raymond Davis [29]. Este experimento, localizado na Dakota do Sul (EUA), resumia-se a um enorme tanque contendo percloroetileno (C_2Cl_4), na qual o detector instalado internamente era responsável por identificar a reação,



Essa reação foi responsável pela caracterização do problema do neutrino solar, mas de início, esses dados não foram bem aceitos por conta da sua imprecisão, pois como já é sabido que os neutrinos interagem de forma fraquíssima com a matéria o que dificulta sua detecção, principalmente dos neutrinos solares.

O segundo experimento a se destacar leva o nome de “Experimento de Kamioka-NDE”, localizado em uma montanha em Kamioka (Japão), onde foi desenvolvida a sua primeira versão em 1983. Assim como nas minas de Homestake, este experimento utiliza

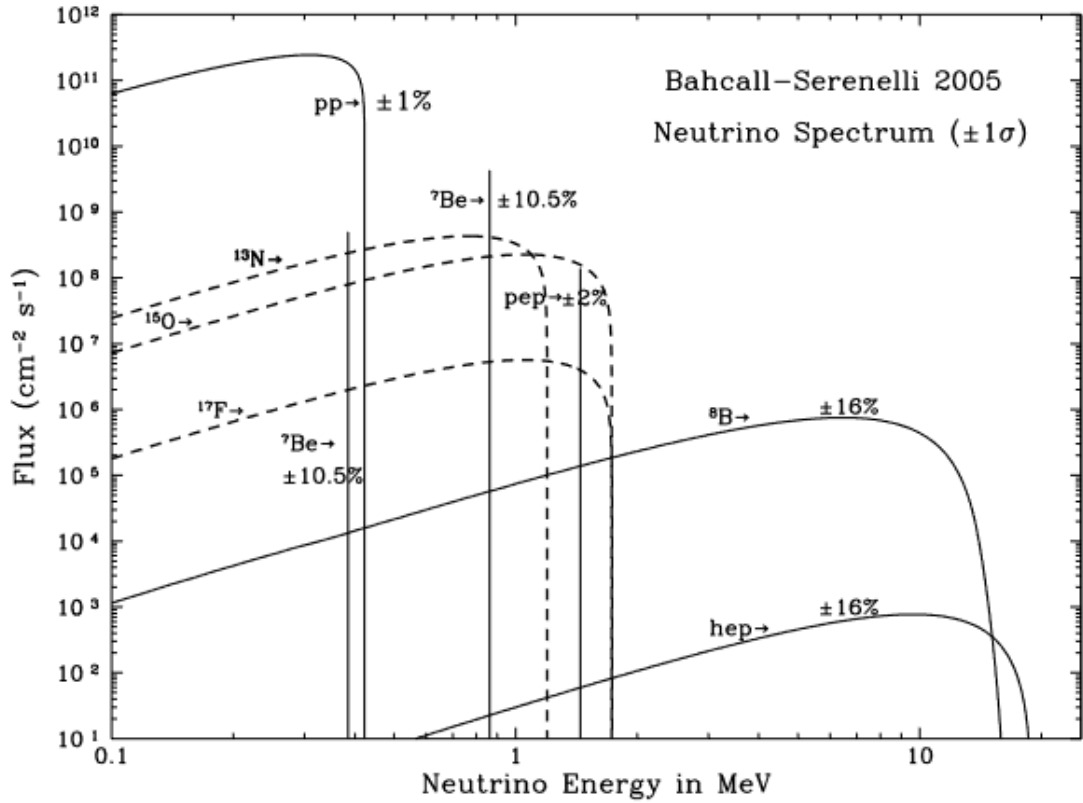


Figura 1.3: Espectro de neutrinos solares previsto pelo SSM [28].

um enorme tanque para detectar os neutrinos provindos do sol, mas o elemento utilizado para interagir com esses neutrinos é a água pesada, sendo essas interações regidas pela seguinte reação de espalhamento de elétrons [22, 24],

$$\nu_{\alpha} + e^{-} \rightarrow \nu_{\alpha} + e^{-},$$

onde os dados eram obtidos em tempo real e o experimento proporcionava analisar um maior número de eventos e menor possibilidade de erro nas detecções. Mesmo com todos os prós desse experimento, a sua primeira versão não era capaz de observar os neutrinos menos energéticos que vinham do Sol, o que tornou necessário atualizações no experimento. Após as melhorias surgiu o “Experimento de Kamioka-NDE II” que foi um dos responsáveis por detectar de forma indireta uma supernova, logo depois ser constatado um elevado deslocamento de neutrinos referentes a este evento astronômico. Dados pertinentes sobre o fluxo de neutrinos solares só foram obtidos em Kamioka após sua última atualização, conhecida como “Experimento do Super-Kamioka-NDE”. Esta última versão forneceu os dados que confirmaram o que Davis já havia publicado, confirmando de forma definitiva a oscilação dos neutrinos em 2002.

Esses foram os experimentos que obtiverem melhores resultados na detecção dos neu-

trinos e foram pioneiros na sua área de atuação, também contribuindo para o entendimento do comportamento desta partícula, pois após os anos 90, inúmeros experimentos passaram a ser desenvolvidos na busca da comprovação da oscilação dos neutrinos, que até então não havia sido confirmada.

Para explicar a oscilação e, conseqüentemente, as massas bastante pequenas dos neutrinos a ideia é incorporar ao modelo partículas de massas pesadas, realizando um efeito de gangorra entre partículas pesadas e neutrinos leves. É o que nos induz a estudar os Mecanismos de Seesaw (gangorra em português), que veremos a seguir.

Capítulo 2

Geração de Massa dos Neutrinos e Mecanismos de Seesaw

2.1 Termo de Massa de Dirac

Assim como o método utilizado para obtenção da massa dos demais férmions que possuem carga, este método também é usado para gerar massa para os neutrinos. Ressalta-se que a sua principal característica é a quebra espontânea de simetria do dubleto escalar de Higgs que, em consequência, gera os termos massivos para os neutrinos com dependência da constante do valor esperado no vácuo (v.e.v.).

Peculiarmente, os neutrinos são descritos dentro do MP como uma classe de partículas que possuem única quiralidade, no caso, apenas componente quiral de mão-esquerda, isso porque são consideradas não massivas. Os demais férmions não neutros apresentam valores bem definidos para suas massas, uma característica das partículas que possuem dupla quiralidade, mão-esquerda e mão-direita. Sendo essa peculiaridade dos férmions carregados que nos permite acomodar com sucesso o método de Dirac para calcular os seus valores de massas.

Partindo de uma Lagrangiana de Yukawa do setor leptônico invariante de *gauge*, permite-se um dubleto leptônico, $\overline{L}_L \sim (2, +1)$, para interagir com um neutrino de mão-direita de massa pesada que transforma-se como um singleto, $N_R \sim (1, 0)$, e um dubleto escalar do campo de Higgs, $\tilde{H} \sim (2, +1)$, acompanhados de uma constante de acoplamento, Y^v . Desse modo, essa interação é expressa pela seguinte Lagrangiana:

$$- \mathcal{L}_{massa}^{Dirac} = Y^v \overline{L}_L N_R \tilde{H} + h.c.. \quad (2.1)$$

Escolhendo aleatoriamente a família do neutrino eletrônico, o dubleto leptônico que foi verificado no Capítulo 1, Eq(1.39), assume o seguinte formato,

$$\overline{L}_L = \left(\overline{\nu}_L \quad \overline{e}_L \right), \quad (2.2)$$

o campo escalar de Higgs se apresenta,

$$\tilde{H} = i\sigma_2 H^* = i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} H^{0*} \\ -H^{+*} \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

e após a quebra espontânea de simetria, o campo escalar ganha v.e.v.,

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

A partir deste momento a Lagrangiana de massa para as componentes da corrente neutra, no caso, os neutrinos, passa a ser,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Dirac} = Y^{\nu} \begin{pmatrix} \overline{\nu}_L & \overline{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} N_R + h.c., \quad (2.5)$$

o que resulta na seguinte Lagrangiana de massa do setor neutro,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Dirac} = \overline{\nu}_L \begin{pmatrix} Y^{\nu} v \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} N_R + h.c.. \quad (2.6)$$

Obtém-se do mesmo modo que com os férmions carregados um valor de massa para os neutrinos apoiado em parâmetros livres, que permite defini-lo da seguinte maneira:

$$m_D = \frac{Y^{\nu} v}{\sqrt{2}}. \quad (2.7)$$

Assim, tem-se que a expressão geral do termo de massa de Dirac para neutrinos

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Dirac} = \overline{\nu}_L m_D N_R + h.c.. \quad (2.8)$$

É válido ressaltar que todas as componentes da Lagrangiana estão contidas em submatrizes, o que permite encontrar os auto-estados de massa por meio de sua diagonalização. No entanto, apenas tem-se certeza que o neutrino possui massa diferente de zero, mas de magnitude bem pequena quando comparada com a massa dos demais férmions, o que leva a presumir que a constante de acoplamento de Yukawa, Y^{ν} , possa possuir valores baixíssimos segundo o modelo [31, 32].

Então, mesmo gerando termos massivos, este resultado obtido por esse mecanismo se encontra com pouca aceitação na comunidade científica, isso porque a baixa escala de energia necessária para comprovação experimental da massa dessa partícula requer um grande ajuste da constante de acoplamento. Isso é o que se chama de ajuste fino, e não se espera que uma teoria qualquer, em geral, dependa desse tipo de ajuste em quaisquer de seus parâmetros. Para ordem de comparação, o elétron, que dispõe de menor massa

dentre os férmions carregados, tem massa $me \sim 0,5 \text{ MeV}$, sendo o neutrino contido na escala de eV . Nota-se uma disparidade na diferença de escalas de 10^6 que leva a acreditar que esse mecanismo de geração de massa não seja natural [31, 32].

2.2 Termo de Massa de Majorana

Uma outra maneira formulada para encontrar a massa do neutrino que conserve a invariância de *gauge* é pelo método de Majorana. Os neutrinos de Majorana, como assim chamamos, são gerados de sua própria antipartícula, devido aos espinores de Dirac, Ψ^C e Ψ , poderem se tornar solução de uma mesma equação, mostrando a não independência das componentes quirais [31, 32]. Com tal característica, necessita-se somente de uma quiralidade¹ para geração de termos de massa para o neutrino, o que remete à ideia inicial do neutrino dentro do MP. Essa ideia virou alvo de estudos após a descoberta da violação da relação Carga-Paridade (CP), pois antes disso a conservação dessa condição não permitia acoplamento de um termo de massa de Majorana.

Inicialmente, para a verificação das condições que implicam a utilização do método de Majorana, analisa-se a Lagrangiana de Dirac [15],

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{Dirac} &= \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi \\ &= (\bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu)\Psi - m\bar{\Psi}\Psi). \end{aligned} \quad (2.9)$$

é possível verificar que a primeira parcela, $(\bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu)\Psi)$, pode ser solucionada por uma integral de 4-divergência, o que resultará na seguinte Lagrangiana,

$$-\mathcal{L}_{Dirac} = \frac{1}{2} \{ -i\partial_\mu(\bar{\Psi})\gamma^\mu\Psi + i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu(\Psi) \} - m\bar{\Psi}\Psi. \quad (2.10)$$

Agora, aplicando a equação do movimento de Euler para as variáveis, $\bar{\Psi}$ e Ψ , obtém-se respectivamente,

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\Psi}} - \frac{\partial}{\partial\mu} \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\Psi})} \right) = 0; \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Psi} - \frac{\partial}{\partial\mu} \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Psi)} \right) = 0, \quad (2.11)$$

o que originará,

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi = 0; \quad \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu + m) = 0. \quad (2.12)$$

Este resultado foi obtido sem se analisar o espinor, Ψ , com dependência quiral, mas se for assumida essa subordinação por meio dos espinores de Weil, obteremos que,

¹Conceito explanado no Apêndice B

$$\begin{aligned}
(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi &= (i\gamma^\mu\partial_\mu - m)(\Psi_L + \Psi_R) = 0 \\
&= i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_L - m\Psi_R + i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_R - m\Psi_L = 0,
\end{aligned} \tag{2.13}$$

na qual R e L representam os projetores de quiralidade do espinor, sendo respectivamente, para mão direita e mão esquerda.

Para o resultado ser igual a zero, as componentes terão que se anular, formando mais uma condição,

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_L = m\Psi_R, \tag{2.14}$$

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_R = m\Psi_L. \tag{2.15}$$

No entanto, segundo o que foi postulado inicialmente na construção do MP, o neutrino foi inserido como um férmion não massivo o que conseqüentemente causaria uma modificação na duas últimas condições, que passam a ser,

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_L = 0, \tag{2.16}$$

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_R = 0, \tag{2.17}$$

mostrando que o férmion sem massa pode depender de uma única quiralidade e apenas o neutrino se enquadra dentro dessa condição.

Para a apuração do conceito de uma partícula de Majorana, deve-se adotar algumas peculiaridades que atestem a dependência dos espinores Ψ_R e Ψ_L , referindo-se a seguinte relação,

$$\Psi_R = C\overline{\Psi}_L^T, \tag{2.18}$$

sendo C o operador de conjugação de carga que tem a finalidade de conduzir a partícula na antipartícula e, para efeitos de cálculos², definimos com a seguinte forma

$$C = i\gamma^2\gamma^0, \tag{2.19}$$

na qual, γ^i , são denominadas como as matrizes de Dirac.

Na seqüência, será obtida a seguinte propriedade para um espinor de Dirac,

$$\Psi^C = C\gamma^0\Psi^* = C\Psi^T. \tag{2.20}$$

²Existem várias opções para o operador de carga C , a escolha acima é apenas uma dessas possibilidades.

Tais propriedades permitem reformular o espinor de Weil,

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_L + \Psi_R = \Psi_L + C\overline{\Psi}_L^T \\ &= \Psi_L + C\Psi_L^T = \Psi_L + \Psi_L^C,\end{aligned}\tag{2.21}$$

onde admitindo mais uma equação [33],

$$\Psi(x) = \epsilon_c C\overline{\Psi}^C(x),\tag{2.22}$$

na qual ϵ_c é definida como a fase de paridade [33], e por intermédio de uma atribuição designada adequadamente a ela, pode-se escrever a condição assumida anteriormente para o espinor de Weil em um campo fermiônico e agora com o formato da partícula de Majorana,

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_L^C = \Psi^C,\tag{2.23}$$

relembrando que essa condição foi assumida no início desta sub-sessão e, deste modo, está demonstrado que uma partícula de Majorana pode ser sua própria antipartícula.

Utilizando o neutrino pesado de mão-direita, formula-se o termo de massa para o neutrino de Majorana que será utilizado no Mecanismo de Seesaw com a Lagrangiana abaixo,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{(0)M} = \frac{1}{2}M_M\overline{N}_R^C N_R + h.c.,\tag{2.24}$$

ou,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{(0)M} = \frac{1}{2}M_M N_R^T C N_R + h.c.,\tag{2.25}$$

onde M_M denominaremos como a massa de Majorana para os neutrinos de mão direita.

O neutrino é a única partícula do MP que permite satisfazer tais condições de Majorana, porque existe a dependência por um férmion neutro. O método de Majorana permite produzir uma Lagrangiana que respeite a simetria de *gauge* e, após a quebra espontânea de simetria, fornece termos massivos para os neutrinos. Então, partindo de uma única família, temos a seguinte Lagrangiana de interação do dubleto leptônico com dubleto escalar de Higgs,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{Majorana} = \frac{1}{\Lambda}Y^M \left(\overline{L}_L^C \tilde{H}^*\right) \left(\tilde{H}^\dagger L_L\right) + h.c.,\tag{2.26}$$

sendo que Y^M é uma constante de acoplamento adimensional, Λ uma constante de dimensão de massa mais alta que a escala eletrofraca, H um dubleto escalar de Higgs, e L um dubleto leptônico com neutrinos de mão-esquerda.

Após a quebra espontânea de simetria dos dois dubletos escalares de Higgs que se encontram na Lagrangiana, tem-se que,

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} H^{0*} \\ -H^- \end{pmatrix} \rightarrow \langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

$$\tilde{H}^T = \begin{pmatrix} H^{0*} & -H^- \end{pmatrix} \rightarrow \langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

que resulta na seguinte Lagrangiana,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Majorana} = \frac{1}{\Lambda} Y^M \begin{pmatrix} \overline{v_{eL}^C} & \overline{e_L^-} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} + h.c., \quad (2.29)$$

de onde, obtém-se que,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Majorana} = \frac{1}{2} \overline{v_{eL}^C} \left(\frac{Y^M v^2}{\Lambda} \right) v_{eL} + h.c.. \quad (2.30)$$

A aglutinação das constantes a frente da Lagrangiana fornece a massa de Majorana para neutrinos, $M_N = \frac{1}{\Lambda} Y^M v^2$, o que faz reescrever a Lagrangiana na forma,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Majorana} = \frac{1}{2} M_N \overline{v_{eL}^C} v_{eL} + h.c., \quad (2.31)$$

ou,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{(0)Majorana} = \frac{1}{2} M_N v_{eL}^T C v_{eL} + h.c.. \quad (2.32)$$

Ressalta-se que a massa encontrada no processo acima é diferente da massa da Lagrangiana que será utilizada no Mecanismo de Seesaw, sendo $M_N \neq M_M$, uma vez que a massa encontrada para o neutrino de mão-esquerda após a quebra espontânea de simetria é bem pequena.

Para chegarmos a um valor numérico para a massa do neutrino de Majorana na ordem de eV é necessário estipular alguns valores para as constantes que formam o termo de massa. Primeiramente, realiza-se a substituição do valor conhecido do v.e.v, $v \simeq 10^2 GeV$, a constante adimensional, $\Lambda \simeq 10^{-15} GeV$, e sem utilizar um ajuste fino da constante de acoplamento de Yukawa, Y^M , atribuindo-se a ela um valor na ordem da medida, aproximando-se do valor um, o que resulta em um valor de massa de Majorana em torno de $10^{-2} eV$ [31, 32].

Mesmo chegando a um valor numérico da massa do neutrino, o termo de massa de Majorana, assim como o de Dirac, não é bem aceito pela comunidade científica, visto que o seu elevado valor de massa, quando comparado aos demais férmions, requer um valor de energia muito alta, acima da escala de energia eletrofraca, algo que é inacessível

experimentalmente até mesmo pelo LHC (Large Hadron Collider) [31, 32], o maior acelerador de partículas do mundo que consegue atingir o mais alto nível de energia possível atualmente [34].

2.3 Mecanismo de Seesaw do Tipo I

Para obtenção de resultados experimentais da massa do neutrino é necessário um método diferente em relação aos descritos previamente, que possibilite reduzir seguramente essa alta escala de energia precisa para comprovação experimental, sem a necessidade de um ajuste fino da constante de acoplamento [31]. Com isso surge um novo método matemático que pode fazer esquecer essas condições indesejáveis, que denominamos como Mecanismos de Seesaw, são divididos em três tipos distintos, porém será manipulado apenas dos tipos I e III, mas outros serão formulados.

Do ponto de vista teórico, o Mecanismo de Seesaw se tornou a forma mais elegante de geração de massa para os neutrinos, na qual são utilizados simultaneamente os termos de massa de Dirac e Majorana, através da utilização de um termo de massa muito pesado de mão-direita, que possibilite a explicação do termo de massa muito pequena de mão esquerda. A soma das Lagrangianas fornece a expressão do Mecanismo de Seesaw do Tipo I,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{D+M} = -\mathcal{L}_{massa}^{Dirac} - \mathcal{L}_{massa}^{Majorana}, \quad (2.33)$$

onde ao substituir os termos obtém-se,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{D+M} = Y^v \bar{\ell}_L N_R \tilde{H} + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c.. \quad (2.34)$$

Após a quebra espontânea de simetria do dubleto escalar de Higgs, realiza-se a substituição de $\mathcal{L}_{massa}^{D+M}$ por \mathcal{L}_{massa}^I , apenas por conotação, gerando o seguinte termo de massa para as componentes neutras:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{massa}^{(0)I} &= \overline{v_L} m_D N_R + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c. \\
&= \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + (-1) \frac{1}{2} [\overline{v_L} m_D N_R]^T + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c. \\
&= \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + (-1) \frac{1}{2} N_R^T m_D^T \overline{v_L}^T + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c. \\
&= \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + (-1) \frac{1}{2} N_R^T m_D^T [(v_L)^\dagger \gamma^0]^T + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c. \\
&= \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + (-1) \frac{1}{2} N_R^T C C^{-1} m_D^T \gamma^0 (v_L)^* + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c. \\
&= \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + (-1) \frac{1}{2} \overline{N_R^C} (-C) m_D^T \gamma^0 (v_L)^* + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c. \\
&= \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + \frac{1}{2} \overline{N_R^C} m_D^T C \gamma^0 v_L^* + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c.. \tag{2.35}
\end{aligned}$$

Sendo $\Psi^C = C \gamma^0 \Psi^*$, resulta a seguinte Lagrangiana:

$$-\mathcal{L}_{massa}^{(0)I} = \frac{1}{2} \overline{v_L} m_D N_R + \frac{1}{2} \overline{N_R^C} m_D^T v_L^C + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + h.c., \tag{2.36}$$

ou, usando $\Psi_{R/L}^C \equiv (\Psi_{R/L})^C$,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{(0)I} = \frac{1}{2} \left[\left(\begin{array}{cc} \overline{v_L} & \overline{N_R^C} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} 0 & m_D \\ m_D^T & M_M \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} v_L^C \\ N_R \end{array} \right) \right] + h.c.. \tag{2.37}$$

Durante a pesquisa foi exercitado o cálculo deste mecanismo inicialmente por uma matriz simples 2×2 com todos os termos de massa para neutrinos na forma escalar, com a finalidade de se obter uma ideia do mecanismo quando trabalhado de forma matricial, o que facilitara os cálculos que serão efetuados para obtenção dos auto-estados de massa dos neutrinos que se encontram na matriz de massa observada logo acima, na Lagrangiana do setor neutro do Mecanismo de Seesaw do Tipo I. Para obtenção dos auto-estados físicos e de suas massas deve-se realizar a diagonalização dessa matriz. Deste ponto de vista, é possível distinguir-se as seguintes matrizes:

$$\mathcal{M}_\nu = \left(\begin{array}{cc} 0 & m_D \\ m_D & M_M \end{array} \right) \text{ (Matriz com componentes escalares) }, \tag{2.38}$$

$$\mathcal{M}_\nu = \left(\begin{array}{cc} 0_{2 \times 2} & m_D \\ m_D^T & M_M \end{array} \right) \text{ (Matriz com componentes matriciais)}. \tag{2.39}$$

Pode-se encontrar os auto-valores da matriz da Eq.(2.38) através da equação característica: [35]:

$$\Delta(\lambda) = \det [\mathcal{M}_\nu - \lambda I_n] = 0. \tag{2.40}$$

Atribuindo a condição que, ($M_M \gg m_D$), encontra-se os termos, λ' s, que caracterizam o Mecanismo de Seesaw do Tipo I da matriz 2×2 . Depois de feita uma expansão em torno de zero através das séries de Taylor [36], onde aproxima-se a função por série de Maclaurin,

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{4m_D^2}{M_M^2}} \approx 1 - \frac{2m_D^2}{M_M^2}. \quad (2.41)$$

Depois de executada a aproximação, encontra-se os auto-valores, λ' s, que formaram a matriz diagonal com os termos de massa misturados, $\lambda_1 = \frac{m_D^2}{M_M}$ e $\lambda_2 = M_M$. Com isso é verificada que a condição, ($M_M \gg \frac{m_D^2}{M_M}$), induz a uma massa λ_1 muito pequena se $\lambda_2 = M_M$ for uma massa muito grande, então é possível observar o motivo do nome do Mecanismo de Seesaw, pois quanto mais pesado for a componente de mão-direita (Majorana), menor ainda será a componente de mão-esquerda (Dirac), formando uma matriz diagonal dos auto-valores, λ' s, diagonalizada:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} \frac{m_D^2}{M_M} & 0 \\ 0 & M_M \end{pmatrix} \text{ (Matriz com componentes escalares),} \quad (2.42)$$

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} -m_D^T M_M^{-1} m_D & 0 \\ 0 & M_M \end{pmatrix} \text{ (Matriz com componentes matriciais).} \quad (2.43)$$

Sabendo-se já quais são os auto-valores, λ' s, segue-se o processo de diagonalização procurando encontrar os, Ψ' s, referentes aos auto-vetores da matriz, \mathcal{M}_ν , de cada termo, λ , onde será formado a matriz, P , de mudança de base com esses autovetores. A equação utilizada foi [35] :

$$\mathcal{M}_\nu | \Psi_1 \rangle = \lambda_1 | \Psi_1 \rangle, \quad (2.44)$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \right] = \frac{m_D^2}{M_M} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Os auto-vetores de Ψ_1 corresponderam aos termos de α e β , onde será necessário normalizar os valores pela relação,

$$\langle \Psi_1 || \Psi_1 \rangle = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 1. \quad (2.46)$$

Há novamente a necessidade de uma aproximação para que possamos encontrar os autovetores de Ψ_1 e Ψ_2 . O resultado encontrado para os autovetores que formaram a matriz, P , de mudança de base, são:

$$|\Psi_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & \frac{m}{M} \end{pmatrix}; |\Psi_2\rangle = \begin{pmatrix} \frac{m_D}{M_M} & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

$$P = \begin{pmatrix} |\Psi_1\rangle \\ |\Psi_2\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{m_D}{M_M} \\ \frac{m_D}{M_M} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Os termos, Ψ 's, encontrados, formaram as colunas da matriz de mudança de base, 2×2 , e pela definição de diagonalização de matriz, $\mathcal{D} = P^{-1} M P$ [35], temos,

$$\mathcal{D} = \left[\begin{pmatrix} 1 & \frac{m_D}{M_M} \\ \frac{m_D}{M_M} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{m_D}{M_M} \\ \frac{m_D}{M_M} & 1 \end{pmatrix} \right] \approx \begin{pmatrix} \frac{m_D^2}{M_M} & 0 \\ 0 & M_M \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

Note que por motivo das aproximações efetuadas durante o cálculo, o resultado obtido não foi exato, mas por compreendermos o motivo da diferença entre os valores, essa desigualdade se torna sem muito significado. O processo matemático do Mecanismo de Seesaw funciona apenas para os neutrinos, pois os demais férmions podem possuir apenas o termo de massa de Dirac, por serem partículas carregadas. Devido o valor da massa, M_M , possuir valor de energia acima da escala eletrofraca, fica difícil de se confirmar experimentalmente usando aceleradores na escala de TeVs [31, 34], escala atual de energia dos aceleradores de partículas.

2.4 Mecanismo de Seesaw do Tipo III

Para formular o Mecanismo de Seesaw do Tipo III, é necessário a introdução de um tripleto fermiônico, T_R , interagindo com o dubleto do campo escalar de Higgs, \tilde{H} , com a estrutura,

$$T_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} T^o_R & \sqrt{2}T_R^+ \\ \sqrt{2}T_R^- & -T^o_R \end{pmatrix} \sim (3, 0), \quad (2.50)$$

o que permite forma a Lagrangiana do Mecanismo de Seesaw do Tipo III,

$$-\mathcal{L}^{III} = \sqrt{2}Y_i^t \bar{\ell}_L T_R \tilde{H} + \frac{1}{2}M_T \text{Tr} (T_R^T C T_R) + hc., \quad (2.51)$$

sendo, M_T , a massa do tripleto puro e, Tr , o traço da multiplicação de matrizes.

Operacionando apenas a componente do traço da Lagrangiana obtém-se ³:

³Na literatura o transposto do primeiro tripleto é utilizado apenas para identificar a transposição dos elementos internos. Isso acontece porque o termo invariante de Lorentz e invariante sob o grupo SU(2) é $T_{ij}^T C T_{ji}$ se ao invés de trabalharmos na representação de matrizes ao invés da forma de vetores coluna.

$$\begin{aligned}
Tr [T_R^T C T_R] &= Tr \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} T_R^o & \sqrt{2} T_R^+ \\ \sqrt{2} T_R^- & -T_R^o \end{pmatrix}^T C \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} T_R^o & \sqrt{2} T_R^+ \\ \sqrt{2} T_R^- & -T_R^o \end{pmatrix} \right] \\
&= \frac{1}{2} Tr \begin{bmatrix} T_R^{oT} C T_R^o + 2 T_R^{+T} C T_R^{-} & (\dots) \\ (\dots) & 2 T_R^{-T} C T_R^+ + T_R^{oT} C T_R^o \end{bmatrix} \\
&= T_R^{oT} C T_R^o + T_R^{+T} C T_R^{-} + T_R^{-T} C T_R^+. \tag{2.52}
\end{aligned}$$

Assim, substituindo o valor obtido para o traço e as outras componentes da Lagrangiana, chega-se a uma expressão após a quebra espontânea de simetria do campo escalar,

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}^{(0)III} &= \sqrt{2} Y_i^t \begin{pmatrix} \overline{v_{eL}} & \overline{e_L} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} T_R^o & \sqrt{2} T_R^+ \\ \sqrt{2} T_R^- & -T_R^o \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ -0 \end{pmatrix} \\
&\quad + \frac{1}{2} M_T \left(T_R^{oT} C T_R^o + T_R^{+T} C T_R^{-} + T_R^{-T} C T_R^+ \right) + h.c.. \tag{2.53}
\end{aligned}$$

Para simplificação, realiza-se as operações matriciais, é definido-se que, $m'_D = Y_i^t v / \sqrt{2}$, e tomando apenas a contribuição de massa para as partículas neutras:

$$-\mathcal{L}_{massa}^{(0)III} = m'_D \overline{v_{eL}} T_R + \frac{1}{2} M_T T_R^{oT} C T_R^o + h.c.. \tag{2.54}$$

Tal resultado mostra que este mecanismo pode ser executado sozinho, assim como no Mecanismo de Seesaw do Tipo I, uma vez que a matriz de massa tenha valores pertinentes. Quando se opera somente o tipo III, obtém-se,

$$\mathcal{L}_{massa}^{(0)III} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_{eL}^C \\ T_R^o \end{pmatrix}^T C \begin{pmatrix} 0 & m'_D \\ m_D^T & M_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{eL}^C \\ T_R^o \end{pmatrix} + h.c.,$$

sendo a matriz de massa do tipo III,

$$\mathcal{M}^{III} = \begin{pmatrix} 0 & m'_D \\ m_D^T & M_T \end{pmatrix}.$$

Se realizada a diagonalização, uma matriz diagonal similar é obtida à encontrada para Mecanismo de Seesaw do Tipo III.

2.5 Mecanismo de Seesaw Tipo (I+III)

É observável uma semelhança entre os dois Mecanismos de Seesaw Tipo I e Tipo III e como também ambos atuam em um mesmo setor, no caso o setor neutro, verifica-se como os auto-estados de simetria se misturam quando somado os termos dos dois

mecanismos em uma única Lagrangiana, formando assim, a Lagrangiana do Mecanismo de Seesaw do Tipo (I+III) do setor neutro [37],

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0) I+III} = \overline{v}_L m_D N_R + \overline{v}_L m'_D T^o_R + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + \frac{1}{2} M_T T^o_R C T^o_R + h.c.. \quad (2.55)$$

Aplicando a condição,

$$\Psi_L m \overline{\Psi}_R = \frac{1}{2} \Psi_L m \overline{\Psi}_R + \frac{1}{2} (-1) [\Psi_L m \overline{\Psi}_R]^T, \quad (2.56)$$

a Lagrangiana ganha um número maior de interações,

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{Massa}^{(0) I+III} &= \frac{1}{2} \overline{v}_L m_D N_R + \frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} m_D^T v_L^C + \frac{1}{2} \overline{v}_L m'_D T^o_R \\ &+ \frac{1}{2} \overline{(T^o_R)^C} m_D'^T v_L^C + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + \frac{1}{2} M_T \overline{(T^o_R)^C} T^o_R + h.c., \end{aligned} \quad (2.57)$$

acerca que, $N_R^T C = \overline{(N_R)^C}$, e o mesmo vale para, T_R . Após essa mudança, realiza-se um rearranjo na Lagrangiana que permita a formulação de uma matriz contendo os auto-estados de simetria,

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0) I+III} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{v}_L & \overline{(N_R)^C} & \overline{(T^o_R)^C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & m_D & m'_D \\ m_D^T & M_M & 0 \\ m_D'^T & 0 & M_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_L^C \\ N_R \\ N_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (2.58)$$

observe que pode-se reescrever a matriz de massa e os seus auto-estados com as seguintes simplificações abaixo:

$$\tilde{m}_D \equiv \begin{pmatrix} m_D & m'_D \end{pmatrix}_{3 \times 2}; \quad \tilde{m}_D^T \equiv \begin{pmatrix} m_D^T \\ m_D'^T \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} M_M & 0 \\ 0 & M_T \end{pmatrix}; \quad (2.59)$$

e,

$$n \equiv \begin{pmatrix} v_L \\ (N_R)^C \\ (T^o_R)^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_L \\ (\tilde{N}_R)^C \end{pmatrix}; \quad \text{sendo, } (\tilde{N}_R)^C \equiv \begin{pmatrix} (N_R)^C \\ (T^o_R)^C \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

Tal como o Mecanismo de Seesaw do Tipo I, o Seesaw do Tipo (I+III) apresenta a mesma fenomenologia quando aplicada à redução da notação, o que é possível observar a seguir,

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0) I+III} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{v}_L & \overline{(\tilde{N}_R)^C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \tilde{m}_D \\ \tilde{m}_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_L^C \\ (\tilde{N}_R)^C \end{pmatrix} + h.c.. \quad (2.61)$$

Pelo fato dos elementos 23 e 32 da matriz de massa, Eq. (2.58), guardarem valores nulos, isso impossibilita encontrar auto-estados de massa, sendo necessária a formação de um termo hibridizado que possibilitaria a diagonalização e conseqüentemente a mistura do singlete fermiônico do Seesaw do Tipo I, $1N$, com o tripleto fermiônico do Seesaw do Tipo III, T_R .

2.6 Lagrangiana de Hibridização

A Lagrangiana de Hibridização [37] será formada para tornar possível a mistura dos Mecanismos de Seesaw do Tipo I e III, já que observa-se anteriormente que não é possível encontrar auto-estados de massa da matriz formulada pelo seesaw (I+III). A reestruturação do mecanismo se dará a partir da inserção de um tripleto escalar, Σ , misturando-se com um tripleto fermiônico, T_R . Sabendo-se qual é a estrutura do tripleto fermiônico, resta apenas conhecer a seguinte estrutura do tripleto do campo escalar,

$$\Sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Sigma^0 & \sqrt{2}\Sigma^+ \\ \sqrt{2}\Sigma^- & -\Sigma^0 \end{pmatrix} \sim (3, 0). \quad (2.62)$$

Seguindo o mesmo princípio da Lagrangiana do setor de Yukawa utilizada para formarmos os Mecanismos de Seesaw, o termo de hibridização segue no modelo abaixo,

$$- \mathcal{L}^{Híbrido} = Y^\Sigma N_R^T C T_r [\Sigma T_R] + h.c., \quad (2.63)$$

onde essa nova contribuição de massa só ganhará valor para o setor neutro quando o campo escalar, Σ , ganhar v.e.v.,

$$\langle \Sigma \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_\Sigma & 0 \\ 0 & -v_\Sigma \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

Manipulando apenas o traço da componente da Lagrangiana Híbrida após ela ganhar v.e.v., os elementos neutros são,

$$T_r [\Sigma T_R] = T_r \left[\frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_\Sigma & 0 \\ 0 & -v_\Sigma \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} T_R^0 & \sqrt{2}T_R^+ \\ \sqrt{2}T_R^- & -T_R^0 \end{pmatrix} \right] \quad (2.65)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} T_r \begin{bmatrix} v_\Sigma T_R^0 & (\dots) \\ (\dots) & v_\Sigma T_R^0 \end{bmatrix} = \frac{v_\Sigma T_R^0}{\sqrt{2}}. \quad (2.66)$$

Definindo o termo de massa como sendo, $M_{Hy} = v_\Sigma Y^\Sigma / \sqrt{2}$, nossa Lagrangiana Híbrida do setor neutro passa a ter a seguinte configuração,

$$- \mathcal{L}_{Massa}^{(0)Híbrido} = M_{Hy} N_R^T C T_R^0 + h.c.. \quad (2.67)$$

2.7 Mecanismo de Seesaw IV

A Lagrangiana de Hibridização se tornará um complemento ao Mecanismo de Seesaw do Tipo (I+III), formando uma nova Lagrangiana de massa que permita preencher as lacunas encontradas na matriz de massa anterior, Eq.(2.58), onde a soma destas Lagrangianas proporcionará a relação abaixo [37],

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0)IV} = \mathcal{L}_{Massa}^{(0)Hibrido} + \mathcal{L}_{Massa}^{(0)I+III}, \quad (2.68)$$

que substituindo os valores, Eq(2.67) e Eq(2.55), já apresentados, resulta em,

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0)IV} = \bar{v}_L m_D N_R + \bar{v}_{iL} m'_D T^o_R + \frac{1}{2} M_M N_R^T C N_R + \frac{1}{2} M_T T^{oT}_R C T^o_R + M_{Hy} N_R^T C T^o_R + h.c., \quad (2.69)$$

reestruturando, ela propicia reescrever a Lagrangiana na seguinte forma matricial explícita,

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0)IV} = \begin{pmatrix} (v_1^C)_L \\ (v_2^C)_L \\ (v_3^C)_L \\ N_R \\ T^o_R \end{pmatrix}^T C \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & m_{D1} & m'_{D1} \\ 0 & 0 & 0 & m_{D2} & m'_{D2} \\ 0 & 0 & 0 & m_{D3} & m'_{D3} \\ m_{D1} & m_{D2} & m_{D3} & M_M & M_{Hy} \\ m'_{D1} & m'_{D2} & m'_{D3} & M_{Hy} & M_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (v_1^C)_L \\ (v_2^C)_L \\ (v_3^C)_L \\ N_R \\ T^o_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (2.70)$$

mas é possível reduzi-la para um expressão menor e mais simples como as que foram elaboradas para o Mecanismo de Seesaw do Tipo (I+III),

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0)IV} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (v^C)_L^T & N_R^T \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} 0 & m \\ m^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (v^C)_L \\ N_R \end{pmatrix} + h.c.. \quad (2.71)$$

Diante disso, é possível verificar a entrada de apenas duas componentes adicionais, sendo elas um singlete, $1N_R$, e um tripleto, $1T_R$, o que permite concluir que existam apenas dois neutrinos leves massivos. Simplificando ainda mais a Lagrangiana com definição,

$$n_{sym} = \begin{pmatrix} (v^C)_L \\ N_R \end{pmatrix}, \quad (2.72)$$

resultando em,

$$-\mathcal{L}_{Massa}^{(0)IV} = \frac{1}{2} n_{sym}^T C M n_{sym} + h.c., \quad (2.73)$$

onde essa expressão vai fornecer a seguinte matriz de massa a ser diagonalizada,

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m^T & M \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

sendo,

$$m = \begin{pmatrix} m_D & m'_D \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} M_M & M_{Hy} \\ M_{Hy} & M_T \end{pmatrix}. \quad (2.75)$$

Desta forma, percebe-se que é possível construir uma Lagrangiana que não necessita de valores ad-hoc de M_M e M_T , permitindo a obtenção de toda a massa do setor pesado através de uma quebra espontânea de simetria do campo Σ . A este mecanismo chamaremos de seesaw do tipo IV mínimo.

2.8 Diagonalização

Trabalhando com o mecanismo de Seesaw IV, no caso geral, a diagonalização total de \mathcal{M}_ν é um processo bastante complicado nestas circunstâncias, mas pode ser realizada por intermédio da mudança de base de simetria (sym) para a base física, isso pela relação, $n_{sym} = V^* n$, na qual V é uma matriz unitária definida por,

$$V = \begin{pmatrix} K & R \\ S & T \end{pmatrix}, \quad (2.76)$$

sendo os elementos internos quatro sub-matrizes [38].

Nesse caso a Lagrangiana do Mecanismo de Seesaw do Tipo IV passa a ser,

$$- \mathcal{L}_{Massa}^{(0)IV} = \frac{1}{2} n^T C (V^\dagger \mathcal{M} V^*) n + h.c.. \quad (2.77)$$

O fato dos neutrinos pesados não nos permitirem encontrar seus auto-estados de massa, torna necessária a diagonalização da matriz \mathcal{M}_ν por meio de uma transformação ortogonal. Sendo esse processo de diagonalização manipulado pela utilização da matriz unitária, definida pela Eq(2.76), na qual ela é responsável por separar por blocos, o setor leve do setor pesado [38],

$$\mathcal{D} = V^\dagger \mathcal{M}_\nu V^*, \text{ ou, } \mathcal{D}^* = V^T \mathcal{M}_\nu^* V, \quad (2.78)$$

sendo, \mathcal{D} , uma matriz de massa diagonal pertencente aos números reais que permitirá obter,

$$\mathcal{D} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3, M_1, M_2), \quad (2.79)$$

na qual as letras minúsculas representam as massas dos neutrinos leves e as letras maiúsculas representam as massas dos neutrinos pesados ativos. Essa descrição acima de uma con-

figuração mínima usualmente leva a concluir que um dos neutrinos leve possui massa nula.

Agora, realiza-se a diagonalização da matriz, \mathcal{M}_ν , por meio da Eq. (2.78),

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^* &= \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix} = V^T \mathcal{M}_\nu^* V = \begin{pmatrix} K & R \\ S & T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & m \\ m^T & M \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} K & R \\ S & T \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} S^T m^\dagger K + K^T m^* S + S^T M^* S & S^T m^\dagger R + K^T m^* T + S^T M^* T \\ T^T m^\dagger K + K^T m^* S + T^T M^* S & T^T m^\dagger R + R^T m^* T + T^T M^* T \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.80)$$

Com base nesse resultado acima, compreende-se que os elementos que se observa fora da diagonal são, que seja dito de passagem, um o trasposto do outro, desde que reconheçamos que, $\mathcal{D} = \mathcal{D}^T$, para a matriz de massa diagonal.

Analisando individualmente cada elemento:

Elemento \mathcal{D}_{12} :

$$S^T m^\dagger R + K^T m^* T + S^T M^* T = 0, \quad (2.81)$$

transpondo-o,

$$R^T m^* S + T^T m^\dagger K + T^T M^\dagger S = 0, \text{ ou, } R^T m^* S + T^T m^\dagger K = -T^T M^\dagger S. \quad (2.82)$$

Elemento \mathcal{D}_{21} :

$$T^T m^\dagger K + K^T m^* S + T^T M^* S = 0, \quad (2.83)$$

substituindo o valor encontrado pela Eq. (2.82), temos,

$$-T^T M^\dagger S + T^T M^* S = T^T (M^* - M^\dagger) S = T^T (M - M^T)^* S = 0, \quad (2.84)$$

nos possibilitando definir,

$$M = M^T, \quad (2.85)$$

onde esse resultado nos permite confirmar que a submatriz dos neutrinos pesados é auto-transposta, assegurando assim, que a diagonalização pode ser realizada por meio da utilização de uma matriz ortogonal.

Elemento \mathcal{D}_{11} e \mathcal{D}_{22} :

$$S^T m^\dagger K + K^T m^* S + S^T M^* S = d, \quad (2.86)$$

$$T^T m^\dagger R + R^T m^* T + T^T M^* T = D. \quad (2.87)$$

O objetivo passa a ser determinar os elementos diagonais de forma definitiva e posteriormente designar os elementos da matriz unitária. De início, convencionou-se que, $S \sim R \sim m/M$, mediante uma boa aproximação e propiciando a definição abaixo depois de uma manipulação do elemento \mathcal{D}_{21} ,

$$S^\dagger \simeq -K^\dagger m M^{-1}, \quad (2.88)$$

o que permite chegar a um termo aproximado para a diagonal constituída por neutrinos leves,

$$d \simeq -K^\dagger m M^{-1} m^T K^*, \quad (2.89)$$

sendo, K^\dagger , responsável também pela mudança de base da simetria para a base física e é muito próxima da matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS), o que mostra que os estados pesados não estão totalmente desacoplados dos estados leves.

Falta encontrar um valor definitivo para a diagonal constituída pelos neutrinos pesados da Eq. (2.87). Para isso, é necessário relacionar uma dependência das componentes T e R da matriz unitária e é possível verificar isso logo abaixo,

$$R = m T^* M^{-1}, \quad (2.90)$$

e usando essa relação na Eq. (2.87), obtém-se a outra componente diagonal,

$$D = T^\dagger M T^*. \quad (2.91)$$

É válido realçar que para obtenção desses resultados durante os cálculos foi necessário assumir que, $d = d^*$ e $D = D^*$, ou seja, massas reais, e o outro item a se destacar, seria a assimilação do resultado obtido pela diagonalização da matriz de massa do Mecanismo de Seesaw do Tipo I, porque se assumirmos, $K \approx T \approx 1$, o resultado é praticamente o mesmo. Assumindo todas as condições, é possível reconstruir a matriz unitária com os parâmetros que foram encontrados, como é possível verificar a seguir,

$$V = \begin{pmatrix} 1 & m M^{-1} \\ -(M^{-1} m^T)^* & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.92)$$

Note, que assim como a matriz diagonal, essa matriz se assemelha com a matriz de mudança de base P da Eq (2.48), formulada para o mecanismo de seesaw do tipo

I. Repare que isso só foi possível por conta da aproximação realizada para a obtenção da diagonalização do Seesaw IV, que forneceu o termo M numa configuração não mais diagonal.

Entretanto, é possível usar a condição que, $S \sim R \sim m/M$, isso por um modelo mais generalizado, uma vez que individualmente, elas possuem a seguinte representação, $S \sim M^{-1}m^T$ e $R \sim mM^{-1}$. Então, essas condições assumidas nos permitem atribuir que a constante de acoplamento de Yukawa da Lagrangiana híbrida pode possuir valor aproximadamente nulo e, conseqüentemente, acarretaria que $T \sim 1$.

Além de possibilitar uma explicação muito interessante para as componentes de mão-esquerda, o mecanismo de seesaw permite a inclusão de partículas neutras e pesadas de forma natural. Essa possibilidade permite pensar se existem canais de decaimento possíveis que induzam ao decaimento do neutrino pesado tanto num setor quanto no seu conjugado de CP. Assim, se houver este mecanismo pode-se responsabilizar o neutrino pela geração maior de matéria frente à antimatéria. O capítulo a seguir trata deste problema, nomeado como bariogênese, e sua possível solução através do decaimento dos neutrinos pesados.

Capítulo 3

Introdução à Assimetria do Universo

3.1 Aspectos Históricos

Nos últimos anos a física tem sido encarregada por responder inúmeras questões a respeito do nosso universo e a sua origem, perguntas do tipo: “De onde viemos?”, “Para onde vamos?”, perguntas para as quais ainda não há uma resposta definitiva. Entre os subsídios que já foram obtidos, o estudo do comportamento do universo a começar da percepção de que ele se depara com um estado de expansão, pode instigar a pensar que em algum momento toda a matéria que forma o universo estaria restrita a uma única e pequena região, portando energia extremamente alta, que nos permitiria dizer ser o vácuo quântico. Conjectura-se que a existência do nosso universo tenha iniciado há aproximadamente 13,7 bilhões de anos em um estado demasiadamente quente, a temperaturas estimadas na escala de 10^{30} , denso e em movimento frenético, porém muito menor que um único átomo e nesses primeiros instantes o universo não era sequer composto por matéria e sim por uma energia na forma do que conhece-se por radiação.

A antimatéria não é algo inimaginável, a sua composição não se assemelha a alguma coisa misteriosa ou mística, as pessoas leigas talvez imaginem dessa maneira por não se observar comumente muito delas ao nosso redor. A história do conceito de antimatéria aparentemente iniciou na mesma época em que foi postulado os neutrinos, pois as primeiras antipartículas a serem descobertas foram na década de 30, sendo o pósitron o pioneiro e mais tarde, na década de 50, o antipróton foi produzido por aceleradores de partículas [39]. Esse assunto aparenta ser para muitos algum argumento para filme de ficção científica, analisando pela sua raridade ou pelo fato da lacuna de conhecimento que existe sobre a origem e as características sobre o mesmo. Ainda que grande parte da população não saiba, olhando a sociedade como um todo, a antimatéria é real e está em estudo no nosso universo científico há décadas e mesmo assim é necessário mais conhecimento sobre esta que continua sendo um mistério.

O pósitron primeiramente foi deduzido teoricamente pelo o físico e matemático Paul Dirac, no ano de 1928. Ele demonstrou uma teoria que pudesse explicar o comportamento do elétron por meio dos dois maiores conceitos que formulavam a Física Moderna, a MQ e a RE. Este estudo forneceu o que chamamos de “equação de Dirac” e além de permitir decrever com precisão o comportamento do elétron, ele também previa um resultado inesperado, o elétron que caracteristicamente possui carga negativa, segundo a equação ele poderia possuir carga positiva. A partir deste resultado, Dirac afirmou que estávamos diante de uma partícula que possui as mesmas características do elétron, exceto o seu valor de carga, que era exatamente o oposto, ou melhor, um elétron positivo, na qual ele intitulou com o nome pósitron. Mais tarde, no ano de 1931, o físico Carl Anderson observou experimentalmente o pósitron, a primeira antipartícula a ser observada e comprovou o que já havia sido teorizado por Paul Dirac [40].

Os físicos Emilio Segre e Owen Chamberlain foram laureados com o Nobel de Física de 1959, esse prêmio veio pelos seus estudos realizados em torno da FPE, que resultou no ano de 1955 na comprovação experimental do antipróton, experimento que foi realizado no laboratório de radiação da Universidade da Califórnia [41]. É possível observar a existência da antimatéria no destaque da Figura 3.1.

Essa imagem foi retirada de uma câmara de bolha, um importante tipo de detector de partícula utilizado nos anos 50 até os anos 70. O funcionamento desse tipo de experimento se confere da seguinte maneira: são disparadas partículas carregadas sobre algum tipo de líquido sobre o efeito de altas temperaturas, superiores ao seu estado de ebulição, e o que observa-se na imagem é exatamente o rastro da trajetória deixado por essas partículas carregadas. É possível observar que o campo magnético da câmara faz com que as partículas carregadas negativamente se curvem para esquerda e as carregadas positivamente se curvem para o lado contrário [42].

No acaso de uma partícula se encontrar com a sua antipartícula equivalente (um próton interagindo com seu antipróton, a título de exemplo), elas se aniquilam, produzindo energia na forma de radiação. Teoricamente, a quantidade de matéria e antimatéria era exatamente simétrica e o processo de aniquilamento transcorreria após o Big Bang. No entanto, este fato favorece o conflito com a nossa realidade, na qual contemplamos o mundo formado totalmente por matéria, sem a presença de sua oposta, que é achada basicamente em raios cósmicos ou em circunstâncias geradas pelo homem em aceleradores de partículas. A partir disso, os pesquisadores vêm se deparando há anos com um questionamento recorrente: “O que fez com que a matéria prevalecesse sobre a antimatéria nos momentos que se seguiram após o Big Bang, dando origem assim, ao universo assimétrico que pertencemos?”.

Evidencia-se que o aniquilamento completo não ocorreu, uma vez que há um pequeno

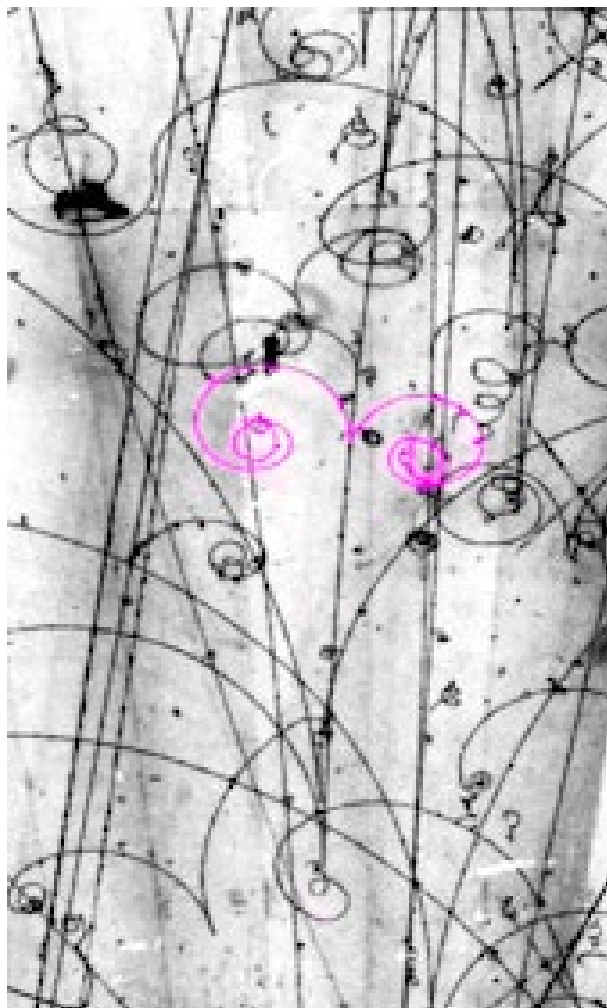


Figura 3.1: Imagem do Fermilab [42].

excesso de partículas frente ao número de antipartículas. Em decorrência dessa característica, algumas das primeiras partículas conseguiram perdurar, na qual hoje estima-se que tenha sido uma pequena parte de um bilhão e neste momento forma tudo o que há ao nosso redor. Voltando a alguns milésimos de segundo depois do Big Bang, o universo passou a se expandir de forma mais lenta, as temperaturas começaram a cair de forma abrupta e em consequência desses fatores os processos de criação e aniquilação que ocorriam a todo instante passaram a ter resistência na sua eventualidade [43]. Nesse mesmo instante especula-se que o primeiro grupo de partículas compostas começaram a se formar, como por exemplo os bárions.

Algumas teorias tentam explicar este fenômeno e prioriza-se três em específico. Para apresentação das mesmas é necessário assumir a condição, $B = (b - \bar{b})$, sendo, B , o número bariônico, b , o número de bárions, \bar{b} , o número de antibárions e sem se esquecer que atualmente, $B > 0$. As teorias são [43]:

1º A assimetria do universo é existente desde o início.

Tal afirmação acarretaria que, $B > 0$, logo após o Big Bang e que isso continua até os

dias atuais. Essa relação é a mais óbvia e não atoa, obteve mais aceitação no passado, mas na contemporaneidade não vingou como a mais apropriada, uma vez que as observações termodinâmicas diluem o predomínio da matéria frente à antimatéria.

2º O universo iniciou e ainda continua simétrico.

Essa teoria nos diz que após o Big Bang, $B = 0$, e que isso segue até o momento. A interpretação para este modelo é que o universo expandiu de forma tão rápida após o Big Bang, que não teve tempo suficiente para matéria e antimatéria se aniquilarem totalmente. Em consequência disso, o que se observa, na verdade, é o que seria o acúmulo de, uma das duas, em certas regiões do espaço, no nosso caso, apenas de matéria. Analisando por outro ponto de vista, poderíamos afirmar a existência de outras galáxias formadas única e exclusivamente por antimatéria. Neste cenário, algumas regiões do espaço deveriam emitir radiação oriundas do aniquilamento do encontro da matéria com a antimatéria e, em decorrência desse fato, deveríamos ser atingidos por uma taxa altíssima de energia cósmica na forma de radiação.

3º O universo iniciou simétrico, mas em algum momento ocorreu algum processo que gerou essa assimetria.

Atualmente este é o modelo mais aceito pela comunidade científica e é o que será abordado nas próximas descrições. Principiando, novamente, da análise do número bariônico, temos que instantes depois do Big Bang o universo era simétrico, $B = 0$, mas de alguma forma ele se expandiu e a matéria prevaleceu sobre a antimatéria em razão que neste momento temos $B > 0$. Designamos a este modelo o nome de bariogênese, pelo motivo da matéria ter sido apenas criada posteriormente ao Big Bang.

Atualmente os cientistas buscam comprovar essa disparidade por métodos experimentais que permitam mostrar uma quebra de simetria entre a matéria e a antimatéria no decaimento de alguma partícula, o que pode permitir observar a assimetria na Violação de CP como, por exemplo, no Mecanismo de Seesaw do Tipo IV.

O principal local de pesquisa para essas questões e de onde se espera respostas para elas, sem dúvida nenhuma, seria no LHC, apontado por grande parte da comunidade científica como o objeto mais complexo construído pelo homem, e que levou duas décadas sendo planejado. Para se ter em mente uma figura como representação, o LHC é um túnel subterrâneo, de modelo circular, e com circunferência de 27 km de comprimento, localizado entre a Suíça e a França e a 100 metros de profundidade da superfície da Terra [40]. Nas suas grandiosas instalações, são criadas colisões de partículas subatômicas, anteriormente aceleradas por toda a extensão dos dutos que possuem vários quilômetros. Os prótons, ao serem acelerados a aproximadamente 99,99% da velocidade da luz, colidem com outro feixe de prótons oriundos da direção oposta. Nesse contexto, este experimento resulta na reprodução das condições presentes a menos de um bilionésimo de segundo posteriormente

ao surgimento do universo, o que permite dizer que no interior do LHC são desenvolvidos mini Big Bangs [40].

3.2 Condições de Sakharov

Na tentativa de se explicar esse leve excesso de matéria, o físico russo Andrei Sakharov propôs há mais de 50 anos as três condições indispensáveis para gerar dinamicamente a assimetria bariônica. Logo abaixo serão descritas essas condições guias para os modelos que se proponham em solucionar o problema da bariogênese [44]:

1º Violação do Número Bariônico (B)

O número bariônico (B) deve ser violado para que algumas interações da FPE sejam assimétricas e assim ocorra uma evolução temporal de B do universo. Não havendo a violação, só é possível entender a assimetria presente partindo de pressupostos da existência de B . A violação do número bariônico é uma peculiaridade que apresenta as Teorias de Grande Unificação (GUT), sendo evidenciada dentro do MP. Se por algum motivo todas as reações conservassem o número bariônico, não se evidenciaria a assimetria do universo, o que torna necessário uma reação do exemplo [43] ,

$$X \rightarrow Y + B , \quad (3.1)$$

sendo que X e Y dispõem da representação de número bariônico nulo e B possui número bariônico superior a zero.

Os mecanismos de bariogênese indicam uma explicação da geração de assimetria a começar de um universo preliminarmente simétrico, conseqüentemente fica lógico entender que algum outro processo tenha ocorrido para acarretar na não conservação do número bariônico. Para os léptons em específico, essa condição tolera ser desalinhada para não conservação de $(B-L)$, sendo L o número leptônico, o que fornece um ótimo candidato na investigação da geração de assimetria bariônica por meio de um outro setor. Será designado o nome leptogênese a essa investigação no setor leptônico que pode ser transferido ao setor bariônico, gerando a via leptogênese. [45].

2º Violação de C e CP

Apenas a primeira condição de Sakharov não é suficiente para assegurar a assimetria de matéria-antimatéria. Primeiro, adere-se ao contexto em que se observam as interações que violam o número bariônico, onde a desigualdade de simetria só ocorrerá na hipótese de haver violação de carga (C) e carga-paridade (CP). A violação de C e CP acontecerá caso haja uma desproporção entre os processos com, $\Delta B \neq 0$, com outra configuração, não poderíamos evidenciar um estado assimétrico evoluir para um estado inicialmente simétrico. A presença de um seguimento que não conserve, B , não assegura a constituição

de um universo assimétrico apenas pelo fato da existência de transformações discretas de carga (C), paridade (P) e inversão temporal (T).

Para um conjunto de partículas que tenha um valor de CP simétrico, ela também terá uma simetria T, se levarmos em consideração a invariância do teorema CPT [13]. Vamos agora supor a existência de um processo que gere violação de B na qual é admitido que toda reação de um sistema de transição de estado terá uma reação conjugada correspondente, o que basicamente seria a produção de antibárions na reação conjugada da emissão de bárions. Tal processo permite afirmar que na haverá assimetria se a relação abaixo ocorrer [43],

$$\Gamma(X \rightarrow Y + B) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{Y} + \bar{B}), \quad (3.2)$$

onde, Γ , representa a largura de decaimento e as componentes que se observam a direita da igualdade representam a inversão espacial dos estados ou podem ser entendidos como estado de conjugação CP. A violação de carga se torna necessária, pois se as reações ocorrerem com o mesmo padrão, conservam o número bariônico.

Analisando-se a simetria de carga-paridade, onde tal simetria deve ser respeitada naturalmente, observa-se que o procedimento da largura de decaimento deve ocorrer da mesma maneira que foi assinalado anteriormente. Por exemplo, será analisado o caso de um bárion identificado com as suas componentes quirais bem definidas. Essa condição é verificada por [43],

$$\Gamma(X \rightarrow B_e B_e) + \Gamma(X \rightarrow B_d B_d) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{B}_e \bar{B}_e) + \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{B}_d \bar{B}_d). \quad (3.3)$$

Assim como era necessária a violação de carga para a ocorrência de assimetria, para a equação acima pode-se apontar como necessária a violação de carga-paridade, pois mesmo que a conjugação de carga tenha larguras diferentes, a soma delas ainda continua a conservar o número bariônico.

3º Evolução fora do equilíbrio térmico

Enxerga-se como necessária essa condição porque, de outra forma, a simetria CPT criaria compensações entre os processos que aumentariam ou diminuiriam, B . Se for analisado o teorema de spin-estatística pode-se definir qual tipo de distribuição um tipo de partícula sofre. Em estado de equilíbrio térmico, é possível verificar que a entropia é máxima quando os potenciais químicos relacionados a todas as quantidades não conservadas são nulas [45]. Para a interpretação dessa condição, será realizada uma análise da diferença de energia de uma partícula em relação a sua antipartícula correspondente [43],

$$\Delta E = E_{matéria} - E_{antimatéria} = 0. \quad (3.4)$$

Comprovada a violação do número bariônico, carga e carga-paridade, a terceira condição surge da necessidade de considerações termodinâmicas que precisam ser executadas. Esta condição de evolução fora de equilíbrio se estabelece essencial para envolver a evolução do universo de modo que também comprove a teoria de que o universo inicialmente era muito denso e quente. Essa condição assegura que não existiria a hipótese do universo de início ser assimétrico e ter permanecido dessa forma até hoje, visto que a distribuição de Boltzman afirma que deve ocorrer o equilíbrio térmico para uma mesma quantidade de matéria e antimatéria [45], já que a simultaneidade dos processos resulta na conservação do número bariônico, mas surge-se a ideia, de que no vácuo quântico tal distribuição não seria válida na escala de Planck.

Assegurar essas três condições permite obter um sistema possivelmente assimétrico após a evolução para um estado mais frio, gerando número bariônico espontaneamente. Então as condições de Sakharov servem apenas como parâmetros para a construção de um possível mecanismo que gere essa bariogênese. Somente as condições não explicam essa assimetria do universo, mas apresentam a base para que essas teorias possam ser explicadas.

Sakharov elucida que o motivo pela qual nenhuma das condições terem sido observadas, seria o fato deste fenômeno ocorrer no que seria uma transição de fase, evento que se assemelha ao ocorrido pelos elementos químicos quando estão mudando de estado [44]. Destaca-se, novamente, que a abrupta mudança de temperatura fez com que o universo originário tenha passado por um processo forte de transição de fase, o que poderíamos relacionar com energia no ponto zero (ZPE).

3.3 Leptogênese

Apesar do MP ter permitido comprovar várias teorias que envolvam a FPE, é necessário para comprovação da bariogênese investigar modelos físicos que vão além do que já se conhece do MP. Durante os anos alguns modelos que produziram dinamicamente a assimetria bariônica foram sendo criados e o modelo que será introduzindo, leva o nome de leptogênese. Este modelo permite explicar a assimetria bariônica por meio do setor leptônico, ligando dois dos problemas ainda não resolvidos da FPE através do Mecanismo de Seesaw, que são a pequena massa dos neutrinos e a bariogênese [45].

A única partícula que acopla as condições de Majorana é o neutrino, e só é possível identificar a violação de CP se essa componente for extremamente massiva, o que não é previsto pelo MP e nem observado experimentalmente. Deste modo, a partícula de mão-direita introduzida no mecanismo de seesaw, possui como característica massa muito pesada. A violação de CP, a segunda condição de Sakharov, é o ponto principal de

avaliação neste tipo de mecanismo, uma vez que os acoplamentos de Yukawa dos neutrinos pesados podem apresentar novas fontes que permitem gerar violação de CP suficiente. Uma consequência do termo de Massa de Majorana é que ele gera automaticamente uma carga (L) violada.

A característica do Mecanismo de Seesaw é a inserção de neutrinos de mão direita, que teoricamente possuem massa superior à escala da quebra espontânea de simetria do MP e isso verificamos após a diagonalização da matriz de massa gerada por esse mecanismo, tanto no caso mais simples (com termos de massa escalar), no mecanismo de seesaw do tipo I, quanto no caso mais complexo (com termos de massa na forma matricial), no mecanismo de seesaw do tipo IV, onde em ambas as formas é confirmada a condição que relaciona a massa do neutrino pesado ao neutrino leve, $M_M \gg m$, sendo, $m = m_D^2/M_M$, na qual essa condição possibilitaria causar assimetria leptônica de modos diversos, porém esse procedimento caracterizaria uma extensão do MP.

3.4 Modelo Seesaw IV Mínimo

Nesta subseção, será explicado o formalismo padrão da leptogênese térmica aplicada ao Mecanismo de Seesaw do Tipo IV, onde os neutrinos pesados de mão direita geram assimetria leptônica após decaírem, mas para esse modelo mínimo é necessário novamente reformular a Lagrangiana no sentido de conseguir observar o maior número possível de interações. Este mecanismo é mínimo no sentido de se introduzir apenas uma partícula nova de cada tipo, diferentemente do MP, onde dois ou três neutrinos são introduzidos. Além disso, será deixado de lado a componente de massa pesada que foi colocada a mão antes da quebra espontânea de simetria do campo escalar, M_M , e, M_T , o que vai possibilitar gerar termos de massa para os neutrinos leves e pesados só após o campo escalar Σ ganhar v.e.v. pelos bósons escalares. Nesse modelos temos um singleto fermiônico puro, N_R , um tripleto fermiônico, T_R , e um tripleto escalar, Σ , na qual já discutimos a respeito anteriormente. A Lagrangiana mínima será representada por,

$$-\mathcal{L}^{IV} = Y_i^v \overline{L_{Li}} N_R \tilde{H} + \sqrt{2} Y_i^T \overline{L_{Li}} T_R \tilde{H} + Y^\Sigma N_R^T C Tr[\Sigma T_R] + \frac{1}{2} M_\Sigma^2 |\Sigma|^2 - \frac{\lambda 2}{\sqrt{2}} H^\dagger \Sigma H + h.c.. \quad (3.5)$$

na qual os dois últimos termos da Lagrangiana não contribuem para interação entre os escalares e férmions e a essa energia as partículas são todas não massivas. Será identificada a violação de CP especificamente para leptogênese somente quando ocorrer a quebra espontânea de simetria e todas as partículas obtiverem valores de massa. Então, depois dos campos escalares ganharem v.e.v.s, encontram-se as seguintes definições para os termos de massas,

$$m_{Di} = \left(\frac{Y_i^{v\nu}}{\sqrt{2}} \right), \quad m'_{Di} = \left(\frac{Y_i^T \nu}{\sqrt{2}} \right) \text{ e } M_{Hy} = \left(\frac{Y^{\Sigma\nu\Sigma}}{\sqrt{2}} \right). \quad (3.6)$$

Ignorando a contribuição das componentes carregadas, nossa Lagrangiana com as componentes neutras passa a ser,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{IV} = \overline{v_{Li}} m_{Di} N_R + \overline{v_{Li}} m'_{Di} T_R^0 + N_R^T C M_{Hy} T_R^0 + h.c., \quad (3.7)$$

onde para um campo qualquer contendo partículas de Majorana tem-se que, $\overline{\Psi} = \Psi^T C$, e, $\Psi^C = \Psi$, que agrega na Lagrangiana mínima,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{IV} = \overline{v_{Li}} m_{Di} N_R + \overline{v_{Li}} m'_{Di} T_R^0 + \overline{(N_R)^C} M_{Hy} T_R^0 + h.c., \quad (3.8)$$

mas tendo, $\Psi^C = C\gamma^0\Psi^*$, obtém-se,

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{massa}^{IV} &= \frac{1}{2} \overline{v_{Li}} m_{Di} N_R + \frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} m_{Di}^T v_{Li}^C + \frac{1}{2} \overline{v_{Li}} m'_{Di} T_R^0 \\ &+ \frac{1}{2} \overline{(T_R^0)^C} (m'_{Di})^T v_{Li}^C + \frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} M_{Hy} T_R^0 + \frac{1}{2} \overline{(T_R^0)^C} M_{Hy} N_R + h.c. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Reescrevendo a Lagrangiana na forma matricial, temos,

$$-\mathcal{L}_{massa}^{IV} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{v_{Li}} & \overline{(N_R)^C} & \overline{(T_R^0)^C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & m_D & m'_D \\ m_D^T & 0 & M_{Hy} \\ m_D^T & M_{Hy} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{Li}^C \\ N_R \\ T_R^0 \end{pmatrix} + h.c., \quad (3.10)$$

e para simplificar, define-se:

$$\overline{n_L} = \begin{pmatrix} \overline{v_{Li}} & \overline{(N_R)^C} & \overline{(T_R^0)^C} \end{pmatrix}, \quad \mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & m_D & m'_D \\ m_D^T & 0 & M_{Hy} \\ m_D^T & M_{Hy} & 0 \end{pmatrix}, \quad (n_L)^C = \begin{pmatrix} v_{Li}^C \\ N_R \\ T_R^0 \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

na qual,

$$M_D = \begin{pmatrix} m_D & m'_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{D1} & m'_{D1} \\ m_{D2} & m'_{D2} \\ m_{D3} & m'_{D3} \end{pmatrix}_{3 \times 2}, \quad (3.12)$$

$$M_D^T = \begin{pmatrix} m_D^T \\ m_D^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{D1}^T & m_{D2}^T & m_{D3}^T \\ m_{D1}^T & m_{D2}^T & m_{D3}^T \end{pmatrix}_{2 \times 3}, \quad (3.13)$$

$$M_{Maj} = \begin{pmatrix} 0 & M_{Hy} \\ M_{Hy} & 0 \end{pmatrix}_{2 \times 2}, \quad (3.14)$$

e agora, tem-se a seguinte fisionomia para a Lagrangiana,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{IV} = \frac{1}{2} \overline{n_L} \mathcal{M} (n_L)^C + h.c., \quad (3.15)$$

ou,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{IV} = \frac{1}{2} n_L^T C \mathcal{M}^* n_L + h.c.. \quad (3.16)$$

Redefinindo novamente o auto-estado de simetria na base simétrica, n_L ,

$$n_{sym} = \begin{pmatrix} v_L \\ (N_R)^C \\ (T_R^0)^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{L1} \\ v_{L2} \\ v_{L3} \\ (N_R)^C \\ (T_R^0)^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_L \\ (\widetilde{v}_R)^C \end{pmatrix},$$

sendo, v_L , o autoestado dos neutrinos leves e, $(\widetilde{v}_R)^C$, o auto-estado dos neutrinos pesados.

O que permite finalmente ter um Mecanismo de Seesaw usual,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{IV} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_L^T & (\widetilde{v}_R^C)^T \end{pmatrix} C \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & M_{D_{3 \times 2}} \\ M_{D_{2 \times 3}}^T & M_{M_{aj2 \times 2}} \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} v_L \\ (\widetilde{v}_R)^C \end{pmatrix} + h.c., \quad (3.17)$$

onde a massa dos pesados ainda não se encontra diagonalizada. Esse último fator é a peça chave na leptogênese para o mecanismo de seesaw do tipo IV mínimo, pois quando é realizada a diagonalização, ambos os auto-estados pesados têm massas degeneradas. Consequentemente, o mecanismo usual de violação de CP deve ser reformulado levando-se em conta essa particularidade, que não opera nos mecanismos de violação de CP usuais, conforme explanaremos abaixo.

Já foi demonstrado anteriormente o processo de diagonalização, então é previsível o resultado para matriz diagonal após a simplificação e assim encontrar uma expressão da mudança da base de simetria para base física, $v_L^{phys} \simeq K^\dagger v_L$, e, $(\widetilde{v}_R^{phys})^C \simeq T^\dagger (\widetilde{v}_R)^C$. A diagonalização anterior foi realizada de forma completa, utilizando-se tanto os estados com neutrinos pesados como os leves.

Deste modo, será realizado apenas a diagonalização dos auto-estados pesados, uma abordagem mais significativa, que permitirá encontrar a degenerescência das massas. Isso partindo da Lagrangiana de interação abaixo,

$$- \mathcal{L}_{massa}^{IV \rightarrow Pesados} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{(N_R)^C} & \overline{(T_R^0)^C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & M_{Hy} \\ M_{Hy} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R \\ T_R^0 \end{pmatrix} + h.c.. \quad (3.18)$$

Após uma extração de fase do termo de massa híbrida, temos,

$$M_{Hy} = \left(\frac{|Y^\Sigma| v_\Sigma}{\sqrt{2}} \right) e^{i\alpha} = m_{hy} e^{ia}, \quad (3.19)$$

sendo justamente essa fase responsável por deter a violação de CP leptônica, onde se caracteriza como uma fase do tipo de Majorana, termo de onde ela é proveniente na matriz de massa dos neutrinos. Se realizada a análise dessa nova expressão para a matriz de massa de Majorana que foi definida anteriormente, será adquirido a nova relação abaixo,

$$M_{Maj} = m_{hy} e^{ia} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Adicionando de forma correta as definições para a matriz unitária, $T^* T^T = T T^\dagger = 1$, sendo, T , em específico definida como uma matriz de rotação acompanhado por uma fase,

$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} e^{-\frac{\alpha}{2}}, \quad (3.21)$$

e após algumas operações matriciais efetuadas dentro da Lagrangiana mínima de interação de apenas o setor inferior, é possível identificar a matriz diagonal inferior, D , que contém apenas os termos de massa para neutrinos pesados. Em seguida a manipulação da Lagrangiana pode gerar a expressão que permitirá facilmente rotacionar as componentes neutras pesadas para a diagonal, sendo ela,

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix}_R = T^\dagger \begin{pmatrix} N_R \\ T_R \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

mas analisando-se individualmente cada componente, obtém-se:

$$N_R = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}} (N_1 + N_2)_R, \quad (3.23)$$

$$T_R = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\alpha}{2}} (-N_1 + N_2)_R, \quad (3.24)$$

ou,

$$N_{1R} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{+\frac{\alpha}{2}} (N_R - T_R), \quad (3.25)$$

$$N_{2R} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{+\frac{\alpha}{2}} (N_R + T_R). \quad (3.26)$$

Essas definições acima serviram para realizar a mudança para a base diagonal dos léptons pesados da Lagrangiana mínima de interação original. Redefinindo-se as constantes de acoplamento dos léptons e de forma a absorver as fases,

$$Y_i^A = e^{-i\frac{\alpha}{2}} \frac{(Y_i^v - Y_i^T)}{\sqrt{2}}, \quad (3.27)$$

$$Y_i^B = e^{-i\frac{\alpha}{2}} \frac{(Y_i^v + Y_i^T)}{\sqrt{2}}, \quad (3.28)$$

$$Y^\Sigma = |Y^\Sigma| e^{i\alpha}. \quad (3.29)$$

Usando as definições que, $N_R = RN$, $[(N^C)^C]^T = -CN^C$, e, $(T^\pm)^C = T^\mp$, obtém-se posteriormente algumas operações algébricas a Lagrangiana de interação com os auto-estados fermiônicos com as projeções de quiralidade explicitamente escritas por

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{int}^{IV} = & \overline{(v_i)}(Y_i^a R)H^{0*}RN_1 + \overline{N_1}(Y_i^{a*}L)H^0v_i + \overline{(v_i)}(Y_i^B R)H^{0*}RN_2 + \overline{N_2}(Y_i^{B*}L)H^0v_i \\ & + \overline{(\ell_i)}(-Y_i^B R)H^-RN_1 + \overline{N_1}(-Y_i^{B*}L)H^+\ell_i + \overline{(\ell_i)}(-Y_i^a R)H^-RN_2 \\ & + \overline{N_2}(-Y_i^{B*}L)H^+\ell_i + \overline{(v_i)}(-\sqrt{2}Y_i^T R)T^+H^- + \overline{T^+}(-\sqrt{2}Y_i^{T*}L)H^+v_i \\ & + \overline{(\ell_i)}(\sqrt{2}Y_i^T R)T^-H^{0*} + \overline{T^-}(\sqrt{2}Y_i^{T*}L)H^0\ell_i + \overline{(N_1)}(-\frac{1}{2}|Y^\Sigma|)\Sigma^0N_1 \\ & + \overline{(N_2)}\left(\frac{1}{2}|Y^\Sigma|\right)\Sigma^0N_2 + \overline{T^+}\left[\frac{|Y^\Sigma|}{2}(e^{i\frac{\alpha}{2}}R + e^{-i\frac{\alpha}{2}}L)\right]\Sigma^+N_1 \\ & + \overline{T^-}\left[\frac{|Y^\Sigma|}{2}(e^{-i\frac{\alpha}{2}}L + e^{i\frac{\alpha}{2}}R)\right]\Sigma^-N_1 + \overline{T^+}\left[\frac{|Y^\Sigma|}{2}(e^{i\frac{\alpha}{2}}R + e^{-i\frac{\alpha}{2}}L)\right]\Sigma^+N_2 \\ & + \overline{T^-}\left[\frac{|Y^\Sigma|}{2}(e^{-i\frac{\alpha}{2}}L + e^{i\frac{\alpha}{2}}R)\right]\Sigma^-N_2. \end{aligned} \quad (3.30)$$

É possível identificar que a Lagrangiana de interação do Mecanismo de Seesaw IV proporciona analisar cada possível diagrama de interação dessas partículas em distintos tipos de decaimentos, porém obrigatoriamente tem-se que explorá-los separadamente, em virtude que nesse momento da equação ainda não ter sido realizada a quebra de simetria. A título de exemplo, temos um lépton carregado qualquer, ℓ_i , interagindo com o singlete, N_1 , por meio da constante de acoplamento, Y_i^B , e da mesma forma é possível observar um neutrino, v_i , interagindo com o mesmo singlete, N_1 , mas agora por intermédio da constante de acoplamento, Y_i^a . Ressalta-se que nessa Lagrangiana cada uma das quatro últimas interações são suas próprias hermitianas conjugadas, enquanto que para as demais interações foi necessário deixar os hermitianos conjugados explicitamente escritos.

3.5 Introdução ao Cálculo de Violação de CP

Observa-se na atualidade, que a violação de carga-paridade (CP) está sendo um dos principais temas em estudo na FPE. Isso em razão dessa condição ser um ingrediente essencial para se poder compreender melhor a bariogênese, ligando ela às condições

de Sakharov, citadas na subseção anterior. É possível eventualmente calcular essa medida para o decaimento do k -ésimo neutrino pesado por intermédio da equação que gera assimetria CP, geralmente dada por [46] :

$$\varepsilon_k = \frac{\Gamma(N_k \rightarrow L_j H) - \Gamma(N_k \rightarrow \overline{L_j} H^\dagger)}{\Gamma(N_k \rightarrow L_j H) + \Gamma(N_k \rightarrow \overline{L_j} H^\dagger)}, \quad (3.31)$$

sendo, $N_k \rightarrow L_j H$, e, $N_k \rightarrow \overline{L_j} H^\dagger$, os canais de decaimento dos neutrinos, N_k , logo após eles decrescerem bastante a escala de temperatura, onde tal situação pode fornecer parâmetros que permitam gerar assimetria leptônica. Esse tipo de interação formalmente é efetuada calculando os seguintes diagramas de Feynman:

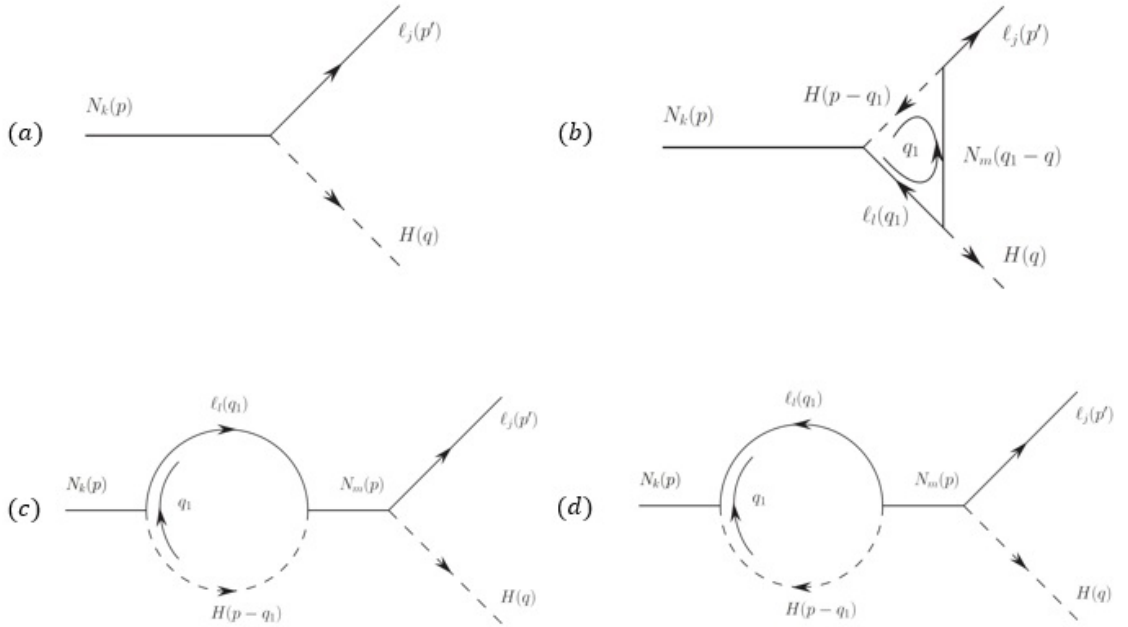


Figura 3.2: Diagramas que contribuem para violação de CP no MP, sendo: (a) nível de árvore, (b) correção de vértice, (c) e (d) correções da auto-energia. Os três últimos são correções de 1-loop.

A interferência entre o nível de árvore e o nível de 1-loop durante o decaimento permite gerar assimetria do tipo CP. Para este estudo, tem-se dois casos bem importantes, sendo o primeiro hierárquico, onde ao assumir-se a condição de pequenez do valor de massa do neutrino quando comparado aos demais, $M_1 \ll M_2, M_3$, e o segundo caso denominamos como ressonante, quando a largura de decaimento possui a mesma ordem de diferença de massa dos neutrinos. Neste último caso apenas os diagramas de auto-energia são importantes a nível de 1-loop, uma vez que massas proximamente degeneradas tendem a aumentar a contribuição da violação de CP [47]. O nosso objetivo é introduzir o modelo com seesaw do tipo I no cálculo da violação de de CP.

O resultado da violação de CP já conhecida na literatura é,

$$\varepsilon_k = -\frac{1}{8} \frac{1}{(h^\dagger h)_{kk}} \sum_{m \neq k} \left\{ \text{Im} [(h^\dagger h)_{km}^2] \left(f(x) + \frac{\sqrt{x}}{1-x} \right) \right\}, \quad (3.32)$$

onde, $x \equiv M_m^2/M_k^2$, e a função, $f(x)$, é definida como:

$$f(x) \equiv \sqrt{x} \left[1 - (1+x) \ln \left(\frac{x+1}{x} \right) \right]. \quad (3.33)$$

O motivo da investigação de modelos de diagramas de Feynman que nos possibilite detalhar mais as interações das partículas, no caso a correção do vértice dos diagramas a nível de árvore pelos diagramas a 1-loop, está na solução do problema da assimetria CP, que só pode ser evidenciada após a realização das correções a 1-loop, pois apenas ao nível de árvore $\varepsilon_k = 0$ [45].

Esses cálculos devem ainda ser realizados para o modelo de seesaw IV mínimo, o que possivelmente poderá nos gerar um novo mecanismo dentro do contexto da leptogênese. Somente o mecanismo de seesaw, no caso o seesaw do tipo I, pode nos possibilitar obter assimetria CP por meio do cálculo da Eq(3.5). Isso porque os neutrinos pesados realizam decaimento em léptons conhecidos, tornando o mecanismo além de realizável, calculável. Há diversos modelos que apenas podem gerar análises superficiais, enquanto que o o mecanismo de seesaw resulta em um mecanismo realmente preditivo.

Considerações Finais e Perspectivas

O exposto trabalho de conclusão de curso apresentou como propósito investigar a teoria em torno dos neutrinos, bem como uma pequena visão histórica da formulação dessa partícula dentro do Modelo Padrão da Física de Partículas Elementares. Com o encorajamento estimulado por essa análise, destacou-se inicialmente uma introdução da relatividade especial formulada por Einstein, uma introdução ao formalismo ondulatório da mecânica quântica descrito pela equação de Schroedinger e o formalismo matricial utilizado pela notação de Dirac. Posteriormente enfatiza-se também uma introdução de um campo contendo uma partícula escalar na Teoria Quântica de Campos, o qual é de suma importância no cálculo de violação de CP. Somente após a introdução desses princípios físicos e matemáticos que se passa a investigar os principais fatos, a formulação dos neutrinos, analisando desde a sua descoberta em 1933 até a detecção experimental de sua oscilação em 2002 no “Experimento do Super-Kamioka-NDE”.

O desenvolvimento histórico dos neutrinos, assim como os aspectos matemáticos necessários para a sua descrição, foram de primordial importância para estruturação desse trabalho teórico. Salienta-se essencialmente a formulação do Mecanismo de Seesaw, modelo matemático considerado pelos pesquisadores como o mais elegante para se explicar a pequena massa do neutrino, que em contrapartida, necessita de neutrinos pesados para realizar o efeito gangorra. Mostramos como esses modelos podem resultar em contribuições de massa para essa partícula após os campos escalares H e, também, Σ ganharem valor esperado vácuo.

O Mecanismo de Seesaw do Tipo IV, em especial, permite uma interação entre as partículas básicas do seesaw do tipo I e tipo III por meio da introdução do termo hibridizado, e o resultado obtido por esse procedimento pode ser utilizado para geração de violação de CP necessária para assegurar o fenômeno de leptogênese. Esse tipo de mecanismo fornece um vasto ramo de estudos, tanto no estudo da diagonalização e formação de auto-estados físicos, quanto do ponto de vista da leptogênese mínima, que nos permite gerar uma possível violação de CP.

O estudo de mecanismos de violação de CP são extremamente importantes para ser explicar a assimetria de matéria e antimatéria. No contexto do Modelo Padrão, essa geração

acontece via decaimento dos neutrinos pesados, que são introduzidos justamente para explicar a pequena massa dos neutrinos da escala eletrofraca. Dentro do Modelo Padrão é possível se obter a quantidade necessária de CP, desde que um conjunto de neutrinos de mão direita seja adicionado ao modelo, ou seja, o MP é minimamente estendido.

Uma realização diferente pode ser obtida no caso do mecanismo de seesaw IV mínimo aplicado a leptogênese, com apenas um singlete fermiônico, $N_R \sim (1, 0)$, e um tripleto fermiônico, $T_R \sim (3, 0)$, interagindo através de um tripleto escalar, $\Sigma \sim (3, 0)$, onde ambos possuem hipercarga nula. A geração de violação de CP não pode ser obtida diretamente como no MP, pois a massa dos auto-estados pesados é idêntica, após a diagonalização da matriz de massa dos auto-estados pesados, o que significa que ambos os decaimentos acontecem numa mesma escala. Dessa forma, toda quantidade gerada é apagada diretamente. Isso quer dizer que deve-se observar correções que aparecem no caso ressonante, justamente no caso da teoria induzir duas massas iguais.

O cálculo dessa quantidade está atualmente em estudo e algumas dificuldades devem ser solucionadas antes de finalizarmos o cálculo completo da violação de CP do modelo, esperamos fornecer um mecanismo alternativo ao obtido pelo modelo padrão para dar explicações da assimetria de matéria e antimatéria. Dentre as dificuldades de cálculo está uma melhor compreensão do mecanismo ressonante, que é necessário computar quando se trabalha com massas muito próximas.

Verificado todos esses pontos, realça-se a importância deste trabalho dirigido para implementação de um referencial teórico que venha a servir como material de pesquisa para os demais acadêmicos, que porventura venham a se apaixonar pela área, sejam capazes então de desfrutar do conhecimento preparatório a respeito dos neutrinos aqui apresentados. Neste sentido, é muito importante salientar a iniciativa da Universidade Federal do Tocantins e do Colegiado de Física, no tocante ao desenvolvimento de programas de pesquisa envolvendo discentes. O presente trabalho de conclusão de curso só foi possível de ser realizado dentro do Programa de Iniciação Científica da UFT. Nessa perspectiva, o estudo deste projeto propiciou entender gradativamente o entorno do neutrino e a Física de Partículas Elementares, apresentando assim um elevado peso para o desenvolvimento acadêmico mais enfático. Analisando por esse panorama, o resultado obtido por esse trabalho foi considerado produtivo, uma vez que servirá como embasamento para o futuro ingresso num programa de Pós-Graduação.

Referências

- [1] RIFFEL, Rogemar Andre. **Uma introdução a relatividade especial**. Santa Maria (RS), 2010. 74 f. (Texto Digitado)
- [2] Notas de aula: Relatividade. Ministrada: Prof^a Dr^a Sheyse Carvalho.
- [3] LIMA, Carlos R. A. **Introdução a Física Moderna**. Juiz de Fora (MG), 2009. 132 f. (Texto digitado: Notas de aula)
- [4] GAZZINALLI, Ramayana. **Teoria da Relatividade Especial**. 1^o ed. Belo Horizonte (MG). Editora: Edgard Blucher, 2005
- [5] GENIUS: 1^a Temporada. Produção: Maggie Randell - Blanc. Norte - Americana, National Geographic. 2017, Série (10 episódios de 50 minutos). 1080i(HDTV), Ntsc, son, color. Dublado. Port.
- [6] MARQUES, Gil da Costa. **Relatividade (Espaço de Minkowski: escalares, vetores e tensores de Lorentz)**. São Paulo (SP), (sem identificação do ano). 19 f. (Texto Digitado)
- [7] SEIDEL, Paola Terezinha. **Problemas Fundamentais da Gravitação Sobre o Prisma Tensorial**. 2016. ? f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) - Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, TO.
- [8] NUSSENZVEIG, H. Moysés. **Curso de Física Básica 4: Ótica, Relatividade, Física Quântica**. 1^a ed. São Paulo (SP). Editora Blucher, 1998.
- [9] EISBERG, Robert. RESNICK, Robert. **Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**. -2^a ed. - Editora Campus, 1979
- [10] FREIRE JR, O., PESSOA JR, O., e BROMBERG, JL. **Teoria Quântica: Estudos históricos e implicações culturais**. Campina Grande. Livraria da Física, 2011
- [11] GRIFFITHS, David J. **Mecânica Quântica**. 2^a ed. São Paulo (SP). Editora: Pearson Prentice Hall, 2011

- [12] SUSSKIND, Leonard. **Quantum Mechanics: The Theoretical Minimum** 1^a ed. New York (EUA). Editora: Basic Books, 2014.
- [13] SAKURAI, J. J. NAPOLITANO, Jim. **Mecânica Quântica Moderna**. 2^a ed. Porto Alegre (RS). Editora Bookman, 2013.
- [14] PASSOS, Emerson. **Conceitos Fundamentais**. São paulo (SP), 2010. 48 f. (Texto Digitado)
- [15] PESKIN, Michael M.; SCHROEDER, Daniel V. **An Introduction To Quantum Field Theory**. Frontiers in Physics. -2 ed. - Massachusetts: Perseus Books, 1995.
- [16] TONG, David. **Quantum Field Theory**. Cambridge (Inglaterra), 2006. 155 f. (Texto digitado: Notas de Aula)
- [17] INOBELPRIZE.ORG. **The Nobel Prize in Physics 2015**. Disponível em https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2015/index.html Acesso em 18 de Janeiro de 2016.
- [18] G1:CIÊNCIA E SAUDE. **Cientistas dizem ter achado partícula mais rápida que velocidade da luz**. Disponível em <http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2011/09/cientistas-afirmam-ter-encontrado-particulas-que-batem-velocidade-da-luz.html> Acesso em 18 de Janeiro de 2016.
- [19] SCIENTIFIC AMERICAN BRASIL, Paolo. **Neutrinos não são mais rápidos que a luz**. Disponível em http://www2.uol.com.br/sciam/noticias/neutrinos_ao_sao_mais_rapidos_que_a_luz.html Acesso em 18 de Janeiro de 2016.
- [20] GUZZO, Marcelo Moraes. **Um olhar para o Futuro: Desafios da física para o século 21 / Neutrinos**. Editores: João dos Anjos e Cássio Leite Vieira. -1^a ed. - Rio de Janeiro: Veira & Lent, 2008.
- [21] SILVA, Michele Soares. **Introdução a Invância de Gauge no Setor Eletrofraco do Modelo Padrão**. 2016. 47 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) - Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, TO.
- [22] BRITO, André Luiz Moura. **Oscilação de Neutrinos Produzidos por Aniquilação de Matéria Escura no Sol**. 2014. 98 f. Dissertação (Mestrado Em Física) - Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

- [23] RHUL PHYSICS DEPARTMENT TWIKI. **Pauli's letter of the 4th of December 1930**. Disponível em <http://www.pp.rhul.ac.uk/\char%126\relaxptd/TEACHING/PH2510/pauli-letter.html> Acesso em 10 de Janeiro de 2018.
- [24] COSTA, Rafael Noberto Almeida da. **Violação de CP em oscilações de Neutrinos**. 2014. 90 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Física) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física Gleb Watanghin, Campinas, SP.
- [25] E. DISCIPLINAS. SANTOS, Jaciara Cássia de Carvalho. **Força Nuclear Fraca**. Disponível em <https://edisciplinas.usp.br/mod/forum/discuss.php?d=23207> Acesso em 13 de Janeiro de 2018.
- [26] INOBELPRIZE.ORG. **The Nobel Prize in Physics 1984**. Disponível em https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1984/ Acesso em 05 de Fevereiro de 2018.
- [27] ASTRONOO. **Neutrino**. Disponível em <http://www.astronoo.com/pt/artigos/neutrino.html> Acesso em 05 de Fevereiro de 2018.
- [28] BAHCALL, John N. SERENELLI, Aldo M. **New Solar Opacities, Abundances, Helioseismology, and Neutrino Fluxes**. The Astrophysical Journal (2015) no.621:L85–L88.
- [29] DAVIS, Raymond. HARMER, Don S. HOFFMAN, Kenneth C. **Search for Neutrinos from the Sun**. Phys. Rev. Lett. (1968) no. 20.1205
- [30] CARVALHO, Jackson Nunes. **Mecanismo de Higgs e o Setor Eletrofraco dos Léptons do Modelo Padrão**. 2015. 58 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) - Universidade Federal do Tocantins, Araguaína, TO.
- [31] LIMA, Dibartolomei A. P. de. **Mecanismo de Geração de Massa para Neutrinos**. 2010. 86 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB.
- [32] CAETANO, Wellington de Lima. **O Espectro de Escalares do Mecanismo Sessaw Triplo**. 2011. 75 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal da Paraíba Departamento de Física, João Pessoa, PB.
- [33] SALGADO, Maurílio Ferreira. **Fenomenologia de Medidas Diretas de Massa de Neutrino**. 2010. 70 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Estadual de Capinas, Instituto de Física “Gleb Wataghin”, Campinas, SP.

- [34] ASTROPT. **LHC – O maior acelerador de partículas do mundo atinge novos níveis de energia.** Disponível em <http://www.astropt.org/2015/12/01/lhc-o-acelerador-de-particulas-atinge-novos-niveis-de-energia/> Acesso em 12 de Dezembro de 2017.
- [35] LIPSCHUTZ, Seymour; LIPSON, Marc Lars. **Álgebra Linear (Coleção Shaum).** Tradução: Dr. Claus Ivo Doering. 4^a ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.
- [36] ARFKEN, George; HANS, Weber. **Física matemática: métodos matemáticos para engenharia e física.** Tradução: Arlete Simille Marques. -6 ed. - Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- [37] FRANCO, Edison Tadeu. **Type I + III seesaw mechanism and CP violation for leptogenesis.** Phys. Rev. D92 (2015) no.11, 113010
- [38] Branco, Gustavo C.; MORUZUMI, Takuya.; NOBRE, B. M.; REBELO, M. N. **A Bridge between CP violation at Low Energies and Leptogenesis** Nucl. Phys. B 617, 475 (2001) [hep-ph/0107164].
- [39] CARUSO, Francisco.; **O Milho e a Pérola: A descoberta do antielétron, a confirmação da teoria quântica do elétron e a moral da fábula.** CBPF-CS-016/97, Rio de Janeiro. 12 p. 1997.
- [40] ALVES, Marcos Fernando Soares. **Atualização Curricular e Ciência Contemporânea : Considerações Sobre o Ensino da Partículas Elementares na Educação Básica.** 2008. 69 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR.
- [41] INOBELPRIZE.ORG. **The Nobel Prize in Physics 1959.** Disponível em https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1959/ Acesso em 03 de Março de 2018.
- [42] CEPA-AVENTURA DAS PARTÍCULAS. **Do que o mundo é feito? O que é antimatéria?.** Disponível em: <http://www.cepa.if.usp.br/aventuradasparticulas/frames.html>. Acesso em 4 de novembro de 2017.
- [43] GAYDUTSCHENKO, Larissa. **Matrizes de Massas e Violação de CP.** 2013. 130 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Física da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- [44] A. D. Sakharov **Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe..** Soviet Physics Uspekhi, 34(5):392, 1991.

- [45] GONZALEZ, Yuber Ferney Pérez. **Letogêneses e Mecanismo de Seesaw do Tipo I na Teoria Quântica de Campos Fora do Equilíbrio Térmico**. 2013, 154 f. Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- [46] Branco, Gustavo C.; R. González Felipe; F. R. Joaquim. **Leptonic CP violation** Nucl. Phys. B 617, 475 (2001) [hep-ph/0107164]. Rev. Mod. Phys. 84, 515 (2012) [arXiv:1111.5332 [hep-ph]].
- [47] PILAFTSIS, Apostolos.; UNDERWOOD, Thomas E. J. **Resonant Leptogenesis** Nucl. Phys. B **692**, 303 (2004) doi:10.1016/j.nuclphysb.2004.05.029 [hep-ph/0309342].

Apêndice A

Matrizes de Pauli e de Dirac

As matrizes de Pauli são matrizes 2×2 que descrevem as partículas de spin $1/2$, dada por um conjunto σ de três matrizes

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Pode-se mostrar que o conjunto de matrizes σ satisfaz as seguintes relações

$$\sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = 2\delta_{ij} 1_2 \text{ anticomutação}, \quad (\text{A.2})$$

sendo

$$\sigma_i \sigma_j = i\sigma_k \text{ i, j, k uma permutação cíclica de 1,2,3}, \quad (\text{A.3})$$

e

$$(\sigma_i)^2 = 1_2 \quad (\text{A.4})$$

Onde, 1_2 é uma matriz unitária 2×2 . O Tr da matriz σ_i é nulo para $i = 1, 2, 3$.

As matrizes σ geram as matrizes γ de Dirac que por sua vez, assim como as matrizes de Pauli, satisfazem as condições de anticomutação

$$\{\gamma^\mu \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}. \quad (\text{A.5})$$

Portanto, a representação das matrizes é dado por

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1_2 & 0 \\ 0 & -1_2 \end{bmatrix}, \quad \gamma^\mu = \begin{bmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

sendo $\gamma^\mu = \gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$.

Tem-se também a matriz γ^5 , que determina os projetores de quiralidade, apresentada como

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3. \quad (\text{A.7})$$

é possível fazer a seguinte igualdade para tal matriz

$$(\gamma^5)^2 = I, \quad (\text{A.8})$$

e a relação de anticomutação é dada por

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0. \quad (\text{A.9})$$

Desse modo a matriz γ^5 é dada por

$$\gamma^5 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Apêndice B

Projeção de Spin

A projeção do spin na direção do momento de uma partícula é o que definimos como helicidade e essa peculiaridade ajuda na identificação se a partícula é de mão-direita ou mão-esquerda. Essa distinção é observada da seguinte maneira: Quando uma partícula tem a projeção oposta ao do seu momento, ela é dita de mão esquerda, mas quando ela possui a projeção do spin na mesma direção do momento, afirmamos que ela é de mão-direita. É possível representar a helicidade pela equação,

$$h = \vec{S} \cdot \hat{p},$$

sendo, \hat{p} , o momento da partícula e, \vec{S} , o spin.

Ressalta-se, que o conceito de helicidade e quiralidade se assemelham, pois ambos possuem ideias relacionadas bem próximas, como por exemplo as duas permitem definir se uma partícula é de mão-direita ou de mão-esquerda. Mas apenas uma partícula não massiva pode possuir o mesmo sentido de quiralidade e helicidade. Tendo isso em vista, uma partícula massiva possui quiralidade específica independente da helicidade, dependendo unicamente do referencial relativo a partícula.

. No domínio da física, a concepção da quiralidade pode ser estabelecida da seguinte forma: dizer-se que algo é quiral sempre que for possível diferenciá-lo de sua imagem especular em um espelho. Para a determinação da quiralidade é necessário identificar sobre qual representação do grupo de Poincaré se transforma a partícula. Fisicamente, representamos o operador de quiralidade com a relação abaixo,

$$P_{RL} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma^5),$$

na qual, R , remete a projeção de mão-direita, L , a de mão-esquerda e, γ^5 , é uma das configurações das matrizes de Dirac.

Deste modo, é possível dizer que,

$$P_L \Psi = \Psi_L, P_R \Psi = \Psi_R. \tag{B.1}$$