

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS – UFT  
CAMPUS DE ARAGUAÍNA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**ANA CLÁUDIA CARVALHO SOUSA**

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ABORDAGEM HISTÓRICO-CULTURAL:  
apontamentos didáticos para o ensino de Matemática**

ARAGUAÍNA-TO

2017

**ANA CLAÚDIA CARVALHO SOUSA**

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ABORDAGEM HISTÓRICO-CULTURAL:  
apontamentos didáticos para o ensino de Matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Msc. Freud Romão

ARAGUAÍNA-TO

2017

**ANA CLÁUDIA CARVALHO SOUSA**

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ABORDAGEM HISTÓRICO-CULTURAL:  
apontamentos didáticos para o ensino de Matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Msc. Freud Romão

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. Msc. Freud Romão (orientador)

---

Prof. Dr. Sinval de Oliveira (avaliador)

---

Prof. Msc. Deive Barbosa Alves (avaliador)

A minha família pela motivação e força, sem eles nada teria acontecido.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por nunca me deixar desistir, pela força para realizar este trabalho. A minha mãe Bianca Francisca pelo seu amor incondicional, incentivo nas horas difíceis. A minha irmã Ana Maria pela paciência e incentivo. Agradeço também ao meu namorado Douglas Oliveira, pela paciência e compreensão nos meus momentos que estive ausente.

Meus agradecimentos aos meus colegas que fiz durante a minha trajetória na Universidade, em especial a: Camila Bomfim, Fernanda Queiroz, Débora Vanessa, Thays Lourrane, Dani Nunes, Gilberto Oliveira, Valdivino Borges, Alessandro Carvalho, Artur Cruz, Paulo Sérgio, Mariane Vasconcelos, Wga Kelly, Ragylla, Geisson, Edson Caitano, Tallys Marcos, Juliana Guimarães, Liviane, Marlene, Silvia, Marcya e Jardeane, Ana Luiza, Gleyson, Genilse, Natália, Débora Louranne, Rony, Jocer Neto, José Domingos, Danrley, e Bárbara.

A todos os meus professores do Colegiado de Matemática, os meus eternos agradecimentos dentre eles: Sinval de Oliveira (obrigada pelas dicas de fichamentos, o dicionário de palavras e pela disponibilidade), Claudenice, Deive, José Carlos, Renata, dentre outros.

Ao meu orientador Prof. Msc. Freud Romão pela oportunidade e apoio à elaboração deste trabalho, por ser paciente, sábio, pelo empenho e dedicação, por ter despertado o interesse por essa área de pesquisa, sem ele não tinha se concretizado essa motivação pelo assunto.

Aos professores e corpo docente das escolas João Alves Batista, Cem Paulo Freire e Instituto Federal do Tocantins (IFTO), no qual desenvolvi minhas atividades de estágio supervisionado. Foram momentos de muitas aprendizagens.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Ensino Superior (Capes), que por meio do Programa de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) me oportunizou ricas experiências de aprendizagem durante minha permanência como bolsista por 3 anos, também aos Coordenadores institucionais deste programa, e supervisores com tive oportunidade de conviver e aprender na ação, nas escolas: Aplicação de Araguaína (Cristhyany Luz), escola Estadual Marechal Rondon (Patrícia Silvério) e Escola Municipal Dr. Simão Lutz Kossobutzki (Getúlio Júnior). Também agradeço ao apoio financeiro recebido por meio da bolsa de Iniciação à docência, que auxiliou fortemente na minha permanência no curso superior, a todos meu sincero muito obrigado.

*“Os homens fazem sua própria história, mas não a fazem sob circunstâncias de sua escolha e sim sob aquelas com que se defrontam diretamente, legadas e transmitidas pelo passado.”*

Karl Marx

## RESUMO

Essa proposta vinculada aos pressupostos da teoria histórico-cultural de Vygotsky e seus colaboradores, visa contribuir para a Educação Matemática, no sentido de propor apontamentos didáticos para um ensino intencional, planejado, sistematizado e controlado. A problemática está posta sobre como a teoria elaborada por Vygotsky e seus colaboradores a partir do pensamento de Karl Marx, que ficou conhecida como teoria histórico-cultural, pode contribuir com o ensino da Matemática. Esta abordagem se fundamenta na concepção do homem como um ser histórico que aprende com o outro e se relaciona com a natureza mediada por instrumentos, estes elementos constituem o método materialista dialético histórico. Ela aponta como o ensino deve ser dirigido para a formação de conceitos científicos tendo a aprendizagem como o objetivo e o desenvolvimento como consequência, assim como estuda o homem em suas individualidades e a subjetividade. Complementando com a Teoria da Atividade de Leontiev, perceber-se que por meio das atividades é que se manifestam as operações mentais. E por fim, o papel do jogo na Atividade de Ensino, nas concepções de Elkonin, como o ser humano se desenvolve a partir das atividades que exerce e qual o papel do jogo para a educação. Essa proposta apresenta uma sugestão para o ensino de matemática, que se configura como uma sequência de ensino com adaptação do Jogo da Torre de Hanói para o ensino de funções exponenciais com os alunos do Ensino Médio, uma estratégia fundamentada na psicologia do desenvolvimento humano. A metodologia enquadra-se nos pressupostos de uma pesquisa bibliográfica, fundamentada na abordagem qualitativa.

**Palavras-chave:** Teoria Histórico-cultural. Teoria da Atividade. Ensino de Matemática. Jogos. PIBID.

## ABSTRACT

This proposal, linked to the assumptions of Vygotsky's Historical-cultural theory and its collaborators, aims to contribute to Mathematics Education in order to propose didactic notes for an intentional, planned, systematized and controlled teaching. The problem is posed as the theory elaborated by Vygotsky and his collaborators from the thought of Karl Marx, who became known as historical-cultural theory, can contribute to the teaching of Mathematics. This approach is based on the conception of man as a historical being who learns from the other and relates to the nature mediated by instruments, these elements constitute the historical dialectical materialist method. It points out how teaching should be directed towards the formation of scientific concepts having learning as the goal and development as a consequence, just as man studies in his individualities and subjectivity. Complementing with Leontiev's Theory of Activity, one can perceive that through activities it is that mental operations are manifested. And finally, the role of the game in teaching activity, in Elkonin's conceptions, how the human being develops from the activities he carries out and the role of the game for education. This proposal presents a suggestion for the teaching of mathematics, which is configured as a teaching sequence with adaptation of the Tower Game of Hanoi for the teaching of exponential functions with the students of High School, a strategy based on the psychology of human development. The methodology is based on the presuppositions of a bibliographical research, based on the qualitative approach.

**Keywords:** Historical-cultural theory. Theory of Activity. Mathematics Teaching. Games. PIBID.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>FIGURA 01-</b> (A) e (B) livros didáticos, e (C) artigo, os conceitos de função.....	21
<b>FIGURA 02-</b> Localização onde nasceu Vygotsky.....	25
<b>FIGURA 03-</b> Esquema dos elementos da Teoria da Atividade de Leontiev .....	39
<b>FIGURA 04-</b> Antropoides empilhando caixotes .....	42
<b>FIGURA 05-</b> Criança na construção dos significados das palavras .....	44
<b>FIGURA 06-</b> Criança na fase egocêntrica .....	46
<b>FIGURA 07-</b> Esquema da trajetória da expressão do pensamento.....	47
<b>FIGURA 08-</b> Esquema do desenvolvimento da fala .....	48
<b>FIGURA 09-</b> Representação de um tabuleiro de xadrez .....	74
<b>FIGURA 10-</b> Multiplicação das células .....	80
<b>FIGURA 11-</b> Torre de Hanói.....	82
<b>FIGURA 12-</b> Um dos símbolos da cidade de Vietnam .....	83

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>2. PROBLEMA E METODOLOGIA.....</b>	<b>15</b>
<b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>24</b>
3.1 CONTEXTO HISTÓRICO.....	24
3.2 PSICOLOGIA SOVIÉTICA.....	31
3.3 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....	35
3.4 PENSAMENTO E LINGUAGEM.....	40
3.5 APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO.....	49
3.6 FORMAÇÃO DE CONCEITOS.....	53
3.7 CONCEPÇÕES DE JOGOS.....	55
<b>4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>62</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIORÁFICAS.....</b>	<b>65</b>
<b>APÊNDICE A: SEQUÊNCIA DE ENSINO.....</b>	<b>70</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Este estudo busca compreender as contribuições da Teoria histórico-cultural para auxiliar o professor no ensino da Matemática. E por meio dela criar uma proposta de ensino fundamentada em apontamentos didáticos elaborados a partir dessa perspectiva Teórica.

O interesse de pesquisar o tema “*Educação Matemática e abordagem histórico-cultural: apontamentos didáticos para o ensino de Matemática*” surgiu durante minha participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID), participação essa que durou três anos. Conjecturei várias indagações nos momentos de estudos de artigos e livros propostos pelo nosso Coordenador Prof. Freud Romão, que concordou em assumir a orientação do meu trabalho. As reuniões do programa eram diálogos que visavam à melhoria na prática docente, por meio da busca de uma fundamentação teórica que possibilitasse a organização da ação docente e para a construção da identidade profissional do professor a partir de uma base científica, para as oficinas, jogos e assim como para todas as atividades desenvolvidas na escola durante o projeto.

Com esse contato, o estudo e elaborações de fichamentos e artigos, surgiu o interesse de pesquisar essa temática e buscando superar os paradigmas tradicionais de ensino de Matemática observados durante os estágios obrigatórios e a participação no PIBID, e das dificuldades de entender como se fundamenta a ação docente e quais os saberes didáticos, metodológicos e psicológicos são necessários ao professor de Matemática. Portanto este trabalho tem como intuito propor apontamentos didáticos para o ensino de conceitos matemáticos de forma intencional, planejada, sistematizada e controlada.

Durante a participação no subprojeto PIBID, decidi pesquisar a psicologia da aprendizagem humana, com o objetivo de conhecer as contribuições para a atividade docente, pautada no ensino de conceitos científicos. Por meio desse estudo, foi possível perceber que não é apenas sabendo como o ser humano aprende que podemos garantir uma aprendizagem, mas que este saber é fundamental para a organização do trabalho docente. Durante o estudo dos textos e na medida em que me aprofundava no contato com o trabalho de Vygotski e seus colaboradores se percebe que existem vários fatores que podem levar a não ocorrência da aprendizagem. Dessa forma ficou muito claro que a compreensão mais aprofundada dos mecanismos psicológicos da aprendizagem e o funcionamento do sistema cognitivo parecem ser condição indispensável para a estruturação da ação docente. Foi portanto no espaço do PIBID que emergiram as inquietações teóricas e o tema de pesquisa.

No primeiro momento apresentamos o contexto histórico do desenvolvimento da teoria Histórico-Cultural, no palco dos conflitos na União Soviética durante o período revolucionário. Os trabalhos desenvolvidos pela “Troika” (um grupo de pesquisadores formado por Vygotsky como líder e os colaboradores Leontiev e Luria) iniciaram uma revolução da ciência na criação de uma nova psicologia, a Psicologia Soviética, que foram exigidos pelo processo revolucionário que tinham como tarefa básica eliminar o analfabetismo e elaborar programas educacionais para o desenvolvimento dos indivíduos.

Separamos em seções as principais ideias da abordagem histórico-cultural que foi estudada por esse grupo: a relação entre o pensamento e linguagem e como o ser humano desenvolve essas funções, a articulação entre aprendizado e desenvolvimento e como acontece a formação dos conceitos científicos. Consequente, descrever qual o papel do jogo e da brincadeira na aprendizagem e desenvolvimento da criança baseado nas ideias de Elkonin, que foi colaborador de Vygotsky, estudou a psicologia nas brincadeiras, numa abordagem histórico-cultural.

Na proposta de ensino será apresentado um exemplo de como a contribuição da teoria histórico-cultural poderá ser utilizada por meio do Jogo torre de Hanói, explicitando as regras de como jogar. Articulando esse jogo com ensino do conceito de funções exponenciais para alunos do 1º ano do Ensino Médio, que terá as especificações de como deve ser mobilizado este jogo como objetivo de uma aprendizagem, nas concepções de Vygotsky. E por fim, as considerações finais da importância do jogo para a Atividade de Ensino e como a teoria poderá auxiliar o professor na sua atuação e no planejamento de suas atividades.

Pretendemos mostrar algumas contribuições da Teoria de Vygotsky na abordagem histórico-cultural, como subsídio para a educação que poderá auxiliar no entendimento do processo de desenvolvimento do psiquismo e do pensamento teórico. Dessa forma, a tarefa inicial do professor é entender como o ser humano aprende para assim conceber uma educação intencional, levando o aluno a ser crítico e autônomo, capaz de continuar aprendendo.

Um questionamento fundamental nesse trabalho se modela da seguinte forma: o que é uma abordagem histórico-cultural? Entender uma abordagem histórica em princípio é conhecer as gerações e seu desenvolvimento, a relação homem e sociedade por meio da cultura e conhecer a linguagem que é um instrumento de mediação. Com base na Teoria da Atividade de Leontiev, com seus preceitos na teoria Marxista, a atividade é uma forma de agir do sujeito direcionado para um objeto. A atividade é inerente ao sujeito, objeto e mediação, ou seja, quando pedimos para o sujeito realizar uma tarefa, neste caso o mesmo está engajado

na atividade de aprendizagem e o professor é o profissional responsável pela organização do ensino. O ensino é direcionado a um objeto, no nosso caso a objetos matemáticos, e a relação do aluno com o objeto é mediada pela linguagem e pelos conceitos matemáticos. Neste caso o papel do professor é o de organizador da Atividade de Ensino de forma *intencional*, ou seja, o professor ensina intencionalmente, segundo Carvalho (2001, pg. 15) é a intenção de “querer ajudar algum a aprender”, o esforço. *Planejada*, pois o professor planeja cada etapa desta atividade, *sistematizada*, pois o conhecimento é organizado seguindo uma coerência de característica de cada área do saber e as operações didáticas são mobilizadas seguindo uma determinada sequência, por fim a categoria *controle* é exercida por meio da avaliação com seus instrumentos – testes, seminários, provas, entre outros - desse modo o docente controla a atividade profissional de ensino reorganizando suas ações em função da aprendizagem e do desenvolvimento dos alunos.

Para Carvalho (2001, pg. 20-21) elenca como situações didáticas, um encontro entre ensinar e aprender, de forma que os processos de ensino estão ligados a Educação, aquele ensino que os alunos precisam do outro para aprender, de instrução, e que nem todo ensino tem a aprendizagem como resultado, como dissemos tem vários fatores, entre eles: “pode ser o cognitivo e afetivo dos alunos, a atuação docente, os recursos e métodos utilizados e até mesmo o contexto socioeconômico”. Concebido o ensino como sendo de fora para dentro, o transmitir. Mas é na escola que os conhecimentos científicos devem ser formados.

Essas concepções de Vygotsky e seus colaboradores auxiliam no entendimento do processo de aprendizagem e do desenvolvimento humano. Tais concepções foram elaboradas a partir do estudo da filogênese, a evolução da espécie humana, e da ontogênese, evolução do ser do nascimento até a velhice, que apresentaremos algumas concepções no decorrer do trabalho. De acordo com Vygotsky é apenas conhecendo a evolução do ser humano e assumindo o carácter histórico e caracterizado por uma cultura de seu desenvolvimento, que podemos pensar em um ensino de conceitos científicos de Matemática, que são conhecimentos historicamente produzidos.

O trabalho tem por objetivo geral elaborar uma sequência de ensino fundamentada cientificamente na Psicologia da abordagem Histórico-cultural e da Teoria da Atividade para ensinar Matemática. Em específico, é direcionar para professores de Matemática ou áreas afins, e analisar a importância do jogo para a formação de conceitos científicos de Matemática. Tendo em vista que a educação exerce um papel essencial no desenvolvimento humano e os recursos didáticos auxiliam o professor na *Atividade de Ensino*.

Nessa direção, a temática é pertinente no intuito de auxiliar na melhoria do ensino de Matemática, servindo para todos que desejam conhecer um pouco do desenvolvimento humano, em especial aos docentes, com os apontamentos, particularizado para o ensino de Matemática. A pesquisa não propõe uma fórmula para ensinar Matemática, mas busca entender como esse processo poderá ser organizado em bases científicas. No exercício de sua atividade profissional o professor poderá ensinar conceitos científicos de forma fundamentada superando as ações docentes puramente empíricas.

## 2. PROBLEMA E METODOLOGIA

O estudo busca contribuir com os apontamentos teóricos para auxiliar os professores de Matemática a fundamentarem cientificamente a ação docente. Nesse sentido apresentamos elementos da abordagem histórico-cultural elaborada inicialmente por L. S. Vigotsky, A. R. Luria e A. N. Leontiev (2014) e da Teoria da Atividade de Leontiev (2004), que possibilitam um encadeamento de como deve ser organizado o ensino, qual o papel da escola e do professor, o tipo de conhecimento que deve ser ensinado, a articulação entre o ensino e a aprendizagem. Esses pontos serviram para iniciar a investigação exploratória no intuito de levantar os principais elementos da teoria que possibilitassem a fundamentação teórica de uma proposta didática para o ensino de Matemática.

A finalidade é ensinar, de modo intencional, sistematizado, planejado e controlado, estas categorias se configuram como pressupostos da docência como atividade, pois segundo Leontiev costumava dizer o ensino era a atividade principal da sua vida adulta, portanto o ensino é entendido aqui como atividade no sentido proposto por Leontiev (2004). Para Vigotsky o ensino eficiente é aquele que se adianta ao desenvolvimento e para realizá-lo, o profissional precisa considerar os diferentes aspectos do aparelho cognitivo humano, bem como do desenvolvimento psicológico do estudante. Sendo assim, a ação docente deve considerar as leis gerais do desenvolvimento humano e organizar o ensino a partir das ações e operações que mobilizem os estudantes na realização de tarefas cujo objetivo estejam voltados para os objetos do conhecimento, no nosso caso objetos matemáticos: conceitos, relações e operações. Desse modo, o que caracteriza o papel do professor é o fato de que ele é um profissional capaz de articular o saber científico organizado em forma de saber escolar, com as operações didáticas na direção do desenvolvimento do pensamento abstrato por meio do ensino de conceitos científicos que no seu planejamento levam em consideração a formação ou desenvolvimento das funções psicológicas superiores dos indivíduos em processo de escolarização.

A problemática se configura como um questionamento: [De que forma] *o docente poderá organizar o ensino a partir da perspectiva histórico-cultural e da Teoria da Atividade?*

Mostraremos que uma possibilidade é por meio do Jogo e poderá ser um instrumento para auxiliar o professor na apresentação de um conteúdo, uma vez que a brincadeira é a

atividade principal da criança e os jogos se inserem na categoria da brincadeira por ser regido por regras.

Para responder à nossa questão norteadora, buscamos entender primeiramente como acontece a aprendizagem e o desenvolvimento, pois é o objetivo/consequência de ensinar e para isso nos apoiamos nas ideias de Vygotsky. O jogo no ensino deverá ser objetivado para não resultar em ensinar apenas o “jogo pelo jogo” de forma empírica e nem qualquer jogo que não seja interessante para a educação, no entanto o jogo será usado na Atividade de Ensino de conceitos científicos. O jogo é uma atividade onde a motivação é intrínseca, ou seja, está contida na própria atividade, pois para outras atividades a motivação é externa, com regras estabelecidas para a brincadeira, logo precisamos conhecer um pouco da nossa ontologia e filogenia, como essas concepções foram desenvolvidas, o seu histórico e qual era os fins da criação inicialmente.

A Teoria histórico-cultural surgiu em meados de 1917, durante a Revolução Russa e sua existência tem sido estimuladora para muitos pesquisadores a continuar revivendo e aprofundando acerca desse estudo. O seu valor científico vem das ideias Friedrich Engels e Karl Marx e do método usado denominado materialismo histórico e dialético, contudo neste trabalho não aprofundaremos as pesquisas desses teóricos, apenas algumas ideias principais de seus estudos.

Para melhor definir o objeto de estudo utilizamos uma abordagem qualitativa, uma vez que a problemática da pesquisa está em torno de encontrar a organização do ensino a partir de uma base teoricamente fundamentada. Apresenta-se com características que escapam a análise quantitativa exigindo uma abordagem descritiva para as variáveis que serão apresentadas sob forma de categorias de análise, que são: ensino, aprendizagem, desenvolvimento, atividade (no sentido de Leontiev) e motivação. Neste sentido, compreenderemos alguns aspectos do comportamento humano que é relativo às palavras e seus significados.

No primeiro momento foi realizada uma pesquisa exploratória, que segundo Severino (2007, p.123) “define como uma busca de informações sobre o objeto de estudo para o aprimoramento de ideias, de forma a delimitar o campo de trabalho”. Ao final de uma pesquisa exploratória, estaríamos por dentro daquele assunto. Neste ponto, elaborei um pré-projeto finalizado no mês de outubro de 2016, que continha a delimitação do que seria feito, o tema, o problema, a pergunta de partida, os objetivos e as referências iniciais, ou seja, a documentação bibliográfica foi organizada, que segundo Severino (2007, p. 70) é “(...) acervo de informações sobre livros, artigos e demais trabalhos.”



Ao levantar o material que seria necessário na primeira etapa, realizei um cronograma para iniciar uma pesquisa bibliográfica. Que segundo Marconi e Lakatos (2004), é um tipo de pesquisa onde se procura informações em materiais impressos ou até virtuais, neste sentido as autoras informam que:

A pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação orais: rádio, gravações em fita magnética e audiovisuais: filmes e televisão. (MARCONI E LAKATOS, 2003, p. 183).

Com isso se justifica a escolha de uma pesquisa bibliográfica, pois uma das vantagens segundo Gil (2002, p.45) “reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais amplo do que aquela que poderia pesquisar diretamente.” O foco é na proposta de uma base científica para auxiliar os professores de Matemática na fundamentação de sua atuação docente.

Como alguns artigos já estavam fichados durante a participação no PIBID, direcionei as leituras simples como Moysés (1997), e a releitura dos artigos do programa sobre o tema como principal Asbaher (2015) e Rolindo (2015). Em novembro estudei Vygotsky (2007) e Vygotsky (2008), respectivamente, e intercalado com Severino (2007), e Rabello (2016), Sousa (2016), Monteiro (2016) que pesquisei sobre o tema, alguns foram utilizados na formação das ideias deste trabalho, outros como construção de conceitos individuais.

Com a finalização do período na universidade intensifiquei os estudos em Dezembro durante o recesso e iniciei a leitura do livro de Lazaretti (2011) que fala de Elkonin e o jogo, por ser um arquivo digitalizado e proibido para impressão se tornou um contratempo para finalização da leitura, pois consiste em um livro de 278 páginas e tive dificuldade de locomoção e acessibilidade aos meios digitais.

Nestes primeiros passos procurava fazer uma documentação temática, ou seja, como explica Severino (2007, p.68) “coletar os elementos relevantes para o estudo em geral ou para a realização de um trabalho em particular”.

Todos os artigos foram impressos e organizados em uma apostila e serviram de documentação bibliográfica. Para a organização do material, comprei um portfólio com 100 envelopes para a documentação geral e para guardar toda a pesquisa bibliográfica. Essa ideia veio de uma necessidade, e Severino (2007, p.71) aponta que “trata-se de passar para pastas, sistematicamente organizadas, documentos cuja conservação seja julgada importante”. Nela

consistia em colocar os fichamentos que eram separados a(o)s de: citações, opinião, palavras-chave, sínteses, tabelas com comparações de informações dos autores, mapas conceituais, desenhos, orientações, sínteses e artigos.

As técnicas eram ler, fichar e colocar citações importantes separadas. Outro ponto relevante durante minha pesquisa inicial foi a utilização de um caderno que teve o papel de registrar as palavras desconhecidas ou informações que precisavam ser pesquisados, como: biografia de alguns autores, conceitos, referências citadas pelos autores, etc.

Para a escrita, tive dificuldades em articular as informações, então, para facilitar essa tarefa fiz um mapa conceitual numa cartolina e depois separei o que cada autor fala sobre o tema. Foi um momento de muita dificuldade, pois tive que retornar em algumas leituras de diferentes autores para compreender, interpretar e construir uma sequência lógica dos assuntos na fundamentação teórica.

De fevereiro até abril as leituras principais foram dos livros de: Oliveira (2010), Rego (2014) e Leontiev (2004). E alguns artigos: Grymuza (2017), Moura (2017) e Zanella (2017, a). Dentre as dificuldades encontradas, *o tempo* foi uma das principais, com essa limitação tive que fazer leituras buscando informações importantes. Por exemplo, o livro *a psicologia do jogo* de Elkonin, estava previsto para fazer parte deste trabalho, mas com esse prazo não foi suficiente, optamos por colocar as ideias principais.

Outro ponto era o de listar as leituras que seriam realizadas em cada seção, pois, já se encontram bastantes informações em sites, artigos e livros, por um lado, há uma facilidade na obtenção de informações, e isto torna difícil para delimitarmos as leituras de um tema, dando prioridade às referências básicas, uma vez que são muitas as linhas de pesquisas de Vygotsky. Nessa etapa, as intervenções do orientador foram fundamentais para o direcionamento do estudo. É importante salientar que por estarmos estudando a escola psicológica soviética havia sim, como já mencionado, acesso ao trabalho de comentadores, optamos por estes devido ao tempo limitado para a pesquisa, contudo seguindo as instruções do orientador realizei leituras diretas de alguns trabalhos de Vigotsky e Leontiev.

Logo, as principais fontes foram os livros *Pensamento e Linguagem* (2008) e *Formação Social da Mente* (2007) de Vygotsky, *O desenvolvimento do Psiquismo* de Leontiev (2004) e *Vida e obra de um autor de psicologia Histórico-Cultural* (2011) de Lazaretti. E artigos que foram investigados, como assuntos: história da época, a crise na psicologia soviética, a ideias de Vygotsky e de seus colaboradores, os jogos, história da Matemática e contribuições para o ensino de Matemática.

Com o levantamento de toda a fundamentação teórica, deixando claro que a proposta didática é um exemplo de como deve ser organizado o ensino intencional pelo professor profissional que segundo Leontiev tem o ensino como a atividade principal, e considerando as contribuições de Vygotsky de que o objetivo da escola deve ser o do pensamento teórico no estudante, bem como as ideias de Elkonin acerca das possibilidades dos jogos no ensino, usamos como exemplo do conceito de função exponencial a partir da mobilização do jogo como estratégia didática. Essa construção foi realizada com a ajuda do Jogo “torre de Hanói”, numa sequência de ensino, em que estão estabelecidas quais habilidades e competências para esse ensino, os objetivos, o desenvolvimento da aula. A sequência de ensino será composta por 4 (quatro) módulos de atividades:

1. Conceito de função (relembrar o conceito, relações e operações);
2. Potenciação (conceito, propriedades e operações)
3. Conceito de função exponencial; (jogo Torre de Hanói, formação de conceito);
4. Avaliação.

Esse conjunto de atividade será direcionado para o 1º ano do Ensino Médio, o tempo estipulado para a execução vai depender da turma do nível de desenvolvimento dos mesmos, e serão considerados os seguintes critérios que são referentes ao estudo da teoria histórico-cultural e Teoria da Atividade:

1. A mediação, interação e Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) um termo principal da teoria histórico-cultural que significa o que a criança é capaz de aprender no momento com ajuda de alguém mais experiente.
2. Formação de conceito, com o uso da linguagem, pensamento e do jogo.
3. Atividade de Ensino de Leontiev (motivo, necessidade, objetivo, método e técnicas)
4. A avaliação de forma individual, com relação à participação em grupo.

Para auxiliar na escolha, elaboramos um estudo investigatório acerca de como a Torre de Hanói e os conteúdos de Matemática estão relacionados. Decidimos usar a Torre de Hanói pela sua popularidade dentro do campo do ensino da Matemática, usado como um jogo de raciocínio lógico a priori, mas que pode ser explorado conceitos matemáticos envolvidos em seus movimentos, se tornando um ponto de partida para os professores usarem a criatividade, pois pode envolver outros conceitos como geometria plana, espacial e funções. É importante ressaltar que ele pode ser usado conforme o nível de desenvolvimento dos alunos.

Os conceitos científicos são conhecimentos historicamente construídos pelos homens, com sentido e significado, apresentaremos uma explicação detalhada sobre suas principais intervenções. Esses conceitos darão significado e sentido àqueles saberes construídos pelas

nossas experiências, os conceitos espontâneos, ou seja, aqueles construídos empiricamente. Os alunos podem ver a Matemática como conhecimento que não passa das paredes da escola, contudo ele precisa entender que todo conceito matemático tem uma história e nasceu de uma necessidade social e que hoje não é explorado nas escolas, logo buscamos dar um novo significado aos conceitos, uma vez que eles servem para organizar o pensamento abstrato e teórico num contexto prático.

Os conceitos científicos são construídos na escola pela criança e evoluem ao longo da trajetória escolar, a aprendizagem é um ponto crucial e isso se dá por meio do ensino organizado e sistematizado.

No ensino de Matemática os conceitos às vezes são esquecidos e se concentram nas resoluções de problemas e não se constrói os significados dos objetos e nem como ocorreu a evolução que esse conceito teve ao longo do tempo. Schroeder, salienta que:

Ao interligar com os conceitos espontâneos ele se materializa pelas ações práticas, pois “os conceitos encontram no objeto a sua materialização e sua essência revela-se nas relações estabelecidas entre sujeitos e os objetos num contexto histórico-cultural que lhe atribuiu significados.” (SCHROEDER, 2017, p. 300).

O conceito é uma peça fundamental para a construção do pensamento e para o entendimento das disciplinas, que segundo Schoeder (2017, p.300) tem importância “[...] de comunicar, assimilar, entender ou resolver problemas” e sua relação com a realidade é um fator essencial. A consequência dessa formação de conceito é assumir uma generalização que é uma forma de relacionar os objetos de forma interiorizada que é um ato do pensamento. Podemos destacar que a generalização é uma identificação “consciente de características comuns entre objetos ou fenômenos que podem ser designado por uma palavra que abranja as suas características comuns.” (SCHROEDER, 2017, p.303).

O interesse de abordar o assunto de conceito científico é deixar claro que ele é relevante em qualquer área de conhecimento. O conceito de *função* é explorado para estudar situações do cotidiano ou fenômenos da natureza de forma a relacionar grandezas. Para nossa sequência de ensino utilizamos um tipo de função, mas precisamos entender sua história e como ela vem evoluindo.

Baseamo-nos no artigo escrito por Alvarenga (2017) que trata de uma pesquisa bibliográfica feita para analisar 43 trabalhos, que envolvem livros, artigos, dissertações e teses, sobre a história do *conceito de função*. Segundo a autora, a finalidade do estudo é contextualizar e dar sentido ao conceito de função e que muitas vezes os alunos reclamam por

causa da não aplicabilidade da Matemática. Em suma o conceito que é ensinado na atualidade está descrito na figura 01, onde 3 (três) autores relacionam a mesma ideia:

**FIGURA 01-** (A) e (B) livros didáticos, e (C) artigo, os conceitos de função.

<p>A relação <math>f</math> de <math>A</math> em <math>B</math> é função quando a cada elemento <math>x</math> do conjunto <math>A</math> está associado um único elemento <math>y</math> do conjunto <math>B</math>.</p> $f: A \rightarrow B$ <p>O conjunto <math>A</math> é o domínio de <math>f: D(f)</math></p> <p>O conjunto <math>B</math> é o contradomínio de <math>f: CD(f)</math>.</p> <p>Cada elemento <math>y</math> de <math>B</math> que está associado a um elemento <math>x</math> de <math>A</math> denominamos imagem de <math>x</math> pela função <math>f</math>.</p> <p>Ao conjunto de todos os valores de <math>y</math> que são imagem de <math>x</math>, denominamos imagem da função, e indicamos por <math>Im(f)</math>.</p> <p>(A) (RIBEIRO, 2010, p. 43.5)</p>	<p>Dados dois conjuntos não vazios <math>A</math> e <math>B</math>, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento <math>x \in A</math> um único elemento <math>y \in B</math> recebe o nome de função de <math>A</math> em <math>B</math>.”</p> <p>(B) (IEZZI, 2010, p. 52)</p>
<p>Uma função de um conjunto <math>D</math> para um conjunto <math>R</math> é uma regra que associa um único elemento em <math>R</math> a cada elemento de <math>D</math>.</p> <p>(C) (ALVARENGA, 2017, p. 159)</p>	

Fonte: Arquivo pessoal

Conforme a Figura 1, podemos perceber que a função é uma relação entre grandezas, onde cada número está associado a outro, analisando a figura (A) cada número  $x$  do conjunto  $A$  deve estar associado a um único número de  $y$  do conjunto  $B$ , pois eles estabelecem uma relação de dependência, onde o  $y$  para existir precisa de um ponto de partida de um elemento  $x$ . No caso (B) os dois conjuntos não podem ser vazios, porque se forem não há elementos para associa-los, a função é dada como  $A$  em  $B$ , percebemos ainda que o conjunto  $A$  é o de partida e o  $B$  é o de chegada. No caso (C) a mesma ideia de associação entre os números. O conceito de função é bem claro, que estabelece uma relação de interdependência, onde  $A$  é independente e  $B$  dependente de  $A$ .

Ressaltamos que poderá ter outras formas de expressar o conceito de função, mas recorreremos às informações dos livros didáticos para uma comparação do modo que são apresentados pelos autores os conceitos, todos eles envolvendo a função com conjuntos.

A história do conceito de função estabelecido atualmente sofreu uma evolução ao longo do tempo, desde a antiguidade já se pensava na ideia de função para cálculos sobre os aspectos da natureza e de justificar o porquê dos fenômenos.

Alvarenga (2017) nos fornece algumas informações dessa trajetória, o primeiro escrito registrado foi em tábuas na Mesopotâmia (c. 2500 a.C) os babilônicos já relacionavam os números. A ideia de função estava associada aos problemas da álgebra, sobre a diagonal do quadrado e a área.

Na Grécia Antiga (500 a.C) eles usavam métodos mais práticos de contagem, pela “eclosão do pensamento racional” (Alvarenga, 2017, p.165). O conceito de função era explorado nas escolas pitagóricas, para “relações quantitativas entre diferenças físicas, relacionar intervalos musicais com razões numéricas”. Tales de Mileto nessa época percebeu uma “relação entre as cordas com o som e o comprimento”. Foi uma época de grande contribuição para o desenvolvimento da ideia de função, onde havia “uma interdependência entre o número, espaço e harmonia”. (ALVARENGA, 2017, p.166).

Em Alexandria no século II d.C, surgiu a trigonometria com tábuas correspondentes, no qual os egípcios começaram ver a relação entre o comprimento das cordas na “circunferência e seus ângulos, que perceberam uma dependências entre as variáveis”. (ALVARENGA, 2017, p.166)

Por consequência do conceito surgiram subsídios para criação de relações e ideias trigonométricas. A noção de função foi estudada sobre uma variável de dependência entre variáveis físicas, era usada para responder problemas do cotidiano, como por exemplo, “o fenômeno da luz, densidade, velocidade, distância, calor, etc”. (ALVARENGA, 2017, p.168). Galileu chegou à seguinte relação: “O período de oscilação de um pendula independe da massa e é diretamente proporcional ao comprimento.” (ALVARENGA, 2017, p.170).

Logo, podemos perceber que o conceito de função foi ganhando novos horizontes, não só de dependência, mais de independência, de diferenças de igualdade, de comparações e modelos matemáticos, como fórmulas.

A evolução do conceito acontece nos séculos XVI e XX, segundo Alvarenga (2017) com Descartes e Fermat, com bases teóricas de geometria analítica para representar a função, com relação que cada elemento é dito dependente a outro. Leibenz chama “função os segmentos de retas, correspondendo a um ponto fixo e o ponto de uma curva dada.” (ALVARENGA, 2017, p.172). Por consequências deste estudo analítico de Leibenz “introduziu as palavras função, constante e variável”. (IEZZI, 2010, p. 58). E ainda sobre a notação e evolução atual temos que:

A notação  $f(x)$  para indicar a lei de uma função introduzida pelo matemático suíço L.Euler. O matemático Alemão P.G Lejeune Dirichlet deu uma

definição de função mais próxima do que temos hoje em dia. (IEZZI, 2010, p. 58).

Por fim, com criação da teoria dos conjuntos no final do século XIX, foi possível definir função como um conjunto de pares ordenados  $(x,y)$  em  $x$  é elemento de um conjunto  $A$ ,  $y$  é elemento de um conjunto  $B$  e, para todo  $x \in A$ , existe um único  $y \in B$  tal que  $(x,y) \in f$ . (IEZZI, 2010, p. 58).

Durante o século XIX vários estudiosos matemáticos (Taylor, Euler, Langrange, D'Almbert e Forier) desenvolveram a representação, com séries. Em 1969, definiu função como:

Sejam  $E$  e  $F$  dois conjuntos distintos ou não. Uma relação entre variáveis  $x$  de  $E$  e uma variável  $y$  de  $F$  é dita uma relação funcional em  $y$ , ou relação funcional de  $E$  em  $F$ , se qualquer que seja  $x \in E$  que esteja associado a  $x$  na relação considerada. ALVARENGA, 2016 (apud, MENDES, 1994)

Hoje esse conceito é usado nas ciências e tecnologias, como instrumento de ação real, naturais e abstratos. Percebemos que desde a antiguidade aparecem às relações de dependência entre números para resoluções de problemas, como parte de um processo. Depois ela ganha um novo significado com a representação geométrica, e hoje é denotada por expressões analíticas e de correspondência entre conjuntos. Assume agora, um conceito importante para o cálculo, geometria, etc., todas as áreas da Matemática, e não se limita nela, como também em outras áreas do conhecimento, ela é definida e tem seus significados próprios e sentido, ou seja, é um conceito científico.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta secção, apresentaremos a crise que a Psicologia vivia no século XX para compreendermos o aparecimento de Vygotsky na Rússia que desenvolveu uma proposta de superação da crise baseado nas ideias da teoria marxista, e como o ambiente intelectual da época e o social contribuíram para o desenvolvimento de suas pesquisas sobre o desenvolvimento humano. Apontaremos alguns os preceitos, as teses básicas e o método experimental usado por ele, uma vez que pela sua morte prematura suas concepções foram continuadas por seus colaboradores, no entanto é importante entender a história para compreender sua teoria.

Vygotsky estudava como ocorre a interação e a mediação do sujeito com o meio social, com isso conceitos básicos serão separados por subsecção para um melhor entendimento, são eles: o contexto histórico, a Psicologia Soviética, a Teoria histórico-cultural, pensamento e linguagem, aprendizagem e desenvolvimento, a formação de conceitos e concepções dos jogos.

No estudo trataremos da Teoria da Atividade desenvolvida por Leontiev, que foi um de seus colaboradores, para que dessa forma possamos entender a teoria de Elkonin que percorreu a linha de pesquisa de Vygotsky, que nos dá pistas de como que se pode pedagogicamente com uso do jogo interferir no desenvolvimento infantil colaborando para que essa criança consiga se desenvolver de uma forma mais plena, ou seja, um ensino que estimule a atenção, a percepção e a memória, com uso dos brinquedos.

Logo, será feito um apanhado geral, pois a teoria se engaja em várias linhas de investigações que foram tomadas por seus colaboradores e se limita falar de todos eles e de todas as ideias. Apresentaremos também a teoria histórico-cultural de Vygotsky, a teoria da atividade de Leontiev e por fim, a psicologia do jogo de Elkonin. Em linhas gerais, será um apanhado que conduz a ideia deles de desenvolvimento infantil e qual seu impacto na educação.

#### 3.1 CONTEXTO HISTÓRICO

Lev Semenovivh Vygotsky nasceu no dia 17 de novembro, na Orsha na Bielorrússia (uma região dominada pela Rússia) em 1896, era membro de uma família judia altamente letrada, que segundo Oliveira (2010) viveu em Gomel numa mesma região, com oito irmãos



sendo ele o segundo, sua família era considerada de uma condição confortável e uma das mais cultas da região, sua mãe era formada, mas não exercia sua função de professora. Seu pai era chefe do departamento em um banco e trabalhava numa empresa de seguros.

**FIGURA 02** - Localização onde nasceu Vygotsky.



Fonte: Oliveira, 2010, p. 18

Sua vida foi marcada pela interdisciplinaridade, desde cedo tomou gosto pela leitura, influência de uma vasta biblioteca contida em sua casa e sua visita na biblioteca pública, que segundo Carmo (2017, p. 2) “tornou acessível à reflexão de vários conhecimentos como literatura, história, poesia e teatro”. Sua educação foi realizada em casa, com ajuda de tutores particulares, pois na época a escola não era acessível a todos e em algumas regiões não tinham ofertas.

O meio social no qual Vygotsky viveu influenciou diretamente nas suas pesquisas científicas. Para entendermos com mais clareza, iremos relacionar sua história com o que vivia a sociedade na época a fim de compreender como se construiu um país socialista.

Na época que Vygotsky nasceu a Rússia era governada por uma monarquia do czarismo<sup>1</sup> (1894-1917), assumiu o trono russo Nicolau II o último czar, o que desfaria uma dinastia de quase 400 anos. As características sociais eram de péssimas condições de vida e de trabalho e a economia era na sua maior parte agrária e havia poucas indústrias, a grande economia do país vinha dos camponeses e operários, era considerado um país atrasado. Sofriam as consequências da guerra contra o Japão, a chamada guerra Russo-Japonesa (1904-1905) no qual a Rússia foi derrotada.

<sup>1</sup> **Czarismo** foi o modo de organização política da Rússia na época, onde poder era centrado nas mãos do czar (imperador).

A educação não era incentivada nesse governo, em decorrência da pobreza que o estado vivia, desde a infância deveriam trabalhar para não passar fome e não haviam escolas para a instrução, só nos grandes polos e não era acessível a todos. Ainda complementa Barbosa (2017) que a inserção da infância ocasionava um saber que não ia além do seu trabalho maquinal e estavam condenados a continuar para sempre como braçais, ou seja, era um cenário de desvalorização do ser humano. Os autores relatam o cenário dessa desvalorização:

Cerca de 80% desta população era rural e 90% não sabiam ler e escrever, sendo duramente exploradas pelos senhores feudais. (...) Nessa dramática situação de exploração do operariado, as ideias socialistas encontraram um campo fértil para o seu florescimento. (LORENA, 2017. p.1)

Os investimentos industriais foram concentrados em centros urbanos populosos, como Moscou, São Petersburgo, Odessa e Kiev. Nessas cidades, formou-se um operariado de aproximadamente 3 milhões de pessoas, que recebiam salários miseráveis e eram submetidas a jornadas de 12 a 16 horas diárias de trabalho, não recebiam alimentação e trabalhavam em locais imundos, sujeitos a doenças. (JÚNIOR, 2017.p.1)

O que suscitou em uma revolta popular para defender a população e lutar por melhores condições de vida, em 1905. Com a chegada das ideias socialistas do ocidente de Karl Marx e Friedrich Engels surgiram partidos políticos, que foram usados como instrumento de luta da burguesia e do proletariado. O Partido Operário Democrata Russo (PODR) era um dos principais movimentos, e que pregava o proletariado urbano baseado nas ideias socialistas, liderado por Lenin. Era um momento de crise na Rússia.

Segundo Zanella (2017, a. p. 52) os conflitos se intensificaram após um domingo de 1905, a “população desiludida com as possibilidades de mudança fez uma reivindicação”, o episódio ficou conhecido como *Domingo Sangrento*, o que marcou definitivamente a história do povo russo, ainda aponta com detalhes que:

Nesse dia, milhares de manifestantes sem armas (mulheres, homens e crianças), muitos carregando o retrato do Czar Nicolau II - marcharam até o palácio de Inverno reivindicando melhores condições de vida para a população em geral, condições que a guerra Russo-Japonesa, iniciada em 1904, tinha alterado e deteriorado em muito. As tropas imperiais, no entanto, receberam os manifestantes com fogo- armas dispararam em direção à população, levando á morte aproximadamente um milhão de pessoas. (...) uma amostra do que viria a ser consolidado como Revolução Russa de 1917: a queda da monarquia e ascensão do povo ao poder. (ZANELLA, a. 2017, p. 52).

Esse cenário conflituoso resultou na busca por medidas nos partidos sociais e a classe de trabalhadores por mudanças no seu contexto. Nessa época Vygotsky tinha 9 anos e era educado em casa com ajuda de tutores particulares que segundo Carmo (2017, p.2) “[...] um estudo com um método que imitava os diálogos socráticos[...]”, eram diálogos que um tutor (filósofo) baseava suas aulas no confronto de ideias e argumentos, para a formação do pensamento com opiniões críticas. Em 1911, com 15 anos Vygotsky ingressa numa instituição escolar, era um leitor ávido, no qual afirma Carmo (2017) que ele estudou Karl Marx e Friedrich Engels e Lenin, obras que foram compreendidas com profundidade.

Em 1913, formou-se no curso secundário, com ótimas notas e ingressou na Universidade de Moscou, no curso de Direito e segundo Carmo (2017) para entrar teve que passar por um sorteio, por ser judeu sofria perseguições e para cursar uma universidade era por meio das cotas oferecidas com 3% das vagas e somente aluno com medalhas de ouro contavam com a admissão, só que os judeus deveriam ser matriculados por sorteio e Vygotsky por sua vez foi contemplado para estudar em Moscou.

Ao mesmo tempo em que estudava direito frequentava a Universidade do Povo de Shaniavshy no qual estudava história, filosofia, psicologia e literatura. Aprendeu a falar várias línguas, conforme Rolindo (2015, p.50) chegou a “estudar alemão, latim, hebraico, francês e inglês”, complementa Rego (2014, p.21) “mesmo viajando apenas uma vez para o exterior, tinha acesso a informações do restante do mundo, pois lia, desde muito cedo, mais do que traduções russa lhe permitiam”.

Em 1914, a Rússia entra na primeira guerra mundial contra a Alemanha e Áustria, no qual foi derrotada e o império entrou em declínio e pobreza. Segundo Lazaretti (2011, p. 20-21) “o que resultou na derrubada do poder czarista, o que deu margem á Revolução de Outubro de 1917, que pretendia dar sinal de esperanças aos oprimidos do mundo inteiro, que abarcam duas revoluções no ano de 1917, a saber, a de Fevereiro e de Outubro.”.

Em 1916, Vygotsky apresenta o seu trabalho de conclusão de curso intitulado “A tragédia de Hamlet, príncipe da Dinamarca” de Shakespeare, que conforme Carmo (2017, p.2) traz com ele uma “forte orientação psicológica”. Um ano antes apareceram os primeiros sintomas de tuberculose, doença da qual alguns anos depois o levaria a óbito. Neste cenário em que “quase toda a população, a família de Vygotsky também sofreu os efeitos e as dificuldades desse período, como carência de alimento, água e aquecimento, além da invasão de exércitos estrangeiro durante a guerra civil.” (CARMO, 2017, p. 4).

Em 1917, a Rússia foi retirada da Guerra, a consequência era um estado que estava em pobreza extrema, soldados desarmados sem suprimentos e socialmente abalados, um desastre

militar, o que causou uma grande revolta. A saída da Rússia da guerra trouxe uma massa de operários, nobres e camponeses a se reunirem em partidos como o PODR- Partido Operário Democrata Russo, liderado por Lenin os Bolcheviques - a maioria - defendiam uma ditadura do proletariado, baseada nas teorias de Karl Marx e Friedrich Engels, com objetivo da criação de uma nova ordem na Rússia, uma de suas formas de organização eram os soviets, uma classe de operários e soldados e uma minoria eram os mencheviques, liderada pelo Kerensky.

Em outubro de 1917, Nicolau II foi deposto e eclodiu uma manifestação popular em São Petersburgo, os bolcheviques instauraram o socialismo com ascensão ao poder de Lenin e a família czar foi fuzilada. A fome atingiu boa parte da população. Em 1922 ocorreu a centralização do poder de Lenin e Stalin foi nomeado secretário do Partido Comunista e constitui a União das Republicas Socialistas Soviéticas (URSS) ou simplesmente União Soviética, no qual que retrata essa revolução russa:

A revolução socialista de outubro de 1917 enfrentou nos primeiros anos um período tumultuado, marcado por uma guerra civil, pela intervenção estrangeira e por uma situação econômica sufocante que levou a nação russa à escassez de alimentos, penalizando sua população com um longo período de fome, vitimando muitas pessoas, inclusive Vygotsky, com tuberculose. Esta situação levou o novo regime a implantar um comunismo de guerra, o que culminou em 1921, sob a liderança de Lenin, com a consolidação do regime comunista no país. (LUCCI, 2017, p.2)

Diante dos atrasos, precisava-se construir uma sociedade, com novos homens, orientado pelos princípios de uma sociedade socialista. Conforme Lucci (2017, p.2) “a sociedade tinha uma taxa de analfabetismo que girava em torno de 70%, logo com o novo estado deseja promover uma renovação que não se limitava somente a reconstruir o país, (...) o objetivo maior era construir, sob tutela da teoria marxista, uma nova sociedade, o que implicava, também, a construção e uma nova ciência.” Com isso, Lenin trabalha com a erradicação do analfabetismo baseado no socialismo, a construção de um novo homem.

Lenin, segundo Mainardi (2017, p.2) foi o “primeiro revolucionário socialista a assumir o controle de um governo, e confia que a educação seria um importante e indispensável elemento na transformação social, e na transformação da URSS numa grande potencial mundial”. Foi o primeiro a democratizar o ensino com ideias socialistas.

O método de aplicação seria o materialista histórico e dialético para a pedagogia conforme a teoria Marxista, segundo Lucci (2017) ele evita a alienação no trabalho e liberta o homem.

Em 1920 inclinou-se a década do ouro, era um momento que a ciência ajudaria a enfrentar os problemas dessa nova sociedade, pois não havia experiências prontas para uma sociedade socialista. Lazaretti (2011) aponta que eclodiu a revolução técnica científica, logo, a Psicologia assumiu um papel de explicar uma abordagem do desenvolvimento para a formação de uma nova escola.

Nesta mesma época Vygotsky conclui o curso de direito (1917) e recebeu a confirmação do diagnóstico de Tuberculose, o que intensificou suas produções, estava em Gomel lecionando literatura e psicologia, no qual ficou até a sua conferência em Leningrado.

O materialismo histórico de Karl Marx é segundo Grymuza (apud Trivinos, 1987, p. 51) “uma ciência filosófica que estuda as leis sociológicas que caracterizam a vida da sociedade, de sua evolução histórica e da prática social dos homens no desenvolvimento da humanidade”, ou seja, era um método de estudo para descrever como a história influenciou nas escolhas e comportamentos dos indivíduos de uma sociedade.

A dialética é baseada nos princípios de Friedrich Engels considerada filosofia marxista, que segundo Grymuza (apud Trivinos, 1987, p. 51), “é uma busca de explicações coerentes, lógicas e racionais para os fenômenos da natureza, da sociedade e do pensamento”, ou seja, um estudo de como o homem ao transformar a natureza transforma a si mesmo pautando de como engajamos nossas ações que refletem na construção do nosso ser. Rego (2014, p.25) aponta também que “ela tenta identificar as mudanças qualitativas do comportamento que ocorrem ao longo do desenvolvimento humano e sua relação com o contexto social.”.

Vygotsky se interessava com os problemas de crianças com mal formação congênita, tais como cegueira, retardo mental severo, afasia, etc. e depois as funções psicológicas superiores os processos mentais humanos de acordo com Rego (2014), com o contato no trabalho de formação de professores, com isso estimulou a encontrar alternativas que pudessem ajudar a desenvolver crianças portadoras de deficiência. O que ainda de acordo Rego (2014) levou a fazer o curso na Faculdade de Medicina em Moscou e depois continuou em Kharkov.

Segundo Rego (2014, p.24) “o projeto de seu trabalho consistia na tentativa de estudar os processos de transformação do desenvolvimento humano na sua dimensão filogenética, histórico-social e ontogenética, e as Funções Psicológicas Superiores (FPS) (atenção, lembrança voluntária, memorização ativa, pensamento abstrato, raciocínio dedutivo, etc.)”. E ainda mais:

[Vygotsky queria] desenvolver seu trabalho numa sociedade que procurava eliminar o analfabetismo e elaborar programas educacionais que maximizassem as potencialidades de cada criança. (VYGOTSKY, 2007, p. XXIX)

Em 1924 no Congresso de Psiconeurologia em Leningrado, Vygotsky apresentou o trabalho intitulado como “método de investigação e reflexologia e psicologia”, no qual segundo Moysés (1997) criticava profundamente a reflexologia e sustentava a necessidade de entender o comportamento do homem como um todo, no qual estavam presentes Alexander Ramonovich Luria (1902-1977) e Alexei Nikolaievich Leontiev (1904-1979) que eram pesquisadores, que convidaram Vygotsky para fazer parte do jovem grupo de estudo do Instituto de Psicologia de Moscou, formando a Troika, logo Vygotsky foi o primeiro a compreender e aplicar as teses marxistas na Psicologia iniciando a revolução na ciência. (LAZARETTI, 2011), e segundo Lazaretti (2011, p. 143) o “primeiro psicólogo soviético a introduzir proposições a respeito do papel fundamental da educação no desenvolvimento psíquico da criança”, pois é na escola que o indivíduo desenvolve as funções tipicamente humana.

Nesta época Lenin faleceu e assumiu o poder o secretário do Partido Comunista Stálin, que investiu na industrialização de forma rápida e estalou uma ditadura e a URSS, segundo Lazaretti (2011, p.33) se “transformou em uma grande economia industrial e isso se deu pela transformação da grande população de analfabetos passaram a frequentar as escolas”.

Em 1925, escreveu o livro “Psicologia da Arte”, viajou pela primeira vez para o exterior e começou a organizar o laboratório de psicologia para crianças. Em 1928, ocorre o processo de modernização da URSS, a industrialização, reforma agrária e alfabetismo. Em 1929, se instaura a ditadura Stalista.

Em 1934 Vygotsky morreu de tuberculose, em 11 de junho aos 37 anos, neste mesmo ano foi publicado o livro “Pensamento e Linguagem” na URSS. Segundo Rego (2014, p.15) chegou a “elaborar 200 estudos científicos sobre diferentes temas e sobre as controvérsias e discussão da psicologia contemporânea e das ciências humana”. E nos períodos que sua doença se agravava ele ditava suas ideias que eram transcritas por outra pessoa, outro ponto é que ele não seguiu uma linha de investigação até o fim, abriu várias, que foram aprofundadas por seus colaboradores, algumas pesquisas até hoje não foram concluídas.

Segundo Mainardi a Rússia foi tomando rumos melhores:

A educação foi importante e indispensável especialmente no contexto da Rússia encontrado por Lenin , em 1917, quando mais de 80% da população

era analfabeta. Vinte e três anos depois, a Rússia tornou-se a terceira potência econômica mundial e trinta e dois anos após a revolução (1949), erradicou quase que por completo o 80% analfabetismo. Nesse mesmo período, formaram-se, anualmente, seis milhões de profissionais em nível superior. Na década de 1950, a Rússia enviou o primeiro satélite para fora da órbita terrestre, o Sputnik, e, logo em seguida, o primeiro homem para o espaço. (2017, p. 7-8)

Com toda a trajetória histórica que influenciou Vygotsky no estudo da psicologia envolvendo a cultura como parte do indivíduo e que o histórico e o social influem no modo de pensar e no desenvolvimento das FPS- Função psicológica Superior, segundo Vygotsky (2007, p. XXIX) fala que “ele trabalhou numa sociedade em que a ciência era extremamente valorizada e da qual se esperava, em alto grau, soluções prementes problemas sociais e econômicos do povo soviético”.

A história vida de Vygotsky nos ajuda a entender que a Teoria veio de uma necessidade social e econômica que a Rússia passava, e que uma das medidas para a reestruturação desse país foi o investimento na educação, sua teoria se configurava numa melhoria na formação do indivíduo e que isso poderia ser formada na escola. A finalidade dessa seção é apresentar como surgiu a Teoria, para situar que a educação fez parte do processo.

Veremos neste tópico como ele desenvolveu sua teoria psicológica baseada no materialismo histórico e dialético de Marx, a teoria histórico-cultural, o qual é à base da nossa sequência de ensino.

### 3.2 PSICOLOGIA SOVIÉTICA

No auge do período da Pós-Revolução Russa de 1917, marcou-se um momento de uma “grande valorização das ciências devido à expectativa de avanços científicos que trouxessem uma solução para os prementes problemas sociais e econômicos do povo soviético” (REGO, 2014, p.26), que deveria se concentrar na reflexão que a educação desempenharia um papel decisivo no desenvolvimento da sociedade.

No campo das ciências humanas, a psicologia seria um meio de dar suporte de como seria essa educação na sociedade socialista, pois não haviam modelos. Seu marco começou com Descartes que segundo Zanella (2017) superou a estagnação das ciências imposta pela igreja, na qual o homem é imagem e semelhança de Deus, ele trouxe os fenômenos físicos e psíquicos.

No entanto nesta época acontecia a “Crise na Psicologia” em que os pesquisadores não conseguiam explicar as funções psicológicas superiores, ou seja, a função tipicamente humana, por meio do materialismo histórico e dialético do marxismo. Estava separada por duas tendências dicotômicas na psicologia soviética (como também no ocidente e América), a primeira era de uma psicologia voltada para a ciência natural, que tomava o homem basicamente como corpo, baseado numa filosofia empírica, em uma psicologia experimental, objetivamente. Por outro lado, uma psicologia como ciência mental que buscava descrever as propriedades dos processos psicológicos superiores, o homem como mente, de acordo com Rolindo (2015, p. 51) consciência e espírito, numa “abordagem descritiva, subjetiva e dirigida, baseado numa filosofia idealista”. De modo que os psicólogos “não conseguiam explicar os comportamentos complexos como a percepção e a solução de problemas”. (VYGOTSKY, 2007, p.XXIII). Sobre o método esclarece que:

(...) As dificuldades teórico-metodológicas do materialismo histórico e dialético no campo da psicologia estenderam-se a vários psicólogos soviéticos: pela aplicação mecânica, reducionista e dogmatizada das teses do marxismo na psicologia; pelo próprio desconhecimento do materialismo histórico e dialético; e pela ausência de uma cultura metodologia para explicar os fenômenos psíquicos. (LAZARETTI, 2011, p. 23)

Com essa falta de conhecimento do materialismo histórico e dialético, por esse motivo houve um marco de Vygotsky no estudo de Psicologia, por ele ter estudado a fundo Marx e Engels, que se intensificou logo após a sua palestra no Congresso de Leningrado, onde se encontrava os cientistas ligados à psicologia, sobre reflexologia pautada nos pressupostos marxistas e foi convidado a fazer parte de um grupo de jovens, a *Troika*, com Luria e Leontiev, tinham grande interesse em explicar as anomalias físicas e mentais, quando mudou para Moscou para fazer parte do Instituto de Psicologia. Ele e seus colaboradores buscavam uma síntese entre as duas ciências, que segundo Oliveira (2010) “era compreender os processos psicológicos, que não era uma simples junção, mas a emergência de algo novo, uma psicologia íntegra que englobasse o homem como corpo e mente”. Sobre a Troika era um jovem grupo de estudo que:

[...] se reuniu com Luria e Leontiev para planejar um projeto ambicioso que contrastava notavelmente com a posição modesta de assistente de segunda classe com a qual Vygotsky iniciava a sua carreira: a criação de uma nova psicologia. Eles começaram a construí-la pela assimilação crítica das teorias de Werner, Stern, Karl e Charlotte Bühler, Köhler, Piaget, James, Thorndike e muitos outros. Foi assim que a famosa troika Vygotsky – Luria – Leontiev foi formada, com Vygotsky assumindo a liderança natural. (CARMO apud BLANK, 1996, p. 38 – grifos deles)



Complementa Moysés (1997, p. 21) que apesar dos psicológicos daquela época não “negarem a existência da consciência, não considerava objeto de estudo da psicologia”. Segundo Oliveira (2010) Vygotsky trabalhou em uma área chamada “pedologia” era uma área mais abrangente que a psicologia, estudava o desenvolvimento da criança. Com essa experiência, ele começou uma investigação para uma síntese na Psicologia juntamente com seus colaboradores.

Segundo Rego (2014) as concepções de Marx e Friedrich Engels sobre a sociedade, o trabalho humano, o uso de instrumentos e a interação dialética entre o homem e a natureza serviram como aportes de sua principal tese que a cultura faz parte de cada indivíduo. De acordo com Marx as mudanças históricas da sociedade e na vida material produzem mudanças na natureza e Friedrich Engels afirma que o homem ao modificar a natureza modifica a si mesmo.

A primeira tarefa de Vygotsky era explicar as formas mais complexas da vida consciente do homem, as condições externas e suas influências do social, trabalho e nas forças históricos-social de existência.

No método que Vygotsky usou não há muitos detalhes metodológicos, há apenas os sucintos apontamentos e seus resultados. Primeiramente que sua teoria não foi criada só por ele, havia um estudo de outros pesquisadores que estavam tentando uma síntese, então ele apropriou-se e juntamente com os colaboradores analisaram para entender determinando sua origem e traçando sua história, ou seja, Vygotsky entendeu que já tinham pesquisas que descrevia o ser humano, mas não o explicava.

Ele chamou o seu método de “genérico-experimental”, que foi desenvolvido em um laboratório onde o experimentador criava processos que colocava à mostra o curso real do desenvolvimento de determinada função, observando crianças em diferentes idades e sob diferentes condições de dificuldades. O indivíduo passava por observações em variadas atividades. As técnicas segundo Vygotsky (2007) foram: nas atividades os experimentadores introduziam obstáculos ou dificuldades nas tarefas a fim de quebrar os métodos rotineiros de solução de problemas das crianças, de fornecer caminhos alternativos para a solução do problema, incluindo os auxiliares externos, ou seja, material para estimular a memória e colocar a criança em atividades que exercessem muitos de seus conhecimentos e capacidades para evidenciar o início de novas habilidades. (VYGOTSKY, 2007, p. XXXIV). E complementa que:

(...) observaram então as tentativas das crianças para classificar os itens, os tipos de agrupamentos realizados por elas e outros indicadores de sua tendência a usar estratégias organizativas no processo de lembrança. (VYGOTSKY, 2007, p. XXXIV).

(...) [O] método experimental que procura traçar a história do desenvolvimento das funções psicológicas alinha-se melhor com os outros métodos históricos nas ciências sociais- incluindo a história da cultura e da sociedade ao lado da história da criança. (VYGOTSKY, 2007, p. XXXVI).

Com esse método Vygotsky investigava como era a reação das crianças em atividade com explicações científicas, numa situação de brincadeira, na escola ou num ambiente clínico. Mas por que as crianças foram objetos de seu experimento? Rego esclarece que:

“Ele recorre à criança como forma de poder explicar o comportamento humano no geral justificando que a necessidade de estudo de crianças reside no fato que ela esta no centro da pré-história do desenvolvimento cultural devido ao surgimento do uso de instrumentos e da fala humana.” (2014, p. 25)

Logo Vygotsky por meio desse método buscava entender o pensamento e como se desenvolvia, atestando a ideia de que o pensamento adulto é culturalmente mediado, sendo a linguagem o meio de mediação, veremos esse conceito posteriormente. O importante saber que Vygotsky (2008) fez observações incessantes de crianças aprendendo a falar e solucionar problemas, e foi analisada de forma científica e por esse motivo que sua teoria tem rigor.

Segundo Vygotsky (2007, p. XXXIII) as conclusões de sua teoria completa não foram finalizadas, pela sua morte prematura, no entanto ele contribuiu para a “psicologia moderna com análise arguta de com rigor científico, e ainda ao analisar obras de outros pesquisadores trouxe criticas inclusiva quando se fala que as funções psicológicas é um processo de maturação que está pré-formada na criança”, para ele a criança nasce como um ser biológico e é aberto para aprender e depois com a internalização da cultura e o meio social que é oportunizada, com ajuda de instrumentos e signos do meio social, ela o modifica para satisfazer suas necessidades, o que nos torna sujeitos humanizados, o que nos difere dos animais. Para Vygotsky não existe ser humano pronto ele vai se construindo pelo meio do social, de forma intersíquica (externo) e depois intrapsíquico (interno).

Dessa forma, a Psicologia Soviética procurava uma concepção de conhecimento do ser humano, como forma de estudar as funções psicológicas superiores, ou seja, o cognitivo. Com finalidade de descrever e explicar como se dá a evolução humana e o seu desenvolvimento. Para isso eles, estudam as crianças por estarem no momento que o ser humano se constrói

com indivíduo a personalidade, de forma a entender como desenvolve o ser. Para o professor tem finalidade de deixar claro, que é importante compreender o cognitivo, pois a Matemática é uma área do conhecimento que opera com o abstrato, o comportamento humano nos dá indícios de como deve ser trabalhado esse conhecimento, e não se resume a isso, para saber usar os instrumentos sociais construídos de forma que o indivíduo se transforme em um ser crítico, e para saber lidar com indivíduos nas diversas fases do desenvolvimento. Essa discussão dos teóricos da época era buscar uma junção dos comportamentos do corpo como mente. Para isso vamos aprofundar um pouco na teoria.

### 3.3 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Pretendemos neste momento, apontar os fundamentos da teoria criada por Vygotsky e seus colaboradores para a fim de relacionar com o campo educacional, e especificamente mais a frente à Educação Matemática.

A teoria histórico-cultural buscava uma síntese para superar as ideias idealistas da psicologia para estudar a consciência humana. O método de suas investigações era baseado no materialismo histórico e dialético, que aponta que o ser humano não nasce pronto, nascemos com uma base biológica que é flexível e nos adaptamos com o fator histórico da organização das sociedades o que influenciará na formação humana, com isso o ser interioriza o seu meio e se define suas limitações.

Outro ponto é que a natureza faz parte desse processo o que vai indicar quais as necessidades desses seres, que se conceberá como homem, nelas há o meio ao qual somos produto delas pelas as relações o qual transmitimos a história e nos adaptamos e transformamos a natureza para satisfazer nossas necessidades e com isso nos transformamos, pois criamos materiais e evoluímos a partir do que já foi feito.

Logo, Vygotsky tem como base que o homem é um ser histórico e ativo de transformações que se dar pelo meio social e cultural que vive e para atender a suas necessidades ele transforma a natureza e por consequência a si mesmo. Partindo dessas ideias, ele estuda o homem nas suas individualidades, a subjetividade, através das *atividades* que exerce é onde se manifesta nossas operações mentais.

Para isso traça uma pesquisa para entender os fatores genéticos que é a *filogênese*- o estudo da história da espécie humana e suas limitações, como o cérebro tem plasticidade nos tornamos sociocultural, e a *ontogênese*- que estuda o desenvolvimento humano da infância,

adolescência, adulto e velhice como que ele se desenvolvendo em cada fase da vida a partir do contexto social, os dois fatores estão interligados.

Segundo Rolindo (2015) Vygotsky tinha finalidade de compreender o aspecto humano, buscando descrever e explicar as funções psicológicas superiores. O desenvolvimento, segundo Lucci (2017) parte das funções elementares, de base biológica que são aquelas ações involuntárias ou reflexas e depois passa para um processo superior de origem sociocultural, as ações dirigidas, ou seja, aquelas funções que não depende da consciência do indivíduo, como a respiração, e depois as funções superiores que precisam do querer humano para acontecer do comportamento, aprendizagem é um exemplo, com isso nascemos com o aparato biológico que é nossa base, mas precisamos de funções superiores (linguagem, pensamento, atenção, etc) e para isso transformamos em seres culturais e sociais.

Para essa apropriação da cultura e do social precisamos de *mediação*, pois o homem não age diretamente com o meio usa os meios, o principal deles é a linguagem “usada como interação entre o adulto e as crianças como meio de comunicação e colaboração. Que depois é internalizada para controlar e pensar sua própria atividade” (Rolindo, 2015, apud Vygotsky, 2003). De forma, precisamos do outro para a nossa formação humana, onde serão transmitidos os conhecimentos historicamente acumulados.

Segundo Rego (2014, p. 41) a “primeira tese é a relação individuo e sociedade”, ou seja, a transformação do ser natural, aquelas funções elementares em um ser social o desenvolvimento das funções psicológicas superiores que é de origem social e é presente somente no ser humano e que esses dois processos estão interligado, pois para o desenvolvimento precisa-se do biológico em especial o cérebro.

A Rolindo (2015) segunda é a cultural, é o resultado da evolução dos seres humanos e que levamos na nossa carga biológica, os símbolos, a organização, etc. Segundo Sousa (2016, p.18) “Vygotsky enfatizou fundamentalmente a cultura em detrimento da herança biológica para o desenvolvimento cognitivo.” Que de acordo com o mesmo autor complementa dizendo que:

A cultura é, portanto, parte constitutiva da natureza humana, já que sua característica psicológica se dá através da internalização dos modos historicamente determinados e culturalmente organizados de operar com informações. (REGO, 2014, p. 42)

A terceira é o papel das funções elementares, o cérebro é o órgão principal o que nos torna racional, e é elástico. As funções psicológicas superiores precisam do suporte biológico e reconhece as atividades cerebrais.

A quarta é o conceito de *mediação*, como já mencionamos Vygotsky o destaca como parte de todo ser humano ao interagir com o mundo externo, próprio da atividade humana, para isso ele precisa de instrumento e signos que já foram construídos historicamente e que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo.

Os instrumentos são formas externas como, por exemplo, na atividade de trabalho do professor ele pode usar instrumentos para ensinar Matemática e ao mesmo transforma seus instrumentos para atender suas necessidades. Entre os signos, o principal é a linguagem, também temos a escrita, os gestos, os desenhos, dentre outros que formam uma organização simbólica. É a forma de expressar o pensamento, a linguagem a fala é o melhor meio de comunicação e somos capazes de transmitir a cultura historicamente acumulada. Na linguagem se articula os conceitos generalizantes elaborados culturalmente, de forma que segundo Vygotsky (2008) quanto mais domínio nos signos maior apreensão do mundo externo.

Com os instrumentos e signos o homem vai interiorizando as atividades do mundo externo, ou seja, uma atividade externa que será reconstruída internamente, perpassando o plano intrapessoal para o interpessoal, que vai ocorrendo ao longo do desenvolvimento.

A quinta é sobre a atividade dos seres humanos, ou seja, as características psicológicas exclusivamente humanas. Para Vygotsky o ser humano se desenvolve num ambiente social que é concebido historicamente, que está se construindo ao longo do tempo e não só a partir da maturação à genética, e sim interagindo com o meio. Com instrumentos que podem ser físicos ou abstratos ou simbólicos, que são fundamentais para o desenvolvimento do ser humano, assim como aponta Lucci (2017, p. 5) que “(...) a atividade cerebral superior não é simplesmente uma atividade nervosa ou neuronal superior, mas uma atividade que interiorizou significados sociais derivados das atividades culturais e mediada por signos.”

O desenvolvimento da criança é definido a partir de sua saída da estrutura elementar para a superior, uma capacidade para uma atividade controlada, intencional, numa atenção dirigida, e para um pensamento abstrato, que a maior parte é aprendida na escola. Numa sala de aula há várias histórias que são diferentes, ao definir a singularidade de cada sujeito, o que faz com que a teoria se aproxime da educação, pois aqui reconhecemos as singularidades dos seres, que precisam ser entendidas.

Com a morte prematura de Vygotsky, Leontiev e colaboradores prosseguiram as pesquisas e complementaram com estudo sobre a atividade humana, a consciência dos seres humanos e como se manifesta essas operações, a *Teoria da Atividade* que sistematiza o que incita os comportamentos humanos a agir para um determinado objetivo, logo, ele direcionou

a abordagem histórico-cultural na qual a natureza faz parte dos seres, bem como o social e cultural que influencia na construção desse ser. Precisava explicar melhor o psiquismo humano, segundo Leontiev (2004, p.8) “preocupou-se com os problemas da vida humana em que o psiquismo intervém”, todas essas pesquisas surgiram por uma necessidade de referência teórica científica sobre o que o comportamento - as atividades, e destaca três categorias que estudou: a atividade concreta, a consciência humana e a personalidade. Logo a tarefa principal da Atividade é, no entanto “(...) estudar quais as necessidades que são inerentes ao homem e quais as emoções psíquicas (inclinações, desejos, sentimentos) que elas suscitam.” (LEONTIEV, 2004, p.12).

Isso significa que atividade é inerente à subjetividade dos seres, e para isso ele estabeleceu a consciência como sendo individual e que direciona caminho para as atividades, a personalidade que segundo Leontiev (2004, p.12) “são os caracteres somáticos, ou seja, as características individuais de cada ser que são estabelecidas pela interação com o social e cultural”, tudo isso se dá por meio do *Trabalho*, no qual o instrumento socializa e é transformado para satisfazer as necessidades de se adaptar ao meio.

E nessa transformação da natureza, quando se dá significados a um instrumento é onde segundo Leontiev (2004, p. 90) afirma que é o fundamento mais essencial e o “mais direto do pensamento humano e a inteligência do homem aumentou na medida em que ele aprendeu a transformar a natureza.”, com isso surge um conceito importante para essa ponte entre dá sentido e significado para o trabalho de objetos transformado da natureza e o que leva a fazer isso à necessidade de adaptação, o *motivo*, que segundo Leontiev (2004, p.104) esclarece que “(...) não utilizamos o termo “motivo” para designar o sentimento de uma necessidade; ele designa aquilo em que a necessidade se concretiza de objetivo nas condições consideradas e para as quais a atividade se orienta, *o que a estimula.*” Engels diz que o trabalho criou o homem, no qual cria instrumento e compartilha com outros homens (Leontiev, 2004, p.76).

As atividades possuem características como necessidade, motivo, ação e operação. O sujeito chegar ao motivo/objeto ele precisa de necessidade para impulsionar suas ações e operações. Há uma diferença entre ação e atividade, o primeiro o motivo não coincide com o objeto, pois são etapas para realizar uma atividade, que segundo Leontiev (2004, p.83) é apenas parte do processo da atividade, mas não o fim, a necessidade não é satisfeita de imediato. No qual aponta o autor: “as operações de trabalho dos homens têm isto de notável; são realizados com ajuda de instrumentos, de meios de trabalho.” (LEONTIEV, 2004, p.88).

Por exemplo, segundo Leontiev (2004) um aluno decide ler um livro científico que foi lhe recomendado, o objetivo é assimilar o conteúdo da obra. O motivo estimula a atividade

realizada na ação da leitura, o motivo pode ser profissional, pessoal, curiosidade, enfim, ela terá um sentido. Por outro lado, se os alunos pretende ler para passar em vestibulares, o sentido da leitura é outro, o aluno terá outros olhos, assimilando de maneira diferente.

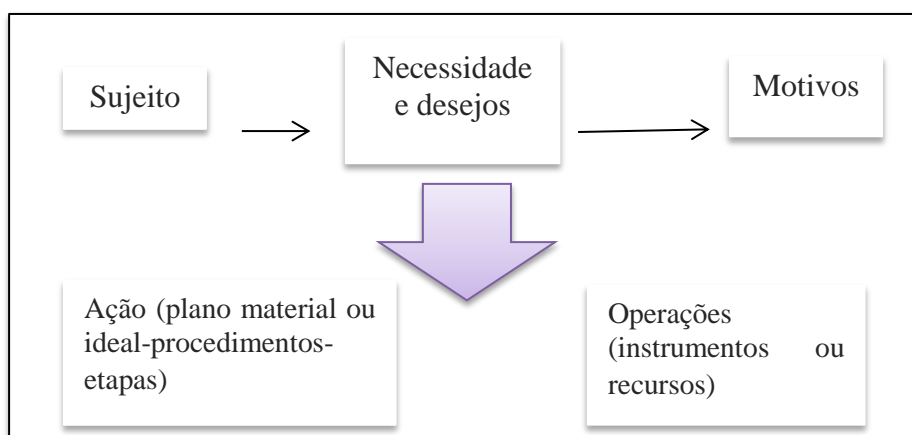
Logo o motivo, é algo que deve ser observado pelo professor tanto no que ensina quando os objetivos, para não resumir-se em ações.

O sentido pessoal, que segundo Asbahr (2015) é aquilo que incita agir sobre o motivo relacionado e complementa (LEONTIEV, 2004, p.104) “O sentido pessoal devemos descobrir o motivo que lhe corresponde”, por exemplo, o que estimula o professor? está ligado com a significação social, que é segundo Asbahr (2015, p.111) “fenômenos da consciência social, mas quando são apropriadas pelos indivíduos passam a fazer parte da consciência individual” o motivo de tal ação é para certos fins. Quando o sentido pessoal não interliga com a significação, temos a o que chamamos de *alienação*, não se sabe o motivo, o sentido de sua profissão, e que pode trazer segundo Asbahr (2015) grande sofrimento psíquico, adoecimento psicológico.

No caso, o professor tem a Atividade de Ensino, se ele não conhece o significado de seu trabalho, as ações e operações para chegar ao motivo não poderão ver os frutos de seu trabalho, uma vez que é importante conhecer o desenvolvimento humano e para que, de acordo com Meira (2017, p. 63) “os alunos não percam a convicção de que são competentes e capazes de aprender.”, no ensino deve ser valorizado o motivo, para que a educação seja formadora de cidadãos conscientes e críticos.

Logo, o esquema a seguir remete os elementos da Teoria da Atividade, o sujeito o indivíduo, tem necessidades e desejos que incitam agir para chegar ao motivo, só que para isso ele usa instrumentos, as operações.

**FIGURA 03-** Esquema dos elementos da Teoria da Atividade de Leontiev.



Fonte: Arquivo pessoal da autora

Em suma, a Teoria da Atividade foi desenvolvida por Aléxis N. Leontiev (1903-1979), que trabalha com as concepções de Vygotsky sobre o desenvolvimento humano pelo meio social e cultural, sua teoria aponta que para se desenvolver numa atividade o ser humano precisa do meio social para satisfazer suas necessidades. Segundo Asbahr (2015) as atividades são as unidades da vida que orientam no mundo dos objetos.

A base da atividade humana são os elementos construídos para o convívio social, primeiro o sujeito age (ação) em seu meio com objetivo de satisfazer-se, para isso organiza suas operações e ações para satisfazê-las, mas isso dependerá do motivo/objeto e quando realizam essas etapas eles modificam a natureza e a si mesmo. O homem realiza várias atividades certamente pelas suas necessidades. Trazendo para o campo a Atividade de Ensino, segundo Moura (2017, p.219) “o *sujeito* (professor) tem *necessidade* do trabalho, o seu *objetivo* é de ensinar, os *motivos* é a organização do ensino, a *ação* é como será feito para que a necessidade seja satisfeita e por fim as *operações* são os métodos de recurso metodológicos para ensinar”.

Segundo Moura (2017, p.219) a atividade de aprendizagem é a atividade do aluno, e para alcançar o objetivo que é aprender, precisa do *motivo* e esse é a apropriação do conhecimento teórico, que depende da ação, ou seja, da participação nos procedimentos que o professor propõe e a operação, para saber é se os recursos são apropriados para aprender.

Para a Atividade de Ensino de Matemática propõe que o sujeito realize uma tarefa, neste caso o estudante está engajado na atividade de aprendizagem e o professor é o profissional engajado na Atividade de Ensino. O ensino é dirigido a um objeto (no caso a Matemática) e a relação do aluno com o objeto é mediada pela linguagem e pelos conceitos (matemáticos). Neste caso, o papel do professor é organizar a Atividade de Ensino de forma intencional, planejada e sistematizada tendo por objetivo e possibilidade a aprendizagem dos alunos.

### 3.4 PENSAMENTO E LINGUAGEM

A formação humana se dá pelo meio social e cultural que o indivíduo está inserido, mas não agimos diretamente nesse meio social precisamos da linguagem (fala, gestos, escritas, símbolos, desenhos, etc.) que assume a função de comunicação. Ela desempenha um papel significativo na construção do pensamento. Para isso Vygotsky estudou a fala e o pensamento nas raízes genéticas da filogênese e ontogênese e traçou fases para o



desenvolvimento do pensamento, são elas: a fala social (externa), a fala egocêntrica e a fala interior. E como o significado das palavras é importante para o pensamento generalizante.

Segundo Leontiev (2004, p.92) a “linguagem afirma Marx é a consciência prática dos homens, pois a consciência não se separa da linguagem”, ou seja, ela organiza as relações sociais e o pensamento. E segundo o mesmo autor (...) a linguagem não desempenha apenas o papel de meio de comunicação entre os homens, ela é também um meio, uma forma da consciência e do pensamento humanos. (LEONTIEV, 2004, p.92-93)

A linguagem segundo Vygotsky (2008) é um sistema de símbolos básicos que interfere na construção do ser. A finalidade desta secção é compreender as leis do desenvolvimento da fala que o professor entenda que a comunicação tem é importante para a formação do pensamento teórico, como surge e que ele nos fornece pista de como deve ser dirigido o ensino e entender o processo e aprendizagem dos alunos de forma externa para depois interna, pois desenvolve outras operações mentais dos seres humanos, que envolve o uso de signos, tal como as operações Matemáticas. São transmitidas e aprendidas a partir da fala. Na qual, Oliveira (2010, p. 47) esclarece que “a associação entre pensamento e linguagem é atribuída à necessidade de intercâmbio dos indivíduos durante o trabalho, atividade especificadamente humana”.

A filogênese busca entender a evolução humana, para isso ele estudou os macacos antropóides, especificamente os chimpanzés que são de uma família próxima dos seres humanos e analisou as semelhanças do comportamento deles com os dos seres humanos. Segundo Oliveira (2010) ele observou os chimpanzés em suas atividades, como mobilizam os instrumentos e apresentam uma comunicação instintiva.

Baseou nas ideias de Koehler na investigação da linguagem desses animais e concluiu que eles têm uma linguagem própria, mesmo tendo todo um aparato semelhante dos seres humanos, ainda continua dissociável do pensamento, ou seja, a linguagem funciona separadamente do intelecto. Mesmo com as insistências de Yerkes para ensinar os chimpanzés a falar, eles não conseguem.

O que assemelham eles dos homens é sua inteligência prática, a utilização de instrumentos, isso que dizer que eles conseguem pegar instrumentos para um objetivo de forma racional, o que tiver em seu alcance ele consegue interpretar e usar para sua necessidade, inteligência prática são as ações.

Um exemplo consiste na Figura 04 na ação do antropoide para obtenção de alimento (banana) ele usa instrumentos (vara), nas pesquisas de Koehler os símios são capazes de pensar alternativas de resoluções de problemas, seja de pegar um objeto ao seu alcance, se não

tiver sucesso procuram outras possibilidades. No entanto, os seres humanos são capazes de modificar os instrumentos para satisfazer a necessidade.

**FIGURA 04** - Antropoides empilhando caixotes.



Fonte: LIMA, 2017, p.1

Segundo Kohler (2017, p.2) “Observando o comportamento de um companheiro que sabe resolver o problema, um chimpanzé inteligente percebe logo que, por exemplo, mover a caixa significa deslocá-la para debaixo da comida.”. No entanto, ele consegue entender a ação e executar para obter o alimento, ou tentar até obter sucesso.

Kohler (2017, p.2) ainda compara essa ação com a aprendizagem da criança “o imitar acontece o mesmo que com o ensinar. Ao ensinarmos crianças, apenas podemos propiciar a elas condições ou "sinais" favoráveis para as novas coisas que a criança tem de "aprender"; é sempre necessário que a criança também contribua com algo, algo esse que poderíamos chamar de "entendimento", e que, às vezes, surge de repente. Não podemos simplesmente despejá-lo dentro da criança”. E no ensino de Matemática, relembrar os assuntos para que a criança tenha um entendimento do conteúdo novo que vai, no qual já tenham um entendimento.

Logo, Vygotsky (2008) conclui que a criança tem essas características dos antropoides nas primeiras fases do desenvolvimento, e que o pensamento e a fala têm raízes genéticas diferentes e suas trajetórias de desenvolvimento são diferentes e independentes, não há relação constante entre elas, o que distingue claramente a uma fase pré-intelectual no

desenvolvimento do pensamento e pré-linguística do desenvolvimento da fala. Segundo Leontiev “o estudo do intelecto dos símios superiores mostra que o pensamento humano é realmente preparado no mundo animal.” (LEONTIEV, 2004, p.63) só que temos uma particularidade, que é exclusivo do homem, a consciência.

No plano ontogenético do desenvolvimento do homem, segundo Oliveira (2010) é quando o indivíduo é inserido e apropria-se num grupo cultural que é tipicamente humano, ou seja, ele apropria-se da linguagem de seu grupo, só que ela acontece gradativamente, e Vygotsky (2008, p. 56-58) aponta quatro etapas da origem e o desenvolvimento da linguagem e do pensamento:

- 1) “Fase natural ou primitiva (fala pré-intelectual e o pensamento pré-verbal)”.

Nessa fase é os primeiros anos de vida, em que o bebê ainda não sabe falar e nem tem um pensamento desenvolvido para executar suas ações, ele se comunica com gestos, balbucios e choros, e nela que o ser humano se assemelha com chimpanzés, pois o pensamento e linguagem são independentes, a “idade chimpanzoide” são os primeiros meses até um ano de vida. A função social já é aparente, como menciona Vygotsky:

[...] o balbucio e o choro da criança, mesmo suas primeiras palavras, são claramente estágios do desenvolvimento da fala que não têm nenhuma relação com a evolução do pensamento. Essas manifestações geralmente têm sido consideradas uma forma de comportamento predominantemente emocional. (VYGOTSKY, 2008, p.52)

A fala pré-intelectual têm função social de alívio emocional e o pensamento pré-verbal é a utilização de instrumentos e uso da inteligência prática, em que a fala e o pensamento estão separadas.

- 2) “Psicologia ingênua-experiência da criança com as propriedades físicas do seu próprio corpo e dos objetos à sua volta e aplicação dessa experiência ao uso de instrumentos.”

A partir de aproximadamente dois anos é o momento que a criança descobre e tem curiosidade pelas palavras e dão forma a um novo comportamento e a fala e pensamento começam a se unir. Começa o uso corretos das formas estruturas gramaticais (porque, se, quando, e mas) para explicar as coisas, é a fase que a criança tem curiosidade e descobre que cada coisa tem nome e começa a ampliar seu vocabulário, segundo Vygotsky (2008, p.57) “a criança sente necessidade das palavras” para sua comunicação. Elas estão buscando construir os significados das palavras. E ainda:

[...] a fala começa a servir como intelecto, e os pensamentos começam a ser verbalizado, é indicado por dois sintomas objetivos inconfundíveis: (1) a curiosidade ativa e repentina da criança pelas palavras, suas perguntas sobre cada nova coisa (“O que é isso?”); e (2) a conseqüente ampliação de seu vocabulário, que ocorre de forma rápida e aos saltos. . (VYGOTSKY, 2008, p.53)

Ao adquirir experiência no uso de instrumentos vai adquirindo uma inteligência prática, ou seja, a criança começa a imitar os comportamentos dos adultos e adquirir costumes e experiência tanto na fala quanto no pensamento, percorrendo numa mesma linha de raciocínio o pensamento e linguagem, por isso que a criança nessa idade para pensar ela precisa criar um discurso.

Essa fala ainda é ausente de muitos significados, logo há uma curiosidade de saber as palavras, por exemplo, a charge da Mafalda da Figura 05, que a criança pergunta várias vezes, para ele o que foi dito não é compreendido pela sua falta de experiência e de significação das palavras que são transmitidas, mas tem curiosidade em saber, mesmo imitando os adultos o entendimento é a sua necessidade, ou seja, o pensamento, por isso que eles interligam.

**FIGURA 05-** Criança na construção dos significados das palavras.



Fonte: SANTOS, 2017, p.1

O sentido das palavras está sendo construída com ajuda dos instrumentos, no apontar da criança a mãe interpreta que esse sinal esta indicando a objeto, e o gesto o faz ter algo que deseja que pode ser usado também as palavras, importantes nas relações e está vinculada ao

objeto, os significados. Segundo Vygotsky (2008, p.187) “o pensamento é gerado pela motivação, por nossos desejos, as necessidades, nossos interesses e emoções”. Surge uma nova fase, a criança tem necessidade de dirigir seu pensamento, para que o pensamento se torne verbal. Pois “a criança descobre que cada coisa tem nome e começa a perguntar como se chama o objeto.” (VYGOTSKY, 2008, p.187)

- 3) “Signos exteriores, operações externas que são usados como auxiliares na solução de problemas internos.”

Com o acúmulo das experiências a criança começa a sentir necessidade dos signos, ou seja, a fala para dirigir seu pensamento que é feito com a materialização deles. Essa fase é extremamente importante nas concepções de Vygotsky, pois é uma preparação para o desenvolvimento da fala externa para a fala interior, a criança adquire uma grande curiosidade e precisa expressar suas ações para poder internalizá-las, ela é chamada de *fala egocêntrica*, a fase que criança fala o tempo todo mais para si e com os outros, ela materializa os significados para depois internalizar.

É aquela fase que o brinquedo é um instrumento que explora o imaginativo, pois são nele que se projetam os significados das palavras, como também os materiais concretos. Na Matemática só faz sentido se trouxe para um plano imaginativo de contexto, pois é um momento que a criança está no centro do desenvolvimento de todas as funções superiores.

Ela ocorre a partir dos três anos, e a diferença da fala externa para a egocêntrica se torna zero, segundo Vygotsky, a criança precisa de signos externos para resolver problemas interiores, e nessa fase onde a criança conta nos dedos e recorre a auxiliares mnemônicos para lembrar, ele precisa de objetos no seu plano visual.

Na fala egocêntrica a criança narra suas ações que segue suas atividades, isso é bem claro nas brincadeiras, a criança assume papéis da sociedade, pai, mãe, professora. É uma fase imaginativa, ela fala para atingir o pensamento e direcioná-lo.

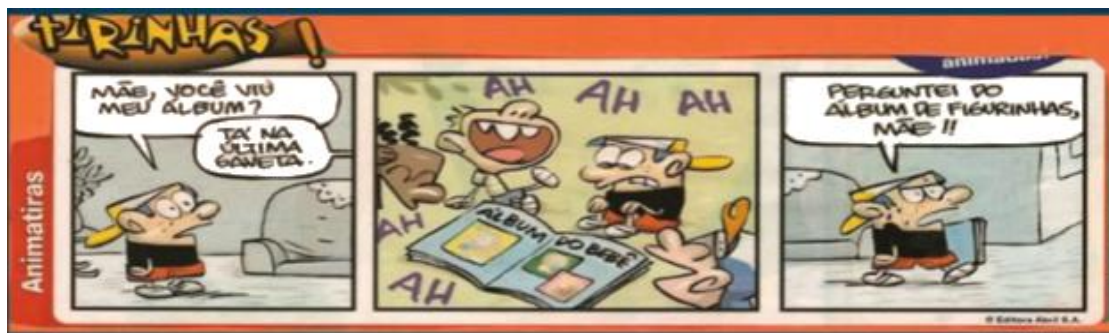
(...) A fala egocêntrica é um fenômeno de transição das funções intersíquicas para as intrapsíquicas, isto é, da atividade social e coletiva da criança para a sua atividade mais individualizada. (VYGOTSKY, 2008, p.166)

O sentido e significado das palavras é demonstrado em ações, é muito significativo, pois tudo que envolve com a brincadeira de faz de conta<sup>2</sup>. Elas necessitam de objetos para a representação do real, aplicando o significado das palavras, a linguagem um sistema de signos

<sup>2</sup> Uma brincadeira que a criança assume papéis da sociedade, por exemplo, ela brinca de ser mãe ela atribui esse significado ao brinquedo ou objeto.

desempenha a função principal de comunicação e de um pensamento generalizante, ou seja, aquele pensamento consciente do significado e sentido da palavra. Um exemplo envolvendo os significados das palavras nessa fase pode ser visualizado na charge da Figura 06:

**FIGURA 06-** Criança na fase egocêntrica.



Fonte: GOULART, 2017.

Como o personagem, muitas vezes o professor não entende a fala do aluno e nem eles a nossa linguagem, e acabamos deixando de lado o verdadeiro sentido das palavras, ressaltando que a Matemática, nesse sentido, assim como outras áreas de conhecimento deve ser ensinada com estímulos/ferramentas, e explorar a linguagem matemática, entender a fala do aluno é de suma importância para o motivo de nossa atividade docente.

Vygotsky explica que:

“as crianças em idade pré-escolar “explicam” os nomes dos objetos pelos seus atributos.” (2008, p.160)

“O diálogo sempre pressupõe que os interlocutores tenham um conhecimento suficiente do assunto para tornar possível a fala abreviada.”(2008, p.177)

É uma fase de transição para que a fala se torne um transmissor do pensamento, uma vez que na fala egocêntrica a criança fala primeiro para depois interiorizar em seu intelecto. Os significados das palavras são marcados com frases incompletas e busca por ampliar seu vocabulário, na idade escolar a fala egocêntrica vai se transformando em fala interior. “A fala egocêntrica fornece-nos a chave para o estudo da fala interior.” (VYGOTSKY, 2008, p.164) e ainda complementa que “a fala egocêntrica desaparece na idade escolar quando a fala interior começa a se desenvolver”. (VYGOTSKY, 2008, p.164)

- 4) “Crescimento interior, as operações externas se interiorizam e passam por uma profunda mudança no processo.”

Com ênfase nesta fase, pois a linguagem é importante para a educação por motivo de conhecer o pensamento verbal dos alunos. Na idade que a criança começa a frequentar a escola a fala egocêntrica dá forma um novo comportamento, não que ela desapareça, ela é interiorizada e transformada em uma fala para si mesmo, primeiro se constrói a palavras internamente e depois é expressa. Como afirma Vygotsky (2008, p.151), que “o significado da palavra evolui” a fala começa a servir como intelecto e os pensamentos começam a ser verbalizados. Como afirma que:

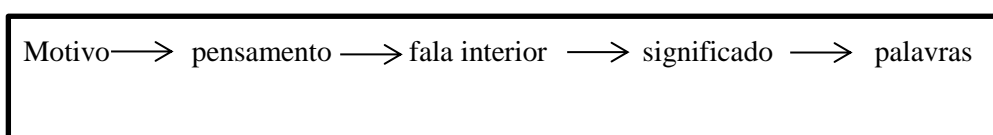
(...) “Significado das palavras é um fenômeno de pensamento apenas na medida em que o pensamento ganha corpo por meio da fala, e só é um fenômeno da fala na medida em que está ligada ao pensamento verbal, ou fala significativa em união de palavra e do pensamento.” (VYGOTSKY, 2008, p.151)

(...) A significação é, entrada na minha consciência (mais ou menos plenamente e sob todos os seus aspectos), o reflexo generalizado da realidade elaborada pela humanidade e fixado sob a forma de conceitos, de um saber ou mesmo de um saber-fazer (“ modo de ação” generalizado, norma de comportamento etc.)” (LEONTIEV, 2004, p.1)

O significado das palavras é importante para a formação de conceitos, que na escola levamos em conta o científico. Segundo Oliveira (2010, p. 45) a “linguagem tem a função também de desenvolver o pensamento generalizante.” A educação para Vygotsky é um educar para a conscientização do mundo em que vive, no qual aprenda a socializar-se e evoluir os instrumentos construídos historicamente por uma cultura, mas como a teoria da Atividade de Leontiev, é preciso conhecer sua motivação dos indivíduos para compreender o pensamento, e ainda complementa Vygotsky que “só quando este desenvolve se completa é que a criança se torna de fato capaz de formular o seu próprio pensamento e de compreender a fala dos outros.” (2008, p.162)

Para o pensamento ser expresso em palavras ele segue uma trajetória que se estabelece da seguinte forma: precisamos de um motivo para alcançar o pensamento verbal no qual interiorizou os significados e que é expresso em palavras.

**FIGURA 07** - Esquema da trajetória da expressão do pensamento



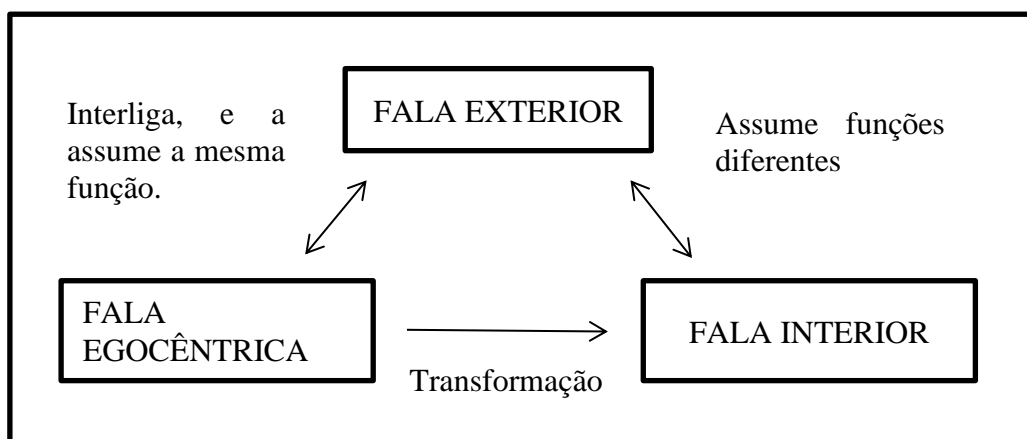
Fonte: Arquivo pessoal

Nesse plano, concluiu Vygotsky (2008) o desenvolvimento da fala da criança, um estágio pré-intelectual e no desenvolvimento de seu pensamento um estágio pré-linguística a certa altura essas linhas se encontram, conseqüentemente, o pensamento torna-se verbal e a fala racional. A fala se torna intelectual e o pensamento se torna verbal, que segue e por fim a fala se torna tanto interior como exterior.

Complementa Vygotsky (2008, p.190) que “as palavras desempenham um papel central não só no desenvolvimento do pensamento, mas também na evolução histórica da consciência como um todo”. Por tanto entender esse processo nos faz observar o papel que o professor tem que tem finalidade na formação de indivíduos mais críticos e que saiba ter suas próprias ideias.

Esse processo é importante para compreender o pensamento das crianças, pois quando falam ou narram suas ações é aquilo que sabem e conhecem. No ensino uma forma de verificar se um aluno aprendeu é se ele consegue explicar, isso mostra que ele assimilou e internalizou, ou seja, trouxe do intersíquico para o intrapsíquico. Na escola o pensamento teórico vai se desenvolvendo a medida que nos apropriamos dos saberes acumulados historicamente, pois é aquele que o aluno aprende a pensar, investigar e generalizar. No qual fornece base para compreender os conceitos científicos, de forma generalizante e abstrata. Segundo Rabello (2016) é através da linguagem que aprendemos a pensar.

**FIGURA 08** - Esquema do desenvolvimento da fala



Fonte: Arquivo pessoal da autora

Na concepção de Vygotsky o ensino deve ser organizado para desenvolver o pensamento teórico, intencional, que garanta a aprendizagem e por conseqüência o desenvolvimento selecionando os elementos culturais que precisam ser assimilados pelos



alunos, sistematizado e planejado, trançando as formas que será feito e como será o modo de ensinar. Mas por quê? Se o ensino for baseado nas formas empíricas não conhecendo a ontogênese e filogênese humana não se encontra sentido para sua profissão professor, da mesma forma os alunos acharão que nunca irão aprender.

A escola foi criada para a formação humana e é um lugar que se aprende os valores e o que foi construído historicamente, como objetivo de evoluir e assimilar os instrumentos e signos que foram construídos.

No ensino de Matemática deve ser organizado para apropriar dos conceitos científicos de forma interdisciplinar e com isso resultará na formação do pensamento teórico, ou seja, ensinar o aluno a pensar, que deve ser articulada com as tendências da educação Matemática, de modo a inserir o aluno no meio social.

O pensamento precisa, assim como as outras atividades de motivo, ser gerado e que “o intelecto aparece, portanto, pela primeira vez, onde aparece um processo que prepara a possibilidade de realizar tal ou tal operação ou hábito.” (LEONTIEV, 2004, p.61). Os motivos da criança segundo Vygotsky (2007, p.12) é de “controlar o ambiente com ajuda da fala”, logo, ela precisa falar, e que deve ser direcionada olhar para a fala da criança e suas ações, “chamamos de pensamento, em sentido próprio, o processo de reflexo consciente da realidade, nas suas propriedades, ligações e relações objetivas, incluindo os mesmos objetos inacessíveis, à percepção sensível imediata.” (LEONTIEV, 2004, p.90)

Na escolarização dos indivíduos é onde se aprende e se desenvolve a capacidade de pensamento, memória, percepção, atenção etc. A Atividade de Ensino transmitida por meio da mediação dos signos, a linguagem com finalidade de entendermos como é o seu desenvolvimento e como o professor poderá interferir, com instrumentos concretos que estimule a imaginação, como o pensamento precisa dessa interferência de comunicação.

### 3.5 APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO

A relação entre aprendizado e desenvolvimento foi um assunto de interesse de muitos psicólogos, defendida em três aportes teóricos inicialmente sobre essa relação de serem: independentes, iguais, e combinação. Para Vygotsky, esse processo está *interligado* desde o início da vida dos indivíduos. Segundo Vygotsky (2007, P.117) é “uma relação que obviamente existe entre o desenvolvimento e o aprendizado: o primeiro cria as potencialidades, o segundo as realiza”.

Os conhecimentos assimilados na escola são diferentes, pois são os conhecimentos científicos. Vygotsky (2007, p.94) afirma que “o aprendizado tal como ocorre na idade pré-escolar difere nitidamente do aprendizado escolar, o qual está voltado para a assimilação de fundamentos dos conhecimentos científicos.” Sendo que para ensinar deve se considerar os níveis de desenvolvimento dos alunos, visto que a aprendizagem depende da capacidade dos alunos de estarem preparados para aprender certo conteúdo naquele momento (maturação). Por exemplo, se um aluno não sabe aritmética e é ensinado a ele expressões algébricas os conceitos não serão entendidos. Não que vamos esperar a hora certa para a aprendizagem, mas entender os seus passos que é preciso de pré-requisitos para o mesmo. Então para Vygotsky é destacado os seguintes níveis de desenvolvimento:

1. Zona de Desenvolvimento Real
2. Zona de Desenvolvimento Potencial
3. Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)

A zona de desenvolvimento Real é quando a criança consegue fazer uma atividade, de forma independente, autônoma, são as etapas já alcançadas pelo indivíduo, ao se ensinar a uma criança nesse nível o que ela já sabe, pouco vai ajudar impulsionar o seu desenvolvimento. Como por exemplo, ensinar a uma criança que já sabe andar de bicicleta. Como afirma Vygotsky (2007, p.102): “O aprendizado orientado para níveis de desenvolvimento que já foram atingidos é ineficaz do ponto de vista do desenvolvimento global da criança.”. Mas ela assume um papel analisarmos o que podemos avançar ou aprimorar, eles são considerados os “frutos” do desenvolvimento que é definido como:

O nível de desenvolvimento real, isto é, o nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completado. (...) O nível de desenvolvimento real de uma criança define funções que já amadureceram, ou seja, os produtos finais do desenvolvimento. (VYGOTSKY, 2007, p.96-97)

Ela pode ser considerada como um ponto de partida do professor em seus trabalhos. Com isso devemos considerar que qualquer aprendizado exige um grau de maturidade de determinada função: por exemplo, “não se pode ensinar uma criança de um ano a ler” (VYGOTSKY 2008, p.118), para atingir a zona de *desenvolvimento Potencial* que são as etapas não alcançadas, mas que pode ser executada com auxílio de alguém mais experiente ou o que é esperado no futuro. Na escola o objetivo é atingir essa zona, pois ao aprender ela mostrará indícios de seu desenvolvimento nas atividades que executa. Define que “(...) o nível

de desenvolvimento potencial, que se relaciona as capacidades em vias de serem construídos.” (REGO, 2003, p. 72)

Para atingi-lo Vygotsky atribui um termo importante para que a Zona de Desenvolvimento Potencial seja atingida e que o ensino deve passar e criar elas, que é a ZPD- *Zona de Desenvolvimento Proximal*. A zona de desenvolvimento proximal ou próximo é como um ponto de maturação do indivíduo é a distância entre o que o aluno sabe e o que ele precisa aprender aquilo que não está concretizado, ou seja, o que ele pode fazer com ajuda de alguém mais experiente ou de mais conhecimento, ele conseguirá fazer sozinho amanhã. Isto pode ser entendido como o principal objetivo do ensino que ele aprenda conforme seu desenvolvimento e com ajuda do professor ou colegas mais experiente até conseguir fazer sozinho, como se fosse uma estimulação, ou seja, o que ela atingiu hoje a zona de desenvolvimento potencial e amanhã ela se transformará em Real. Como afirma Vygotsky:

Ela é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob orientação de um adulto ou em colaboração com companheiro mais capaz. (VYGOTSKY, 2007, p.97)

A ZDP é atingida pelo aprendizado, que se dá com as interações sociais, ou seja, por meio da mediação e colaboração com os outros. O professor deve estimular a criação de várias zonas. Um ponto importante é a imitação, a criança inicia imitando o professor, só que para ele não é uma imitação mecânica e tradicional e sim refletida nas ações que executa com uma finalidade, que segundo (VYGOTSKY, 2007, p. 99) a noção de ZDP é fundamental nessa questão: “só é possível a imitação de ações que estão dentro da ZDP do sujeito, que depois é internalizada, ou seja, a imitação é processo que leva uma aprendizagem e uma vez atingida o desenvolvimento evolui”. Podemos acrescentar que:

O aprendizado escolar produz algo fundamentalmente novo e de excepcional importância, sem o qual esse assunto não pode ser resolvido: a Zona de Desenvolvimento Proximal. (VYGOTSKY, 2007, p. 95)

Quando se demonstrou que a capacidade da criança com iguais níveis de desenvolvimento mental, para aprender sob orientação de um professor, variava enormemente, tornou-se evidente que aquelas crianças não tinham a mesma idade mental e que o curso subsequente de seu aprendizado seria obviamente, diferente. (VYGOTSKY, 2007, p. 97)

Como saber se o aluno aprendeu? “o aprendizado deve ser confirmado com os níveis de desenvolvimento” (VYGOTSKY, 2007, p.95). Como podemos verificar se a criança

aprendeu quando ela se desenvolve, quando ela consegue operar de forma independente suas atividades, e cada indivíduo aprende de formas diferentes, por isso uma justificativa para o ensino ser diversificado, para atingir o desenvolvimento dos alunos.

Assim a ZDP, permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingindo através do desenvolvimento, como também aquilo que está em se forem revelados os seus níveis de desenvolvimento, se a criança não consegue operar sozinha ela não se desenvolveu ainda. Uma vez desenvolvida o que acontece? Precisamos deixar claro que uma vez alcançada não será um final acabado, temos que interligar o que ela já sabe com os assuntos novos, fazendo sempre uma revisão, o que ela já sabe não será esquecido em uma gavetinha deve ser lembrado sempre, com ajuda de outros conteúdos que o professor for debater com a turma, servirá de subsídios para os demais saberes, que precisa de mais maturidade. Como esclarece que:

A zona de desenvolvimento proximal pode, portanto, torna-se um conceito poderoso nas pesquisas do desenvolvimento, conceito este que pode aumentar de forma acentuada a eficiência e a utilidade da aplicação de método diagnósticos do desenvolvimento mental a problemas educacionais. (VYGOTSKY, 2007, p. 98).

Para a Vygotsky o ensino deve atingir a ZDP, “numa atividade coletiva ou sob orientação de adultos usando a imitação, as crianças são capazes de fazer muitas mais coisas” (Vygotsky, 2007, p. 101). Para Oliveira (2010) o aprendizado impulsiona o desenvolvimento, logo o nível de desenvolvimento é essencial, pois:

(...) o desempenho desse papel só se dará adequadamente quando conhecendo o nível de desenvolvimento dos alunos, a escola dirigir o ensino não para as etapas intelectuais já concluídas, mas para estágios de desenvolvimento ainda não incorporados pelos alunos, funcionando realmente como um motor de novas conquistas psicológicas. (OLIVEIRA, 2010, p.64).

Como o aluno deve ser avaliado: “O nível de desenvolvimento da criança não deve ser avaliado por aquilo que ela aprendeu através de instrução, mas sim pelo modo como ela penso sobre os assuntos.” (Vygotsky 2008, p.119). Por exemplo, um portfólio onde os alunos escrevem seu pensamento, fazendo um relatório do que aprender e usar de forma autônoma em outra situação que exija aquele conhecimento.

Logo, podemos observar que a aprendizagem escolar é de fundamental importância para o desenvolvimento do ser humano, que destaca que a interação social faz parte desse

processo e que o professor por meio de sua Atividade de Ensino deve promover seu ensino para criar as Zonas de Desenvolvimento Proximal, o que se hoje ele ajudar e colabora amanhã os alunos farão de forma independente, só que é preciso saber o nível de conhecimento Real, e levar um ensino diversificado, pelo fato de cada individuo aprender de uma forma. Talvez o método usado pelo professor pode não ser útil para alguns.

Logo uma forma que poderá criar uma ZDP é por meio do concreto, pois o concreto é uma forma de eles atribuírem significado ao que estão aprendendo, que segundo Vygotsky (2007, p.61) diz que “o concreto passa agora a ser visto somente como um ponto de apoio necessário e inevitável para o desenvolvimento do pensamento abstrato-como um meio e não como um fim em si mesmo”, ele deve ser usado como um meio de levar a compreensão dos conceitos, e que muitas vezes o professor deve apropria-se de vários métodos de ensino, pois, sendo Vygotsky poderá atingir o desenvolvimento como verifica ele:

Muitas vezes, 3 ou 4 etapas do aprendizado pouco acrescentam à compreensão da aritmética por parte da criança, e depois, na quinta etapa, algo surge repentinamente: a criança captou um princípio geral, e a curva de seu desenvolvimento sobe acentuadamente. (VYGOTSKY, 2008, p.127)

Ao atingi-lo deve ser trabalhada de forma que se evolua mais, logo o aprendizado é de natureza social e a criança vai penetrar na vida intelectual dos que o cercam.

### 3.6 FORMAÇÃO DE CONCEITOS

Como já havíamos mencionado, os conceitos científicos são assimilados intencionalmente na escola por meio do ensino, que se configura por uma abstração das propriedades e relações estabelecida no ensino de Matemática, na proposta de ensino é centrada na formação de conceitos, que elevem uma generaliza dos assuntos, numa operação mental pela internalização do conhecimento apresentado.

Vamos considerar alguns pontos importantes para o professor e para a construção da sequência de ensino, que os assuntos sejam tratados segundo Vygotsky (2008) do geral para o particular e particular para o geral, o que isso significa que o ensino deve abranger as concepções de forma ampla, os conteúdos matemáticos dever ser ensinados com significados dentro de um contexto geral e para os significados propriamente ditos. Consideramos que o ensino comece com uma revisão dos conteúdos, mesmo se os alunos já estejam estudados, é importante para tratar do assunto em particular. Na proposta consideramos o conceito de função de forma geral e depois foi particulariza para funções exponenciais, de forma que há

um pré-conhecimento que não podem ser esquecidos, e organizar esse ensino é relevante considerar o geral.

Segundo Moysés (1997, p.36) a apreensão do conceito científico “exige que seja intencionalmente trabalhando num processo de interação professor/aluno.” No qual, durante essas aulas não sejam monótonas e sim que seja interativa para o aluno expressar suas ideias e opiniões sobre o assunto, faz com que compartilhe os conceitos espontâneos, que são importantes para dar sentido para os saberes científicos. Que segundo o autor ainda, esclarece que não é de qualquer forma que o conceito científico poderá ser ensinado, deve ser considerado o nível de desenvolvimento dos alunos e o tipo recursos específico para esse nível:

Um conceito é mais que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já tiver atingido o nível necessário. (VYGOTSKY, 2008, p.104)

Por esse motivo, a Zona de Desenvolvimento Potencial se faz relevante, que na criação professor irá interferir, mas é preciso conhecer a ZDR e daí ensinar algum conceito, na proposta de ensino consideramos alunos do 1º ano que já tenham estudado os tipos de funções: afim, quadrática e modular, e agora seja o momento que esse aluno está no processo para aprender função exponencial.

Essa aula foi pensada na formação de conceitos, não aqueles no qual se repete as palavras, mas será pensada num processo com finalidade, na qual o professor profissional organiza os instrumentos socialmente acumulados e científicos em saberes escolares, e para repassar essas informações poderá mobilizar as tendências metodológica para o ensino de Matemática: Modelagem Matemática, História da Matemática, Tecnologia da Informação e Comunicação (TCI's), Jogos e Materiais Concretos, Etnomatemática. Segundo Vygotsky (2008, p.105) “o desenvolvimento dos conceitos espontâneos da criança é ascendente, enquanto o desenvolvimento dos seus conceitos científicos é descendentes.”

Segundo Moysés (1997) nos dá pista de como se dá essa formação de conceito, o ponto central é o questionamento, o professor precisa dar espaço para debates na sala para que os alunos compartilhem os conhecimentos adquiridos, nessa ideia, na proposta valorizamos os questionamentos, de significados e sentido dos objetos, por exemplo, o porquê, será pode ser generalizado, tem exceção, quais são, classifique o que representa ou não o conceito estudado.

Esse ponto às vezes é esquecido pelo professor, às vezes são oferecidas repostas prontas e completas, sem a participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento.

Como deverá segundo as concepções de Moysés (1997) construir o conceito de forma que o aluno seja o autor de seu conhecimento, o professor precisa apropriar dos seguintes ferramentas:

1. Trabalhar coletivamente, o professor trabalha com os alunos, e não é só professor responsável pela aprendizagem.
2. O professor precisa dominar o assunto de tal modo que possa explicar as informações que julgue relevante para o desenvolvimento do outro, proporcionar situações para explorar o conceito, com contexto, a história, etc.
3. Questionar os alunos durante as aulas, que segundo Moysés (1997) sejam perguntas, para verificar o que ainda não foi compreendido pelo aluno e o que ainda pode ser explorado.
4. Corrigir os alunos, durante as indagações é importante construir com os alunos os significados das operações e relações estudadas, de forma que ele aprenda a criar discursos válidos para a generalização do conceito.
5. Explorar a escrita e o discurso verbal dos alunos, para ele apropriarem da linguagem Matemática, que muitas vezes é esquecida e se resume apenas em “fazer contas”.

Logo, a formação de conceitos não é feita de forma rápida, precisa-se de intencionalidade e sistematização, é construída lentamente, no entanto, consideramos que a tendência Matemática na categoria Jogos por se tratar de um método que o aluno construa seu conhecimento, no nosso caso, o jogo será a Torre de Hanói para compreender o conceito de função exponencial, visto que uma aula tradicional não traz motivação em estudar os conceitos. Todavia, todas essas concepções serão utilizadas na sequência de ensino, na forma de organização da Atividade de Ensino e outra na forma que será apresentada aos alunos, e no entendimento do processo de aprendizagem.

### 3.7 CONCEPÇÕES DE JOGOS

Vamos abordar nessa seção o papel do jogo de desenvolvimento humano. No primeiro momento diferenciar o jogo e brincadeira na abordagem histórico-cultural, as implicações de Leontiev (2004) na Teoria da Atividade. E por fim, destacar o porquê do jogo como alternativa para as ações pedagógicas e para a Atividade de Ensino.

A primeira tarefa que Elkonin buscou foi diferenciar a brincadeira de jogo, que não foi uma tarefa fácil, para ele a “brincadeira é caracterizada por seu alvo residir no próprio processo e não no resultado de ação” (LAZARETTI, 2011, p. 80), ou seja, a brincadeira as regras se dão no meio da ação e não tem um resultado esperado, por exemplo, quando a criança brinca com uma bola para chutar, sem intenção dos resultados “no jogo, o alvo se encontra no resultado da ação e, portanto, sempre são dotados de regras explícitas determinada e já estabelecida historicamente na sociedade.” (lazaretti, 2011, p. 80), os jogos têm regras que são determinadas para nortear os processos para certo fim, no nosso exemplo anterior a criança e a bola, ao determinar regras para um objetivo, ou seja, ao jogar uma partida de futebol, as regras são determinadas, para fazer um gol (o resultado), e durante o jogo a brincadeira dá suporte para chegar à finalidade. Logo, a brincadeira é um conjunto e nele um subconjunto que é o jogo, pois a brincadeira é as ações do jogo, as etapas.

Os dois têm características similares que é a imaginação, quando a criança imagina ela está desenvolvendo algumas das funções psicológicas esquecidas do cérebro, ela ajuda a dar significado às coisas do mundo. Mas qual o motivo da brincadeira, por que ela é considerada a atividade principal da infância? Lazaretti diz que:

“A brincadeira (...) é uma forma de satisfazer algum impulso que foi suprimido na vida real da criança, e que esta repete em suas brincadeiras o que lhe causou grande impressão na vida real. Também, a brincadeira da criança sofre influência de um desejo que a domina o tempo todo- o desejo de serem pessoas crescidas (Freud apud Elkonin 1998)” (LAZARETTI, 2011, p. 95)

A brincadeira tem intenção de suprimir um desejo, ou seja, o desejo de ser, de ter, é caracterizada nas suas brincadeiras, na fase imaginativa conciliado com a fala egocêntrica, a criança brinca e narra a história, o que dá início o chamado de *Jogo de Papéis*. Nesse jogo as crianças assumem papéis da sociedade enquanto brinca, uma boneca pode ter significado de uma mãe, filha, etc e com isso imita as características e os significados, atribuindo ao brinquedo um papel que é o seu desejo suprimido, de serem adultas.

Na atividade lúdica é onde aprendemos e desenvolvemos com desejos nascidos internamente, operando com o concreto e a imaginação. Segundo Lazaretti “do ponto de vista freudiano, desde a infância, qualquer pessoa é um neurótico em potencial. A brincadeira é dada uma função terapêutica natural para controlar as possíveis neuroses que surgem na infância.” (LAZARETTI, 2011, p. 95)



Ou seja, a brincadeira e os jogos também são utilizados como função de terapia Ludoterapia - que é um ramo da psicologia que inclui as brincadeira para as crianças liberarem os seus sentimentos e problemas, tensões, ansiedades, e aprende a se expressar, socializar, e organizar seus comportamentos. Sendo usada para vários problemas psicologicos, inclusive, de aprendizagem.

Segundo a Teoria da Atividade é considerada a atividade principal da criança, a brincadeira, onde na atividade o objetivo se “encontra no processo e no conteúdo, logo, é uma brincadeira.” (Lazaretti, 2011, p. 80).

No processo educacional, a Atividade de Ensino, é importante ressaltar que os Jogos devem ter objetivos e com regras, pois, de acordo com Vigotsky (2014, p.129) “a relação particular entre o sentido e o significado do brinquedo não é, portanto, dada antecipadamente, nas condições do jogo, ela surge ao longo do jogo.” Ou seja, na formação de conceito que estamos propondo, o jogo com a Torre de Hanói busca que os alunos construam o conhecimento, ao longo do jogo, se dá com o contato, as etapas.

De fato, o jogo auxilia no desenvolvimento do pensamento abstrato, o que possibilita a generalização, onde esclarece Vigotsky (2014, p.130), por exemplo, “uma criança imagina um motorista em uma brincadeira reproduz talvez a forma de agir do único motorista que ela viu, mas sua própria ação é uma representação, não de certo motorista concreto, mas o motorista “em geral””

A Torre de Hanói é um jogo classificado por Leontiev (2014) como especializado, com regras que consiste também caracteriza pela consciência cada vez maior do objetivo da brincadeira, que busca dominar as regras e com isso “significa dominar seu próprio comportamento, aprendendo a controlá-lo, aprendendo a subordina-lo a um proposito definido”. São jogos que treinam o desenvolvimento das operações cognitivas necessárias na atividade escolar. Ainda complementa Vigotsky (2014, p.140) “a motivação desses jogos é, ao mesmo tempo, cada vez transferida para seus resultados”.

Precisamos ter claro que a atividade principal é a conexão geradora de mudanças no desenvolvimento do psiquismo (MONTEIRO, 2016). A brincadeira atende as necessidades visuais, a consciência, na representação do agir do adulto sobre o objeto adotado. Desperta o conflito. Segundo Monteiro (2016, p.4) o objetivo do jogo é a correspondência com ação e o real. “A estrutura lúdica é criada para dar sentido, atuando direto na personalidade e o significado nas operações (conteúdos) mudando a consciência, percebe a *necessidade* durante o jogo”.

A motivação do jogo é a *brincadeira*, a atividade lúdica, a imaginação, a curiosidade, elas são intrínsecas e são resultado das interações sociais, no qual molda a personalidade. “A atividade que a criança realiza, por meio da comunicação com os adultos e por meio da mediação destes, da brincadeira, faz que ela se aproprie de forma ativa dos objetos humanos com os quais reproduz as ações humanas.” (LAZARETTI, 2011, p.114)

Segundo Monteiro (2016) relembro que relacionando com um motivo, a necessidade só é satisfeita quando encontra seu objeto/motivo. Pois a necessidade não orienta a atividade, pois é o objeto que determina as ações que estão diretamente relacionadas ao objetivo. Por exemplo, o que motiva o jogo na atividade é a brincadeira, a sua imaginação e curiosidade. A necessidade encontra a sua ordem no objeto de operação, que são os procedimentos e meios, técnicas usadas para alcançar objetivo. Sem o motivo para operar não se tem uma atividade e sim uma ação. Salienta que:

A brincadeira surge a partir de uma necessidade de agir em relação não apenas ao mundo dos objetos diretamente acessíveis a ela, mas também em relação ao mundo mais amplo dos adultos. (LAZARETTI, 2011, p.184)

A imaginação nasce no jogo é algo que você expõe como absolutamente certo, convincente e central por seu significado: antes do jogo há imaginação. Mas acrescenta outra regra mais, a imitação. (LAZARETTI, 2011, p.200) apud (Elkonin, 1998)

A imitação é importante para todos os jogos, pois é com ela que se transmite as regras socialmente organizadas. Na periodização proposta por Elkonin, um colaborador de Vygostky que deu continuidade às pesquisas destacando a Teoria da Atividade sobre o motivo das atividades que para ele é peça fundamental para conhecer as fases do desenvolvimento dos indivíduos, no qual apresentam atividades principais ao longo da vida, logo (...) “define os períodos do desenvolvimento psíquico e as leis do trânsito de um período ao outro e, desvenda, ao mesmo tempo, as forças motrizes do desenvolvimento psíquico.” (LAZARETTI, 2011, p. 132) que é construído nas condições concretas. Segundo Lazaretti há as atividades dominante e as secundárias ao longo da vida, e que elas estão interligadas.

A atividade principal ou dominante é entendida segundo Lazaretti (2011, p. 116) como “processos psicologicamente caracterizados por aquilo em que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo”. Ou seja, é a atividade caracterizada importante para seguir as etapas seguintes, que impulsiona o desenvolvimento.

Os motivos impulsionam a realização das necessidades para um objetivo, temos a atividade, só que a necessidade faz com que o indivíduo utilize de ações e operações, o que isso significa que ação é o *como* vai ser realizar e operações *com que* se realiza. No nosso caso, a realização da Torre que na formação de conceitos de função exponencial.

A Atividade de Ensino seria então interferir na ZDP dos alunos por meio da brincadeira, seja ela jogo, ou uma dinâmica, histórias, desenhos, o que envolve o lúdico, para chegar aos jogos de papéis que os alunos desenvolvam as regras socialmente estabelecidas entendendo os significados dos objetos de seu meio.

Logo a brincadeira oferece a criação de Zonas de Desenvolvimento Proximal, porque o indivíduo se comporta de forma superior, e o motivo se encontra com a necessidade. Na fase adulta a jogo é imaginativo, mas deve ser orientado para um objetivo, pois se não é transformado em ação, como os jogos de competição, que para Vygotsky (2007) não apresenta motivação pra quem está perdendo.

A atividade principal da adolescência e fase adulta é a atividade de comunicação e a atividade profissional, ou seja, nossa indicação é um jogo para auxiliar o entendimento do conceito de função exponencial para entender a ideia de processos da realidade, os objetos a motivação é extrínseca, que envolva a comunicação e coloque os alunos em ação de forma intencional, para desenvolver a memória, percepção e a atenção. Segundo Lazaretti podemos chamar a atenção que:

“O passo da infância para a idade adulta constitui o conteúdo fundamental e a diferença específica de todos os aspectos do desenvolvimento neste período, ou seja, o físico, mental, o moral e social.” (LAZARETTI, 2011, p.250)

“(…) uma prática pedagógica adequada passará não apenas por “deixar as crianças brincar”, mas, sobretudo por brincar com elas, ajudá-las nessa atividade ou até ensiná-las a fazê-lo, sendo vital a promoção do jogo.” (SOUSA, 2016. p. 20)

Vimos até aqui que o processo cultural e social influencia no desenvolvimento juntamente com o aparato biológico. Que vai acontecendo através do aprendizado com colaboração de um adulto que domine os conhecimentos acumulados historicamente, no caso, o professor um profissional formado para tal função de interferir na Zona de Desenvolvimento Proximal e no desenvolvimento da linguagem e o pensamento. Processo de construção da consciência, a partir disso é possível compreender o papel da educação.

Ensino intencional de conceitos científicos pretende inserir os significados e sentidos, e com o motivo/objetivo, a necessidade, a ação e para chegar ao objetivo. E com isso traz do

palco do abstrato para o concreto por meio da atividade lúdica, o Jogo, com objetivo de propiciar o desenvolvimento humano para que se torne autônomo é o que é aprendido na escola sirva para a vida. “O fundamento do jogo está precisamente nas regras. A motivação, agora, da brincadeira não está no papel em si ou na situação imaginária, mas cada vez mais transferida aos resultados.” (LAZARETTI, 2011, p.210). E com os conjuntos de elementos culturais formados durante o processo histórico e representados por signos. “O que se depreende de todos esses estudos é que a atividade compartilhada ativa o desenvolvimento cognitivo e favorece a aquisição de conhecimento. No entanto, não é qualquer tipo de situação interpessoal que permite que essa formação se dê”. (MOYSES, 1997, p.57)

Ainda salienta Oliveira (2010, p.67.) que não é qualquer jogo que possibilita a aprendizagem de conceitos científicos, mas aquelas “na qual a atividade regida por regras, faz com que a criança se comporte de forma mais avançada de que aqueles habituais de sua idade.” No qual “os jogos com regras se dá por meio de intervenção e aprendizagem.” (Lazaretti, 2011, p.211), e ainda o autor completa que: “para aprender um material, de forma que sugere o aspecto formal, não basta somente “passa” pelo ensino, e sim este deve ser vivido, deve torna-se parte da vida real do educando, deve ter para ele um sentido vital.” (CEDRO, 2015, p. 5).

Logo, o professor deve conhecer o aparato cognitivo de como se dá a aprendizagem para criar estratégias para ensinar conteúdos escolares. Para essa interferência precisa-se organizar a Atividade de Ensino com técnicas que leve um aprendizado dos conhecimentos científicos, no qual o motivo interligue com a necessidade da atividade, o professor não sabe o porquê de usar técnicas que leve a motivação dos alunos, então uma forma que propormos é o jogo, o professor pode artificializar o motivo que é interno no individuo, os outros são externo.

Moisés (1997, p.63) ressalta que “pensar na Educação Matemática acarretará profunda mudanças no currículo o que implica a prática docente”. O ser humano evoluiu por conta do trabalho, com a interação com os outros, por meio de signos e instrumentos, como a linguagem, a ação é importante para a evolução do ser.

Corroborando está os dizeres de Monteiro que:

[...] é necessário reorganizar as ações nos momentos apropriados para o desenvolvimento, o atrasado pode ser superado com ajuda das condições sócias em que vive e com assistência educativa que estimule, tendo como ponto chave, a mudança da atividade principal como condições para a aprendizagem significativa. (MONTEIRO, 2016. p.4 )

Por isso ressaltamos a importância de entender os processos de aprendizagem, de desenvolvimento do ser, de evolução da espécie, como aprendemos a linguagem e a influência no pensamento, pois quando avaliamos uns alunos buscamos conhecer o que ele aprendeu, mas se não conhecemos como acontece esses processos como podemos entender o outro, o que ele precisa avançar. O sentido do Jogo é entender que estamos falando do presente e ele nos traz um envolvimento de interação.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo buscou reunir as principais ideias da teoria histórico-cultural e teoria da Atividade para a Educação Matemática, criada por um grupo de pesquisadores a “Troika” com finalidade de melhoraria nas condições que a Rússia enfrentava, com relação aos processos educacionais na época. A psicologia Soviética trouxe uma nova visão do homem, de valorização, onde estudar os processos cognitivos era uma base para entender o ser humano, e como finalidade de uma mudança nos próprios indivíduos de uma sociedade, e para isso a educação exerceu um papel de transformar o comportamento humano para libertá-lo da alienação.

Com todo o contexto histórico apresentado neste estudo, entendemos que o objetivo do processo de escolarização que queremos hoje não seja diferente da proposta centrada na evolução e desenvolvimento do ser humano. Logo a teoria histórico-cultural, ressalta que precisamos dos outros para nossa evolução, a coletividade, e diante disso, somos históricos, significa que somos resultados de várias gerações e que entendê-las é necessário, para uma apropriação das ferramentas e signos construídos, de forma a nos tornarmos críticos, autônomos e culturais, ou seja, a sociedade molda o indivíduo, limita-o. A teoria da Atividade abrange o estudo do comportamento dos seres, no qual elenca elementos principais como: necessidade, motivo, ação, operação e objetivos, quer dizer, é o modo de agir para conseguir um motivo, ou melhor, satisfazer uma necessidade, e por esse motivo que proporcionou a evolução do ser.

Na Educação Matemática, percebemos que o estudo do processo cognitivo é uma base para se ensinar, numa reflexão de aprendizagem, de desenvolvimento, de construção do pensamento e da linguagem, para transmitir e ser assimilados os conceitos que são abstratos, da Matemática. No processo de avaliação dos alunos, de forma, a saber, como ocorre a aprendizagem, que concluímos que é um aspecto individual, o professor então é um profissional que organizará o conhecimento científico em saber escolar e que ele não é responsável pela aprendizagem e sim conduzirá, apresentará instrumento para que ela ocorra.

Na proposta, a sequência de ensino, levamos em conta que a linguagem é o principal meio de transmitir as informações, e para a generalização dos significados, a fala é essencial. Para o professor entender que a fala nessa modalidade de ensino, que é interior, ou seja, os alunos vão organizar um discurso que é inerente do que se sabe, ou não pode ser ideias formadas, para depois compartilhar, é neste momento que o professor interfere, questionando,

corrigindo, explicando, para a formação de conceitos e do ser humano, imitando mesmo os diálogos socráticos, para a formação de ideias. Com objetivo de um pensamento abstrato, crítico, e teórico. A Atividade de Ensino deve levar em conta os níveis de desenvolvimento, a proposta está voltada para alunos do 1º ano do Ensino Médio, mas cada turma tem níveis de desenvolvimento diferentes, porque cada indivíduo é singular. Ressaltamos a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um termo chave dessa teoria, pois é o nível que a criança está preparada para aprender com ajuda de algum até conseguir fazer sozinho, para isso colocamos tarefas coletivas, de forma que o professor escolha os componentes do grupo, de forma a se ajudarem. Para isso, iniciamos a proposta com uma revisão de função primeiramente, juntamente para relembrar os conceitos, e de preparar o aluno para um novo conhecimento, ou seja, criar uma ZDP.

Concluimos que devemos iniciar as aulas a partir da Zona de Desenvolvimento Real, o que o aluno já sabe. As ferramentas usadas para o trabalho do professor devem explorar a atenção, percepção e a memória, com isso, propomos o jogo da Torre de Hanói, que se fundamenta pelas concepções de Elkonin um colaborador de Vygotsky, que é um jogo com regras explícitas e que o motivo está dela na brincadeira, os alunos tem necessidade de algo imaginativo, lúdico, e para isso, o ele pode ser incluído nas metodologias do professor, o concreto, para explorar os conceitos matemáticos.

A sequência de ensino segundo a teoria histórico-cultural e teoria da Atividade deve ser organizada da seguinte forma: revisar os conteúdos que é preciso para ensinar um conteúdo novo, tarefa que com contexto, de classificar, diferenciar, justificar, separar, que é parecido com o método que Vygotsky usou nos seus experimentos laboratoriais. Basear as aulas em questionamentos de forma que o aluno construa seu conhecimento, considerar os níveis de desenvolvimento e prepará-los para conhecimento novos, quem sabe, faz junto com quem não consegue realizar sozinho, fazendo pergunta ao outro, discutindo até conseguir, mostrando, explicando, perguntando até realizar todo o processo sozinho. Valorizar a fala do aluno para construir um pensamento com ideias e argumentos válidos. Tarefa para casa, mas de forma que ele tenha compreendido o conceito com colaboração do outro. Explorar os conceitos, propriedades e operações do conhecimento matemático. Atividade que levem um contexto do seu mundo, com finalidade de provocar uma interação social de compartilhar ideias, e o jogo entra como categoria imprescindível para a formação do pensamento imaginativo, para a interação social, e é motivado por ele mesmo que é de brincar, só que não é um jogo sem objetivo e sim deve ser um fundamentado, e sabe aonde se quer chegar e como vai chegar, conforme as necessidades e os motivos da turma. Outro ponto é que a sequência

do professor deve ser organizada em ações, ou seja, etapas, para chegar ao objetivo, e o nosso era de formar o conceito de função exponencial.

Logo, respondendo a problemática, de que forma a teoria histórico-cultural e teoria da atividade pode ser organizado numa sequência de ensino, vimos que ela nos dá subsídio para organizar o ensino, e como é feito isso, intencional, planejada, sistematizada e controlada. Logo a proposta visa um melhoramento na atividade do professor, claro que ela não é a resposta para todos os problemas educacionais e de ensino e sim um estudo teórico que busca melhoria, e para isso este estudo é um direcionamento inicial para a formação de professores de Matemática, como sendo inicial é uma linha de pesquisa que precisa ser investigada com maiores detalhes. Dessa forma foram apresentadas algumas contribuições, de ensinar de forma coletiva, onde um ajuda o outro. O jogo poderá ser substituído por outra tendência Matemática como: História da Matemática, Modelagem Matemática, Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC's), Resolução de problemas. Dependendo o andamento da turma e da adequação do ensino, mas queremos deixar claro que escolhemos o jogo pela motivação dos alunos pelo lúdico e como ele é presente no desenvolvimento do ser. Percebemos que a fundamentação do ensino é essencial para a organização das ações docente, e para entender o desenvolvimento do ser humano.



## REFERÊNCIAS BIBLIORÁFICAS

- [1] ALVARENGA, Karly. BARBOSA, Celso Viana. FERREIRA, Gislaine Maria. **O conceito de função: o desenvolvimento baseado em alguns modelos desde o ano de 2000 a.C até o século XX.** Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9n1p159/27629> > Acesso em: 9.mar. 2017.
- [2] ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. **A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade.** Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n29/n29a09>>. Acesso em: 12. Jul. 2015.
- [3] BARBOSA, Fernanda Pereira. PEREIRA, Maria Autelina. **Evolução do trabalho infantil e sua proteção em âmbito mundial.** Disponível em: < [http://www.ambito-juridico.com.br/site/index.php/Paulo%20Leandro%20Maia?n\\_link=revista\\_artigos\\_leitura&artigo\\_id=12328&revista\\_caderno=25#\\_ftn11](http://www.ambito-juridico.com.br/site/index.php/Paulo%20Leandro%20Maia?n_link=revista_artigos_leitura&artigo_id=12328&revista_caderno=25#_ftn11)>. Acessado em: 03. Mar. 2017
- [4] CARMO. Maurilene do. JIMENEZ, Suzana Vasconcelos. **Vigotski: Elementos De Contextualização Histórica De Sua Vida E Obra.** Disponível em: < <http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe5/pdf/986.pdf> >. Acesso em: 16. fev. 2017
- [5] CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. CASTRO, Amelia Domingues. **Ensinar a Ensinar: didática para a Escola Fundamental e Média.** 1º ed. São Paulo: Cengage Learning, 2001.
- [6] CEDRO, Wellington Lima; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O espaço de aprendizagem e a Atividade de Ensino: o clube de Matemática.** Disponível em: <<http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/02/CC78728770153.pdf>>. Acessado em: 12 de Julho de 2015.
- [7] GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4.ed.São Paulo: Atlas, 2002.
- [8] GRZYMUZA, Alissa Mariane Garcia. RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. **Teoria da atividade: uma possibilidade no ensino de Matemática.** Disponível em <<http://periodicos.ufpb.br/ojs2/index.php/rteo/article/view/20864>> Acesso em: 15. Jan. 2017
- [9] GOULART, Ilsa do Carmo Vieira. **Linguagem e Pensamento.** Disponível em < <https://www.youtube.com/watch?v=FmnwD84Wg1Q&t=1478s>> Acesso em: 18. Maio. 2017

[10] IARA, Gisele. **Problemas sobre Potenciação.** Disponível em < <https://doutormatematico.blogspot.com.br/2013/06/problemas-sobre-potenciacao.html>> Acesso em: 18. Maio. 2017

[11] IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David. PÉRIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilze. **Matemática:** ciência e aplicações. 1: Ensino Médio. 5. Ed. São Paulo: Atual, 2010.

[12] JÚNIOR, Adair Carvalhais. **A Revolução Russa.** Disponível em: < <http://auladehistoriacp.blogspot.com.br/2009/11/universidade-federal-de-minas-gerais.html>>. Acessado em: 03. Mar. 2017

[13] KÖHLER, Wofgang. **A Inteligência Dos Antropóides.** Disponível em: < <https://chasqueweb.ufrgs.br/~slomp/gestalt/gestalt-kohler-antropoides.pdf> >. Acesso em: 11. Mar. 2017.

[14] MARCONI, Maria de Andrade. LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica.** 5.ed. São Paulo: Atlas 2003.

[15] LAZARETTI, Lucinéia **Maria. D. B. Elkonin:** vida e obra de um autor de psicologia histórico-cultural. São Paulo: Editora UNESP, 2011.

[16] LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Tradutor Rubens Eduardo Frias. 2ºed. São Paulo: Centauro, 2004.

[17]LIMA, Antonio. **O BEHAVIORISMO.** Disponível em: <[http://psicolitera.blogspot.com.br/2016\\_01\\_01\\_archive.html](http://psicolitera.blogspot.com.br/2016_01_01_archive.html)>. Acesso em: 07 de março de 2017

[18]LORENA. **Revolução Russa - 9º ano.** Disponível em: < <http://bethpuentes.blogspot.com.br/2007/04/revoluo-russa-9-ano.html> >. Acessado em: 03. Mar. 2017.

[19] LUKAS. **Desenho do tabuleiro de xadrez.** Disponível em: < <https://pt.dreamstime.com/ilustra%C3%A7%C3%A3o-stock-desenho-do-tabuleiro-de-xadrez-image53127713>>. Acessado em: 18. mai. 2017.

[20] LUCCI, Marcos Antonio. **A proposta de Vygostky:** A psicologia sócio-histórica. Disponível em < <http://www.ugr.es/~recfpro/rev102COL2port.pdf>>. Acesso em: 16. Fev.2017.

[21] MAINARDI, Elisa. **Educação na Rússia Leninista: (1917-1924) dilemas e expectativas que influenciaram a pedagogia.** Disponível em: <[http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2002/Educacao,\\_Historia\\_e\\_Filosofia/Trabalho/11\\_51\\_22\\_t358.pdf](http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2002/Educacao,_Historia_e_Filosofia/Trabalho/11_51_22_t358.pdf)>. Acesso em: 16. Fev. 2017.

[22] MEIRA, Marisa Eugênia Melillo. **Desenvolvimento e aprendizagem:** reflexões sobre suas relações e implicações para a prática docente. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v5n2/a06v5n2.pdf>> Acesso em 15 de janeiro de 2017.

[23] MONTEIRO, Darlisângela Maria. KRUGER, Evandro Ghedin. **A epistemologia de Leontiev, a relação do desenvolvimento do psiquismo humano, a cultura e suas implicações para o ensino de ciências.** Disponível em <<http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/vienpec/CR2/p756.pdf>> Acesso em: 29. Out. 2016.

[24] MOURA, Manoel Oriosvaldo de. ARAÚJO, Elaine Sampaio. MORETTI, Vanessa Dias. PANOSSIAN, Maria Lúcia. RIBEIRO, Flávia Dias. **Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem.** Disponível em <[www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1=3432&dd99=pdf](http://www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1=3432&dd99=pdf)> Acesso em: 15. Jan. 2017.

[25] MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky a educação Matemática.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

[26] OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky. Aprendizado e desenvolvimento: Um processo histórico.** 5º ed. São Paulo: Scipione, 2010.

[27] **TORRES DE HANÓI.** Disponível em <<https://pt.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms/towers-ofhanoi/a/towers-of-hanoi>> Acesso em: 30. Out. 2016.

[29] RABELLO, Elaine. PASSOS, José Silveira. **Vygotsky e o desenvolvimento humano.** Disponível em <<http://www.josesilveira.com>> Acesso em: 30. Out. 2016.

[30] REGO, Tereza Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação.** 25. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

[31] RIBEIRO, Jackson. **Matemática: ciência e tecnologia.** 1; Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2010. Livro do Professor.

[32] RODRIGUES, Claudina Izepe. REZENDE, Eliane Quelho Frota. QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. **Torres de Hanói.** Disponível em: <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1361> > Acesso em: 24.abr.2017

[33] ROLINDO, Joicy Mara Rezende. **Contribuições da teoria histórico-cultural e da teoria da atividade na educação atual.** Disponível em: <<http://www.pgsskroton.com.br/seer/index.php/educ/article/viewFile/2136/2033>>. Acessado em: 10. Jul. 2015.

[34] SANTOS, Inês Fonseca. **O rapaz invisível.** Disponível em <<http://inesfonsecasantos.blogspot.com.br/2014/05/o-rapaz-invisivel.html> > Acesso em: 18. Maio. 2017.

[35] SCHROEDER, Edson. **Conceitos espontâneos e conceitos científicos: o processo da construção conceitual em Vygotsky.** Disponível em: <<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/569/517> > Acesso em: 23. Mar.2017

[36] SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico.** 23. Ed. Ver e atual. São Paulo: Cortez. 2007.

[37] SOUSA, Pedro Miguel Lopes de. **O ensino da Matemática: Contributos pedagógicos de Piaget e Vygotsky.** Disponível em <<http://www.psicologia.pt/artigos/textos/A0258.pdf> > Acesso em 29 de outubro de 2016.

[38] VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

[39] VYGOTSKY, L. S. **Formação social da mente: O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** 7ª. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

[40] VIGOTSKY, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. **Linguagem desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução de: Maria da Pena Villalobos.—12ª edição – São Paulo: Ícone, 2014.

[41] WANG, Xing. **Embandeire a torre, Hanói, Vietnam.** Disponível em <<https://pt.dreamstime.com/fotos-de-stock-embandeire-torre-hanoi-vietnam-image28745303>> Acesso em: 9. Jan. de 2017.

[42] ZANELLA, Andréa Vieira. **A psicologia de Vygotski: Resgatando a historia de uma contribuição atual.** Disponível em <

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revistacfh/article/download/23851/21382> > Acesso em: 9. Jan. de 2017. a.

[43] ZANELLA, Andréa Vieira. **Zona de desenvolvimento proximal:** análise teórica de um conceito em algumas situações variadas. Disponível em: <[http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-389X1994000200011](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-389X1994000200011)>. Acesso em: 13. Abr.2017. b.

## APÊNDICE A: SEQUÊNCIA DE ENSINO

**TEMA:** Função Exponencial

### Habilidades

- Expressar o conceito de função exponencial (operações, relações e propriedades).
- Relacionar os conhecimentos de função às coisas da natureza do homem.
- Expressar bem em língua materna para a generalização dos conceitos de função exponencial, para construção do pensamento teórico.
- Identificar relação de dependência entre grandezas;
- Revolver situação-problema envolvendo relação de dependência, função.
- Reconhecer a importância do contexto histórico para os significados das palavras.

### Competências

- Construir noções de relação de dependência de grandeza que crescem ou decrescem rapidamente para a compreensão da realidade e para a solução de problemas do cotidiano.

### Blocos: 4

**Objetivo:** Ensinar o conceito de função exponencial e as formas de representação escrita, bem como propriedades e operações envolvendo a função exponencial.

Conhecimento prévio: função, conceito, propriedade e operações de potência.

**Sequência de ensino:** Bloco 1: Conceito de função. Bloco 2: Propriedades da potenciação. Bloco 3: Função exponencial: conceito, propriedade e operações. Bloco 4: Avaliação.

**Recursos:** Datashow, material impresso para a atividade lúdica, folha de isopor para confeccionar a torre, bem como: palitos de churrasco, folhas de isopor e tinta guaxe.

## Desenvolvimento da Aula



Relembrando o conceito de função: Conhecendo a Zona de Desenvolvimento Real.

“O *feedback* do adulto consiste, portanto, em signo mediador da atividade, o que remete claramente à concepção do método genético-experimental ou método da dupla estimulação, proposto por Vygotsky.”(ZANELLA b ,2017,p. 12)

## FUNÇÃO

### BLOCO 1: Conceito de Função.

**Atividade de Ensino:** Necessidade: Relembrar o conceito de função. Motivo: Reconhecer uma função em problemas. Ações: Explorar conceito por meio de problemas.

Vamos retomar algumas ideias de função e como ela pode ser representada. Usaremos um exemplo: Gabriela foi num supermercado comprar caixas de sucos. Observou os valores de quantidade de caixas de sucos que apareciam na tela do computador, notou que era uma situação que envolve a ideia *função*. Gabriela foi associando os números e mentalmente montou esta tabela:

Número de caixas de suco	Preço a pagar (em R\$)
1	2,50
2	5,00
...	...
5	12,5

O que podemos perceber nessa tabela? Faça dupla, professor escolhe os alunos. Apropriação de conceitos para uso social dele. Quem sabe, faz junto com quem não consegue realizar sozinho pergunta ao outro, discuti até consegui, mostrando, explicando, perguntando até realizar todo o processo sozinho.

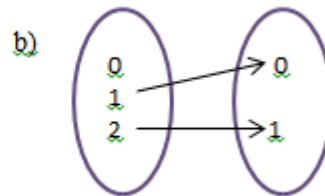
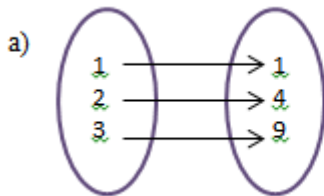
“Significado das palavras é um fenômeno de pensamento apenas na medida em que o pensamento ganha corpo por meio da fala, e só é um fenômeno da fala na medida em que está ligada ao pensamento verbal, ou fala significativa em união de palavra e do pensamento.” (VYGOTSKY, 2008, p.151).

**Valorize a fala do aluno!**

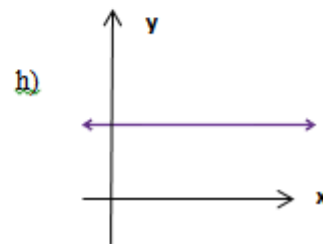
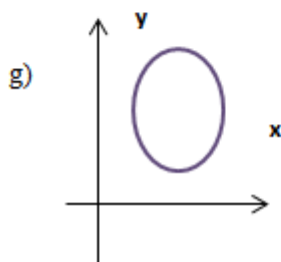
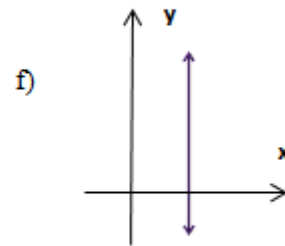
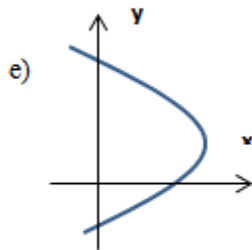
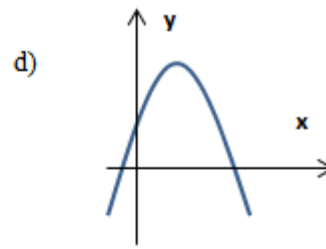
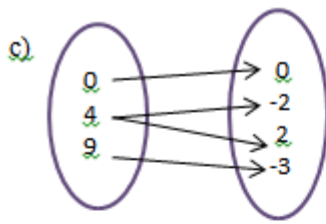


**Tarefa coletiva:**

- 1) Sobre o exemplo acima, responda:
  - a) O que você entende por função?
  - b) Identifique a variável independente e a dependente.
  - c) Qual a variável que representa o domínio e a imagem da função.
  - d) Represente a função acima pela:
    - Lei de formação;
    - Conjuntos;
    - Gráfico;
  
- 2) Classifique se é função ou não, e justifique.







**Conceito:** Podemos perceber que a função é uma relação entre grandezas, onde cada número está associado a outro, analisando que cada número  $x$  do conjunto  $A$  deve estar associado a um único número de  $y$  do conjunto  $B$ , pois eles estabelecem uma relação de dependência, onde o  $y$  para existir precisa de um ponto de partida de um elemento  $x$ . Os dois conjuntos não podem ser vazios, porque se forem não há elementos para associá-los, a função é dada como  $A$  em  $B$ , percebemos ainda que o conjunto  $A$  é o de partida e o  $B$  é o de chegada. O conceito de função é bem claro, que estabelece uma relação de interdependência, onde  $A$  é independente e  $B$  dependente de  $A$ .

O que pretendemos é conhecer a Zona de Desenvolvimento Real, se os alunos já tenha noção do que é função e que existem tipos diferentes de representá-los. Vamos agora para o 2º momento que iniciar a apresentação de função exponencial.

Se os alunos não conseguem fazer a atividade de forma independente ao final das tarefas, deve-se explorar mais os conceitos anteriores, mas com outros métodos.

**Criando Zona de Desenvolvimento Proximal. O que é? onde está?**



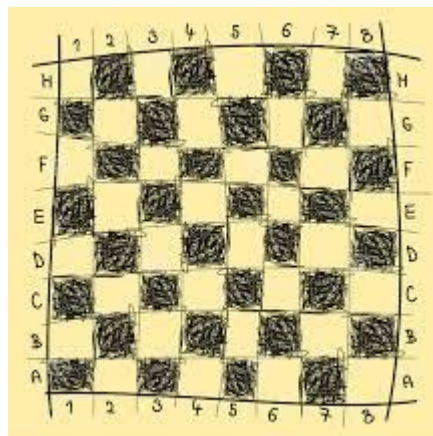
## BLOCO 2: Potenciação

**Atividade de Ensino:** Necessidade: Aprofundar o estudo de potenciação. Motivo: Reconhecer uma função uma função exponencial. Ações: Explorar as propriedades da potenciação.

**Significado:** Operação Matemática de elevar um número ou expressão a uma dada potência.

**Sentido:** Num jogo de xadrez a quantidade de casas do tabuleiro pode ser representada numa potenciação, considerando esse tabuleiro de ordem 8 x 8 (linhas/colunas). Podemos calcular o número de casas desse tabuleiro utilizando conhecimentos sobre potência. Para isso, elevamos o número de linhas ao número de colunas, ficando  $8^2 = 64$ .

**FIGURA 09** - Representação de um tabuleiro de xadrez.



Fonte: LUKAS, 2017.

Para encontrar o número de casas, utilizamos uma multiplicação de todos os fatores são iguais, que pode ser expressa em potência a quantidade de fatores será o expoente.

Ex:

a)  $8 \cdot 8 = 64$  ou  $8^2 = 64$

c)  $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

b)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

d)  $-6^2 = -(6 \cdot 6) = -36$

4 fatores

Os termos de uma potenciação também recebem nomes especiais, veja:

**Expoente:** é o número de vezes que repetimos a base.

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

**Base:** é o fator que se repete.

**Potência:** resultado.

**Exemplos:**

a) **Classifique os elementos da potenciação.**

Operação	Base	Expoente	Potência
$9^3$			
$-2^4$			
$(-7)^3$			
$\left(-\frac{4}{3}\right)^3$			

**Potenciação:** Corresponde a uma multiplicação de fatores iguais.

**Conceito:** Para  $a \in N$  com  $n \geq 2$ , temos:  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a$  ( $n$  fatores)

Caso:

- 1)  $a^1 = a$ ; Todo número elevado ao expoente 1 é igual a ele próprio.
- 2)  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ ) Todo número natural, diferente de zero, elevado ao expoente zero é igual a 1.

Mas por que todo numero elevado a zero é 1? Observe:

$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
16	8	4	2	1

:2       :2       :2       :2

O que acontece com a potência quando o expoente diminui uma unidade?

$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	$2^{-1}$	$2^{-2}$
16	8	4	2	1	?	?

Dados um numero real  $a$  ( $a \neq 0$ ) e um numero natural  $n$ , definimos a potência  $a^{-n}$  por:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ ou } a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Logo no nosso exemplo ficaria:

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

### Propriedades da Potenciação

Sejam  $a$  e  $b$  números reais e  $m$  e  $n$  números inteiros, valem as seguintes propriedades:

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Exemplo:  $2^4 \cdot 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$

2.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ , ( $a \neq 0$ )

Exemplo:  $\frac{4^7}{4^4} = 4^{7-4} = 4^3$

$$3. (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\text{Exemplo: } (4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, (b \neq 0)$$

$$\text{Exemplo: } \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3}$$

$$5. (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$\text{Exemplo: } (2 \cdot 8)^3 = (2 \cdot 8) \cdot (2 \cdot 8) \cdot (2 \cdot 8) = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (8 \cdot 8 \cdot 8) = 2^3 \cdot 8^3$$

**6. Potência com expoente racional:** Dados um número real  $a$  ( $a > 0$ ) e o número racional  $\frac{m}{n}$  ( $m$  e  $n$  inteiros e  $n > 0$ ), definimos a potência:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplo: Quatro ao quadrado é igual a dezesseis:  $5^2 = 25$ , a raiz quadrada de 25 é 5:  $\sqrt[2]{25} = 5$ , logo ela pode ser escrita em potenciação:

$$\sqrt[2]{25} = 25^{\frac{1}{2}} = 5$$

**Professor!**

**Explique, questione, corrija e faça com que a criança explique seu pensamento.**

As tarefas servem para verificar a ação do professor, e um direcionamento para avançar sua Atividade de Ensino.

Não se esqueça da importância do estudo dirigido em casa, os alunos precisam ter tarefa que façam refletir sobre o conteúdo, tarefa essas que concilie com o tempo do aluno. De forma, que o objetivo é que eles socializem e respeite uma ao outro.



**Tarefa coletiva:**

1) Marque Verdadeiro (V) ou Falso (F) para as seguintes sentenças.

( ) O produto 4.4.4.4, em potência é igual a  $4^5$ .

( ) Todo número elevado a 1 é ele mesmo. Exemplo,  $2^1 = 2$ .

( ) o 3 da potenciação  $2^3$  é chamado de base.

- ( )  $1995868^0$  é igual a 1.
- ( )  $(\frac{1}{2})^3$  é igual a  $\frac{1}{8}$ .
- ( ) O inverso de  $a$  é  $\frac{1}{a}$ .
- ( ) Na operação  $2^2 \cdot 3^2 = 6^{2+2}$ .
- ( )  $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4}$
- ( )  $(5 \cdot 2)^{-2} = \frac{1}{100}$
- ( )  $5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{5^1}}$
- ( )  $4^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{4^4}$

2) Qual a diferença:

- a) de  $(2^2)^3$  e  $2^{2^3}$  ?
- b) de  $2^{\frac{1}{2}}$  e  $2^{-\frac{1}{2}}$  ?

c) Quem é maior?

- a)  $2^3$  ou  $3^2$
- b)  $1^{120}$  ou  $120^1$
- d)  $56^0$  ou  $0^{56}$

3) Em um estacionamento há 4 automóveis, em cada automóvel há 4 rodas e em cada roda há 4 parafusos. Qual é o total de parafusos desses 4 automóveis? (IARA, 2016, p.1)

### BLOCO 3: Função Exponencial

**Atividade de Ensino:** Necessidade: Conhecer o conceito de função exponencial.

Motivo: Aplicar no contexto social e formar conceito. Ações: Por meio de um contexto social e de uma Atividade Lúdica.

A função exponencial trabalha com fenômenos que crescem ou decrescem de uma forma rápida, e como o próprio nome sugere é expressa por uma potência, que se repete infinitamente. Ela está inserida em todas as áreas de conhecimento que estuda comportamento

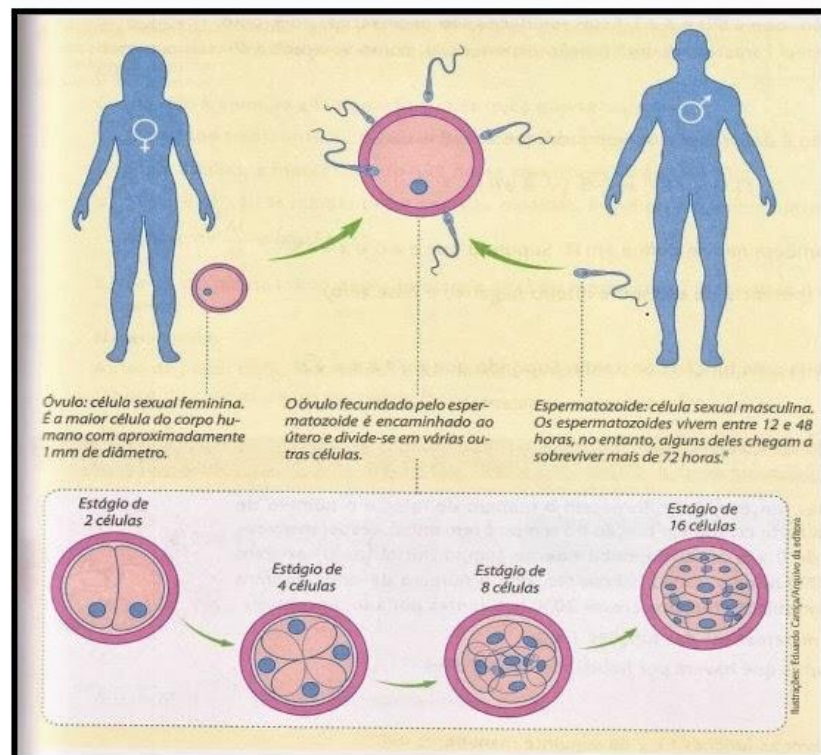
de variáveis de crescimento ou decrescimento. Muito usada no estudo da natureza empregada na Modelagem, das indagações feitas.

Onde ela está presente, podemos citar com maiores frequência no estudo da economia como cálculos de juros que cresce rapidamente, e nas dívidas bancárias, no estudo do crescimento das plantas e das bactérias, no índice populacional. Logo ela desempenha um papel essencial para entendermos a natureza e a sociedade. Temos que o conceito é dado por:

**Conceito:** Chamamos função exponencial toda função  $f: R \rightarrow R_+$  definida por  $f(x) = a^x$  ou  $y = a^x$ , com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ . (RIBEIRO, 2010, p.194)

Um exemplo de função exponencial no contexto do mundo real, é a multiplicação das células durante a formação do organismo humano, neste infográfico é apresentado o processo de reprodução do ser humano, o qual ocorre por meio da união da célula sexual masculina com a célula sexual feminina. (RIBEIRO, 2010, p. 195)

**FIGURA 10 -** Multiplicação das células.



Fonte: RIBEIRO, 2010, p. 195

As células vão se multiplicando de forma cada vez mais rápida num período de tempo curto. Relacionando as informações podemos perceber que à medida que cresce o número de divisões na célula a quantidade cresce de forma rápida, se quiséssemos saber o número de células depois de 20 divisões, podemos fazer a seguinte relação:

Células /divisões.	Total de células
$2^1$	2
$2^2$	4
$2^3$	8
$2^4$	
...	
$2^{20}$	1.048,576

Este processo ocorre continuamente, formando bilhões de células, as quais irão formar o organismo humano. Observando o esquema, podemos notar que a quantidade de células aumenta em sequência de potencia de base 2:

$$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, \dots$$

Com base nesta sequência, podemos escrever uma função  $f$  que associa a quantidade total de células obtidas a partir de uma única célula após uma quantidade  $x$  de divisões, isto é:

$$f(x) = 2^x, \text{ com } x \in \mathbb{N}$$

Essa função caracteriza uma função exponencial.

Fonte: (Ribeiro, 2010, p. 195)

Para que a função exponencial exista é preciso que a base seja maior que 0, ou seja,  $a > 0$  e  $a \neq 1$ . Essas restrições são necessárias, pois, caso contrário, não seria possível caracterizar uma função exponencial, como veremos a seguir. Que segundo Ribeiro (2010) elenca como:

### 1. $a < 0$



A função  $f(x) = a^x$  não está definida em  $\mathbb{R}$ . Supondo que  $a = -8$  e  $x = \frac{1}{2}$ :

$$f(x) = (-8)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-8} \nexists$$

### 2. $a = 0$

A função  $f(x) = a^x$  também não se define em  $\mathbb{R}$ . Supondo que  $a = 0$  e  $x = -5$ .

$$f(x) = 0^{-5} \text{ (potência de expoente inteiro negativo e base zero)}$$

### 3. $a = 1$

A função  $f(x) = a^x$  seria uma função constante. Supondo que  $a = 1$  e  $x = \sqrt{2}$

$$f(x) = 1^{\sqrt{2}} = 1 \text{ (função constante)}$$

São as condições que precisam ser conhecidas para classificar se é ou não exponencial.

Trabalhar coletivamente, explique e der informações que julgue relevante para o desenvolvimento dos alunos, não dê respostas prontas, deixe para ser construídas com os alunos. A mediação por meio da linguagem é importante para a interiorização dos conceitos.



## Gráfico de função exponencial

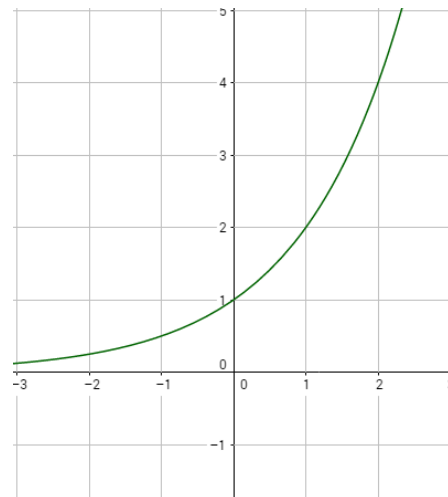
Veja agora a construção do gráfico de função exponencial:

$$f(x) = 2^x$$

Atribuindo alguns valores a  $x$  e obtemos os valores correspondentes de  $f(x)$ .

$x$	$y = f(x) = 2^x$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

### Investigação



- 1) De acordo com o gráfico de  $f$ , à medida que aumentamos os valores de  $x$ , o que acontece com os valores correspondentes de  $y$ ?
- 2) É crescente ou decrescente a função?

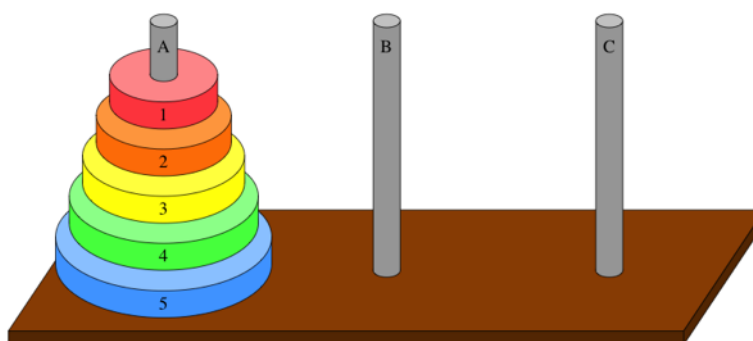
**Tarefa: Formação do conceito.**

A formação de conceitos precisa criar um interesse para que se torne atrativo o aprender, logo Leontiev (2004) afirma que a atividade lúdica desempenha esse papel, sobretudo por meio dos jogos. Pois o motivo do jogo está nele mesmo que é a brincadeira.



- 1) **Com material concreto: Torre de Hanói explorar o conceito de função exponencial.**

**FIGURA 11 - Torre de Hanói**



Fonte: TORRES DE HANÓI, 2017.

O jogo foi inventado pelo matemático francês Edouard Lucas, em 1883, pela lenda sobre a Torre de Brahma (deus). O nome Torres de Hanói foi inspirado na torre, que é um dos símbolos da cidade de Hanói, no Vietnã.

Segundo Rodrigues (2017) a lenda diz que: *No começo dos tempos, o senhor do Universo teria criado a Torre de Brahma com três pinos de diamante alinhados. No primeiro foi colocado 64 discos de ouro maciço em ordem decrescente de tamanho. Deus, então chamou seus sacerdotes e ordenou a eles que transferissem todos os discos para o terceiro*

*pino, movendo apenas um disco de cada vez e nunca colocando um disco maior sobre um menor. Os sacerdotes, então, obedeceram e começaram o trabalho, dia e noite, se o jogo fosse completado o templo viraria pó e o mundo acabaria.*

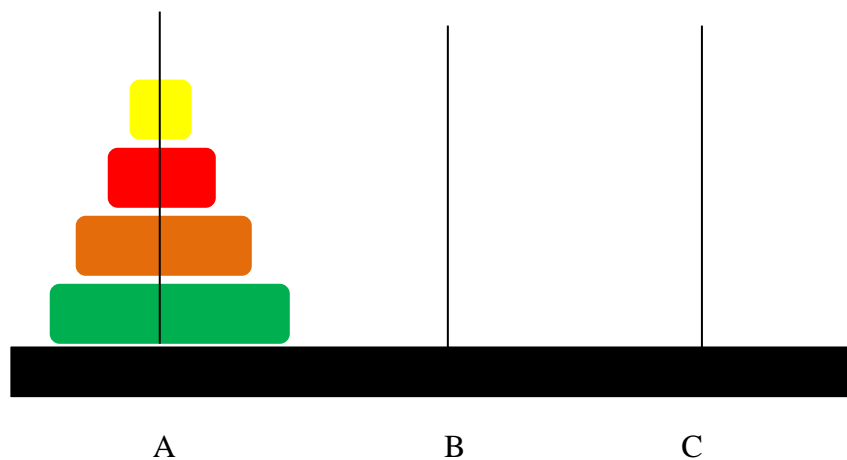
De forma, que a lenda fosse levada em conta, o tempo necessário para resolver a torre com 64 discos seria de 18.446.744.073.709.551.615 movimentos, o que demoraria segundo Rodrigues (2017) “cerca de 585 bilhões de anos se cada movimento fosse feito em 1 segundo!”.

**FIGURA 12** - Um dos símbolos da cidade de Vietnam



Fonte: WANG, 2017

As torres de Hanói são um jogo que tem uma base contendo três pinos (A, B, C), e colocados discos circulares em ordem decrescentes de diâmetros, os maiores sobre os menores. O objetivo é passar os discos do pino A, para o pino C, o pino B serve para auxiliar essa passagem, só que há algumas regras para essa passagem:



- Apenas um disco pode ser movimentado por vez;
- Não se pode colocar um disco maior sobre outro menor.

O que deve ser feito formam uma torre no primeiro pino (C), em ordem decrescente de tamanho, movendo-se o pino (A) apenas um disco de cada vez e nunca colocando um disco maior sobre um menor.

Vamos os objetivos:

- Criar estratégia para solucionar o jogo usando o menor número possível de movimentos.
- Apresentar uma relação algébrica que forneça o menor número possível de movimentos em função do número de discos na Torre.
- Generalizar o menor número possível de movimentos em cada jogada com  $n$  pinos.

### **Construção das Torres de Hanói**

A construção pode ser organizada de várias formas, uma ideia seria com cartão de isopor, onde a base seria um isopor maior, e os discos quadrados, na qual os discos sejam pintados de cores diferentes.

### **O jogo**

Regras:

- Apenas um disco pode ser movimentado por vez;
- Não se pode colocar um disco maior sobre outro menor.

Atividade- Organização

- Formar grupos e pedir para resolver a torre com 1, 2, 3 discos, inicialmente.
- Depois perguntar os alunos:  
**Qual o menor número de movimentos necessários para transferir  $n$  discos?**
- Para responder a mesma, vamos construir o conceito, primeiro deve-se anotar algumas informações referente ao número de discos ( $n$ ) e o menor número de movimento ( $m$ ).

<b>n</b>	<b>m</b>
----------	----------

1	
2	
3	
4	
5	

- Depois dos grupos resolverem, será um momento de socialização, comparar as informações dos grupos e verificar qual grupo conseguiu alcançar o número mínimo de movimentos.
- Peça para os alunos construírem um gráfico dos pontos  $n \times m$ , discos/movimento. Você consegue lembrar-se de alguma função?
- Descubra alguma fórmula que prediga o número mínimo de lances para solucionar o jogo a partir do número de disco na partida.

<b>n</b>	<b>m</b>	<b>m+1</b>	<b>Base</b>	<b>Fórmula</b>
1	1	2	$2^1$	$2^1 - 1$
2	3	4	$2^2$	$2^2 - 1$
3	7	8	$2^3$	$2^3 - 1$
4	15	16	$2^4$	$2^4 - 1$
5	31	32	$2^5$	$2^5 - 1$

Como resolver em n discos?

$$f(x) = 2^x - 1$$

#### **Explorando o conhecimento:**

- 1) **Quantos movimentos seria necessário para resolver uma torre de Hanói com 10, 16 e 36 peças?**
- 2) **O que pode ser percebido no gráfico, ele é crescente ou decrescente?**

#### **Bloco 4: Avaliação**

Uma síntese do conhecimento, como se aprendeu (autoavaliação) por meio da construção individual compartilhada com o grupo, de um modelo que resume os conceitos de

função exponencial- jogos, que sejam construídos pelos alunos. No qual o docente possa refletir em como o aluno aprendeu. Ao final dessa atividade, espera ter atingido um entendimento do comportamento das funções exponenciais. Levar para outras situações problemas e usar o que se aprendeu.

O rico embasamento teórico nos traz que o espaço de aprendizagem é lugar que se encontram alunos que passam por um ensino intencional de forma a desenvolver atividades de ensino de conceitos científicos que insira os significados e sentidos, e com o motivo/objetivo, a necessidade, a ação e para chegar ao objetivo. E com isso traz do palco do abstrato para o concreto por meio da atividade lúdica, o jogo, com objetivo de propiciar o desenvolvimento humano para que se torne autônomo é o que é aprendido na escola sirva para a vida. E com os conjuntos de elementos culturais formados durante o processo histórico e representados por signos.

