UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS – UFT
CAMPUS DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

VALDIVINO BORGES VIEIRA

CUBO MÁGICO: noções intuitivas, método de resolução por meio de atividades práticas

ARAGUAÍNA
2017

VALDIVINO BORGES VIEIRA

CUBO MÁGICO: noções intuitivas, método de resolução por meio de atividades práticas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sinval de Oliveira.

ARAGUAÍNA

2017

VALDIVINO BORGES VIEIRA

CUBO MÁGICO: noções intuitivas, método de resolução por meio de atividades práticas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em:___/___/____

COMISSÃO EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Sinval de Oliveira (Orientador)

____

Prof. Dr. Jamur André Venturin (Avaliador)

____

Prof. MSc. Rogério dos Santos Carneiro (Avaliador)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e por permitir que eu pense. Agradeço aos meus pais Adão Fernandes Vieira e Deuzeni Borges de Sousa Vieira e meus avós Romilda Fernandes, Rosa Borges e Rosalino Pereira pelo carinho, apoio e paciência que tiveram comigo durante essa jornada.

Agradeço aos meus amigos Adenilton Costa, Claudinaira Ribeiro e Jonielder Silva pela força, apoio, carinho e, sobretudo, uma amizade verdadeira.

Agradeço imensamente a minha namorada Wanessa Oliveira Silva, uma pessoa maravilhosa que tive a graça de conhecer assim que ingressei nessa vida acadêmica, e muito me apoiou na fase final do curso.

Aos meus colegas da turma 2012.1 de matemática: Artur, Camila, Carla, Cintia, Débora Lorrane, Edna, Jailson, Janete, João Marcos, Mariane, Melquisedeque, Tayara e Werley pelos bons momentos e por tudo que passamos e aprendemos juntos. E também aos colegas que tive a oportunidade de conhecer no decorrer dessa vida acadêmica: Alessandro, Ana Cláudia, Diogo, Edgar, Gabriel, Jerusalém, Johnys, José Domingos, Luan, Marcos, Paulo Denizar, Paulo Henrique, Romário, Rosalina e Tallys.

Aos professores do Colegiado de Matemática, todos aqueles que contribuíram direta e indiretamente na minha formação. Em especial, agradeço ao meu orientador professor Sinval por todos os conselhos, apoio, paciência e dedicação para comigo. A todos, o meu muito obrigado.

As pessoas são como Cubos Mágicos. Existem inúmeras formas de se resolverem.

Valdivino Borges Vieira.

RESUMO

Este trabalho de monografia apresenta as potencialidades do Cubo Mágico tradicional para o ensino de matemática a partir de sua resolução e prática. Nesse sentido, foram realizados estudos de cunho bibliográfico, buscando compreender de que forma o jogo pode se tornar uma ferramenta de ensino e como o professor organiza essa atividade e, a partir disso, ensinar matemática através da prática do brinquedo. A questão problematizadora se deu com a seguinte pergunta: O que o professor de matemática precisa saber sobre os processos resolutivos do cubo mágico? Os objetivos desse trabalho consistem em produzir um material didático a respeito do cubo mágico que instrumentalize o professor de matemática a utilizá-lo na sua prática docente e desta forma trazer uma possível contribuição para a formação docente. O método de abordagem se caracterizou como bibliográfico. Como resultados, temos a elaboração de três capítulos que integram esse trabalho no formato que permitem a realização de oficinas com o cubo mágico para a formação de professores de matemática.

Palavras-chave: Cubo Mágico. Ensino de Matemática. Formação Docente.

ABSTRACT

This paper of monograph presents the potential of the traditional Magic Cube for the teaching of mathematics from its resolution and practice. In this sense, bibliographic studies were carried out, trying to understand how the game can become a teaching tool and how the teacher organizes this activity and, from this, teach mathematics through the practice of the toy. The problematizing question came up with the following question: What does the math teacher need to know about the problem solving processes of the magic cube? The objectives of this work are to produce a didactic material about the magic cube that equips the teacher of mathematics to use it in his teaching practice and in this way bring a possible contribution to the teacher training. The method of approach was characterized as bibliographic. As results, we have the elaboration of three chapters that integrate this work in the format that allow the realization of workshops with the magic cube for the training of mathematics teachers.

Keywords: Magic cube. Mathematics Teaching. Teacher Training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

As pessoas quando observam alguém resolvendo o cubo mágico logo se perguntam como é possível tal façanha e, às vezes, até param para perguntar ao praticante se existe uma técnica específica para montar o objeto ou se é pura intuição, raciocínio lógico, enfim, é comum ainda ouvirmos as pessoas dizerem que é muito difícil montá-lo, porém, é provável que elas desconheçam a natureza do brinquedo no sentido que o mesmo propicia a concentração e a realização de exercícios de memória na sua manipulação.

Um dos grandes entraves no ensino da matemática está centrado em conseguir a atenção dos alunos e fazer com que esses alunos aprendam o conteúdo apresentado pelo professor, pois em geral as aulas de matemática são ditas como chatas e cansativas devido ao volume excessivo de conteúdos sem métodos inovadores de ensino ou mesmo diferenciados para o favorecimento da aprendizagem.

Um brinquedo como o cubo mágico é um importante instrumento de ensino devido ao seu caráter lúdico e encantador. Quer ver como funciona? Embaralhe-o e o coloque sobre sua estante, ou seja, num lugar de fácil visualização, poucas são as pessoas, principalmente crianças, que não ficarão tentadas a manusear o objeto mesmo que não consigam resolvê-lo. Se isso funciona em casa porque não explorar essa potencialidade em sala de aula?

Ao trazer o cubo mágico para o ambiente de ensino, mais precisamente para o ensino da matemática, o professor pode criar um vínculo bem agradável com seus alunos, uma vez que, ele está trazendo algo novo e chamativo para a turma, mas o feito maior aqui não é somente trazer o cubo mágico para a sala de aula e sim trabalhá-lo nesse contexto de ensinar matemática e como isso poderá desencadear mudanças em relação às aulas tradicionais e meramente e expositivas.

Ensinar os alunos a resolver o cubo mágico não é uma tarefa difícil, o ideal é que dependendo do quantitativo de alunos o professor poderá utilizar a tecnologia para auxiliá-lo, como retroprojetor ou o celular com aplicativos sobre o cubo, dessa forma ele atenderia toda a turma sem precisar se deslocar quase que todo instante para tirar dúvidas durante a resolução.

Após o professor ensinar seus alunos a resolver o cubo mágico e incentivá-los a praticarem, o professor pode trabalhar a matemática em si por meio do ensino de números complexos, geometria, progressão geométrica, funções, simetrias, probabilidade e frações. Por exemplo, no ensino de frações o professor pode utilizar o cubo mágico e explicar que ele é composto por 27 cubinhos e que cada cubinho representa uma fração do brinquedo como um todo. Podem-se representar frações a partir das camadas que compõem o cubo mágico também.

É importante um projeto dessa natureza, pois são poucos os trabalhos relacionados ao cubo mágico e ainda mais escassos são os trabalhos que se preocupam com o ensinar matemática por meio do cubo mágico e, também, porque a prática com o cubo trás várias contribuições não só para a matemática, no que diz respeito a um objeto de ensino, como para as pessoas que o praticam podendo desenvolver com a manipulação do cubo uma agilidade de raciocínio, concentração e exercícios de memória de longo prazo.

A preocupação com esses fatores, sobretudo, com a aproximação do cubo mágico para o ensino de matemática, foram os argumentos que motivaram o desenvolvimento desse trabalho.

1.1 QUESTÃO PROBLEMATIZADORA

Para ensinar matemática o professor precisa estar, entre outros recursos, munido de ferramentas ou materiais que lhe auxiliem em sua aula, objetos que captem a atenção dos alunos e despertam neles o interesse pelo conteúdo a ser ensinado. A proposta deste trabalho expõe o objeto conhecido por cubo mágico tradicional como uma dessas ferramentas com a finalidade de favorecer a aprendizagem ao mesmo tempo em que se distância de uma apresentação de conteúdos de forma massiva e tradicionalista como se pode observar na literatura que reflete sobre o ensino de matemática nas escolas brasileiras.

Diante das potencialidades didáticas do cubo mágico, o questionamento direcionador desse estudo volta-se para o professor de matemática no sentido de apresentarmos uma contribuição simples, mas útil para a formação docente. Essa consideração pode ser expressa da seguinte forma:

O que o professor de matemática precisa saber sobre os processos resolutivos do cubo mágico?

É importante destacar que a questão problematizadora acima se coloca em confluência com a prática docente, uma vez que, sugere que o professor conheça detalhadamente o cubo mágico para que o mesmo possa elaborar sequências didáticas tendo o cubo mágico como um objeto favorecedor da aprendizagem.

A resposta para a questão em si está diretamente relacionada à prática da docência num sentido mais amplo, que demanda do professor a compreensão de que o seu papel social seja entendido a partir de ações de carácter transformadoras em oposição a uma atuação como sujeito alienado.

> A situação de alienação se caracteriza pela falta de compreensão e domínio nos vários aspectos da tarefa educativa. Assim, percebemos que ao educador falta clareza com relação à realidade em que ele vive, não dominando, por exemplo, como os fatos e fenômenos chegaram ao ponto em que estão hoje (dimensão sociológica, histórico-processual) falta clareza quanto a finalidade daquilo que ele faz: educação para quê, a favor de quem, contra quem, que tipo de homem e sociedade formar, etc. (dimensão política, filosófica, e, finalmente, falta clareza à sua ação mais específica em sala de aula (dimensão pedagógica). (VASCONCELLOS, 1999, p. 25).

O ensino de matemática se faz de inúmeras maneiras, isso acontece porque a matemática está presente em praticamente tudo, assim podemos ensiná-la desde objetos simples como uma tampinha de refrigerante ilustrando uma forma circular e desta forma fazer o estudo sobre a área do círculo, ou objetos mais elaborados como uma obra de arte onde se deve fazer o estudo de curvas, simetrias, enfim. Deste modo, é bem verdade que os professores têm um arsenal de materiais disponíveis “[...] recursos didáticos, como uma forma de ensino dinâmico, realista e menos formal [...]” Tocantins (2009, p.393), para lhes auxiliarem no ensino dos mais diversos conteúdos, não só matemáticos.

1.2 OBJETIVOS

Para o estabelecimento dos objetivos desse trabalho, acreditamos que seja didático recordarmos o teor da questão diretriz do mesmo. Em termos pontuais a mesma foi assim expressa: O que o professor de matemática precisa saber sobre os processos resolutivos do cubo mágico?

Observando a natureza da questão de pesquisa, observa-se que um núcleo importante da mesma, é o professor. E é justamente, pensando numa possível contribuição nossa para a formação de professores é que optamos por direcionar os objetivos dessa investigação para o campo da formação docente, tendo como instrumento básico de nossa intervenção o cubo mágico. Nesse sentido, podemos dizer que o nosso objetivo primeiro é:

- ✓ Produzir um material didático a respeito do cubo mágico que instrumentalize o professor de matemática a utilizá-lo na sua prática docente.

Esse material tem a finalidade de fazer uma aproximação entre professores e alunos e, desta forma, permitir que estes compartilhem do raciocínio lógico e que o professor possa elaborar atividades direcionadas a um conteúdo não necessariamente específico.

É importante notar que o objetivo estabelecido encontra-se articulado com a questão diretriz dessa pesquisa, uma vez que para o professor de matemática transformar o cubo mágico em um objeto de ensino, faz-se necessário que o mesmo, conheça e se aproprie de conhecimentos sobre o cubo que lhe possibilitem avaliar as potencialidades didáticas do mesmo.

Igualmente importante na dimensão de formação docente desse trabalho é o fato de estarmos vinculados formalmente ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, Subprojeto de Matemática, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins – UFT. Particularmente, a importância pode ser melhor percebida num processo que se caracteriza numa via de mão dupla, ou seja, ao mesmo tempo em que, temos nossa formação enriquecida pelas ações desenvolvidas no âmbito do subprojeto, também procuramos, por meio desse estudo, deixarmos uma contribuição simples, mas útil para a formação docente de professores de matemática.

1.3 METODOLOGIA

Na tentativa de responder às questões levantadas na seção de problematização foram realizadas pesquisas de natureza exploratória e como delineamento a pesquisa bibliográfica, caracterizando desta forma, nosso método de abordagem.

Nossa base teórica consistiu nas leituras de D’AMBRÓSIO (1997), FAZENDA (1979) LORENZATO (2009), MOURA (1992), PIMENTA (1995), REGO (2009), VIEIRA E VOLQUIND (2002) e outros autores.

Pesquisamos, num primeiro momento, como o cubo mágico estava sendo abordado no ensino de matemática. Essas informações nós obtivemos em artigos, blogs e alguns sites sobre resolução do cubo mágico. Em seguida, recorremos à literatura específica, com leituras de livros e artigos científicos sobre formação de professores e uso de jogos no ensino de matemática, os quais serviram para que pudéssemos melhor organizar e elaborar um material didático que permitisse o professor conhecer detalhadamente o cubo mágico.

O material que elaboramos foi, previamente, organizado na forma de oficinas, tendo em vista que, propiciaria a realização de sessões de formação tanto com alunos como para professores de matemática. Obviamente que para uma aplicação das mesmas o enfoque sofrerá alterações, no nosso caso, cuja preocupação primeira nesse trabalho é a formação de professores para a exploração do cubo mágico em situações de ensino e aprendizagem de matemática. A título de exemplificação, é possível que um profissional do ensino de matemática possa explorar a disposição das camadas do cubo mágico para o ensino de frações, além da resolução de problemas diretamente relacionados ao cubo.

Optamos pela oficina, pois segundo Vieira (2002):

> Na oficina surge um novo tipo de comunicação entre professores e alunos. É formada uma equipe de trabalho, onde cada um contribui com sua experiência. O professor é dirigente, mas também aprendiz. Cabe a ele diagnosticar o que cada participante sabe e promover o ir além do imediato. (VIEIRA, VOLQUIND 2002. p.17).

Desta forma, na organização dos capítulos três, quatro e cinco apresentamos, com ricos detalhes de imagens, diferentes aspectos do cubo mágico que vão desde a sua história, sua estrutura, e algoritmos de resolução, pois entendemos que esse procedimento metodológico melhor atenderia o questionamento central desse estudo que se volta para os saberes que o professor precisaria para utilizar o cubo mágico nas suas aulas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Embora a proposta desse trabalho possa ser utilizada para a formação continuada de professores o nosso olhar, no sentido de procurar fundamentos teóricos para esse estudo, está direcionado para a formação inicial de professores de matemática. Essa opção deve-se ao fato de estarmos vinculados formalmente ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, Subprojeto de Matemática, da Universidade Federal do Tocantins.

Preocupamo-nos inicialmente, enquanto acadêmicos em processo de formação, enquanto "Pibidianos" do Subprojeto de Matemática, responder as questões levantadas no capítulo anterior, porém, concordamos que para falar sobre formação inicial de professores deveríamos fazer uma breve explanação acerca desse processo para compreender sobre as dificuldades enfrentadas e os avanços adquiridos nos últimos anos.

Posteriormente, recorremos às situações de ensino e de aprendizagem com a utilização do cubo mágico.

2.1 REFLEXÕES ACERCA DA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A partir da década de 90 muito tem se discutido sobre propor novas alternativas educacionais, esses estudos e pesquisas tiveram como centro de debate a formação docente.

A formação de professores tem sido objeto de investigação de muitos campos da educação, centrada exclusivamente nas dimensões acadêmicas: área, disciplina, currículo. Além disso, podemos destacar várias questões que influenciam nesse processo que vão desde saberes e prática docente, parceria entre professor e escola, problemas pessoais dos educadores em formação, tecnologia e política. Na Educação Matemática muito se tem combatido a questão da evasão dos acadêmicos nos cursos, projetos e programas com bolsas remuneradas são mecanismos que tentam amenizar tal evasão.

Uma das questões discutidas sobre a formação de professores diz respeito às dificuldades dos docentes em conciliar teoria e prática. Nas palavras de Pimenta (1995, p. 61), "a essência da atividade (prática) do professor é o ensino-aprendizagem. Ou seja, é o conhecimento técnico prático de como garantir que a aprendizagem se realize em consequência da atividade de ensinar". Para D'Ambrósio (1997, p. 27), "pesquisa é o que permite a interface interativa entre teoria e prática". Nesse contexto faz sentido que inerente ao ofício da docência o professor seja capaz de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção de conhecimentos, que por sua vez justifica a necessidade de ações de investigação (D'Ambrósio, 1997).

Numa dimensão política, recentemente o governo brasileiro sancionou uma medida provisória que trata da reforma do Ensino Médio, mudanças na distribuição de conteúdos, ênfase ao ensino técnico e ampliação de escolas de tempo integral foram questões defendidas na reforma. Além disso, foi defendido que pessoas com "notório saber", sem até mesmo diploma de formação específica, pudessem dar aulas. Desta forma, o governo desqualifica o profissional docente, e nega que "a docência é uma profissão complexa e, tal como as demais profissões, é aprendida" (Mizukami, 2013, p. 23).

Na dimensão pedagógica, as demandas educativas da atualidade exigem um sério compromisso na formação social dos alunos, assim como Rego (2009) afirma que:

> As novas demandas sociais educativas apontam para a necessidade de um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo aluno. Para tanto, faz-se necessário a introdução da aprendizagem de novos conteúdos de conhecimentos e de metodologias, que baseadas na concepção de que o aluno deve ser o centro do processo de ensino-aprendizagem, reconheça, identifique e considere seus conhecimentos prévios como ponto de partida e o prepare para realizar-se como cidadão em uma sociedade submetida a constantes mudanças. (p.40).

O principal responsável por essa transformação nos alunos é o docente, e para que ele consiga alcançar essas demandas é de fundamental importância que o professor tenha uma sólida formação, que tenha domínio em sua área e seja inovador e transformador no processo de ensino.

Sobre o domínio de conteúdos matemáticos, é esperado que o professor tenha conhecimento amplo dos objetos de ensino, combine conhecimentos matemáticos com outras áreas, ou seja, ser interdisciplinar, e saiba tratar adequadamente o conteúdo à série que irá trabalhar. Todavia, o ensino interdisciplinar não se faz simplesmente, nas palavras de Fazenda temos a orientação de que:

> [...] para que haja uma profunda transformação da pedagogia com o objeto de ensino interdisciplinar é necessário e fundamental que surja um novo tipo de formação de professores e uma nova perspectiva de ensinar voltada para a construção do conhecimento adquirido através da realidade e da cultura pertencente a cada indivíduo. (FAZENDA, 1979, p. 48-49).

Um dos objetos de ensino que podemos mencionar é o tratamento sobre o uso dos jogos na educação, e aqui nos referimos a Educação Matemática. É oportuno dizer que o jogo modelado à atividade de ensinar determinado conteúdo se torna um material didático. Para Lorenzato (2009, p.18) “o material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, entre outros”. Ainda nas palavras do autor há referências que orientam que “as experiências no mundo real constituem o caminho para a criança construir o seu raciocínio” (LORENZATO, 2009, p.4).

Num primeiro momento, podemos observar que o cubo mágico é um jogo, e numa visão rasa é um jogo que trata apenas de embaralhar e resolver como se fosse um quebra-cabeça, contudo, se explorado de maneira adequada, e nesse contexto nos referimos às ações do professor, ou seja, explorado didaticamente, o objeto (cubo mágico) poderá se tornar um material didático.

O cubo mágico como um MD significa que é uma ferramenta de ensino, e aliada à prática docente trás consigo uma intencionalidade (Moura, 1992). Portanto, ao fazermos uso do quebra-cabeça colorido assim como de qualquer outro jogo devemos nos questionar sobre a intenção de estar trazendo algo que pode influenciar na aprendizagem. Nesse sentido, o próprio Moura (1992) diz que:

> O jogo para ensinar Matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, mais, estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado. (p.47).

Este processo diz respeito ao avanço do conhecimento e que está sempre em movimentação. Desta forma, entendemos que o jogo ao exigir regras ele favorece a aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento dos alunos sem perder o seu aspecto lúdico.

O jogo no ambiente escolar, segundo Menezes (2008), deve atender entre outras coisas, o desenvolvimento da autoestima, trabalhar a ansiedade do aluno, fomentar a autonomia, aprimorar a coordenação motora, aumentar a atenção e a concentração, e ampliar o raciocínio lógico. Nesse sentido, a nossa experiência com o cubo mágico não se mostra diferente, pois ele favorece a memória, a concentração e o raciocínio lógico constantemente no momento de sua utilização.

Reconhecemos também o papel que a sala de aula implica na ação do professor, influenciando diretamente em sua prática docente. Dessa forma, “[...] não faltam argumentos favoráveis para que as escolas possuam objetos e imagens a serem utilizados nas aulas, como facilitadores da aprendizagem” (LORENZATO, 2009, p.5).

Atualmente muitos profissionais da educação, especificamente professores de matemática, vêm utilizando novos recursos didáticos para o ensino e aprendizagem dos alunos nas suas aulas. O ideal é que esses recursos/materiais sejam explorados pelos alunos, ou seja, que o professor permita que os alunos façam o manuseio desses materiais, assim podendo provocar reflexões, curiosidades, observações, e desta forma fazer suas próprias descobertas.

Há professores que preferem não fazer uso desses materiais, pois, segundo eles, para que isso seja possível há necessidade de mais tempo para planejamento das atividades, o que não deixa de ser verdade. Porém, recordamos que um bom profissional é aquele que inova, transforma o ensino meramente reprodutor. E para fazermos uso do cubo mágico em sala de aula nos interessa esse tipo de profissional, o que seja transformador.

Para trabalhar com o cubo mágico em sala de aula o professor deve permitir que seus alunos manuseiem o brinquedo e o explorem. Essa atividade é melhor desenvolvida em conjunto, mas que cada aluno esteja de posse de um cubo mágico. Os professores devem, além de propiciar que seus alunos manuseiem esses recursos didáticos, fazer uma intervenção objetivada, adequada pedagogicamente. Desta forma, é interessante que o professor ao elaborar uma atividade com o cubo mágico em sala de aula faça sempre intervenções no sentido de indicar uma alternativa nova para que os alunos solucionem determinado problema do cubo mágico. A intervenção realizada de maneira pedagógica e intencional serve para aguçar o raciocínio dos alunos e promover o seu desenvolvimento.

A organização de uma atividade englobando o cubo mágico, na nossa compreensão, deve ser desenvolvida por meio de oficinas. As oficinas de ensino são uma ferramenta metodológica que possibilitam ao professor ser investigador dentro de seu próprio espaço de ensino (VIEIRA, VOLQUIND, 2002) e, além disso, as oficinas são uma forma de ensinar e aprender num sistema partilhado entre professores e alunos. Esse modelo onde professores e alunos interagem, e partilham os estudos sobre um conteúdo ou objeto em si é uma orientação presente na literatura que orienta a formação de professores no campo da Educação Matemática.

Vieira e Volquind (2002) esclarecem que a oficina se caracteriza como uma realidade que integra o pensar, agir e sentir, e que o equilíbrio entre esses fatores promove a relação entre teoria e prática em sala de aula, que se constituem num plano maior o que estamos perseguindo com a realização desse trabalho.

3 CONHECENDO O CUBO MÁGICO

3.1 UM POUCO DA HISTÓRIA

Os fatos históricos e curiosidades sobre o cubo mágico que apresentaremos a seguir foram compilados a partir de Duarte (2014).

O Cubo Mágico popularmente conhecido 3x3x3 foi inventado por um húngaro chamado Ernõ Rubik em 1974. Ernõ criou o cubo para trabalhar a geometria e ajudar seus alunos de arquitetura a terem uma visão tridimensional de um objeto, o primeiro modelo construído era de madeira e pintado suas seis faces de cores distintas. Ernõ Rubik embaralhou o cubo e demorou cerca de um mês para conseguir montá-lo.

A construção do cubo mágico segue uma teoria matemática chamada teoria do grupo. O brinquedo ficou tão popular entre os matemáticos que uma subteoria da teoria do grupo foi batizada de “subteoria do grupo do cubo mágico”

O quebra-cabeça em três dimensões atingiu o mercado internacional em 1980, quando começou a ser vendido pela Ideal Toys. Cada uma das faces do cubo original era composta de 9 quadradinhos da mesma cor – branco, vermelho, azul, laranja, verde e amarelo. O objetivo do brinquedo era o jogador embaralhá-lo e conseguir voltar ao resultado inicial.

Em 1980 e em 1981, o cubo mágico ganhou o prêmio Toy of the Year (“brinquedo do ano”), promovido anualmente pela Associação Internacional da Indústria de Brinquedos.

Desde a invenção do cubo mágico, em 1974, estudiosos tentam descobrir o mínimo necessário de jogadas para completar o desafio. Em julho de 2010, com a ajuda de um programa de computador, um grupo de pesquisadores chegou à conclusão: o jogo só consegue ser resolvido com um mínimo de 20 movimentações.

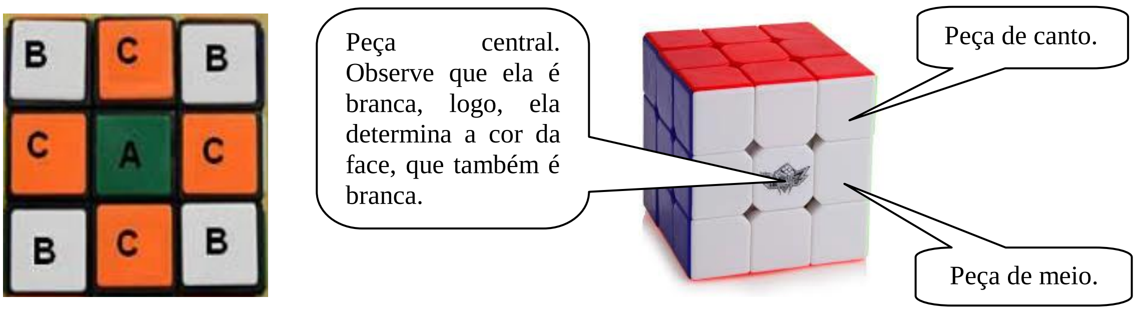
O holandês Mats Valk se tornou a pessoa mais rápida do mundo em resolução do cubo mágico. Em 2013, Mats Valk conseguiu resolver o cubo em menos de 6 segundos.

3.2 CUBO MÁGICO EXTERNAMENTE

O cubo mágico tem seis faces indicadas pelas cores que o compõem: Amarelo, Verde, Branco, Azul, Vermelho e Laranja. Se observarmos ainda, percebemos que o oposto da cor branca é a cor amarela (gira-se 180°), o oposto da cor vermelha é a cor laranja e o oposto da cor azul é a cor verde e vice versa. Veja a seguir os tipos de peças que constituem o cubo:

1. Peça Central: também chamada de peça de centro, esta peça está localizada bem ao centro do cubo. Faz parte do eixo de rotação e por isso ela nunca se movimenta em relação ao eixo, somente as demais peças movimentam-se em torno dela. Cada face do cubo tem uma peça de centro, ou seja, existem seis peças como essa. Além disso, a peça central determina a cor de cada face (veja abaixo na figura1, letra A).
2. Peça de Canto: São as peças que formam os vértices do cubo. Possuem três cores cada e existem oito peças no total. (veja abaixo na figura1, letra B).
3. Peça de Meio: Peça que contém apenas duas cores. Fica localizada sempre entre as peças de canto. Há no cubo doze peças de meio. (Veja abaixo na figura1, letra C).

Figura 01 – Peças que constituem o cubo mágico.



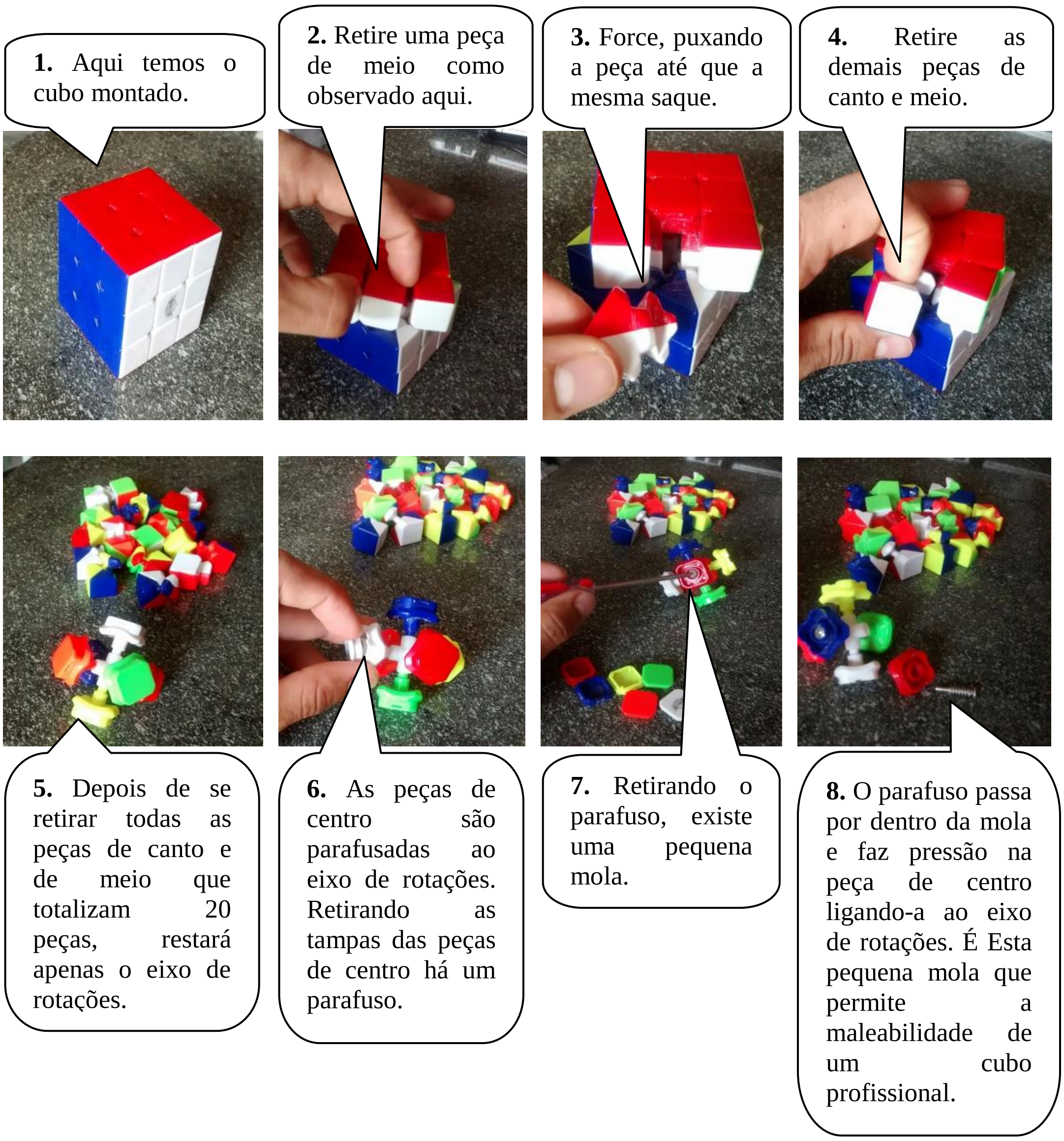
Fonte – Casa do Cubo. 2017. **Cubo Mágico 3x3 Cyclone Boys**.

3.3 CUBO MÁGICO INTERNAMENTE

Para facilitar o conhecimento do cubo mágico elaboramos uma sequência de fotos e imagens que servirão para uma melhor interpretação do quebra-cabeça. Adicionamos ainda, números (em negrito) antes dos comentários nas caixas de texto com a finalidade de direcionar o que se pretende esclarecer em cada etapa.

Nas figuras a seguir será apresentada uma sequência de ilustrações que explicará o processo para desmontar o cubo mágico e entendermos como ele funciona, logo após apresentamos a montagem do brinquedo.

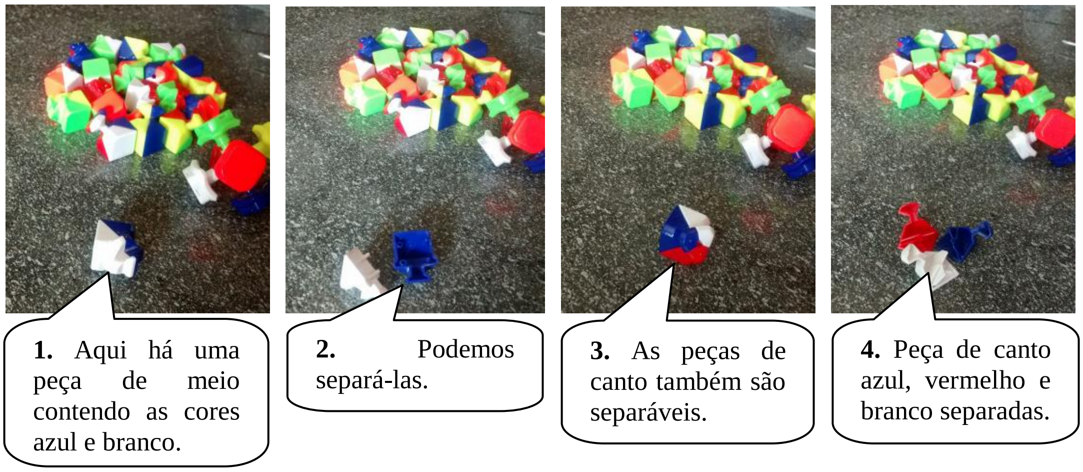
Figura 02 – Desmontando o cubo mágico.



Fonte – Arquivo pessoal.

As peças de meio e as peças de canto desse modelo de cubo mágico possuem uma particularidade: As cores que constituem as peças de meio e centro são separáveis. Um detalhe importante é que separando as cores das peças de canto devemos observar a posição de cada uma, se não fizermos essa observação e tentarmos juntá-las de qualquer forma isso fará com que a peça fique errada e ela não terá sentido quando formos montar o quebra-cabeça. Observe a figura a seguir.

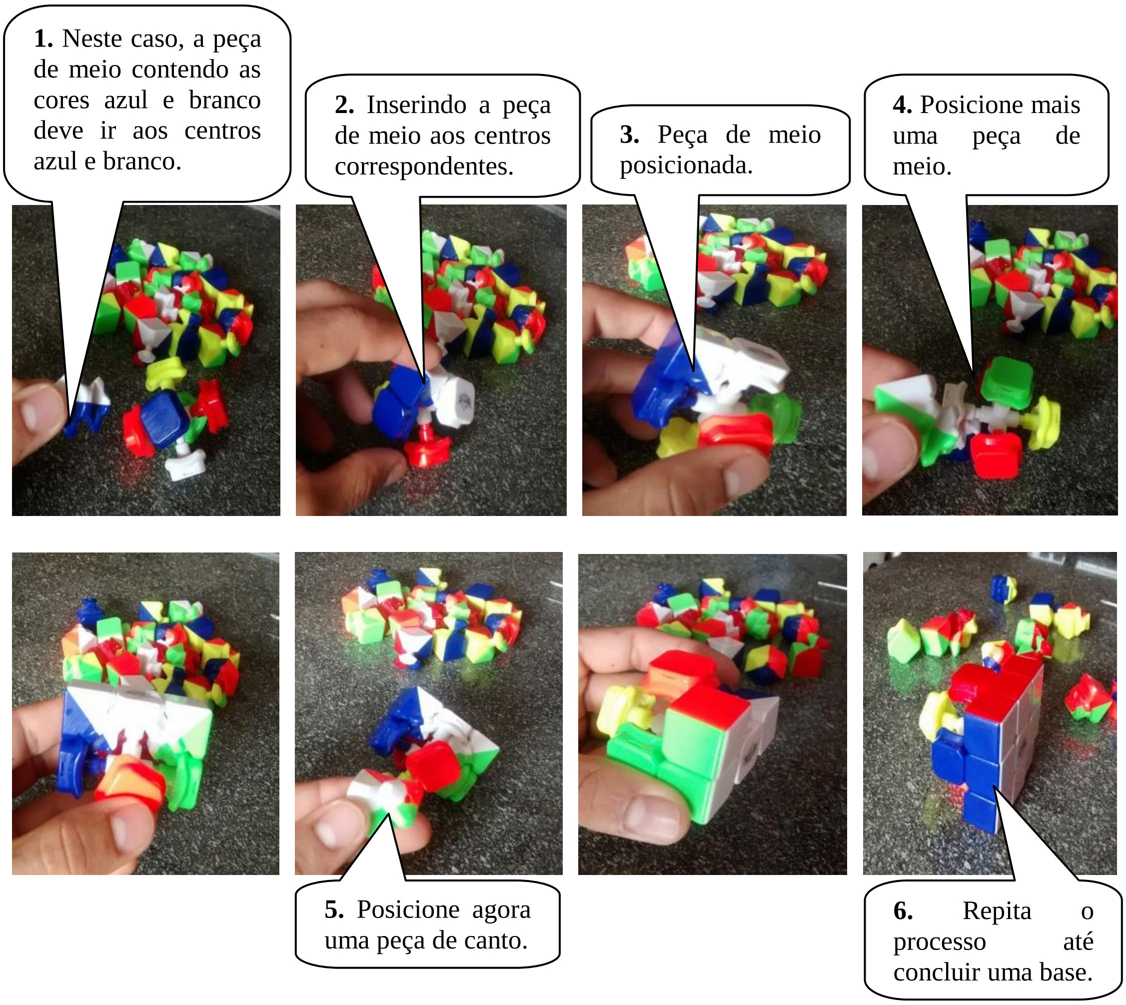
Figura 03 – Separando as peças de meio e de canto.



Fonte – Arquivo pessoal.

A montagem do cubo mágico é apenas uma questão de raciocínio. Observe a seguir:

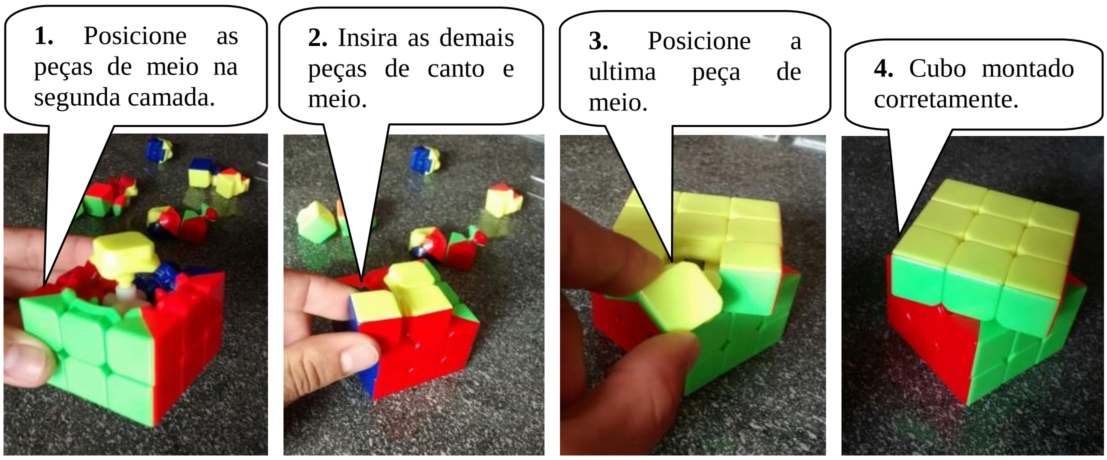
Figura 04 – Montando o cubo mágico (primeiras peças).



Fonte – Arquivo pessoal.

Daqui em diante é fácil concluir a montagem do cubo mágico, basta observar as imagens a baixo. No final da montagem assim como no início da desmontagem a última peça a ser coloca é uma peça de meio.

Figura 05 – Montando o cubo mágico (demais peças).



Fonte – Arquivo pessoal.

Sabendo sobre a estrutura de um cubo mágico fica compreensível entendermos suas movimentações, como as peças se relacionam entre si, etc. A seguir descreveremos as notações usuais para faces, movimentos e rotações juntamente com a ilustração de algumas delas.

3.4 NOMENCLATURA E MOVIMENTAÇÃO DAS FACES

Alguns praticantes de cubo mágico se questionam o porquê são utilizadas as letras F, R, L, U, B, D. Enfim, para que elas servem afinal, ou o que significa: F' U' F e U2 2L U 2L' U2 2R U' L U L2. As repostas estão a seguir juntamente com a ilustração de alguns movimentos, aliás, antes de tudo, essas letras indicam faces, movimentos e rotações. As letras: F, R, L, U, B, D veem do inglês e significam:

F → *Front* = frente, ou face da frente. A partir dessa face é possível determinar as demais faces do cubo mágico. Basta tomar, inicialmente, qualquer face posicionando ela exatamente à sua frente. Por exemplo: se você segurar o cubo mágico com a face branca na sua frente, a face branca será a face da frente.

R → *Right* = direita, ou face da direita. Obviamente está uma face à direita da face da frente.

L → *Left* = esquerda, ou face da esquerda. Está à esquerda da face da frente.

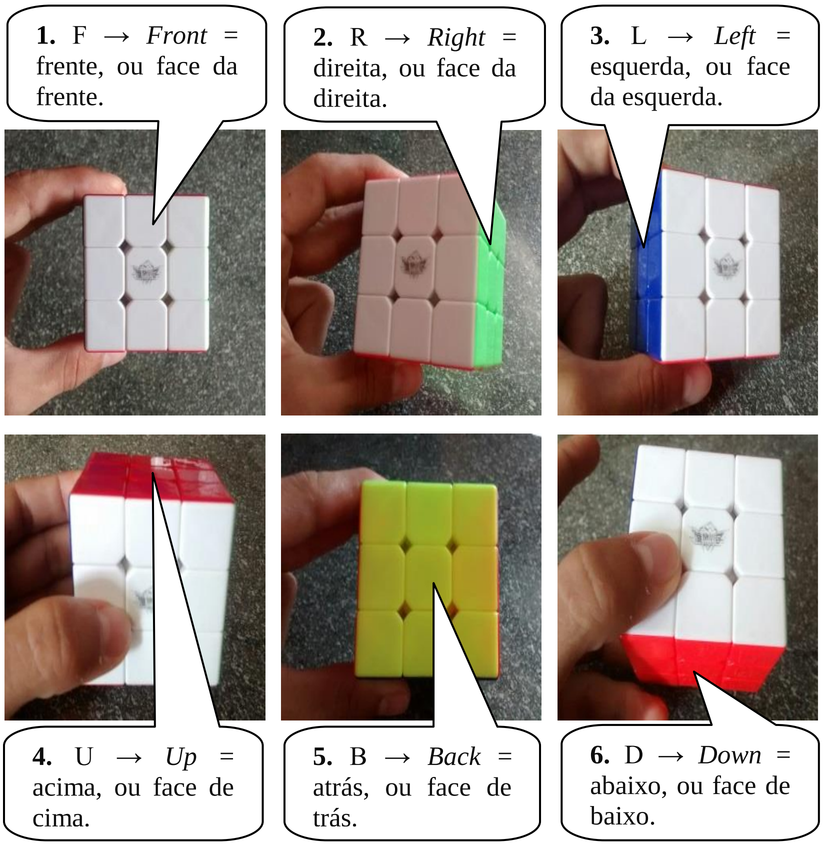
U → *Up* = acima, ou face de cima. Está acima da face da frente.

B → *Back* = atrás, ou face de trás. Rotaciona o cubo mágico 180º.

D → *Down* = abaixo, ou face de baixo. Está logo abaixo da face branca.

Veja a figura a seguir:

Figura 06 – Nomenclatura das faces.



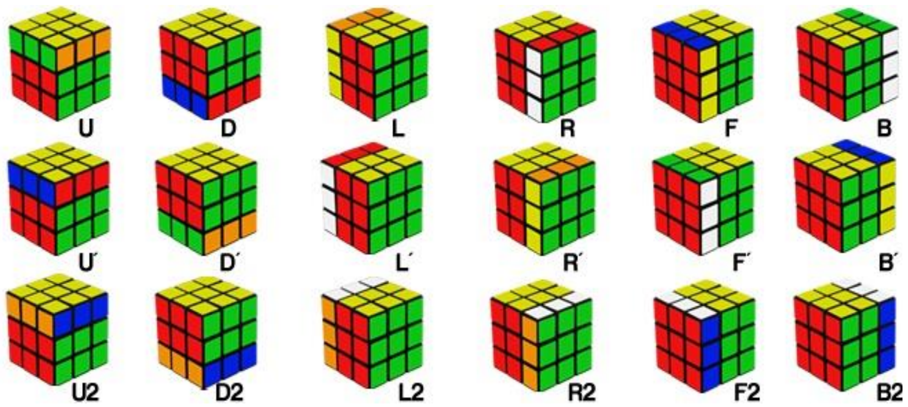
Fonte – Arquivo pessoal.

3.5 MOVIMENTOS E SUAS INDICAÇÕES

Movimentos Laterais (simples e duplos)

Esses movimentos correspondem às modificações que faremos nas faces do cubo mágico. Movimento simples representa girar uma face do cubo mágico um quarto de volta apenas, ele pode ter orientação positiva ou negativa, ou seja, movimento realizado da esquerda para a direita ou vice versa, por exemplo: U e U'. Movimento duplo representa girar uma face do cubo mágico dois quartos de volta, desta forma não há orientação, por exemplo: U2. Veja a seguir:

Figura 07 – Movimentos laterais.

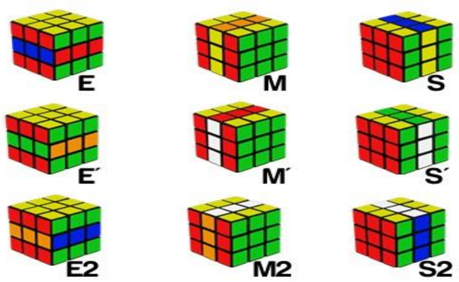


Fonte – Cinoto. 2017. **Notação**.

Movimentos Centrais (simples e duplos)

Movimentos centrais vão deslocar as camadas centrais do cubo mágico. Existem três tipos de movimentos dessa natureza, Movimento em E, M e S. Movimento central-simples representa girar uma camada central do cubo mágico um quarto de volta apenas, ele pode ter orientação positiva ou negativa, ou seja, movimento realizado da esquerda para a direita ou vice versa, por exemplo: E e E'. Movimento central-duplo representa girar uma camada central do cubo mágico dois quartos de volta, desta forma não há orientação, por exemplo: E2. Veja a seguir:

Figura 08 – Movimentos centrais.



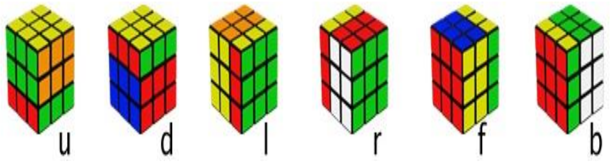
Fonte – Cinoto. 2017. **Notação**.

Movimentos Duplos (simples e composto)

Movimento duplo-simples representa girar duas camadas do cubo mágico simultaneamente um quarto de volta, com orientação positiva ou negativa, por exemplo: 2u e

2u’. Movimento duplo-composto representa girar duas camadas simultaneamente dois quartos de volta, sem orientação, por exemplo: 2u2. Veja a seguir:

Figura 09 – Movimento duplo.

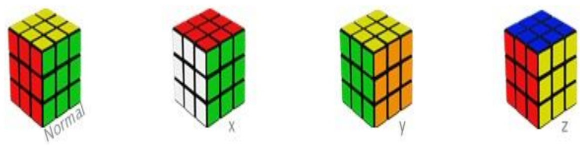


Fonte – Cinoto. 2017. **Notação**.

Movimentos Rotacionais

Tome agora o espaço tridimensional. Rotações em R³ significa girar todo o cubo mágico sem que ele sofra alterações nas faces e obedecendo aos planos x, y e z.

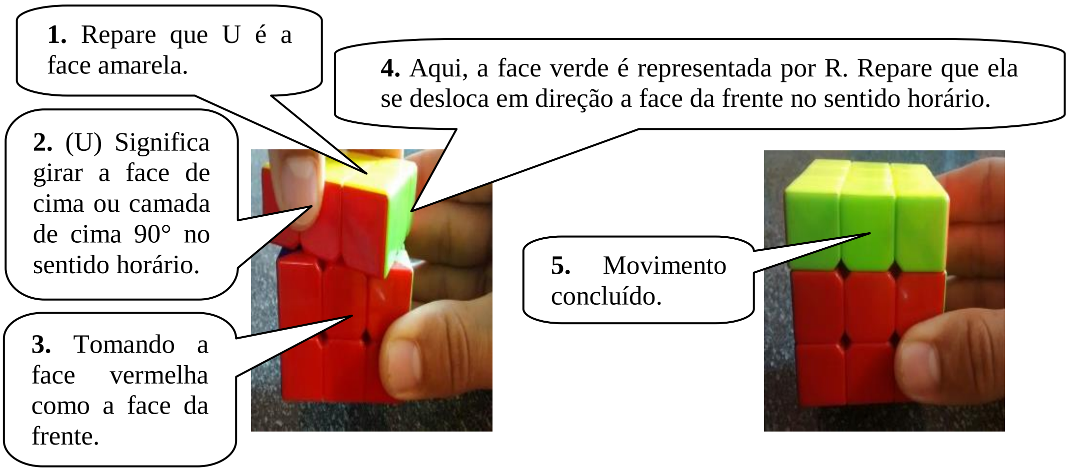
Figura 10 – Rotação em R³.



Fonte – Cinoto. 2017. **Notação**.

Onde, nos movimentos laterais, **U** se faz da seguinte maneira:

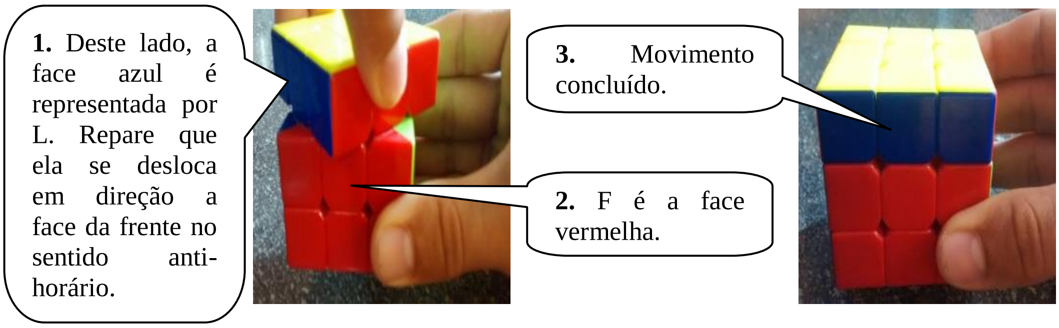
Figura 11 – Movimento U.



Fonte – Arquivo pessoal.

Agora **U’**, temos:

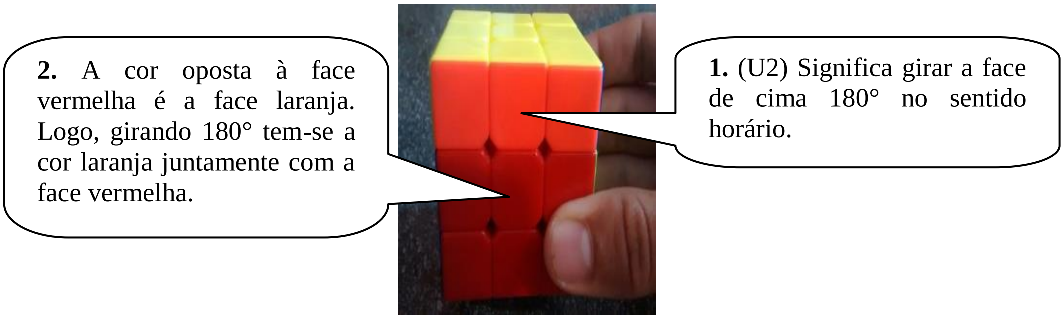
Figura 12 – Movimento U’



Fonte – Arquivo pessoal.

E por fim **U2**,

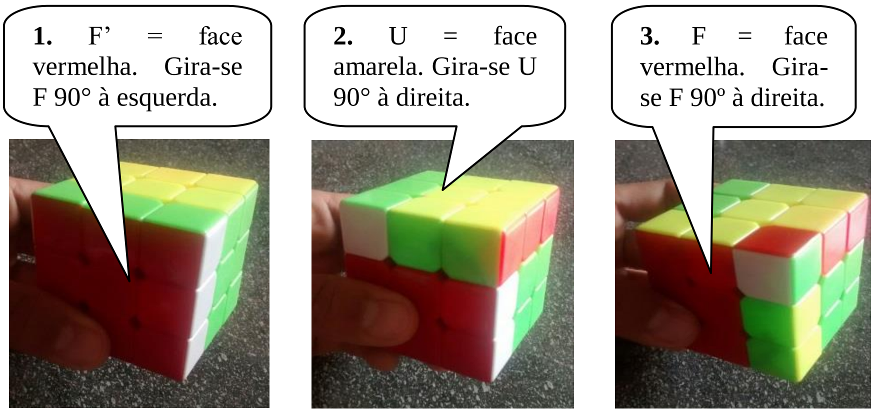
Figura 13 – Movimento U2.



Fonte – Arquivo pessoal.

A partir do esclarecimento acima se pode compreender as demais notações. Sabendo-se disso o movimento compreendido por F’ U F ficará assim:

Figura 14 - Representação do movimento F’ U F.



Fonte: Arquivo pessoal.

4 RESOLUÇÃO DO CUBO MÁGICO

A seguir estão os procedimentos para se resolver o cubo mágico. Destacamos que é possível que o leitor, de posse deste material e de um cubo, aprenda a resolvê-lo, contudo, aconselhamos ele a assistir, paralelamente a essa leitura, vídeo aulas disponíveis no YouTube.

Reforçamos que qualquer pessoa é capaz de aprender a resolver o cubo mágico, pois tudo não passa de uma questão de interesse e dedicação porque o resto é decoreba. Então, termina aqui o “mau olhar” sobre o brinquedo no que diz respeito às dores de cabeça, falta da paciência e fadiga relatadas pelas pessoas que tentam resolvê-lo sem nenhuma técnica.

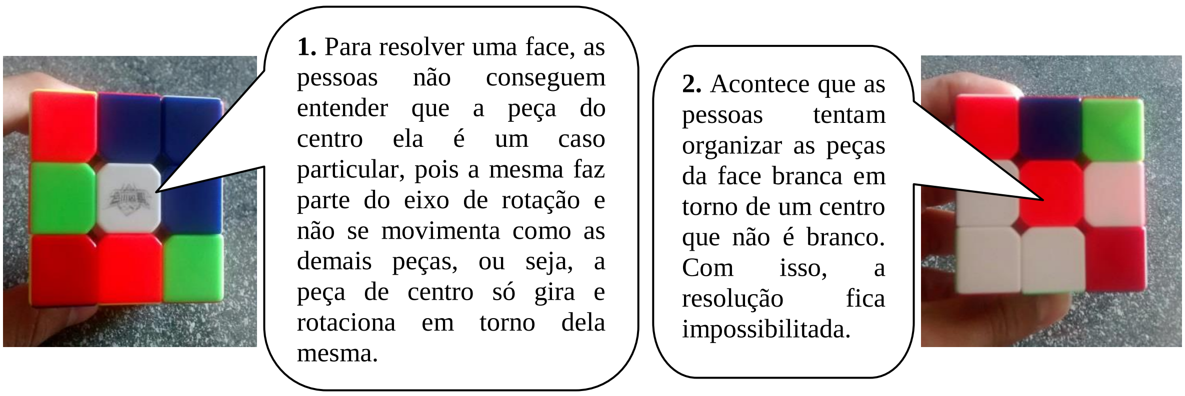
Em relação à técnica, o número de combinações possíveis do cubo mágico é 43.252.003.274.489.856.000 (43 quintilhões) de *combinações* diferentes. Esse cálculo é realizado através de grupos de permutações, um conceito ligado à Teoria de Grupos que é um ramo de estudo da álgebra abstrata. Para aprofundamento nesse assunto, recomendamos o site (http://www.dm.ufscar.br/profs/waldeck/rubik/) no tópico transparências “aula 3”.

4.1 CASOS COMUNS SOBRE A RESOLUÇÃO

Algumas pessoas quando lhes são perguntadas se já conseguiram resolver o cubo mágico respondem que nunca conseguiram, porém, relatam em sua maioria que já conseguiram resolver pelo menos uma de suas faces. Será que elas conseguiram por intuição e raciocínio ou na tentativa e erro? Apresentamos a seguir três casos da resolução de uma face de acordo com as tentativas das pessoas em resolver o cubo mágico.

Primeiro caso: O caso da peça de centro. Por exemplo: queremos resolver a face branca de início. Veja o que acontece:

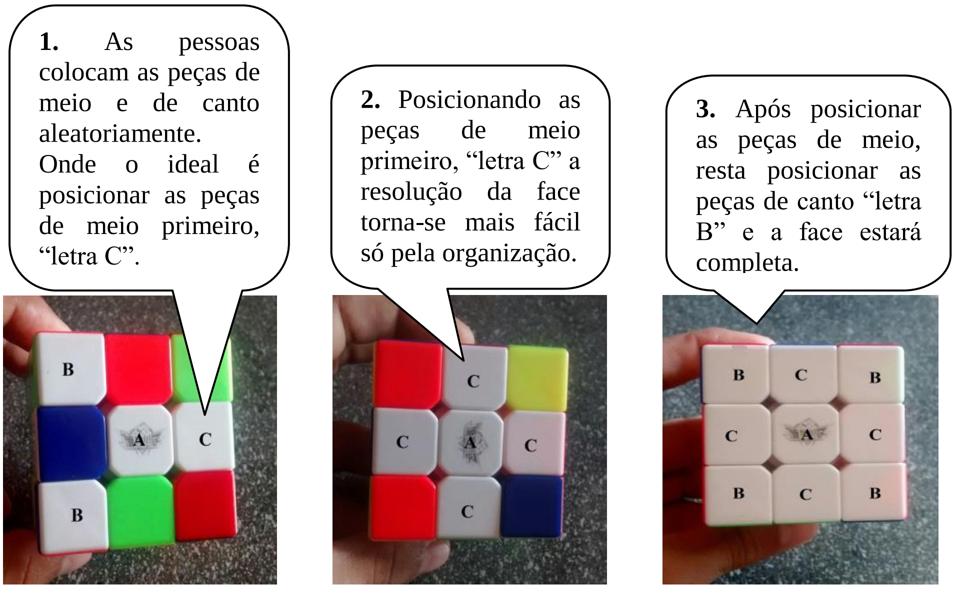
Figura 15 – Caso da peça de centro.



Fonte: Arquivo pessoal.

Segundo caso: Ordem das peças de meio e de canto.

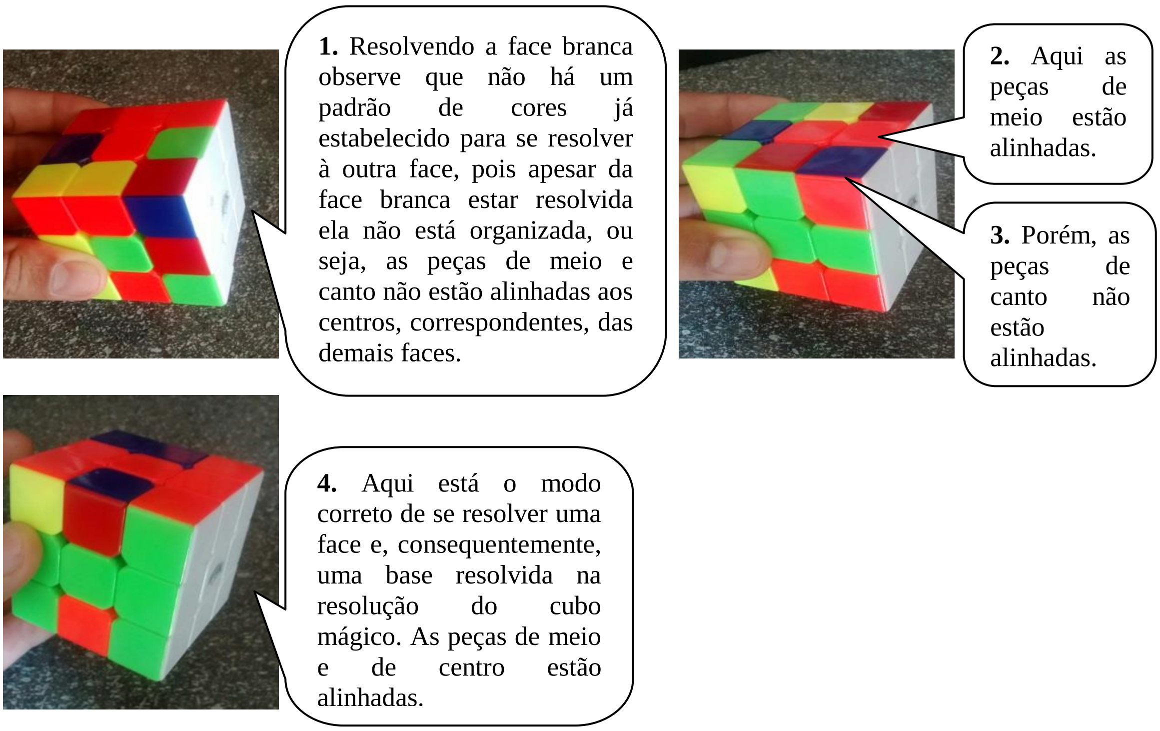
Figura 16 – Ordem das peças de meio e canto.



Fonte: Arquivo pessoal.

Terceiro caso: Faces. As pessoas, na tentativa de resolver o cubo mágico, tentam resolver as seis faces uma por vez. Veja a seguir:

Figura 17 – Faces.



Fonte: Arquivo pessoal.

5 MÉTODO DE CAMADAS

Como qualquer construção civil, uma obra sempre começa pela base, ou seja, o alicerce da construção, a estrutura que suportará todo o peso acima. O método de camadas como o próprio nome já direciona nos ensinará a resolver o cubo mágico através de camadas, começando por onde? Pela primeira camada, é claro, e em seguida, a segunda e a última camada.

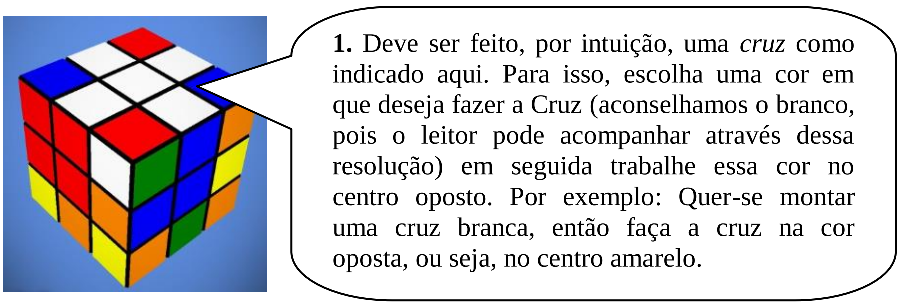
Para resolvermos o cubo mágico através desse método precisamos decorar sete algoritmos, são eles:

- Algoritmo 1: fazer uma cruz em uma das faces do cubo;
- Algoritmo 2: posicionar as peças de canto (primeira camada);
- Algoritmo 3: posicionar as peças de meio (segunda camada);
- Algoritmo 4: cruz na parte superior;
- Algoritmo 5: posicionar as peças de canto (última camada);
- Algoritmo 6: ‘L’ em um dos lados;
- Algoritmo 7: vai e volta (final).

A dica é: fazer um algoritmo e treiná-lo várias vezes antes de ir para o próximo, assim o leitor se familiariza com o algoritmo e memoriza os padrões de cores que cada um proporciona.

5.1 ALGORITMO 1: FAZER UMA CRUZ EM UMA DAS FACES DO CUBO.

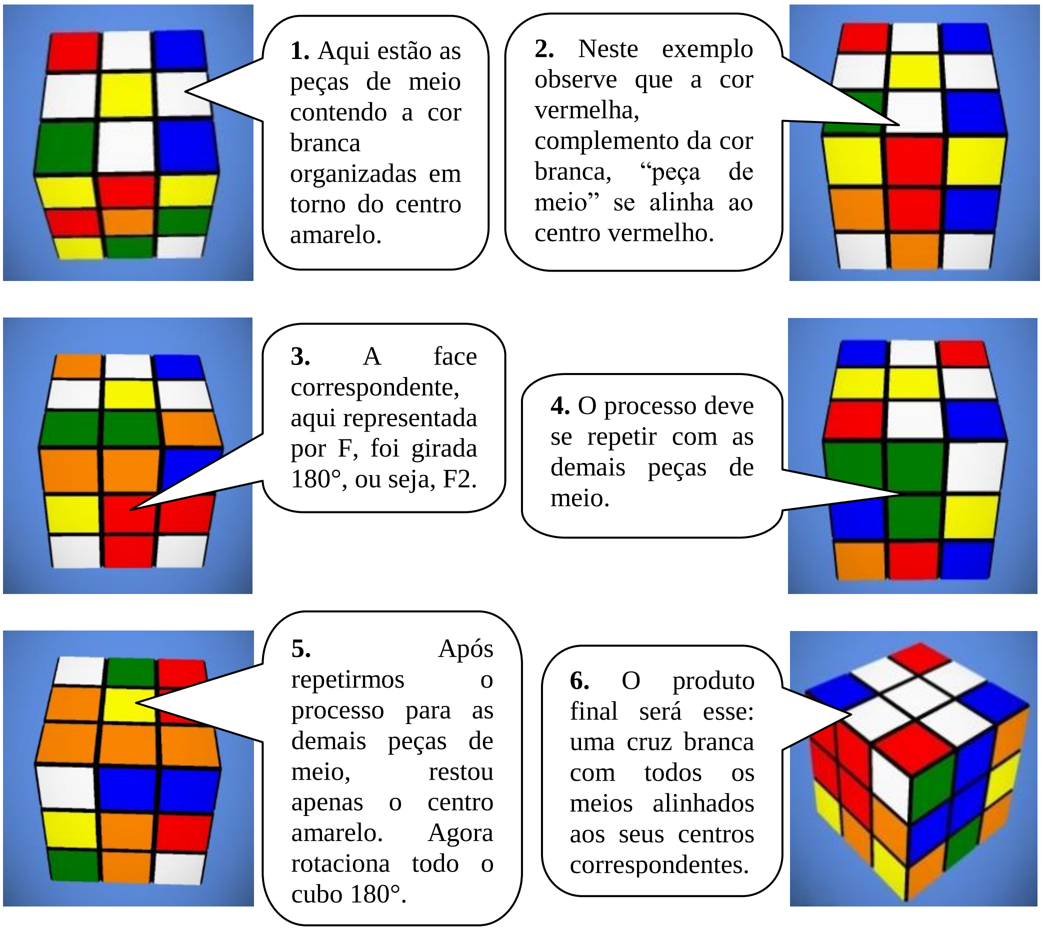
Figura 18 – Camadas: Cruz.



Fonte: Arquivo pessoal.

Vai uma dica: Após posicionar as peças de meio no centro oposto à cor desejada para se fazer a Cruz devemos alinhar (girando a face de cima) as peças de meio com o centro (**2.**), logo em seguida gire a face correspondente 180°. Repita o processo para os demais meios até chegar em (**6.**). Veja nas imagens:

Figura 19 – Camadas: dica na Cruz.



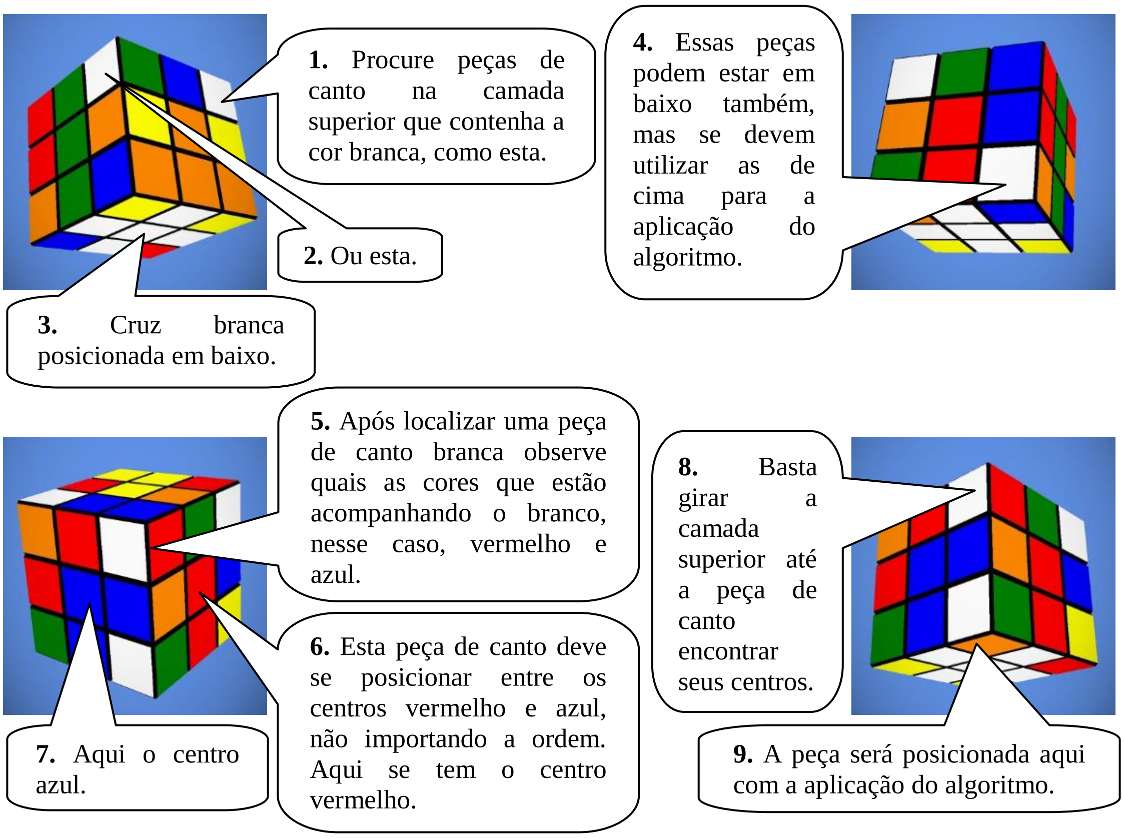
Fonte: Arquivo pessoal.

5.2 ALGORITMO 2: POSICIONAR AS PEÇAS DE CANTO (PRIMEIRA CAMADA).

- Configurações: **F U F'** (para o lado esquerdo) ou **F' U' F** (para o lado direito).

Ao fazer a cruz, a mesma deve ser posicionada na parte de baixo do cubo mágico, os demais algoritmos serão aplicados sempre com a cruz para baixo, evite fazer rotações com o cubo, pois isso pode fazer você se desorientar. Após o término da cruz devemos procurar, na parte superior, peças de canto que contenha em sua estrutura a cor branca que é a cor da cruz, após a localização de uma dessas peças (são apenas 4) devemos posicioná-las usando o algoritmo mais simples dentre eles: F U F' ou F' U' F quando for o caso. Veja a seguir:

Figura 20 – Camadas: posicionar peça de canto.

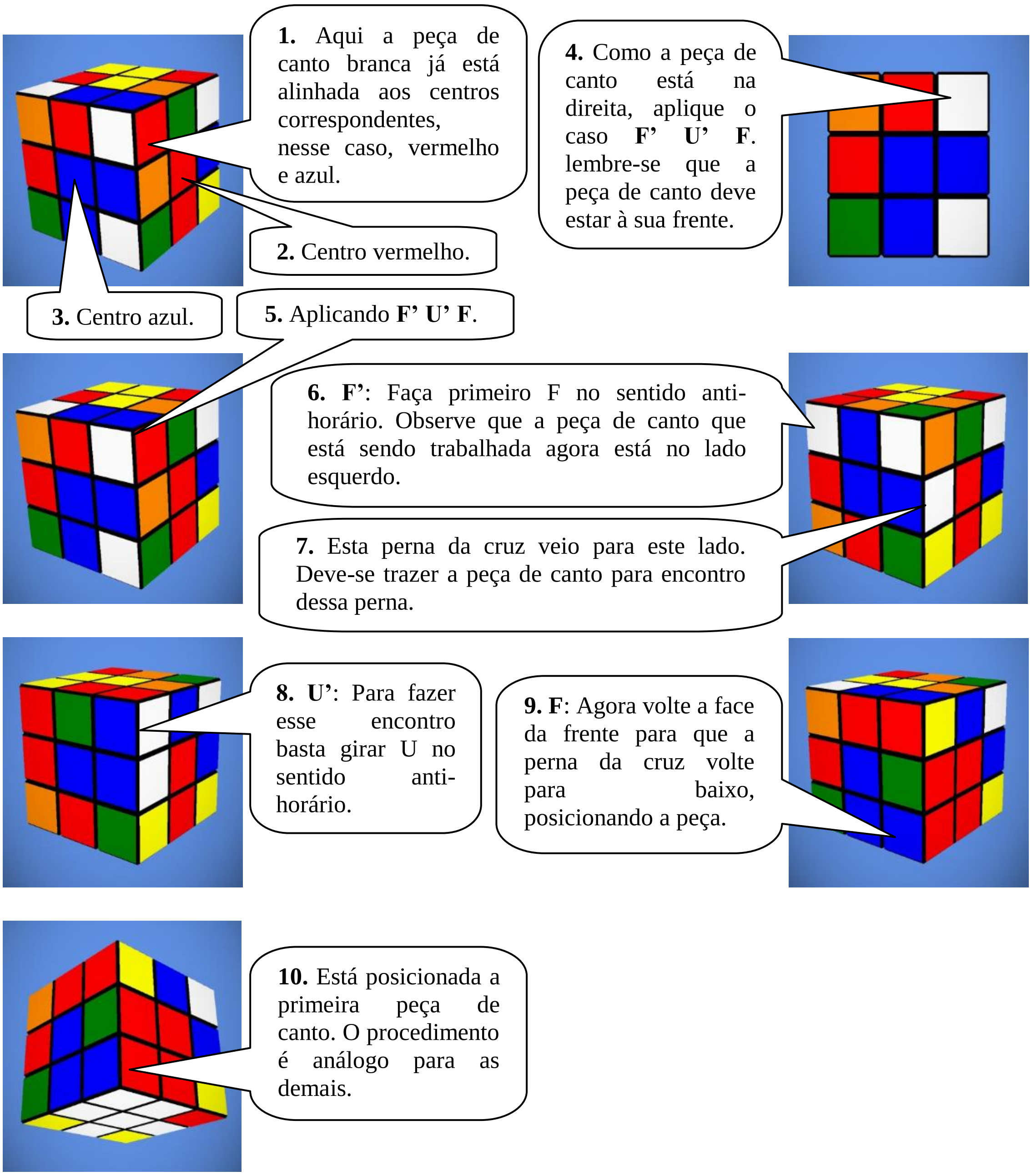


Fonte: Arquivo pessoal.

Existem dois casos na aplicação desse algoritmo. Os Casos: lado direito e lado esquerdo. Vejamos:

- **<u>Caso</u>: lado direito (F' U' F).** Ao analizar as outras duas cores de uma peça de canto que contenha a cor branca na camada superior e ao posicionarmos entre os centros correspodentes, a peça de canto branca analizada se encontra no lado direito (camada superior lado direito) na parte frontal. Devemos aplicar, nesse caso, a configutação **F' U' F.** Observe a seguir:

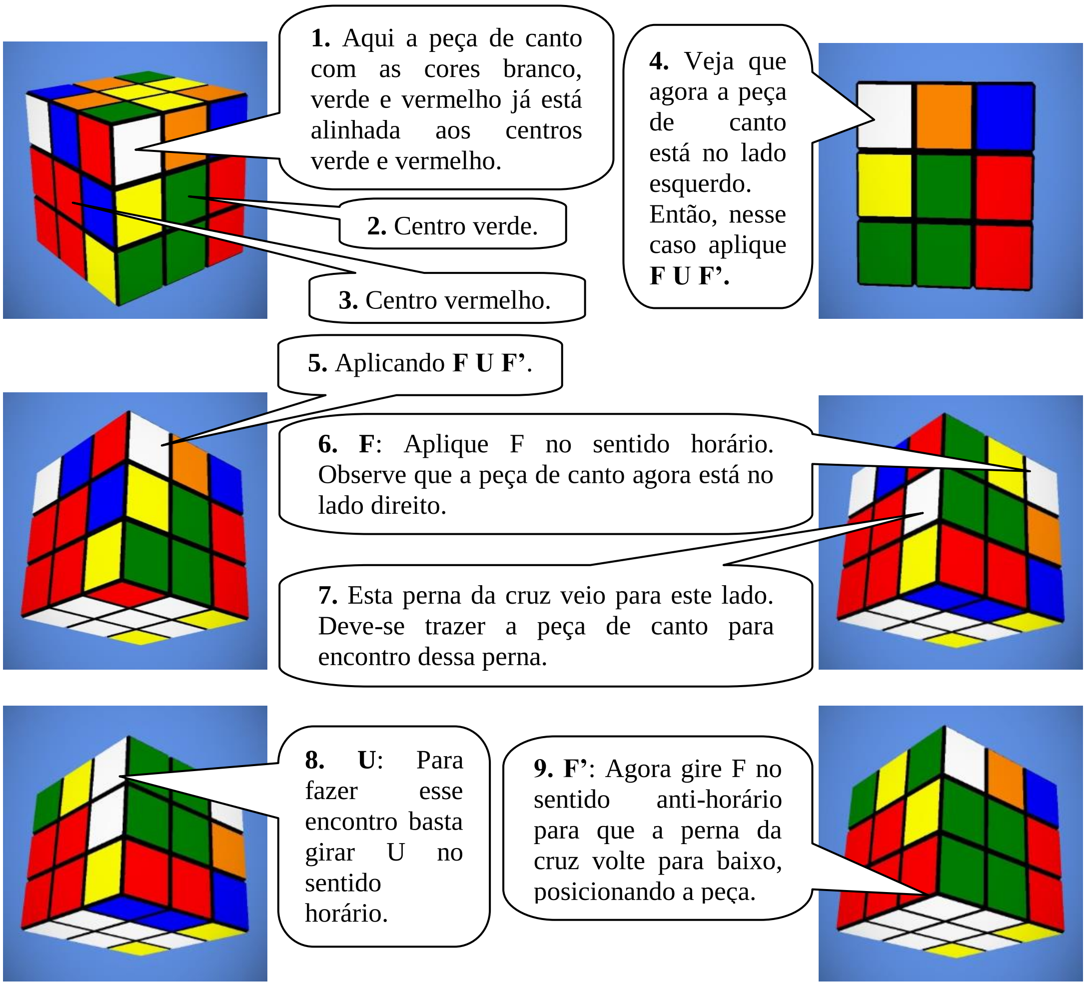
Figura 21 – Camadas: F’ U’ F.



Fonte: Arquivo pessoal.

- <u>**Caso**</u>**: lado esquerdo (F U F’).** É quando ao analizarmos as outras duas cores de uma peça de canto que contenha a cor branca na camada superior e posicionamos entre os centros correspondentes, a peça de canto branca analizada se encontra no lado esquerdo (camada superior lado esquerdo) na parte frontal. Devemos aplicar, nesse caso, a configuração **F U F’.** Observe a seguir:

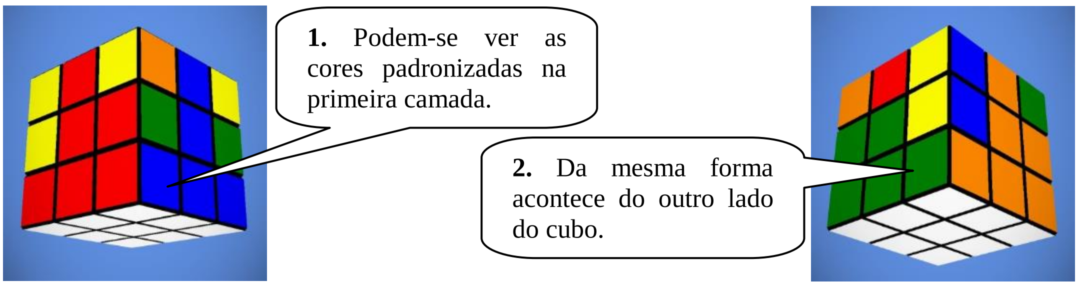
Figura 22 – Camadas: F U F’.



Fonte: Arquivo pessoal.

Quando posicionamos todas as quatro peças de canto da primeira camada de forma correta vamos obter a primeira camada resolvida:

Figura 23 – Camadas: base resolvida.

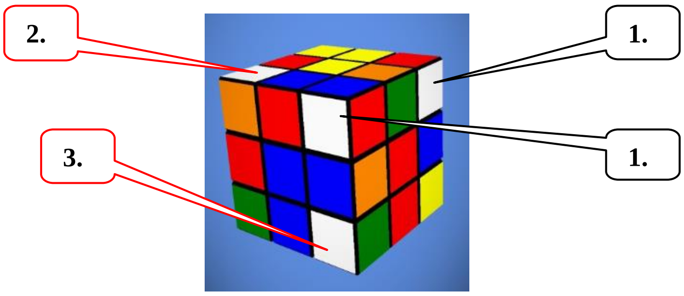


Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante:

Para a aplicação do algoritmo devemos selecionar as peças que estão em **1.**, não havendo peças nessa característica, deve ser selecionada outra peça, que esteja em **2.** ou em **3.**, para trabalharmos. O trabalho que devemos fazer com as peças que estão nas posições **2.** e **3.** é tentar fazer elas chegarem na posição **1.**, é claro, sempre mantendo a cruz na parte de baixo. É bem intuitivo, podemos aplicar o próprio algoritmo para tentarmos isso. Veja na imagem:

Figura 24 – Camadas: peças 1, 2 e 3.



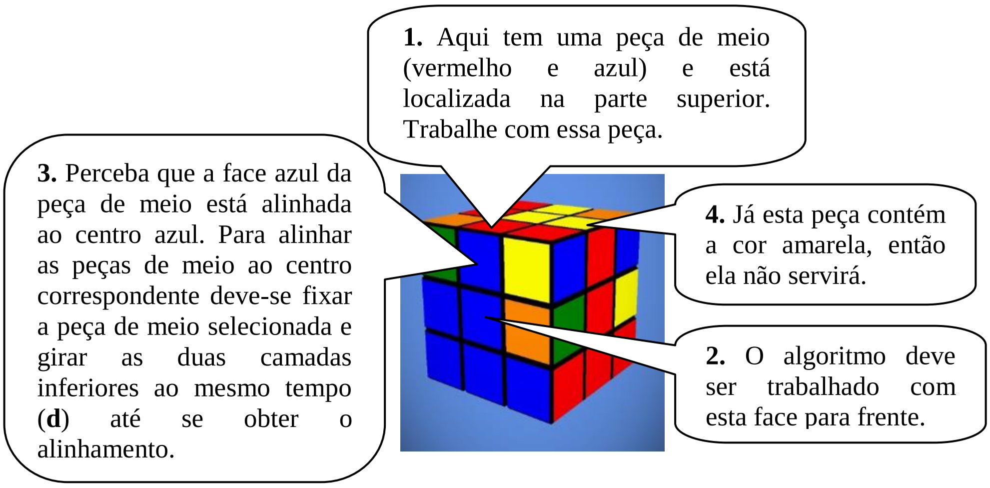
Fonte: Arquivo pessoal.

5.3 ALGORITMO 3: POSICIONAR AS PEÇAS DE MEIO (SEGUNDA CAMADA).

- Configurações: **U’ L’ U’ L U (F U F’)** (para o lado esquerdo) ou **U R U R’ U’ (F’ U’ F)** (para o lado direito).

Após concluirmos a base do cubo devemos, em seguida, posicionar as peças de meio da segunda camada. As peças de meio que devemos trabalhar agora deverão estar na parte superior do cubo, porém não será toda peça de meio que irá nos servir, há uma particularidade, as peças de meio que nos servirão não pode ter em sua estrutura a cor amarela (que é a cor oposta da base branca), isso acontece porque as peças de meio que contém a cor amarela em sua estrutura pertencem à camada superior e serão trabalhadas nos algoritmos seguintes. Então devemos identificar na camada superior peças de meio que não contém a cor amarela em sua estrutura, são essas peças que iremos trabalhar. Mas, antes de podermos trabalhar com a peça de meio selecionada, devemos alinhá-la ao centro que corresponde à cor que está na lateral da peça de meio. Veja a seguir:

Figura 25 – Camadas: peças de meio na camada superior.

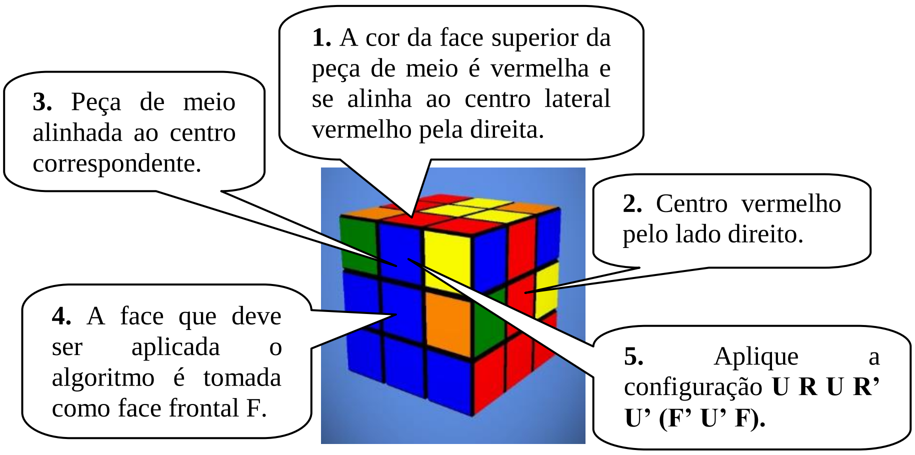


Fonte: Arquivo pessoal.

Existem dois casos na aplicação desse algoritmo. Os Casos: lado direito e lado esquerdo. Vejamos:

- **<u>Caso1</u>: lado direito [U R U R' U' (F' U' F)]**. É quando identificamos uma peça de meio (que não contém a cor oposta) na camada superior e alinhamos a cor da face lateral ao centro correspondente e observamos que a cor da face superior da peça de meio se alinha ao centro da lateral pela direita. Veja na mesma imagem anterior:

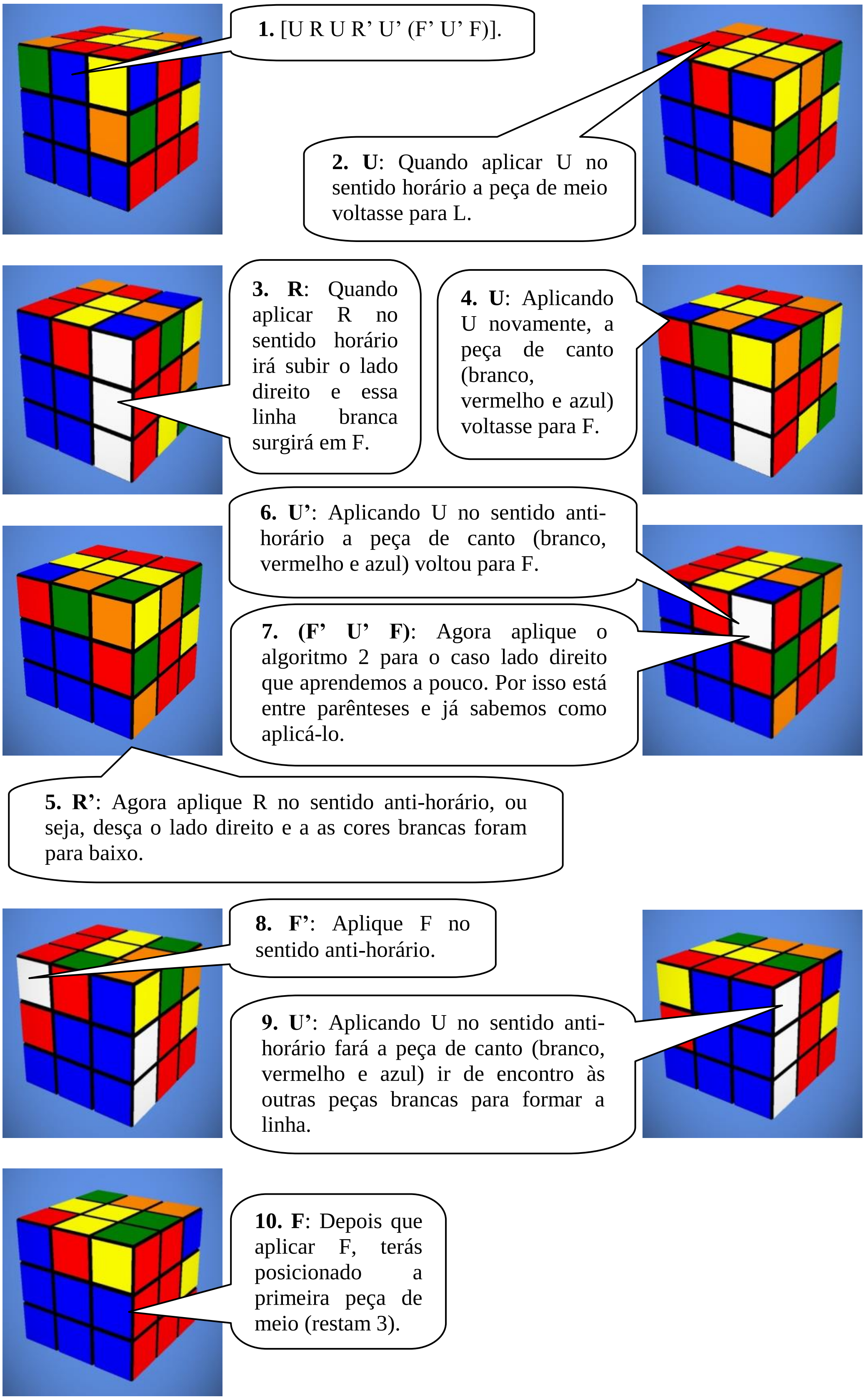
Figura 26 – Camadas: [U R U R' U' (F' U' F)].



Fonte: Arquivo pessoal.

Vejamos a aplicação do algoritmo para a configuração [U R U R' U' (F' U' F)]:

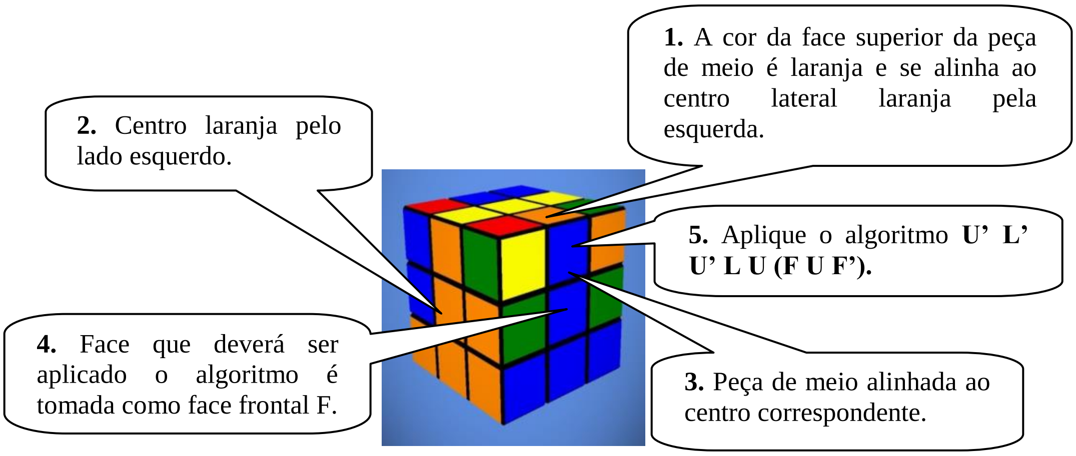
Figura 27 – Camadas: aplicando [U R U R’ U’ (F’ U’ F)].



Fonte: Arquivo pessoal.

- <u>Caso2</u>**: lado esquerdo [U’ L’ U’ L U (F U F’)]**. É quando identificamos uma peça de meio (que não contém a cor oposta) na camada superior e alinhamos a cor da face lateral ao centro correspondente e observamos que a cor da face superior da peça de meio se alinha ao centro da lateral pela esquerda. Veja na imagem a seguir:

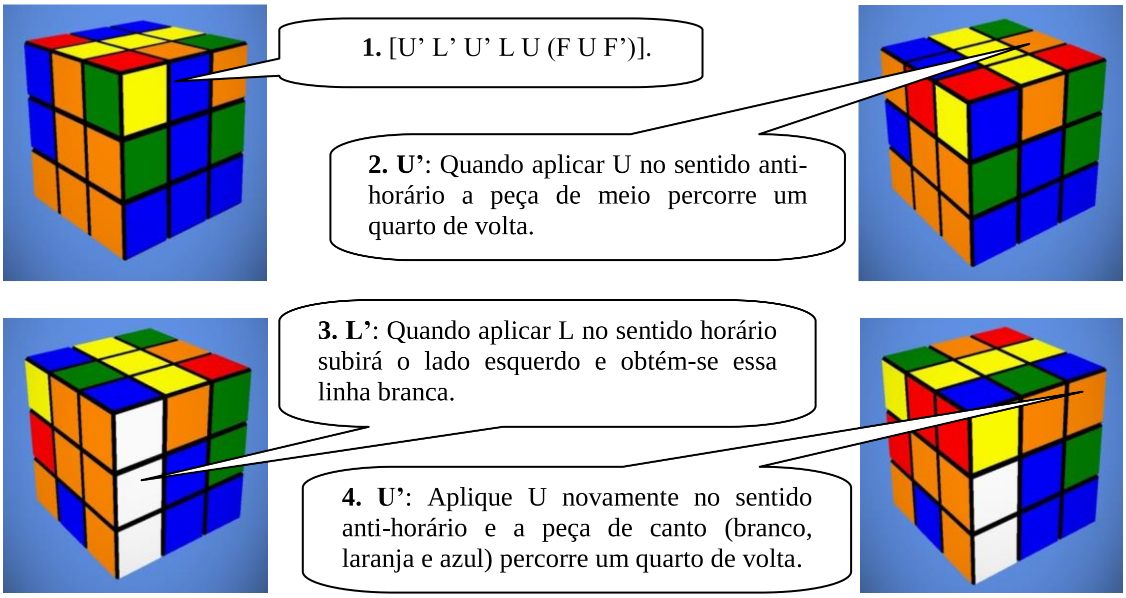
Figura 28 – Camadas: [U’ L’ U’ L U (F U F’)].



Fonte: Arquivo pessoal.

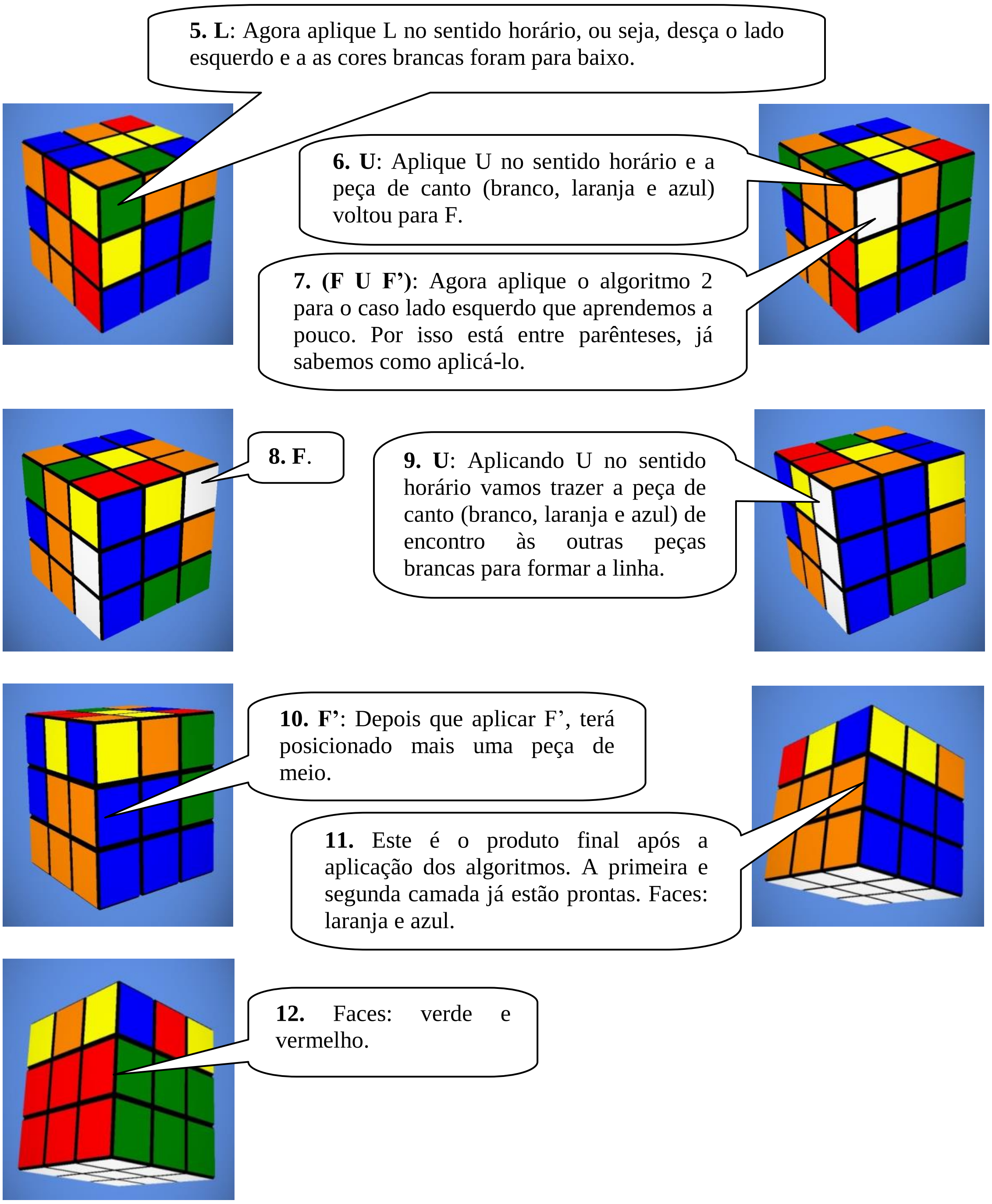
Vejamos a aplicação do algoritmo para a configuração [U’ L’ U’ L U (F U F’)]:

Figura 29 – Camadas: aplicando [U’ L’ U’ L U (F U F’)] (parte 1).



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 30 – Camadas: aplicando [U’ L’ U’ L U (F U F’)] (parte 2).

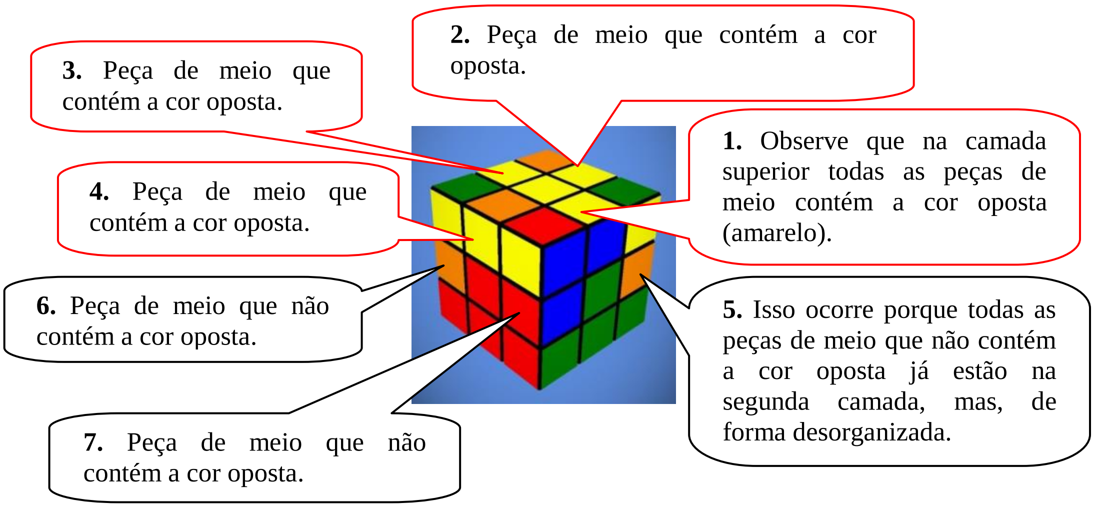


Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante:

Pode haver situações em que não temos peças de meio que nos interessa na camada superior, ou seja, as peças de meio que não contém a cor oposta já estão na segunda camada, mas, de maneira não organizada, o que devemos fazer é jogar uma peça de meio (que não contém a cor oposta) da segunda camada para a camada superior, pois é na camada superior que podemos alinhá-la corretamente e aplicar o algoritmo. Para fazermos uma peça de meio da segunda camada passar para a terceira podemos utilizar o próprio algoritmo caso esquerdo ou direito, o que for mais conveniente, considere que uma peça de meio (que agora contém a cor oposta) da camada superior é a peça correta (que não contém a cor oposta) e aplicar o algoritmo, assim você troca essa peça que contém a cor oposta por uma que não contém e logo após você pode trabalhar com essa peça que não contém a cor oposta. Veja nas imagens:

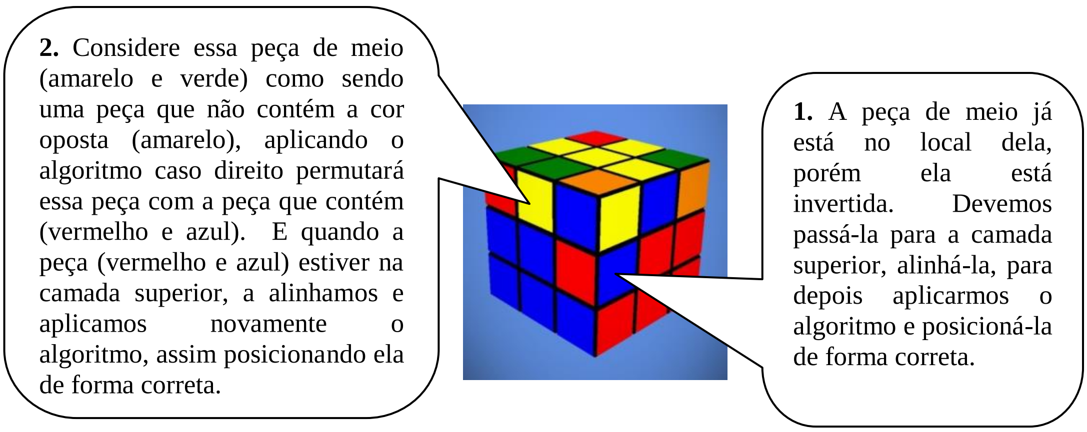
Figura 31 – Camadas: casos de peça de meio.



Fonte: Arquivo pessoal.

Vejamos uma situação que pode ocorrer também quando falta apenas uma peça de meio para ser posicionada.

Figura 32 – Camadas: peça de meio invertida.



Fonte: Arquivo pessoal.

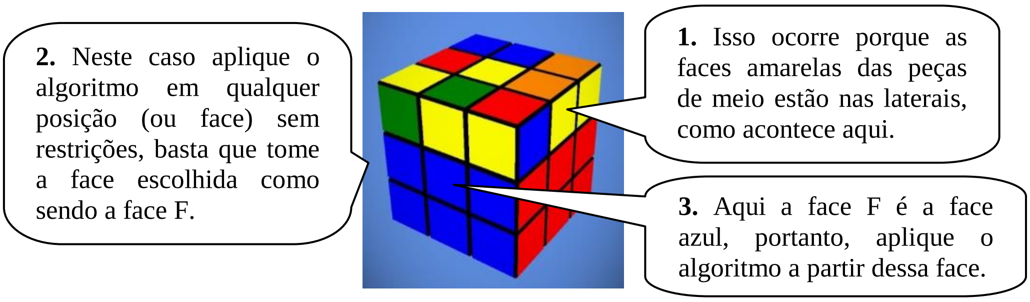
5.4 ALGORITMO 4: CRUZ NA PARTE SUPERIOR

➢ Configuração: **F R U R’ U’ F’.**

Após concluirmos a segunda camada, utilizamos até o momento apenas três algoritmos, agora para a última camada ou camada superior vamos utilizar 4 algoritmos. Para cada algoritmo vão existir alguns casos, a dica é tomar cuidado com cada caso para que a aplicação do algoritmo funcione. Os casos vão indicar a maneira ou a posição em que o cubo mágico deve estar para a aplicação do algoritmo. Nesse algoritmo da cruz na camada superior vamos ver 4 casos. São eles:

- <u>**Caso**</u>**: limpo.** Acontece quando concluímos a segunda camada e observamos que não há nenhuma peça de meio amarela posicionada em torno do centro amarelo na camada superior.

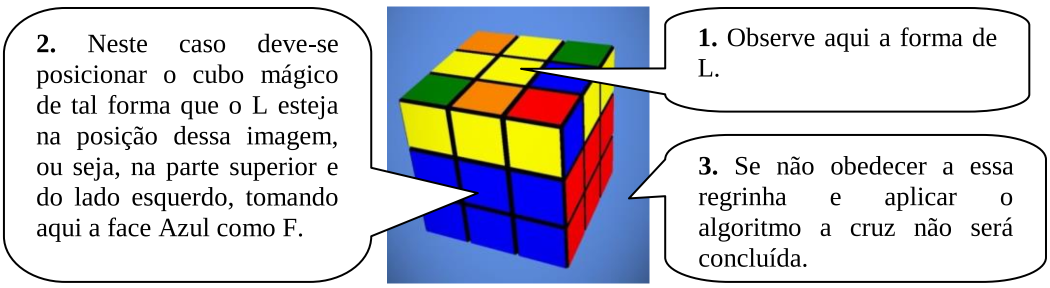
Figura 33 – Camadas: algoritmo 4 (caso limpo).



Fonte: Arquivo pessoal.

- <u>**Caso**</u>**: “L pequeno”.** Acontece quando concluímos a segunda camada e observamos uma forma de L com duas peças de meio já posicionadas na camada superior.

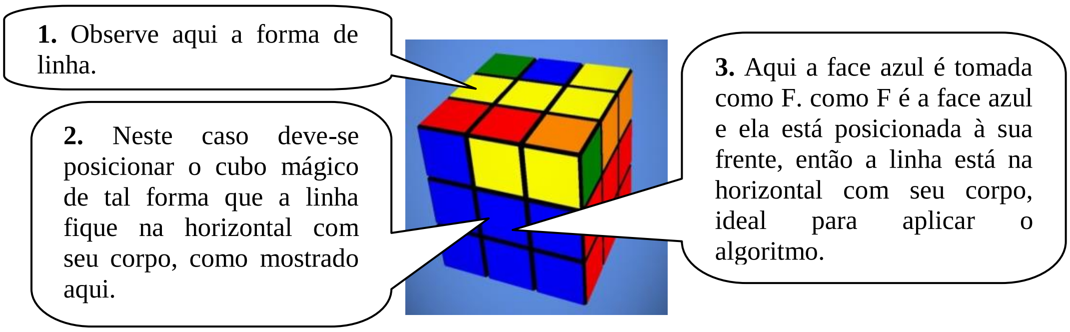
Figura 34 – Camadas: algoritmo 4 (caso L pequeno).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso</u>: linha.** Acontece quando concluímos a segunda camada e observamos uma forma de linha com duas peças de meio já posicionadas na camada superior.

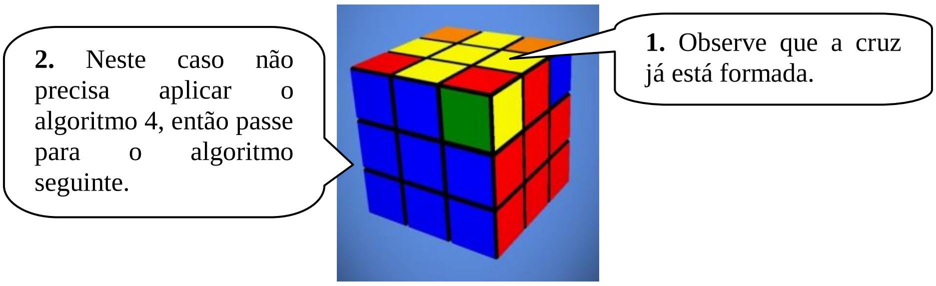
Figura 35 – Camadas: algoritmo 4 (caso linha).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso</u>: cruz feita.** Acontece quando concluímos a segunda camada e observamos que a cruz já está formada na camada superior.

Figura 36 – Camadas: algoritmo 4 (caso cruz feita).



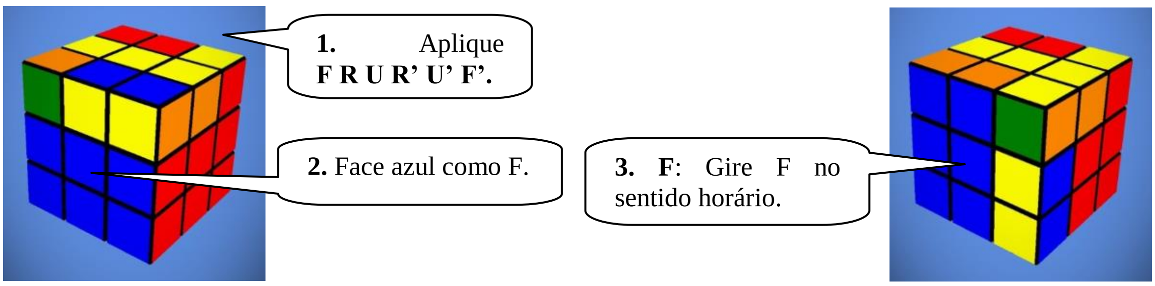
Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante1:

Em nenhum dos casos acima devemos nos preocupar com as peças de canto (ignore-as, se importe apenas com as peças de meio).

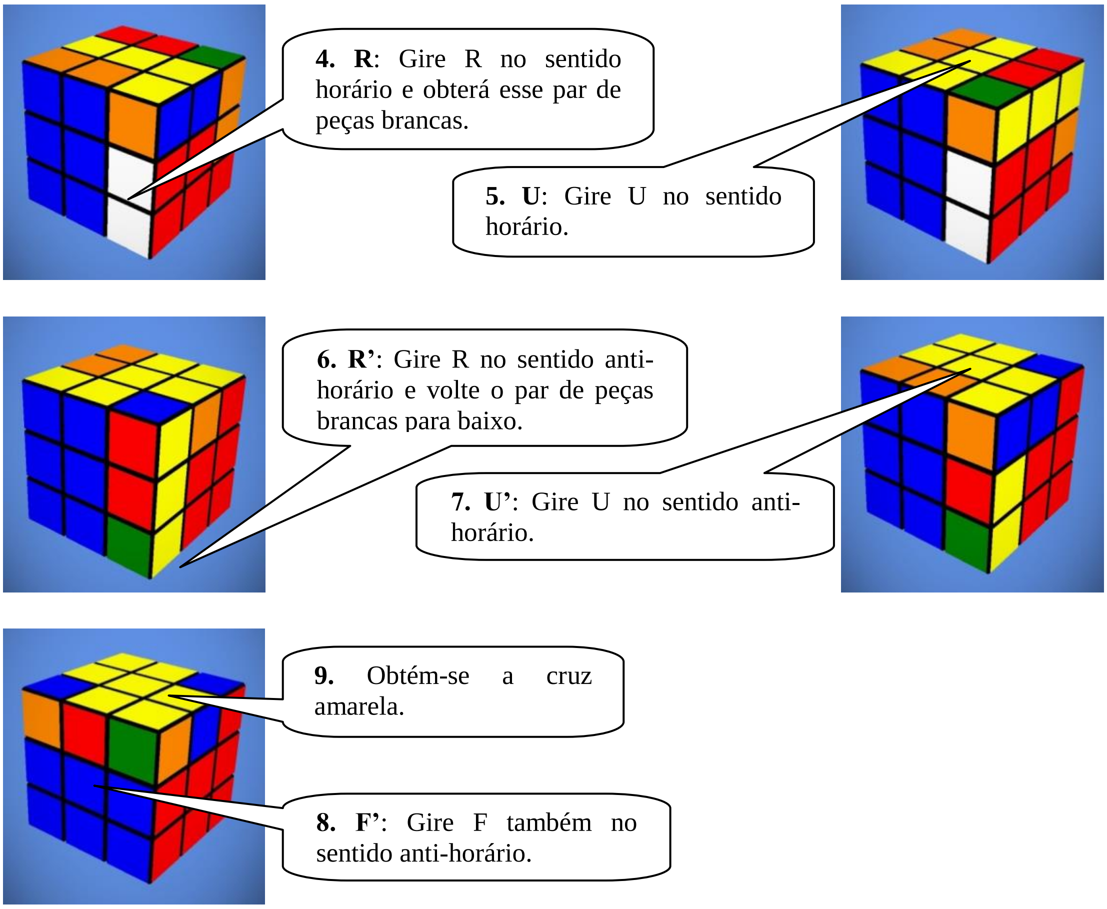
Vejamos a aplicação do algoritmo para o caso (linha):

Figura 37 – Camadas: aplicando F R U R’ U’ F’ para o caso linha (parte 1).



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 38 – Camadas: aplicando F R U R’ U’ F’ para o caso linha (parte 2).



Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante2:

Quando concluirmos a segunda camada irá ocorrer algum dos casos que acabamos de ver. Se ocorrer o caso 1 isso quer dizer que aplicaremos três vezes o algoritmo **F R U R’ U’ F’**, se ocorrer o caso 2 aplicaremos duas vezes o algoritmo e se ocorrer o caso 3 aplicaremos uma única vez o algoritmo, é claro, observando como devemos aplicar o algoritmo em cada um dos casos, ou seja, a maneira ou a posição em que o cubo mágico deve estar. Isso acontece porque se estamos no caso 1 e aplicamos o algoritmo o cubo irá para o caso 2 e se aplicamos o algoritmo no caso 2 o cubo irá para o caso 3 e, portanto, aplicando o algoritmo no caso 3 o cubo irá para o 4 que é a cruz formada.

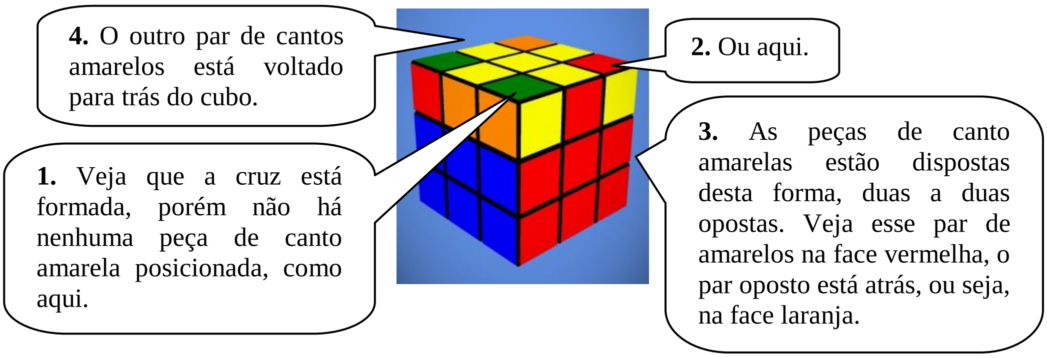
4.5 ALGORITMO 5: POSICIONAR AS PEÇAS DE CANTO (ÚLTIMA CAMADA)

➢ Configurações: **R U R’ U R U2 R’** (para o lado direito) ou **L’ U’ L U’ L’ U2 L** (para o lado esquerdo).

Existem sete casos na camada superior que podem ser observados após a resolução do algoritmo anterior, são eles: Limpo 1 (pares iguais), Limpo 2 (pares desiguais), Retângulo 1 (cantos iguais), Retângulo 2 (cantos opostos), Diagonal, Peixinho e Resolvido, vejamos cada um deles e a explicação para como devemos posicionar o cubo em cada caso:

- **<u>Caso</u>: Limpo 1 (pares iguais).** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos que não há nenhuma peça de canto posicionada com as cores amarelo (cruz) das faces laterais para cima e, além disso, as cores das faces laterais formam um par em duas faces (opostas) do cubo mágico. Veja:

Figura 39 – Camadas: algoritmo 5 (caso limpo 1).



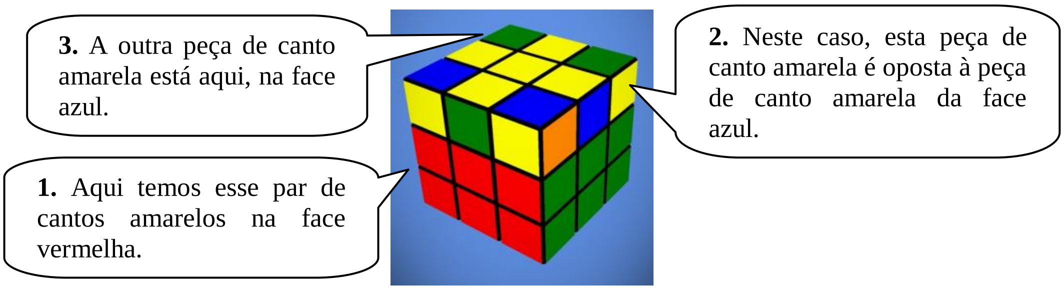
Fonte: Arquivo pessoal.

Observação1:

Quando ocorre esse caso devemos aplicar o algoritmo R U R’ U R U2 R’ (para o lado direito) ou L’ U’ L U’ L’ U2 L (para o lado esquerdo) como preferir, desde que aplique a onde NÃO tiver os pares de cantos amarelos. Por exemplo, na imagem acima devemos aplicar o algoritmo com a face azul sendo F, ou se preferir, no oposto verde como sendo F.

- **<u>Caso</u>: Limpo 2 (pares desiguais).** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos que não há nenhuma peça de canto posicionada com as cores amarelo (cruz) das faces laterais para cima e, além disso, as cores das faces laterais formam um par em apenas uma das faces do cubo mágico. Veja:

Figura 40 – Camadas: algoritmo 5 (caso limpo 2).



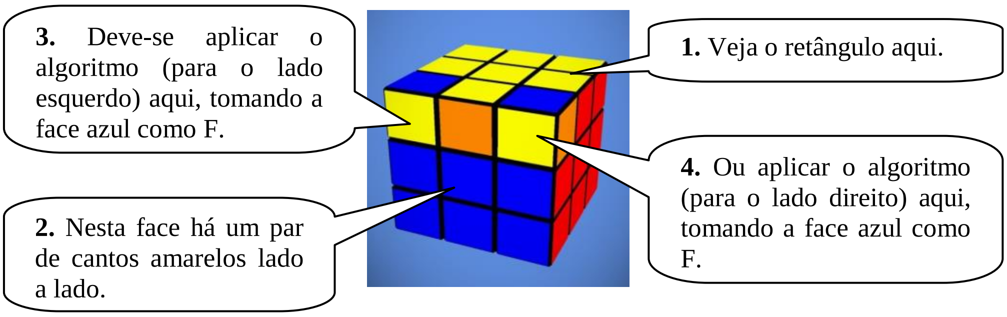
Fonte: Arquivo pessoal.

Observação2:

Quando ocorre esse caso devemos aplicar o algoritmo R U R’ U R U2 R’ (para o lado direito) onde indica a caixa de texto (**2.**) da imagem anterior ou L’ U’ L U’ L’ U2 L (para o lado esquerdo) onde indica a caixa de texto (**3.**), lembrando que o lado em que se deseja aplicar o algoritmo deve ser posicionado à sua frente.

- <u>**Caso**</u>**: Retângulo 1 (cantos iguais).** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos um retângulo com seis peças contendo cores amarelas para cima, além disso, as duas outras peças de canto que estão faltando formam um par lado a lado. Veja:

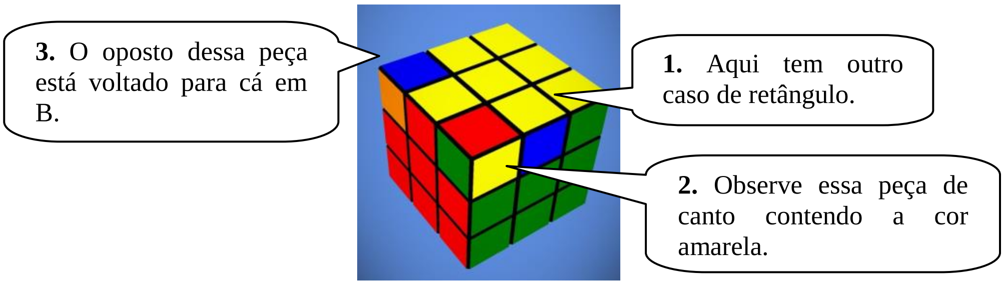
Figura 41 – Camadas: algoritmo 5 (caso retângulo 1).



Fonte: Arquivo pessoal.

- <u>**Caso**</u>**: Retângulo 2 (cantos opostos).** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos um retângulo com seis peças contendo cores amarelas para cima, além disso, as duas outras peças de canto que estão faltando são opostas. Vejamos:

Figura 42 – Camadas: algoritmo 5 (caso retângulo 2).



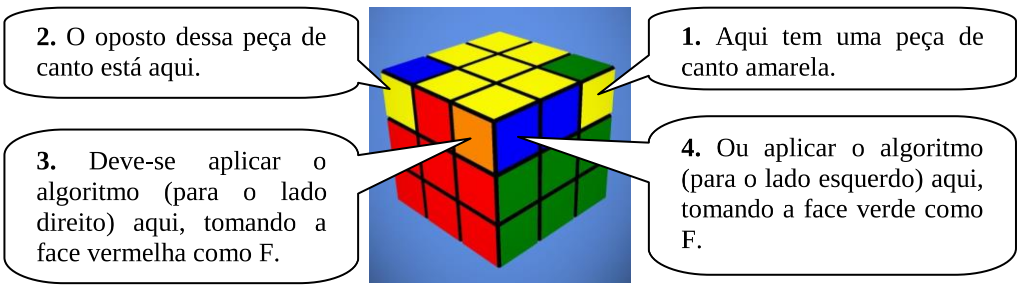
Fonte: Arquivo pessoal.

Observação3:

Quando ocorre esse caso devemos aplicar o algoritmo R U R’ U R U2 R’ (para o lado direito) ou L’ U’ L U’ L’ U2 L (para o lado esquerdo) como preferir, desde que se aplique no canto ao lado das peças de canto opostas, ou seja, nos cantos que compõem o retângulo. Na imagem acima tomemos a face verde como sendo F, aplica-se o algoritmo no canto com a cor verde que pertence ao retângulo.

- **<u>Caso</u>: Diagonal.** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos que há duas peças de canto já posicionadas e estão na diagonal, além disso, as duas outras peças de canto que estão faltando estão na outra diagonal, porém, invertidas. Veja:

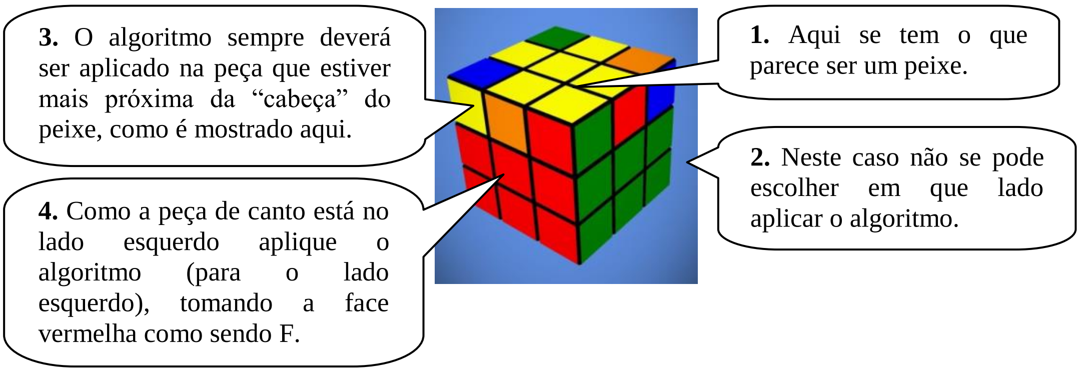
Figura 43 – Camadas: algoritmo 5 (caso diagonal).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso</u>: peixinho.** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos que há apenas uma peça de canto já posicionada, formando um peixinho (goze da imaginação) Veja:

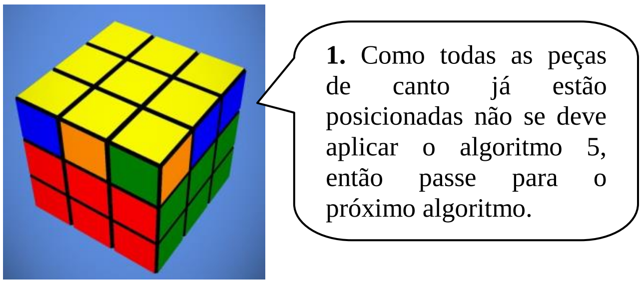
Figura 44 – Camadas: algoritmo 5 (caso peixinho).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso</u>: Resolvido.** Acontece quando concluímos a cruz na camada superior e observamos que todas as peças de canto já estão posicionadas. Neste caso não devemos aplicar o algoritmo. Veja:

Figura 45 – Camadas: algoritmo 5 (caso resolvido).



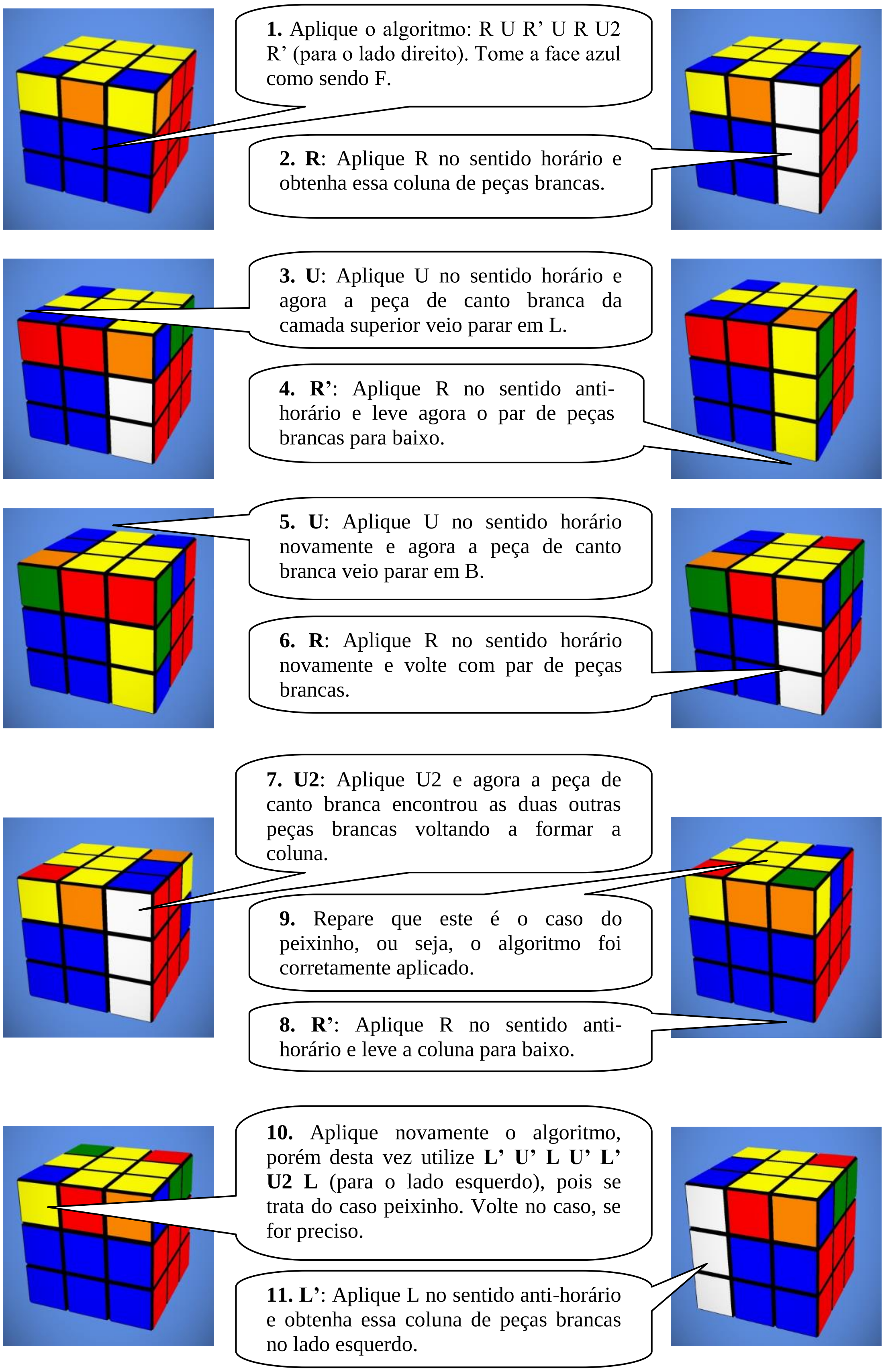
Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante:

Não precisaremos aplicar mais que duas vezes esse algoritmo, desde que ele seja efetuado corretamente seguindo cada caso. Percebamos que ao aplicarmos o algoritmo para os casos anteriores ao do peixinho o resultado final após a aplicação do algoritmo será o caso do peixinho e, assim, aplicando mais uma vez o algoritmo, agora para o caso do peixinho, resolveremos a face superior.

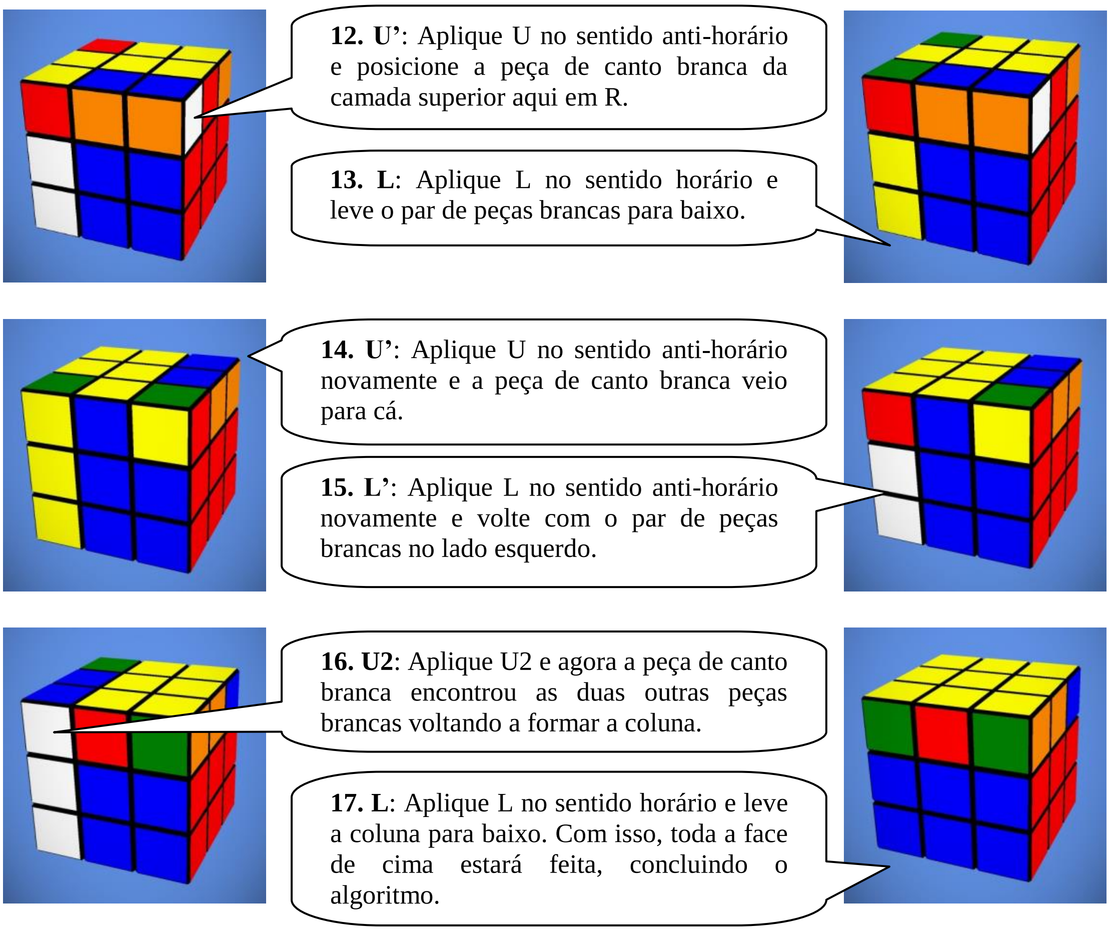
Vejamos a aplicação do algoritmo para o caso (retângulo 1 (cantos iguais)):

Figura 46 – Camadas: aplicando R U R’ U R U2 R’ e L’ U’ L U’ L’ U2 L (parte 1).



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 47 – Camadas: aplicando R U R’ U R U2 R’ e L’ U’ L U’ L’ U2 L (parte 2).



Fonte: Arquivo pessoal.

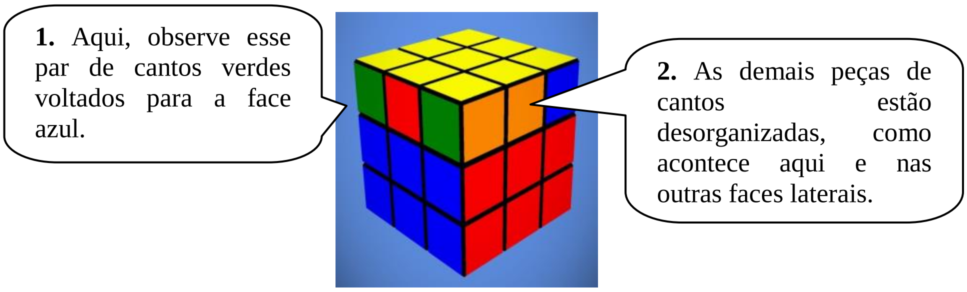
5.6 ALGORITMO 6: ‘L’ EM UM DOS LADOS

➢ Configuração: **R’ F R’ B2 R F’ R’ B2 R2**

Ao passarmos pelo algoritmo 5, nos restará apenas organizar as faces laterais da camada superior. Para organizar essas faces laterais utilizaremos os algoritmos 6 e 7. Na aplicação do algoritmo 6 vamos organizar as peças de canto e veremos uma forma de L no meio do processo. Além disso, teremos cinco casos para esse algoritmo, que são: com par, sem par, face 1 e 2 e meio. Vejamos a seguir:

- **Caso: com par.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos um par de cantos iguais, ou seja, com as mesmas cores nas faces laterais.

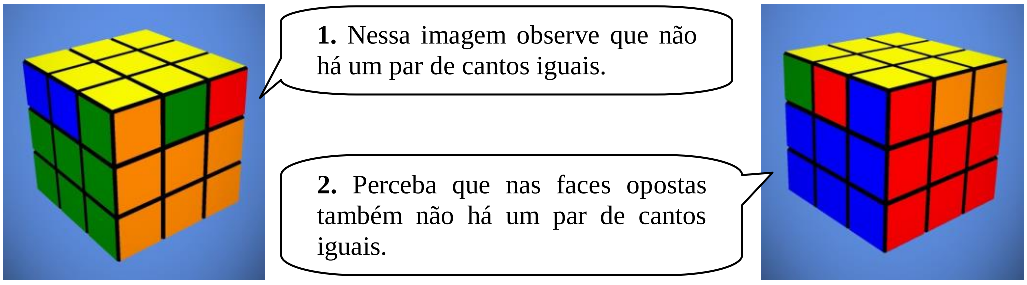
Figura 48 – Camadas: algoritmo 6 (caso com par).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> sem par.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que não há nenhum par de peças de canto com as mesmas cores nas faces laterais.

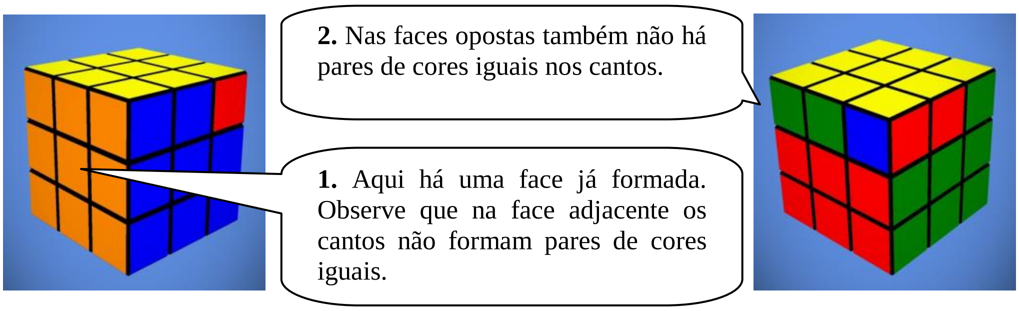
Figura 49 – Camadas: algoritmo 6 (caso sem par).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> face 1.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que uma face lateral do cubo já está formada e as demais peças de canto estão desorganizadas.

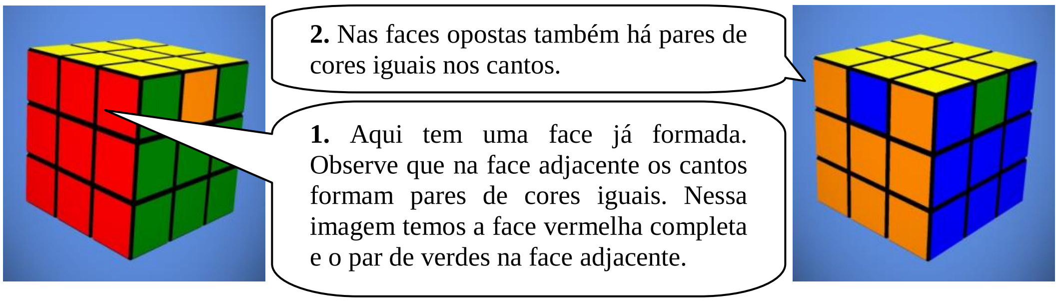
Figura 50 – Camadas: algoritmo 6 (caso face 1).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> face 2 ou resolvido 1.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que uma face lateral do cubo já está formada e as demais peças de canto já estão organizadas. Atenção, pois nesse caso não precisamos aplicar o algoritmo.

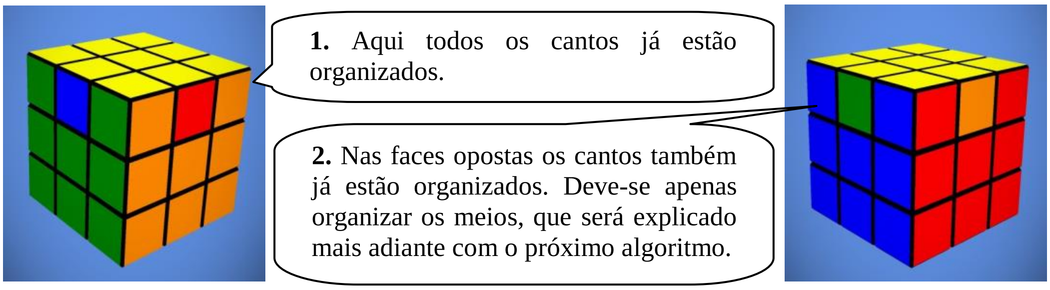
Figura 51 – Camadas: algoritmo 6 (caso face 2 ou resolvido 1).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> meio ou resolvido 2.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que todas as peças de canto já estão organizadas. Aqui, assim como no caso face 2, não precisamos aplicar o algoritmo.

Figura 52 – Camadas: algoritmo 6 (caso meio ou resolvido 2).



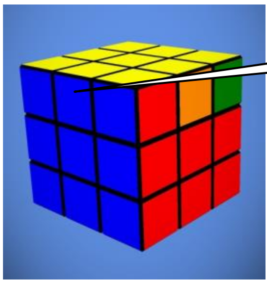
Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante:

Para aplicar o algoritmo devemos sempre procurar por um par de cantos de mesma cor. Note que no caso (face1) também temos um par de cantos iguais (que pertence a face completa). Esses pares deverão ser posicionados de modo que eles fiquem atrás do cubo, ou seja, na posição B e não F como trabalhamos anteriormente. Feito isso, iremos aplicar apenas uma vez o algoritmo e passaremos para o próximo.

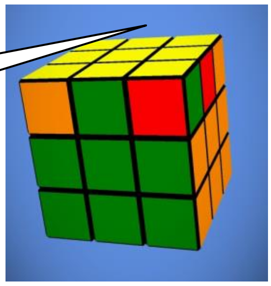
Vejamos a aplicação do algoritmo para o caso (face 1):

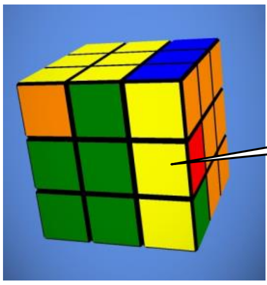
Figura 53 – Camadas: aplicando R’ F R’ B2 R F’ R’ B2 R2 (parte 1).



1. Aqui tem o caso de face 1. Lembre-se que o par de cantos azuis deverá ser posicionado atrás, em B.

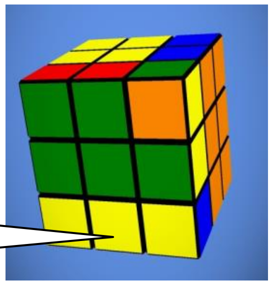
2. Para posicionar o par de cantos atrás do cubo há duas opções. Opção 1: fazer U2 e levar apenas a camada superior para trás, mantendo a face azul em F. Opção 2: girar todo o cubo 180°, assim tem-se a face oposta (face verde) em F e a face azul agora está em B, ou seja, aqui.

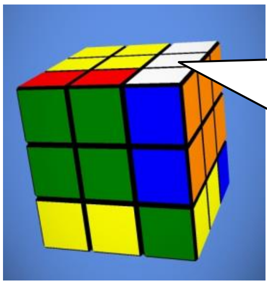




3. Aplique agora o algoritmo **R’ F R’ B2 R F’ R’ B2 R2.** Fazendo R no sentido anti-horário irá trazer essa coluna amarela para F.

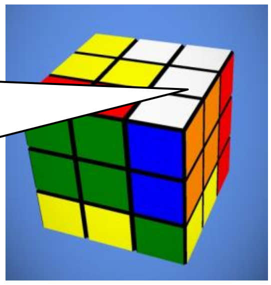
4. F: Aplique F no sentido horário e posicionará a coluna amarela em F aqui em baixo.

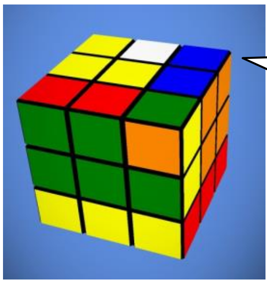




5. R’: Aplique novamente R no sentido anti-horário e obterá essa coluna branca na camada superior.

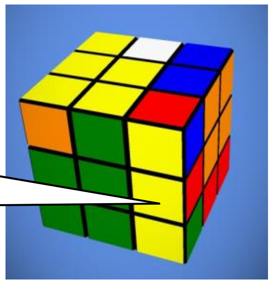
6. B2: Aplique agora B2 e obtenha esse ‘L’ de cores brancas, por isso o algoritmo recebe esse nome.

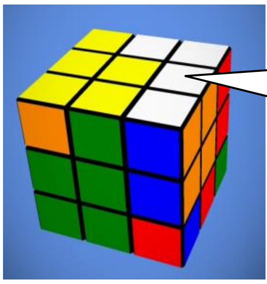




7. R: Aplique agora R no sentido horário e leve a coluna branca para trás ou B.

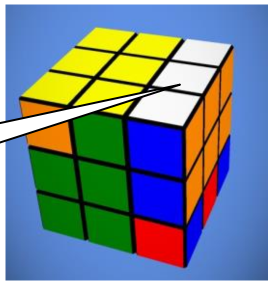
8. F’: Aplique agora F no sentido anti-horário e volte com a coluna amarela para a face da frente.





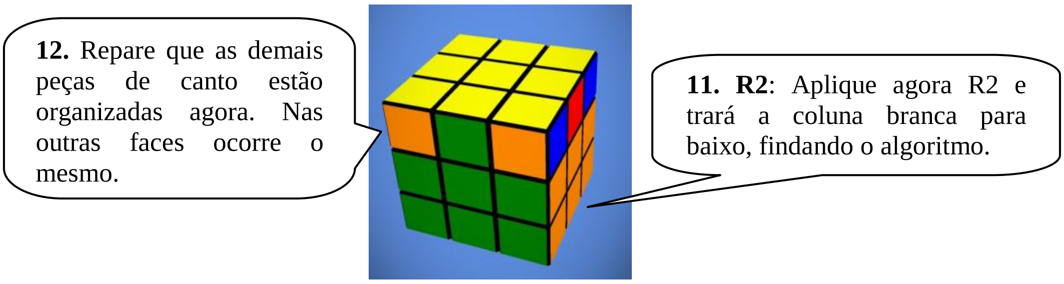
9. R’: Aplique outra vez R no sentido anti-horário e obtenha essa coluna branca na camada superior.

10. B2: Aplique agora B2 e terá apenas a coluna branca, desmontando o ‘L’.



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 54 – Camadas: aplicando R’ F R’ B2 R F’ R’ B2 R2 (parte 2).



Fonte: Arquivo pessoal.

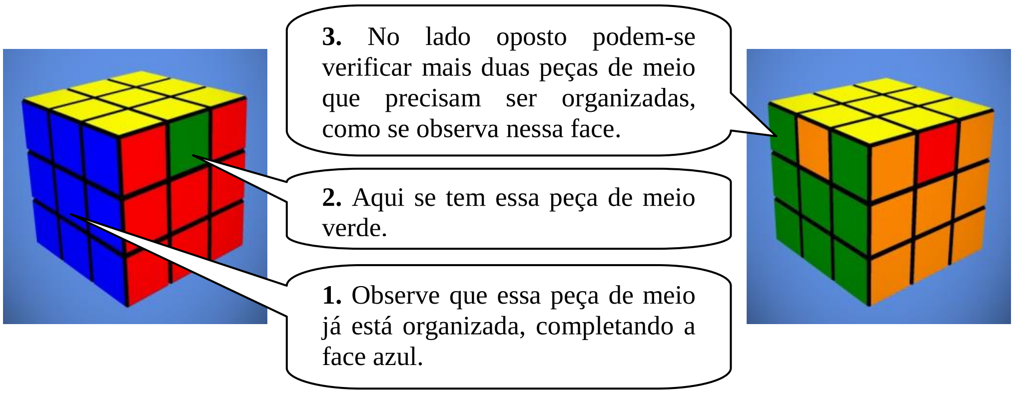
5.7 ALGORITMO 7: VAI E VOLTA (FINAL)

➢ Configuração: **F2 U M’ U2 M U F2** (para o lado direito) ou **F2 U’ M’ U2 M U’ F2** (para o lado esquerdo).

Neste algoritmo, iremos organizar as peças de meio que estão faltando. Podem ocorrer quatro casos, são eles: face, meios opostos, meios adjacentes, e resolvido. Vejamos cada um deles:

- **<u>Caso:</u> face.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que uma peça de meio já está organizada, formando uma face completa em um dos lados do cubo. Nesse caso falta organizar apenas três peças de meio para resolver o cubo mágico.

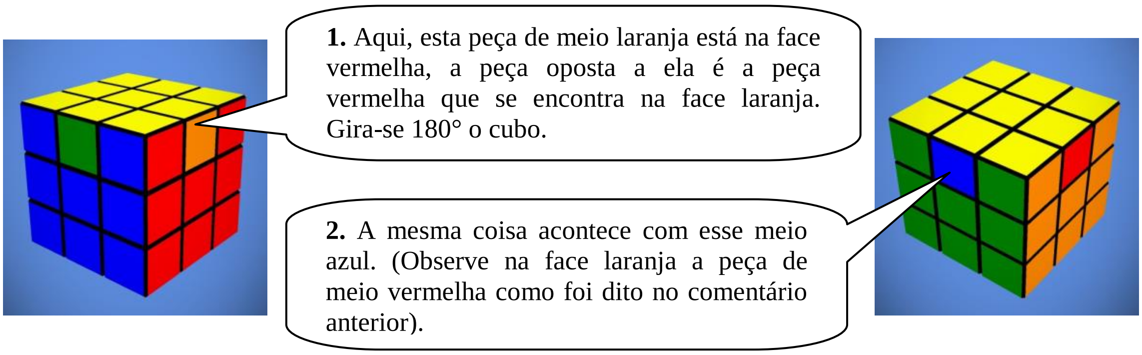
Figura 55 – Camadas: algoritmo 7 (caso face).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> meios opostos.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que os meios estão opostos entre si.

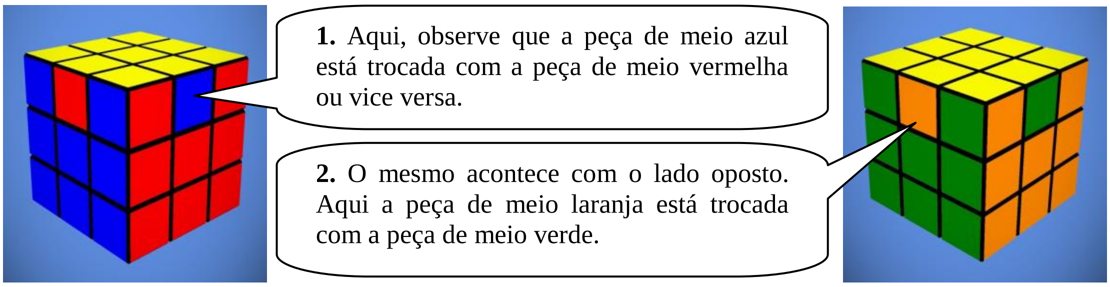
Figura 56 – Camadas: algoritmo 7 (caso meios opostos).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> meios adjacentes.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que os meios estão adjacentes, ou seja, lado a lado.

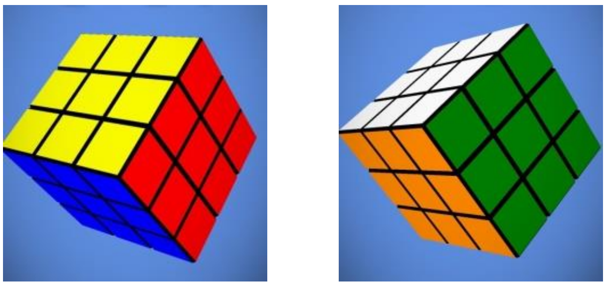
Figura 57 – Camadas: algoritmo 7 (caso meios adjacentes).



Fonte: Arquivo pessoal.

- **<u>Caso:</u> resolvido.** Acontece quando concluímos o algoritmo anterior e observamos que o cubo mágico já está resolvido.

Figura 58 – Camadas: algoritmo 7 (caso resolvido).



Fonte: Arquivo pessoal.

Observação importante1:

Para aplicarmos o algoritmo vamos observar se temos primeiro o caso face, se temos esse caso isso implica que aplicaremos apenas uma vez o algoritmo e resolveremos o cubo. Se não tivermos o caso face, teremos os casos meios opostos ou meios adjacentes, para cada um vamos aplicar duas vezes o algoritmo. Isso acontece, pois ao aplicarmos a primeira vez iremos parar no caso face e no caso face aplicamos novamente e resolveremos o cubo.

Observação importante2:

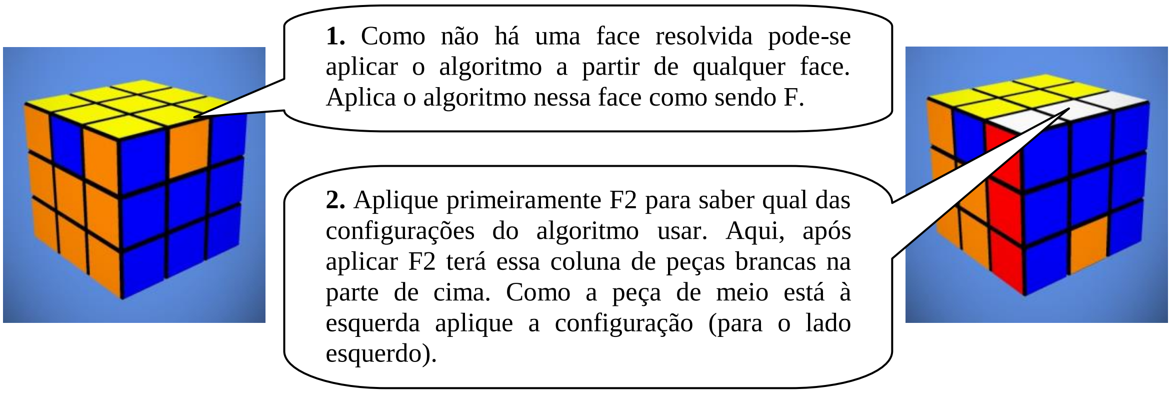
Para o caso face, devemos posicionar a face de modo que ela fique como B, ou seja, na parte de trás do cubo para que possamos aplicar o algoritmo. Como nos outros dois casos não temos a face formada, aplicamos o algoritmo a partir de qualquer face.

Observação importante3:

O algoritmo apresenta as configurações F2 U M’ U2 M U F2 (para o lado direito) ou F2 U’ M’ U2 M U’ F2 (para o lado esquerdo). Repare que nos dois casos o primeiro movimento é F2 e o segundo movimento será U ou U’. O que nos dirá se vamos utilizar F2 U M’ U2 M U ou F2 U’ M’ U2 M U’ F2 será a posição da peça de meio que estiver na face à esquerda ou à direita (essa peça de meio precisa ser da mesma cor da face da frente F), logo, após aplicarmos F2 devemos verificar se essa peça de meio (ela está à direita) ou (ela está à esquerda), por exemplo, se ela estiver à direita vamos utilizar F2 U M’ U2 M U F2, caso contrário usaremos F2 U’ M’ U2 M U’ F2.

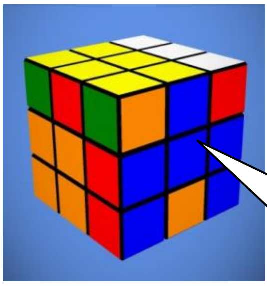
Vejamos a aplicação do algoritmo para o caso (meios adjacentes):

Figura 59 – Camadas: aplicando F2 U M’ U2 M U F2 e F2 U’ M’ U2 M U’ F2 (parte 1).

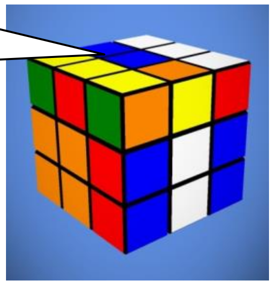


Fonte: Arquivo pessoal.

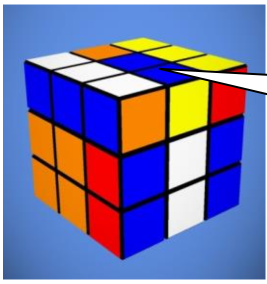
Figura 60 – Camadas: aplicando F2 U M’ U2 M U F2 e F2 U’ M’ U2 M U’ F2 (parte 2).



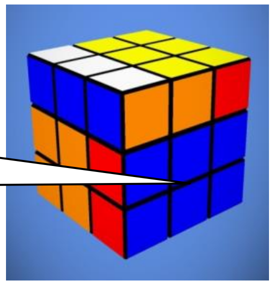
4. M’: Aplique M no sentido anti-horário e a peça de meio juntamente com o centro de mesma cor veio para U na parte posterior.



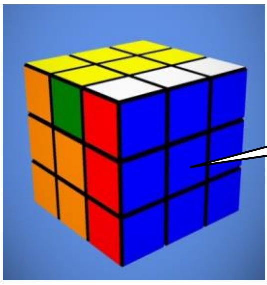
3. U’: Como já se aplicou F2, aplique agora U no sentido anti-horário. Observe que a peça de meio combina com a cor da face, que neste caso é azul.



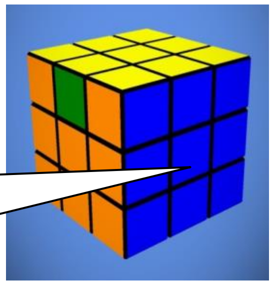
5. U2: Aplicando U2 irá trazer o par de peças azuis em U para a parte anterior.



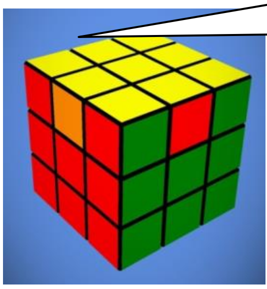
6. M: Aplique M no sentido horário e a peça de meio juntamente com o centro de mesma cor completa as duas camadas inferiores.



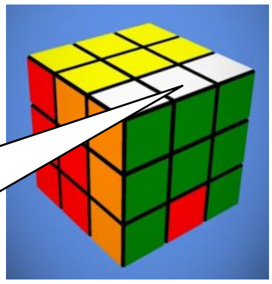
7. U’: Aplique agora U no sentido anti-horário. Observe que já temos uma face formada, que é a face azul.



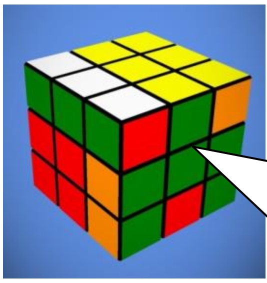
8. F2: Aplique agora F2, observe na imagem que agora se tem o caso (face). Aqui, aplique novamente o algoritmo, levando em consideração a (observação importante 3).



9. A face resolvida deve ficar em B, ou seja, aqui. Deve-se aplicar o algoritmo a partir da face oposta que é a face verde, que está em F.

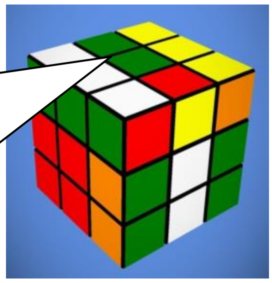


10. F2: Aplique F2. Observe que a peça de meio à esquerda é laranja e não combina com F, então a peça que combina está à direita (do outro lado). Aplique então a configuração (para o lado direito).



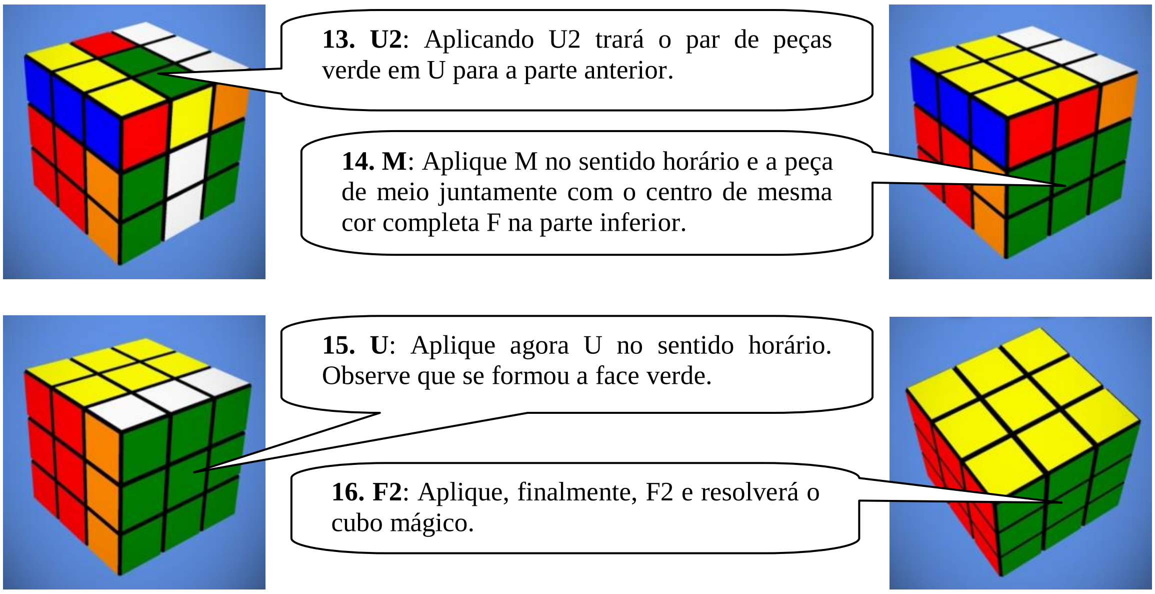
11. U: Como já se aplicou F2, aplique agora U no sentido horário. Observe que a peça de meio combina com a cor da face, que neste caso é verde.

12. M’: Aplique M no sentido anti-horário e a peça de meio juntamente com o centro de mesma cor se estabelece nessa posição.



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 61 – Camadas: aplicando F2 U M’ U2 M U F2 e F2 U’ M’ U2 M U’ F2 (parte 3).



Fonte: Arquivo pessoal.

Após a resolução do cubo mágico através do método de camadas, ou seja, o método mais comum de se resolver o brinquedo, quem estiver interessado pode aprender também o método de Fridrich que é um pouco mais avançado. O Fridrich é composto por várias sequências de movimentos para se resolver o cubo mágico de maneira mais rápida, utilizado pelos maiores competidores do mundo na busca por um novo recorde de resolução. Os interessados no Fridrich podem recorrer à apostila online disponível em: http://www.cubovelocidade.com.br/tutoriais/cubo-magico-avancado-apostila-metodo-fridrich.pdf.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das diferentes experiências que vivenciamos no âmbito do curso em Licenciatura em Matemática, quer sejam pelas disciplinas cursadas, a regência durante os estágios, bem como, as vivências como bolsistas do PIBID percebemos o quanto é importante utilizar artifícios, métodos que captam a atenção dos alunos para o conteúdo e, também, favoreçam a aprendizagem. Além disso, entendemos que esses artifícios enquanto Materiais Didáticos devem ser trabalhados com frequência em sala de aula.

No decurso dessa investigação, procuramos adaptar o cubo mágico tradicional para que ele atendesse essa exigência, ou seja, torná-lo um Material Didático que fosse capaz de auxiliar o trabalho do professor no desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, concentração e memória sem, é claro, perder seu aspecto lúdico. Recorremos a diversas fontes para sabermos como o quebra-cabeça estava sendo abordado no ambiente de ensino. E para reforçar a ideia do ensino por meio da utilização de jogos, consultamos a literatura específica e trouxemos algumas contribuições dos autores sobre a formação inicial de professores de matemática.

Os resultados que obtivemos a partir dos estudos que realizamos sobre o cubo mágico nos permitiram compreendê-lo como um recurso didático que favorece o ensino de matemática no que diz respeito ao desenvolvimento de atividades de raciocínio lógico, concentração e memória. Esse fato nos possibilitou a elaboração dos capítulos três, quatro e cinco na forma que pudessem se constituir em materiais para a realização de oficinas direcionadas para a formação de professores de matemática.

O Método de Camadas serviu para que ilustrássemos um pouco sobre o que é um algoritmo. Um algoritmo na matemática e na computação é definido como uma sequência lógica, finita de instruções que devem ser seguidas para se resolver um determinado problema. Uma tarefa simples como descrever o caminho de casa até a escola pode representar um algoritmo. No cubo mágico, a tarefa é realizar sequências de movimentos preestabelecidos para que o resultado seja o quebra-cabeça resolvido, nesse sentido, resolver um cubo mágico significa apropriar-se de forma dinâmica do conceito de algoritmo, uma vez que, cada situação do cubo mágico denota a necessidade de adequar a sequência de movimentos para a sua resolução.

Essa definição e aproximação do significado de algoritmo por meio do cubo mágico promove o desenvolvimento do raciocínio lógico, visto que, conforme procuramos apresentar no parágrafo anterior cada movimento no cubo mágico requer uma readequação do algoritmo para a próxima movimentação. Isso denota um caráter dinâmico para algo que é definido como uma sequência de passos previamente definidos.

Ensinar um algoritmo na matemática sobre a resolução do cubo mágico é importante, pois o professor, diante desta ocasião, poderá estimular o raciocínio lógico de seus alunos no desenvolvimento de novos algoritmos para a solução de um determinado problema. Como exemplo, recordamos a configuração F’ U’ F do algoritmo 2 do Método de Camadas, nela são executados três movimentos para se posicionar uma peça de canto na primeira camada, por outro lado, uma alternativa para se obter o mesmo resultado é a configuração U R U’ R’, observe que nos dois casos são utilizadas duas faces, no entanto, esta última configuração apresenta um movimento a mais, porém, isso não caracteriza dificuldades adicionais, pode ser que para o aluno outros caminhos são melhores do que aqueles que lhes foram previamente apresentados. O professor deve proporcionar essa investigação nos alunos, são essas descobertas e realizações que fazem a diferença em seu trabalho como docente.

Com base nessa compreensão, o trabalho do professor se assenta com o objetivo dessa investigação que se refere aos procedimentos que o professor de matemática precisa saber sobre o cubo mágico para que ele possa utilizá-lo em sua prática docente.

Acreditamos também que uma formação inicial de professores que se aproxime da prática é útil ao processo de ensino e aprendizagem, além disso, o domínio de conteúdo, a didática e o método são fundamentais para que o professor consiga promover situações de aprendizagem. Nesse sentido, compreendemos que o PIBID é uma via de mão dupla para a formação de professores de matemática, uma vez que permitiu que a nossa formação em particular fosse enriquecida por meio de suas ações, também propiciou que nos dedicássemos a elaboração de um material didático, a partir do cubo mágico, como instrumento a ser explorado na formação inicial de professores de matemática.

7 BIBLIOGRAFIA

Casa do Cubo. **Cubo Mágico 3x3 Cyclone Boys**. Disponível em: <https://www.casadocubo.com.br/cubo-magico/3x3x3/cubo-magico-3x3-cyclone-boys/>. Acesso em: 15 jul. 2015.

CINOTO, R, W. **Notação**. Disponível em: <http://www.cinoto.com.br/website/index.php/nota>. Acesso em: 10 jul. 2015.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática – Teoria à Prática**. Disponível em: <http://www.feis.unesp.br/Home/Extensao/teia_saber/Teia2003/Trabalhos/matematica/Apresentacoes/Apresentacao_04.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2017.

DUARTE, M. UOL Blog do Curioso. **40 curiosidades dos 40 anos do Cubo Mágico**. Disponível em: <http://guiadoscuriosos.com.br/blog/2014/05/19/40-curiosidades-dos-40-anos-do-cubo-magico/>. Acesso em: 26 fev. 2015.

FAZENDA, I. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro**: efetividade ou ideologia. São Paulo: Loyola, 1979.

LISTONAS. **7 Curiosidades sobre o Cubo de Rubik que você talvez não saiba!** Disponível em: <http://listonas.com.br/7-curiosidades-sobre-o-cubo-de-rubik-que-talvez-voce-nao-saiba/> Acesso em: 26 fev. 2015.

LORENZATO, S. (org.), **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. rev. – Campinas, SP: Autores associados, 2009.

MENEZES, J. E. (Org.) **Conhecimento, interdisciplinaridade e atividades de ensino com jogos matemáticos:** uma proposta pedagógica. Recife: UFRPE, 2008.

MIZUKAMI, M. G. N. **Escola e desenvolvimento profissional da docência**. In: GATTI, B. A. et al. Por uma política nacional de formação de professores. São Paulo: Editora Unesp, 2013, p. 23-54.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático** (1992) p. 45-53. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2017.

PIMENTA, S. G. **O estágio na formação de professores:** unidade entre teoria e prática? Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/cp/article/view/839/845>. Acesso em: 23 ago. 2017.

REGO, R. M.; REGO, G. R. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados (2009): p.39-56.

TOCANTINS. Secretaria De Estado Da Educação E Cultura. **Referencial Curricular Do Ensino Fundamental Das Escolas Públicas Do Estado Do Tocantins:** Ensino Fundamental do 1º ao 9º ano. 2ª Edicão/Secretaria de Estado da Educação e Cultura. Palmas, 2009. Disponível em: <www.gper.com.br/biblioteca_download.php?arquivoId=1035>. Acesso em: 13 ago. 2017.

UOL Educação. **Fora de brincadeira, o cubo mágico pode ajudar na escola**. Disponível em: <http://noticias.terra.com.br/educacao/fora-de-brincadeira-o-cubo-magico-pode-ajudar-na-escola,44d9358642f99410VgnVCM20000099cceb0aRCRD.html>. Acesso em: 21 fev. 2015.

VASCONCELLOS, C. dos S. **Planejamento:** projeto de ensino-aprendizagem e projeto político-pedagógico. São Paulo: Libertad. 1999.

VIEIRA, E; VOLQUIND, L. **“Oficinas de Ensino: O quê? Por quê? Como?”**. 4. ed. Porto Alegre. Edipucrs, 2002. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=yLVJEYJngz0C&oi=fnd&pg=PA5&dq=oficinas+de+ensino:+o+que%3F+por+que%3F+como%3F+&ots=HWVjUHA9mm&sig=ynqF9mKscDbeGKLC4J8LraP4Prs#v=onepage&q=oficinas%20de%20ensino%3A%20o%20que%3F%20por%20que%3F%20como%3F&f=false>. Acesso em: 26 ago. 2017.

8 BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

BENITES, V. C. **Formação de professores de matemática:** dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática / Vanessa Carignoni Benites. – Rio Claro, 2013. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91031>. Acesso em: 12 ago. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 21 Jul. 2017.

HAUPT, C. PIBID da UFT: **Processo de Ensino-Aprendizagem na Formação Inicial de Professores**. Carine Haupt, Eliane Marques, Jaime José Zanolla, Juliana Ricarte Ferro & Marcelo Venâncio. Palmas: Nagô Editora, 2014.

ROHRIG B. Puzzling Science: **Using the Rubik's cube to teach problem solving**. Disponível em: <http://www.youcandothecube.com/downloads/NSTA_Puzzling_Science.pdf> Acesso em: 05 fev. 2015.