

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS DE ARAGUAÍNA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ISABELLE BRITO ROMÃO

**A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DO ENSINO DE
CONCEITOS**

ARAGUAÍNA/TO
2018

ISABELLE BRITO ROMÃO

**A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DO ENSINO DE
CONCEITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Licenciatura em Matemática da
Universidade Federal do Tocantins para a obtenção
de título de Licenciada em Matemática.

Sob a orientação da Prof. Msc. Claudenice C. Brito

ARAGUAÍNA/TO
2018

ISABELLE BRITO ROMÃO

**A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DO ENSINO DE
CONCEITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Mestre Claudenice Cardoso Brito
Universidade Federal do Tocantins
Orientadora

Prof^o Dr^o. Sinval de Oliveira
Universidade Federal do Tocantins
Examinador

Prof^a Dr^a Rosária Helena Ruiz Nakashima
Universidade Federal do Tocantins
Examinadora

A minha família e amigos que estiveram me apoiando nesta jornada e sendo compreensíveis com os momentos que passei. Aos alunos e professores do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins – UFT.

Agradeço primeiramente a minha família e amigos pelo apoio em todos os sentidos que me deram durante o meu processo de formação. E em especial à– Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) , responsável pelo financiamento do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – (PIBID); que me proporcionou apoio financeiro e acadêmico na minha jornada formativa. Destaco os muitos momentos de aprendizagem, desde o meu primeiro período em 2014 até o momento em 2018. Este programa vem apoiando e me dando oportunidades de aprendizagem na busca pelo conhecimento, e isso contribuiu significativamente para o surgimento deste trabalho que se deu no âmbito do PIBID. E graças a este também, pude ser capaz de ter uma formação diferenciada, com um crescimento profissional.

Também não posso esquecer de agradecer à Universidade Federal do Tocantins – (UFT), que me acolheu e será sempre minha primeira casa no caminho da pesquisa. Dentro da UFT pude crescer e ver minha evolução como estudante, e principalmente como ser humano que faz parte desta sociedade. Dos vários momentos em coletivo, das greves, rodas de conversa, ocupação em 2016, e outros movimentos e eventos dentro desta instituição, onde pude aprender na prática o exercício da cidadania e compreender o mundo de outra forma: aprendendo para além dos conteúdos acadêmicos.

Sou grata também todos os meus professores do Colegiado de Matemática, que participaram de forma direta ou indireta da minha formação. E aos outros professores de outros colegiados que também puderam acompanhar minha formação, e intervir nesta de alguma maneira. Além claro dos demais servidores, que atuam nesta instituição; fazendo com que a mesma cumpra seu papel social – o de formar não apenas profissionais, mas cidadãos. Também agradeço a todos os meus colegas de curso, que neste longo caminho pude conhecer, e que estiveram e ainda estão comigo. Por tudo que me foi proporcionado nos mais diversos âmbitos da universidade, agradeço pelo tempo, pelas aprendizagens e memórias que irão ficar.

A ideia - Augusto dos Anjos

De onde ela vem?! De que matéria bruta
Vem essa luz que sobre as nebulosas
Cai de incógnitas criptas misteriosas
Como as estalactites duma gruta?!
Vem da psicogenética e alta luta
Do feixe de moléculas nervosas,
Que, em desintegrações maravilhosas,
Delibera, e depois, quer e executa!
Vem do encéfalo absconso que a constringe,
Chega em seguida às cordas do laringe,
Tísica, tênue, mínima, raquíptica ...
Quebra a força centrípeta que a amarra,
Mas, de repente, e quase morta, esbarra
No mulambo da língua paralítica.

RESUMO

A aprendizagem por conceitos proposta no arcaboço da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, que busca explicar o papel do ensino escolar na formação dos conceitos científicos, e especialmente dos conceitos matemáticos e sua importância para o desenvolvimento intelectual do estudante serviu de base para a elaboração deste estudo que se pontuou no artigo de Talizina denominado de *La formacion de los conceptos matemáticos*, que aborda acerca de como se pode trabalhar os conceitos matemáticos e dimensões dos objetos matemáticos para auxiliarem na fundamentação teórica da ação docente no ensino de matemática, por meio da formação de conceitos. Foi a partir desta concepção preliminar que serviu de base para a elaboração deste estudo reflexivo de caráter introdutório, que teve como objetivo principal buscar apontamentos fundados na Teoria Histórico-Cultural. Esse processo reflexivo acerca da organização de ensino deu-se no âmbito do subprojeto do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – (PIBID) do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins – UFT, na Escola Estadual Marechal Rondon, na cidade de Araguaína, no Norte do Tocantins, durante o período de 2014 a 2017, com alunos do Ensino Fundamental II no turno vespertino, contudo apesar de as análises aqui apresentadas serem oriundas das atividades desenvolvidas no âmbito do subprojeto. Estas apenas serviram de ponto de partida haja vista que ao longo do caminho surgiu a necessidade de tradução do artigo do espanhol para a língua portuguesa, devido às dificuldades de compreensão do texto original escrito por parte dos bolsistas. De forma que este estudo ganhou a nuance de uma tradução. Por parte dos alunos nesse período foram observadas diversas dificuldades na aprendizagem e compreensão de conteúdos matemáticos, neste aspecto entrou a necessidade de um estudo acerca do que poderíamos utilizar dos trabalhos de Talizina. Como resultado das leituras foi possível perceber a importância do ensino dos conceitos cujas contribuições desta teoria se mostraram contributivas para o ensino de conceitos matemáticos, uma vez que tais conceitos precisam ser compreendidos a partir das características dos objetos matemáticos estudados. O estudo do artigo de Talizina contribuiu para a prática docente pautada nas concepções da escola soviética.

Palavras-chave: Ensino por conceitos. Teoria Histórico-Cultural. Alfabetização Matemática

ABSTRACT

The concept-based learning proposed in the Historical-Cultural Theory and Activity Theory, which seeks to explain the role of school education in the formation of scientific concepts, especially mathematical concepts and their importance for the student's intellectual development, was the basis for the elaboration of this study that was punctuated in the article of Talizina denominated of the Formation of the mathematical concepts, that approaches on how one can work the mathematical concepts and dimensions of the mathematical objects to aid in the theoretical foundation of the teaching action in the teaching of mathematics, for through the formation of concepts. It was from this preliminary conception that it served as the basis for the elaboration of this reflective study of an introductory character, whose main objective was to find notes based on the Historical-Cultural Theory. This reflexive process about the teaching organization took place within the subproject of the Institutional Program of the Initiation to Teaching Grant (PIBID) of the Mathematics Degree Course of the Federal University of Tocantins - UFT, at the Marechal Rondon State School in the city of Araguaina, in the North of Tocantins, during the period from 2014 to 2017, with Elementary School students in the afternoon shift, however, although the analyzes presented here are derived from activities developed under the subproject. These have only served as a starting point since, along the way, the need to translate the article from Spanish into Portuguese has arisen because of the difficulties of understanding the original written text by the scholars. So this study gained the nuance of a translation. On the part of the students in this period were observed several difficulties in the learning and understanding of mathematical contents, in this aspect entered the need of a study about what we could use of the works of Taliniza. As a result of the readings it was possible to perceive the importance of the teaching of the concepts whose contributions of this theory were shown to contribute to the teaching of mathematical concepts, since such concepts need to be understood from the characteristics of the studied mathematical objects. The study of the article by Talizina contributed to the teaching practice based on the conceptions of the Soviet school.

Key-words: Teaching by concepts. Historical-Cultural Theory. Mathematical Literacy

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Figura extraída do artigo traduzido.....	36
Figura 2	Figura extraída do artigo traduzido.....	37
Figura 3	Figura extraída do artigo traduzido.....	41

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BOA	Base Orientadora da Ação
C:	Comentários da autora do trabalho
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
GT	Grupo de Trabalho do PIBID.
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
TA	Teoria da Atividade
THC	Teoria Histórica Cultural

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. CAMINHOS DA PESQUISA: DA TEORIA À PRÁTICA	17
3. A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL	21
4. BASE ORIENTADORA DA AÇÃO.....	25
5. A FORMAÇÃO DE HABILIDADES DO PENSAMENTO MATEMÁTICO.....	27
6. DESTACANDO ALGUNS ASPECTOS DA EDUCAÇÃO SOVIÉTICA	47
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
8. REFERÊNCIAS	53

1. INTRODUÇÃO

Este estudo é reflexivo de caráter introdutório e tem como objetivo principal buscar apontamentos fundados na Teoria Histórico-Cultural– desenvolvido por Vygotsky e seus colaboradores, para auxiliarem na fundamentação teórica da ação docente na atividade de alfabetização matemática por meio da formação de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental Anos Iniciais e Finais. Neste sentido o estudo se apoia no referencial da Teoria Histórico-Cultural (THC) para explicar o papel do ensino escolar na formação dos conceitos científicos, e especialmente dos conceitos matemáticos e sua importância para o desenvolvimento intelectual do estudante.

O problema de pesquisa originou-se a partir da vivência no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), onde percebeu-se que o ensino de Matemática é realizado pelo professor único e exclusivamente a partir do livro didático, e desta maneira a alfabetização matemática proposta nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN, não são plenamente atingidas. Assim temos como consequência a dificuldade dos estudantes em continuar aprendendo matemática. Isto pode ser explicado pelo fator principal de que o conhecimento matemático possui uma característica marcante: ser encadeado e cada novo conceito depende da aprendizagem de um conceito anterior, onde este irá lhe conferir sentido e significado, proporcionando a relação com os objetos matemáticos estudados.

A partir de leituras do Grupo de estudos do subprojeto PIBID que abrangia três escolas: **i)** Escola Estadual Marechal Rondon do Ensino Fundamental Anos Iniciais e Finais, tendo como Professora Supervisora do PIBID, Patrícia Silvério Celedônio da Silva; **ii)** Escola Municipal Dr Simão Lutz Kossobutizk, que atende alunos da Educação Infantil à Educação de Jovens e Adultos, tendo como professor supervisor, Getúlio Pereira da Silva Júnior; **iii)** Colégio de Aplicação que atende alunos do ensino médio, tendo como professora supervisora Cristiany Luz. O Grupo era composto por 15 bolsistas licenciandos de matemática, e três professores supervisores efetivos das três escolas. Contudo, é importante salientar que as reflexões aqui trazidas têm como ambiente a Escola Estadual Marechal Rondon. Foi discutindo com o professor Coordenador e com os outros bolsistas que foi possível observar a organização da sala de aula [que segue o modelo clássico] e da escola com todas as dificuldades e limitações, tais como: a falta de um Laboratório de Matemática e de materiais didáticos, que possibilitem o professor agir para além do livro didático, a falta de motivação e interesse dos alunos pelo estudo da Matemática, o espaço físico inadequado, dentre outros.

Observando este cenário foi possível levantar algumas questões: será que o ensino escolar está sendo organizado a partir de uma base científica considerando o modo como o ser humano aprende? O espaço escolar está adequadamente organizado de modo a colaborar com o ensino? A escola está realmente cumprindo seu papel? Que teoria poderia servir como auxílio na organização do trabalho do professor para superar o aparente desinteresse pelo estudo da matemática?

No decorrer dos estudos, na busca por autores que tratassem do tema o Coordenador do Subprojeto sugeriu que lêssemos textos de Vigotsky¹ (Lev Semenovich Vygotsky, em russo: Лев Семёнович Выготский) e seu Grupo. A partir daí deu-se início aos estudos acerca da Teoria Histórico-Cultural (THC) e da Teoria da Atividade (TA). Segundo a Teoria da Atividade proposta por Leontiev (1978) (Alexis Nikolaevich Leontiev, em russo: Алексей Николаевич Леонтьев) a atividade humana é encarada como categoria psicológica e unidade de análise, cuja principal característica é ser sempre movida por um interesse, se a atividade não tiver um motivo, deixa de ser atividade e passa a ser ação. Se uma ação começa a ter motivo, mediado por um objeto, passa a ser atividade. Através desta ideia, foi possível ao Grupo pensar o ensino como atividade dirigida a um objeto e mediada por uma linguagem, que é formada por signos carregados de sentido e significados.

Após as leituras e discussão de textos, ficou claro que os signos são imagens mentais dos objetos concretos do mundo, que ao se internalizarem tornam-se abstratos e compõem os conceitos científicos, que por sua vez são utilizados para explicar os objetos concretos do mundo, esse concreto real, é ponto de partida e também de chegada, pois ao ser internalizado a representação faz surgir um abstrato que com o auxílio da linguagem é sintetizado em um concreto, só que agora um concreto pensado:

Al igual que todo el proceso de desarrollo del conocimiento del mundo el reflejo de los objetos en el concepto no es un simple acto especular. El descubrimiento de la esencia interna contradictoria del objeto transcurre a través del reflejo de sus distintas y multiformes propiedades esenciales, lo que no es posible, ni mucho menos, mediante un solo acto cognoscitivo, sino que o tiene lugar en el camino complejo y prolongado del progreso del conocimiento científico, basado en la práctica social de los individuos. En este proceso, el hombre crea continuamente nuevos y nuevos conceptos, con los que se conoce cada vez más a fondo el objeto, que descubren nuevos aspectos de su contenido y permiten penetrar en la misma esencia y en los "misterios" más recónditos de las cosas. (Kursanov, 1966, p. 195).

¹ O nome de Vigotsky, poderá aparecer ao longo do texto com variação de grafia, explicamos que isto se deve a questões de tradução e iremos respeitar a grafia adotada por cada tradutor.

Como todo o processo de desenvolvimento do conhecimento do mundo, o reflexo dos objetos no conceito não é um simples ato especular. A descoberta da essência contraditória interna do objeto passa pelo reflexo de suas propriedades essenciais diferentes e multiformes, o que não é possível, longe disso, por meio de um único ato cognitivo, mas sim ocorre no caminho complexo e prolongado do objeto do progresso do conhecimento científico, baseado na prática social dos indivíduos. Nesse processo, o homem cria continuamente novos e novos conceitos, com os quais se conhece cada vez mais os objetos afundo, que descobrem novos aspectos do seu conteúdo e permitem penetrar na própria essência e nos "mistérios" mais escondidos das coisas. (Kursanov, 1966, p. 195).

Este movimento dialético de conhecimento do real nos auxiliou na busca por compreender a essência dos fenômenos, no nosso caso das relações que se estabelecem na sala de aula entre o professor o aluno e entre o aluno e o conhecimento, onde o conceito científico desempenha um papel importante, pois representa o concreto pensado ou seja o conhecimento abstrato acerca de um objeto que é expressado por meio da linguagem ou conforme Kopnin (1966):

La filosofía marxista parte de que el conocimiento es un reflejo de los fenómenos del mundo exterior y de las leyes de su movimiento en la conciencia de los hombres. Y si esto es así, la llamada dialéctica subjetiva (el desarrollo de nuestro pensamiento) no es más que el reflejo de la dialéctica objetiva (el desarrollo del mundo objetivo) y las leyes del pensamiento son el reflejo de las leyes de la naturaleza. (Kopnin, 1966, p. 27)

A filosofia marxista parte da idéia de que o conhecimento é um reflexo dos fenômenos do mundo externo e das leis de seu movimento na consciência dos homens. E se é assim, a chamada dialéctica subjetiva (o desenvolvimento do nosso pensamento) não é mais que o reflexo da dialéctica objetiva (o desenvolvimento do mundo objetivo) e as leis do pensamento são o reflexo das leis da natureza. (Kopnin, 1966, p. 27)

Contudo, é importante mencionar que o avanço nesta direção requer um aprofundamento de leitura, e por conseguinte um tempo maior de investigação, sendo assim, nos limitaremos a mencionar o método dialético em caráter introdutório, pois o aprofundamento só será possível em outro nível de estudo. Esta portanto é a limitação teórica do presente trabalho.

Desde então, após ter contato com a Teoria Histórico-Cultural (THC) buscamos responder o questionamento: de que forma organizar o ensino de matemática levando em consideração o foco nos conceitos? Em contato com outros autores que abordam sobre esta teoria, encontrei textos de N. F. Talizina, que tratam acerca da organização do ensino de matemática por meio de conceitos. A primeira leitura foi superficial, exigindo, portanto, um

estudo mais aprofundado dos mesmos, de forma que estes trariam apontamentos úteis aos nossos questionamentos. Contudo, os textos se encontravam em espanhol e mesmo tendo facilidade na leitura e compreensão desta língua, outros colegas do grupo do PIBID não tinham, e logo surgiu a proposta de traduzir um artigo específico afim de socializar e discutir o mesmo.

Após algumas discussões com o Coordenador do PIBID e com minha Orientadora sobre o tema, surgiram outras perguntas como: Qual o problema de pesquisa? Qual é o objeto de estudo? Qual o real motivo da tradução e como ela poderá auxiliar na organização do ensino de matemática? De que modo a proposta do teórico escolhido irá realmente auxiliar no ensino de matemática? Tal proposta é para sala de aula clássica [com seus mais diversos problemas e limitações] ou se destina a um ensino em outros espaços? Estas perguntas e muitas outras foram feitas até se chegar na escolha do artigo, que aqui será apresentado.

Todos estes questionamentos levaram a mais desdobramentos de leituras na ânsia de respondê-los. Sendo assim, até chegar à tradução do artigo e seus comentários, é preciso compreender por meio das outras seções e subseções o que cada uma aborda, para assim, no final tentarmos chegar a alguns apontamentos e contribuições para a organização do ensino de conceitos matemáticos, devidamente fundamentados em uma base teórica. Também é preciso destacar, deixando de forma clara que todas as necessidades desta pesquisa nasceram dentro do âmbito do grupo do PIBID subprojeto de Matemática UFT, em Araguaína, e que tais necessidades estão apenas em nível de graduação, portanto o aprofundamento teórico metodológico desta pesquisa também encontra-se no mesmo nível.

Sendo assim, este trabalho procura tentar suprir a necessidade de pesquisas nesta área da Educação Matemática, que é a de formação de professores, de forma que apresenta uma tradução de um texto como produto do estudo, que objetiva auxiliar no direcionamento de um ensino baseado em conceitos. Esta investigação surgiu, portanto, de uma necessidade e foi organizada a partir de experiências e estudos em grupo. Sendo este estudo dividido em duas frentes: uma que se volta para o aprofundamento teórico com leitura dos autores soviéticos, apesar das dificuldades pelo fato de que as nossas condições no Brasil em específico em Araguaína, no Norte do Tocantins [região com histórica defasagem na formação de professores] nos limita de certa forma a ter o acesso a materiais de leitura. A outra frente se

direcionou aos experimentos de campo, onde os espaços de aprendizagem² foram fundamentais para a sistematização dos pressupostos do ensino por conceitos.

Este trabalho utiliza abordagem de pesquisa crítico-dialético que em seu bojo dispensa o uso de outros elementos para fundamentar este tipo de pesquisa. Uma vez que esta metodologia em seu pressuposto exige do pesquisador a análise dos fenômenos em pares dialéticos.

O emprego acertado do método crítico-dialético pressupõe a observação de uma série de exigências. Para conhecer um objecto, é preciso abordá-lo, estudar todos os seus aspectos, as conexões, e ligações intermédias. Nunca podemos alcançá-lo completamente, no entanto a análise multifacetada perservar-nos-á dos erros, das mortificações. A lógica dialética exige que o objecto seja considerado em desenvolvimento.[...] a prática humana deve ser incluída na definição completa do objecto[...] Não existe uma verdade abstracta; a verdade é sempre concreta. (KAPRIVINE,1986, p. 145-146)

Para uma melhor compreensão do processo de ensino e de como organizá-lo, nos pautamos na tradução do artigo de Nina Fiodorovna Talizina (Талызина нина федоровна) intitulado *La Formación del los conceptos matemáticos*. Para um aprofundamento acerca da temática também recorreremos ao aporte teórico da Teoria da Atividade de Leontiev (1978), e da Didática Desenvolvimental de Davidov (1987) (Vasily Vasilyevich Davydov, em russo: Васи́лий Васи́льевич Давы́дов), com o objetivo de fundamentar cientificamente a ação docente.

² Entendemos aqui espaço de aprendizagem a partir da concepção de Moura e Cedro (2007): “definiremos o termo “espaço de aprendizagem” como o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos orientado pela ação intencional de quem ensina”.

2. CAMINHOS DA PESQUISA: DA TEORIA À PRÁTICA

O interesse por este estudo ocorreu durante as atividades do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – (PIBID), subprojeto do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins – UFT *Campus* de Araguaína, desenvolvido na Escola Estadual Marechal Rondon, na mesma cidade na qual participei desde meu primeiro semestre na universidade (2014) até o presente momento (2018). Porém, a partir do ano de 2015, quando houve uma troca de coordenadores do subprojeto, foi que ao trabalhar com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental no período vespertino, e algumas vezes com alunos do 6º ano no período matutino e vespertino que foram observadas diversas dificuldades na aprendizagem e compreensão de conteúdos de matemática, por não estarem alfabetizados matematicamente, portanto, não conhecerem os objetos matemáticos que configura estar alfabetizado em matemática, por exemplo, não possuíam conhecimento suficiente sobre as operações aritméticas no conjunto dos inteiros, e posterior dificuldades no conjunto dos Racionais.

Além da dificuldade também havia a falta de interesse por parte dos alunos em superar tais dificuldades. Diante deste cenário o Grupo de Trabalho – GT buscou investigar subsídios teóricos que auxiliassem na superação de tais obstáculos. Nas reuniões de estudo foram levantadas algumas questões, a partir das quais foi possível problematizarmos e discutirmos de forma participativa as estratégias possíveis de serem mobilizadas no intuito de superarmos as dificuldades.

Desse modo concluímos que uma vez vencida a falta de interesse dos alunos, seria possível superarmos o outro problema levantado inicialmente, que era a dificuldade com conteúdos dos anos anteriores, que não foram aprendidos, e faziam falta para o estudo no ano posterior. Muitas perguntas foram elaboradas com o intuito de orientar o início da investigação, e atualmente já possui alguns desdobramentos, pois o Grupo do qual faço parte atua em três escolas públicas do Tocantins, na cidade de Araguaína, em bairros com público diversificado, sendo escolas de Ensino Fundamental -Anos Iniciais e Anos Finais e Ensino Médio.

Alguns dos resultados já se materializam na melhoria da aprendizagem dos alunos, inclusive com alguns sendo aprovados em exames de seleção para o Instituto Federal, coisa rara para os alunos dessas escolas públicas, além disso, testamos e aperfeiçoamos o Laboratório Portátil de Educação Matemática (LAPEM), um importante recurso didático desenvolvido inicialmente pelo nosso Coordenador Prof. Freud Romão; em um outro projeto

de investigação e trazido para ser testado e aperfeiçoado no âmbito do nosso grupo e nos auxiliou nas atividades de ensino.

Também o estudo teórico nos oportunizou a construção de uma base inicial capaz de possibilitar a elaboração de artigos, que foram submetidos a eventos inclusive internacionais tendo sido aceitos e também a publicação de capítulo de livro entre outros.

Enfim, o ponto principal foi o entendimento do grupo formado pelos bolsistas e pela professora supervisora de que o trabalho docente sem uma base teórica é limitado, e tem como resultado um trefismo vazio, porque ficamos retidos ao nível da tentativa e erro.

Quando adotamos a postura investigativa, ou seja, identificar o problema e detalhá-lo, problematizando-o e buscando nas teorias subsídios para a elaboração de estratégias, os resultados começaram a fazer sentido, e começamos a nos sentir professores, e isto ocorria pelo fato de estarmos construindo nossa identidade profissional.

O trabalho aqui apresentado é um recorte, que refere-se às observações e estudos realizados por parte da Equipe que atua no Ensino Fundamental - Anos Finais do subprojeto PIBID de Matemática na Escola Estadual Marechal Rondon. Durante a atuação da Equipe foram identificadas algumas dificuldades na organização do ensino de matemática por parte dos Bolsistas e da professora responsável pela Equipe. E assim tais dificuldades levaram a um não desenvolvimento adequado da aprendizagem dos alunos. Dentre essas dificuldades destacamos: a organização do ensino de matemática baseado apenas no trefismo, na apresentação do objeto matemático a partir apenas dos algoritmos, da desvinculação dos objetos entre si, da inexperiência dos bolsistas em lidar com a falta de espaço físico, material didático e principalmente, como abordar os objetos matemáticos a partir de uma metodologia que oportunizasse tanto o professor como o aluno a aprendizagem ou ampliação de sua ação sobre o objeto estudado.

Após algumas leituras dos textos que abordavam sobre a Teoria Histórico-Cultural, viu-se que a base metodológica, que estava a ser utilizada, grande parte de seus escritos encontrava-se em língua espanhola, e os seus originais em língua russa. Assim, muitas vezes percebia-se a barreira que era imposta pela língua.

Durante os estudos dos textos e orientações, e vendo a dificuldade dos colegas em leitura e interpretação dos textos em língua espanhola, chegou-se a conclusão de que era necessária uma tradução de um artigo-chave, que falasse sobre o ensino de conceitos matemáticos, para que a Equipe pudesse compreender os pressupostos que fundamentam esta perspectiva de ensino.

Foi a partir desta necessidade que surgiu o interesse pela tradução, e desta forma buscou-se trazer alguns apontamentos de um artigo de N. F. Talizina, intitulado *La formación de los conceptos matemáticos*, apresentado no livro *La Formación de las Habilidades del Pensamiento Matemático*, organizado pela autora e publicado pela Universidad Autónoma de San Luis Potosí, no México, no ano de 2001. O texto foi traduzido do russo para o espanhol por Yulia V. Solovieva e Luis Quintanar Rojas.

A tradução aqui que neste trabalho será apresentada, segue as Teorias de Tradução e que pode-se classificar, segundo estas: como uma tradução livre, àquela que associa-se a ideia de infiel, parcial e subjetiva (dependendo do autor), ou pode-se dizer que esta busca dá sentido ao que se é traduzido. (Souza, 1998)

Em uma classificação para o linguista Jakobson (1971, 64-65, *Apud* Souza, 1998, p.53), pode ser identificado três tipos de tradução: intralingual, interlingual e intersemiótica. Para o caso deste trabalho, a que nos interessa é a tradução interlingual ou tradução propriamente dita : “2) consiste na interpretação dos signos verbais por meio de alguma outra língua.” Ainda para este linguista, “[...] as línguas não diferem essencialmente no que podem dizer, mas no modo de dizer.” (Souza, 1998, p. 53)

No que se refere à Teoria da Atividade (TA) em específico Duarte (2002, p. 280) destaca no artigo intitulado: A Teoria da Atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação, que: “Atualmente essa teoria apresenta claramente um caráter multidisciplinar, abarcando campos como a educação, a antropologia, a sociologia do trabalho, a linguística, a filosofia.” Este autor ainda chama a atenção para: “Autores contemporâneos que trabalham com a Teoria da Atividade têm negligenciado, na maioria dos casos, os estudos que Leontiev realizou sobre a alienação na sociedade de classes.” (Duarte, 2002, p. 293)

Sendo assim, a abordagem de pesquisa aqui escolhida é a crítico-dialética, pois é a única que mantém os princípios na filosofia marxista, uma vez que ela:

Reconhece a ciência como produto da história, da ação do próprio homem, que está inserido no movimento das formações sociais. Nesse sentido, encara a ciência como uma construção decorrente da relação dialética entre o pesquisador e o objeto envolvidos em determinada realidade histórica. O processo de construção do conhecimento vai do todo para as partes e depois das partes para o todo realizando um círculo de síntese conforme o contexto, com necessidade de aproximação e, às vezes, de afastamento do pesquisador em relação ao objeto. (SOUSA, 2014, p. 2)

Desta forma destacamos que esta abordagem foi escolhida devido a essência em si da escola de psicologia soviética³ e seus fundamentos filosóficos e epistemológicos, que é adotada neste trabalho, pois, esta escola psicológica tem seus fundamentos na filosofia de Karl Max e Frederic Engels, que é o materialismo histórico-dialético, e também no filósofo E. V. Ilyenkov, adotado pelos psicólogos da Escola de Vigostki⁴.

Neste sentido justificamos a escolha da abordagem considerando a coerência epistemológica. Seguindo leituras de Duarte (2002, p. 288) temos que : A questão da teoria do conhecimento na perspectiva materialista-dialética e a questão dos fenômenos ideativos como produtos da atividade humana que possuiriam uma existência objetiva e social. Portanto, para compreendermos a produção do conhecimento no contexto em que está, é necessário inserir-se no contexto e conhecer essa dinâmica dialógica.

Isto corresponde, portanto, ao contexto no qual foi desenvolvido este estudo, pois a autora era participante do ambiente investigado e esclarecemos não julgar necessário o enquadramento deste estudo no âmbito da pesquisa participante ou pesquisa-ação, considerando que o materialismo dialético histórico já possui um robusto estatuto científico e epistemológico não sendo necessário recorrer a outros aportes.

³ Continuamos adotando o termo utilizado segundo as leituras.

⁴ Continuamos adotando o termo utilizado segundo as leituras.

3. A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL

O cérebro apenas prestará atenção naquilo que lhe for julgado pertinente ou com significado, e “Terá mais chance de ser considerado como significante e, portanto alvo de atenção, aquilo que tenha ligações com o que já é conhecido, que atenda a expectativas ou que seja estimulante e agradável”. (Consenza e Guerra, 2001, p. 49)

Como sabemos, e assim como é apontado por Vygostky e seu Grupo, o estudo não é uma atividade natural do homem. A aprendizagem é concebida como uma atividade especificamente humana orientada para um objetivo. Nessa concepção de aprendizagem, destacam-se três elementos importantes: o caráter social, a categoria atividade e a categoria mediação. (Núñez, 2009, p.25) Neste caso a maneira como o conhecimento científico na escola é apresentado para os estudantes, não lhes tem finalidade alguma, pois é posto de maneira fora da realidade deles.

Desta forma temos um outro fator a mais que é negativo ao processo de desenvolvimento da aprendizagem, é o fator social, pois ao “Considerar a consciência (o psiquismo) no seu devir e no seu desenvolvimento, na sua dependência essencial do modo de vida, que é determinado pelas relações sociais existentes e pelo lugar que o indivíduo considerado ocupa nessas relações.” (Leontiev, 1978, p. 89). Neste aspecto muitas vezes o acesso à cultura, aos conhecimentos produzidos pelos grupos sociais dos estudantes, e em específico ao saber científico e a valorização deste para a prática social; não é apresentado aos estudantes de maneira compreensível, ou seja, muitas vezes essas informações são fragmentadas.

Para a escola psicológica soviética, o conhecimento tem origem nas relações sociais: sendo produzido na intersubjetividade e marcado por condições sociais, culturais e históricas, “A atividade que localiza o ser na realidade objetiva, ao mesmo tempo, a transforma em realidade subjetiva, em ‘reflexo psíquico da realidade’ ”. (LEONTIEV, 1978, p. 19). Em consonância com Leontiev, então, conclui-se que os aspectos positivos da organização da estrutura, do ambiente em que se dá o processo de ensino e aprendizagem está no aspecto social.

Para a organização do ensino é necessário articular a realidade do público ao qual é dirigido, com o conhecimento que estes estudantes já trazem com eles próprios [conhecimento popular], e lhes mostrar como estes conhecimentos são apresentados na linguagem científica.

Seguindo a filosofia marxista para a constituição da Teoria Histórico Cultural (THC), Vygotsky explicou que o desenvolvimento psicológico humano no processo de apropriação da cultura mediante a comunicação, e a interação com outras pessoas acontece na constituição histórico-social, ou seja, no social.

Assim de maneira universal temos a constituição da educação e ensino como base para o desenvolvimento mental, cujos processos se ligam com as condições internas dos indivíduos e os fatores socioculturais. E que “No decurso da vida por um processo de apropriação da cultura criada pelas gerações precedentes”. (LEONTIEV, 1978, p. 267) O ensino em seu processo nos mostra como o homem aprende e se desenvolve.

Sendo assim, deve-se estudar o homem como unidade indissolúvel, onde este é formado por corpo e mente, um ser biológico e um ser social, e que este é membro da espécie humana, na qual participa de processos histórico-sociais.

Logo, então, para termos de compreensão, devemos entender que para os autores da THC e da TA, a atividade assume o papel de elemento organizador e formador da aprendizagem do estudante, e que a categoria atividade possui três elementos: sujeito [aquele que atua sobre as ações da atividade], objeto [é o elemento que é alvo das ações que lhes são dirigidas] e ferramenta de mediação [proporciona a relação entre o sujeito e o objeto].

Desta forma para Leontiev (1978) as atividades sempre são estimuladas por um motivo, ou seja, é preciso que o sujeito veja necessidade ou interesse na atividade. Portanto, se a atividade não tiver um motivo, deixa de ser atividade e passa a ser ação. Se uma ação começa a ter motivo, mediado por um objeto, passa a ser atividade. A tarefa é o papel assumido no qual tem-se um objetivo específico e estratégias que serão desenvolvidas para o alcance do objetivo.

Na concepção da THC o ensino escolar tem como objetivo a formação de conceitos científicos, que parte do pressuposto de que o estudante é parte ativa no processo de ensino e que o estudo é uma atividade cujo resultado é a aprendizagem, que pode ser avaliada por meio do desenvolvimento. Assim, isto responde à pergunta de qualquer professor: Como sei se o estudante aprendeu? Qual ou quais são as características que indicam uma aprendizagem? Sabemos que o simples resultado de uma “prova” traduzido por uma nota é por demais reducionista e não revela o complexo das relações mentais internas do sujeito cognoscente.

Portanto, é o desenvolvimento deste sujeito que verdadeiramente indica se houve aprendizagem. Como então podemos perceber o desenvolvimento? Este se percebe na medida em que o sujeito é capaz de mobilizar seus conhecimentos acerca de um tema e elaborar

estratégias que lhe permitam resolver uma situação problema, cuja solução requeira a mobilização de um determinado conteúdo.

Quando o sujeito aprende, então se desenvolve, e percebe-se, portanto, uma mudança qualitativa em seu comportamento. Ele deve ser estimulado a relatar de forma oral e escrita o raciocínio utilizado e os conceitos mobilizados para a solução.

Nesta análise o estudante está em ação efetiva quando as funções psíquicas internas não estão isoladas, mas sim ligadas formando uma estrutura neste sentido que Davidov e Márkova (1987) afirmam que:

En un sentido también amplio es común para todas las teorías soviéticas sobre el estudio el examen del «eslabón interno» de dicho proceso **no como conjunto de funciones psíquicas aisladas, sino como actividad del escolar como sujeto**, como persona (esto diferencia sustancialmente la posición de los psicólogos soviéticos de las teorías neoconductistas contemporáneas, de la psicología cognitiva, etc.). (DAVIDOV E MÁRKOVA, 1987, p. 318) (grifo nosso).

*Em um sentido amplo, é comum que todas as teorias soviéticas sobre o estudo examinem o "vínculo interno" deste processo **não como um conjunto de funções psíquicas isoladas, mas como uma atividade do estudante como sujeito**, como pessoa (isso diferencia substancialmente a posição de Psicólogos soviéticos de teorias neo-comportamentais contemporâneas, de psicologia cognitiva, etc.). (DAVIDOV E MÁRKOVA, 1987, p.318) (grifo nosso).*

Partindo do pressuposto de que o estudante é parte ativa no processo de ensino, o ensino escolar deve ter como objetivo a formação de conceitos científicos. E para a organização de um ensino que leve ao desenvolvimento do estudante é preciso considerar os fatores sociais e psicológicos. Desta maneira podemos trazer alguns elementos apontados por Davidov e Márkova (1987) que destacam a importância de estimular os estudantes a relatar de forma oral e escrita a lógica utilizada e os conceitos, que foram mobilizados para a solução de algo. Desta forma coloca-se o estudante em ação, fazendo com que as funções psíquicas internas que não se encontram isoladas, mas ligadas, formem uma estrutura de ação efetiva.

Na Didática Desenvolvimental, a organização do ensino deve ter como base a Teoria da Atividade de Leontiev, que pressupõe que o estudante só estuda se estiver motivado, em outras palavras, a atividade de estudo depende de uma motivação. Mas como motivar? Se assumirmos que o motivo tem princípio em uma necessidade e que a atividade denotada segundo Leontiev *apud* Davidov e Markova (1987) tem a seguinte estrutura:

A. Leóntiev diferenció dos series de características estructurales: actividad—acción—operación y motivo—fin—condición (13). Esto es lo que caracteriza, a nuestro juicio, la comprensión del término «actividad» en su sentido más reducido y específico. (DAVIDOV E MÁRKOVA, 1987, p. 319)

A. Leontiev diferenciou duas séries de características estruturais: atividade-ação-operação e razão-fim-condição (13). Isto é o que caracteriza, a nosso ver, a compreensão do termo «atividade» em seu sentido mais reduzido e específico. (DAVIDOV E MÁRKOVA, 1987, p.319)

Para que ocorra a estrutura de atividade-ação-operação, é preciso de um motivo, que deve ser direcionado a uma finalidade (objeto), e de uma determinada condição favorável. Neste aspecto destacamos que estas condições seriam as informações e os conteúdos da disciplina que se fazem necessários, ou seja, que satisfaçam ao motivo da necessidade. Porém, para que o professor possa levar o ensino a se tornar desenvolvimental, este deve entender seu papel neste processo, que é o de ensinante profissional: que ensina de forma intencional, planejada, sistematizada e controlada, nesse processo a categoria controle se materializa por meio da avaliação com seus diferentes instrumentos, testes, provas seminários entre outros.

Poderíamos dizer que o ensino organizado a partir desta perspectiva supera o ensino tradicional com suas limitações, e entendemos que neste cenário a tarefa básica do professor deve ser a de organizar o ensino a partir da artificialização de necessidades, possivelmente por meio da proposição de situações problemas, mobilizando para isto as tendências metodológicas em Educação Matemática, tais como Uso de jogos e materiais concretos, Modelagem, História da Matemática no ensino, dentre outras.

4. BASE ORIENTADORA DA AÇÃO

Nesta seção abordamos de forma introdutória o que seria a Base Orientadora da Ação (BOA) na concepção de Núñez (2009), ou Atividade Orientadora do Ensino (AOE) na concepção de Moura (2010). Para que servem a BOA ou AOE e como estas podem auxiliar no processo de ensino? Estas se utilizam do pensamento lógico matemático para a organização do ensino de conceitos matemáticos.

E também tem como base principal a TA de Leontiev. Para a BOA, o sentido de atividade é o mesmo adotado por Leontiev, no entanto a aprendizagem é compreendida a partir da Teoria de Formação de Ações Mentais de P. Ya. Galperin (Petr Yakovlevich Galperin, em russo: Пётр Яковлевич Гальпéрин) que explica detalhadamente o processo de interno de assimilação e automatização, quando as ações se tornam operações e se automatizam passando a formar uma estrutura psicológica sintética qualitativamente superior às estruturas elementares que lhe deram origem no início quando houve a passagem dos signos do plano interpsicológico para o intrapsicológico.

Um detalhamento aprofundado acerca deste tema não é o objetivo deste trabalho, por isso não nos aprofundaremos nesta direção, caso seja de interesse do leitor (cf MOURA)

A BOA é uma proposta de organização do ensino para auxiliar o professor, e conseqüentemente também uma forma de organização dos conceitos para a aprendizagem dos alunos. Para que a BOA seja compreendida e aplicada de forma correta, de tal modo que possa levar os alunos ao desenvolvimento, é necessário que esteja claro tanto para os alunos, como para o professor, o papel fundamental da escola, ou seja: “Entender a escola como lugar social privilegiado para a apropriação de conhecimentos produzidos historicamente para necessariamente por assumir que a ação do professor deve estar organizada intencionalmente para este fim.” (MOURA ET AL, 2010, p.212)

Desta forma, o professor deve ter em mente que sua atividade principal naquele momento, em que estiver em sala de aula, é o de organizador do processo de ensino que o ensino que esta prática é intencional e dirigida de forma científica, para o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos. Então : “Assim, compreender o conceito de atividade como unidade de análise do desenvolvimento humano e as principais relações que o caracterizam, pode orientar a organização do ensino.” (MOURA ET AL, 2010, p.217)

Sendo assim, com a compreensão de atividade de cada sujeito, se é proposto a organização do ensino através da BOA, com aporte em Leontiv, com três elementos que se completam, e tendo os sujeitos, uma necessidade, um motivo real, e um objetivo.

Para então auxiliar a organização e a prática desses elementos é proposto por Cedro (2004) o Espaço de aprendizagem, que define este espaço como o lugar de realização da aprendizagem dos sujeitos, orientados pela ação intencional do outro. Para abordar sobre o espaço de aprendizagem, Cedro traz essa concepção de que este espaço poderia ser o Clube de Ciências e Matemática. É importante esclarecer que na concepção de Leontiev (1978) o ensino é a principal atividade do professor e a aprendizagem a principal atividade do aluno.

Durante o desenvolvimento das atividades vinculadas ao PIBID, a concepção de Espaço de Aprendizagem ficou muito clara, uma vez que os bolsistas, o professor da rede pública de ensino [supervisor] e o professor-coordenador do subprojeto trabalharam em parceria, buscando conhecer os problemas oriundos da sala de aula, e buscar uma forma de organizar o ensino, tendo na Teoria Histórico-Cultural a fundamentação para as ações.

5. A FORMAÇÃO DE HABILIDADES DO PENSAMENTO MATEMÁTICO

Nesta seção apresentamos a tradução do artigo de N. F. Talizina, seguidos de comentários próprios. Sempre após alguns parágrafos traduzidos para a língua portuguesa, são apresentados os comentários feitos por mim acerca do que a autora aborda em seu artigo.

Com título em espanhol, o artigo intitulado *La formación de los conceptos matemáticos* de autoria de N. F. Talizina apresentado no livro *La Formación de las Habilidades del Pensamiento Matemático*, este livro foi publicado em 2001, tendo como organizadora Talizina. A obra contém 6 capítulos com artigos de autores russos que abordam sobre o ensino de matemática. A tradução do russo para o espanhol foi feita por Yulia V. Solovieva e Luis Quintanar Rojas, no México, pela Faculdade de Psicologia da Universidad de San Luis Potosí.

Nina Fedorovna Talizina (em russo: Нина Фёдоровна Талызина), nasceu em 28 de dezembro de 1923 e morreu em 6 de janeiro de 2018, em Moscow, aos 98 anos. Estudou na Faculdade de Física e Matemática da Universidade Pedagógica de Yaroslavl, K.D Ushinsky e graduou-se como professora do ensino básico.

O doutoramento de Talizina ocorreu de 1947 a 1950 no Instituto de Psicologia da Academia de Ciências Pedagógicas da URSS. Ela defendeu sua tese sobre análise do processo de resolução de problemas geométricos na escola. Desde 1950 trabalhou na Universidade Estatal de Moscou. As atividades de pesquisa na Universidade Estatal de Moscou começaram sob a orientação de P. Ya Galperin. Colaborou com ele desde o início do desenvolvimento de sua Teoria de Formação de Ações Mentais por etapas, foi sua aluna e seguidora. Tendo mais de 400 publicações de obras científicas, incluindo artigos, livros, capítulos de livros, recebeu diversos prêmios também por sua contribuição para o desenvolvimento da ciência e educação.

A seguir apresentamos o artigo traduzido do espanhol para a língua portuguesa.

Livro: A formação de habilidades do pensamento matemático

Capítulo 1

A formação dos conceitos matemáticos

N. F. Talizina

Os conceitos são uns dos componentes importantes do conteúdo de qualquer matéria e, entre elas, também dos cursos de matemática.

Um dos primeiros conceitos de matemática o qual a criança enfrenta na escola é o conceito de números. Se este conceito não é assimilado de forma adequada, os estudantes terão sérias dificuldades para o estudo posterior do sistema de numeração e, outras coisas, para a compreensão do próprio conceito de *sistema de numeração*.

Em outras disciplinas da matemática, desde o início, os estudantes enfrentam conceitos. Assim, ao iniciar o estudo de geometria os estudantes de imediato enfrentam o conceito de ponto, de linha e de ângulo, e posteriormente, com um sistema de conceitos relacionados com diferentes tipos de objetos geométricos (linhas, ângulos, triângulos, etc.)

A tarefa do professor é garantir a apreensão completa destes conceitos. Considerando a prática escolar vemos que, esta tarefa é resolvida não tão bem como os objetivos da educação escolar exigem.

A principal falha de compreensão dos conceitos pelos estudantes é seu formalismo. Sua essência consiste no fato de que, os estudantes reproduzem corretamente as definições dos conceitos, quer dizer, eles têm consciência dos conteúdos, mas não sabem utilizá-los durante a orientação na atividade concreta, durante a resolução de problemas, onde se requer a aplicação destes conceitos. Coloquemos alguns exemplos típicos. Os estudantes acabam de estudar o conceito de circunferência. Eles fácil e corretamente reproduzem a definição de circunferência apontando que, esta é uma linha curva fechada cujos pontos se encontram a mesma distância de um ponto o qual se denomina centro. Depois disto se propõe aos estudantes o desenho de uma elipse, dentro do qual se coloca um ponto (“centro”). Se aos estudantes é perguntado se pode ou não denominar esta linha curva fechada de *circunferência*. A maior parte dos alunos respondem afirmativamente. Diante da pergunta de por quê consideram que esta linha é uma circunferência, eles respondem: “porque também tem centro”.

Segundo exemplo: Os estudantes acabam de estudar os triângulos retângulos. Eles dizem muito seguros de si mesmos que um triângulo retângulo é aquele triângulo que têm um ângulo reto. E se neste momento lhes é proposto um triângulo retângulo com ângulo reto na posição do vértice (quer dizer, em uma posição diferente da qual acabaram de aprender). Os estudantes medem o ângulo e estão de acordo em que o ângulo têm 90 graus, mas se negam a chamar o triângulo como um triângulo retângulo.

Um terceiro exemplo: Os estudantes dão a definição correta de ângulos adjacentes suplementares. Eles apontam que estes são ângulos, que possuem um vértice comum e um lado comum, e que os outros lados são a continuação um do outro. Os estudantes representam corretamente os ângulos adjacentes suplementares no quadro e o reconhecem entre uma

multidão de ângulos diferentes. Parece ser que tudo está bem. Depois se lhes apresenta o seguinte problema: “Temos dois ângulos com vértice comum. A soma deles é igual a 180 graus. Serão estes ângulos adjacentes suplementares ou não?” A maioria dos estudantes respondem afirmativamente. A resposta é incorreta.

As condições deste problema não apontam a presença de um lado comum nestes ângulos e, ao mesmo tempo, não se passa informação a cerca de que estes ângulos não tenham um lado comum, quer dizer, temos uma situação indeterminada. Na realidade, estas condições podem corresponder não unicamente aos ângulos adjacentes suplementares, mas também, aos ângulos retos opostos pelo vértice: estão presentes as características de que estes têm um vértice comum e sua soma é igual a 180 graus.

Se os alunos houvesse utilizado o conteúdo das definições, teriam que ter respondido: “Não se pode saber”(estes ângulos podem ser adjacentes suplementares mas, também, podem não ser).

C⁵: Nestes exemplos vemos claramente que a associação de conceitos dos alunos ainda não foi desenvolvida completamente. Eles ainda estão na fase denominada por Vtgotsky(2008) como pseudo-conceito(conceitos potenciais), onde seus pensamentos são dados por complexos. Onde:

Um complexo representa um agrupamento concreto de objetos unidos por laços factuais (descobertos por meio da experiência direta) e não abstratos e lógicos. A formação de complexos exige a combinação de objetos com base em sua similitude, assim como na unificação de experiências dispersas. A principal função dos complexos é estabelecer nexos e relações. (Núñez, 2009, p.36)

Além disto, também temos que as ligações do complexo não têm unidades lógicas e podem existir de diferentes formas, como apontado por Vigotski (2008, p. 77) “Enquanto um conceito agrupa os objetos de acordo com um atributo, as ligações que unem os elementos de um complexo ao todo, e entre si, podem ser tão diversas quanto os contatos e as relações que de fato existem entre os elementos.”

Se pode colocar muitos exemplos a cerca da incapacidade para utilizar os conceitos matemáticos por parte dos alunos durante o trabalho com objetos reais e durante a análise das

⁵ Todos os comentários da autora deste TCC estão precedidos da letra C e destacados em sublinhados, bem como as citações que fundamentam os comentários também aparecem sublinhadas.

condições dos problemas. E todos estes exemplos nos indicam que memorizar formalmente uma definição, não significa que o aluno tenha assimilado o essencial deste conceito.

O que é que garante a assimilação adequada dos conceitos matemáticos? Para poder responder a esta pergunta é necessário considerar alguns problemas:

- 1. O que é um conceito?**
- 2. Qual o papel da definição no processo de assimilação do conceito?**
- 3. O que significa assimilar um conceito?**
- 4. Qual é o critério de assimilação?**
- 5. Em que consiste o processo de assimilação de um conceito?**
- 6. Quais são as regularidades deste processo?**
- 7. Como pode o professor dirigir este processo?**

1. Os conceitos matemáticos e seus tipos

A lógica de qualquer conceito diferencia o volume e o conteúdo. Por volume se compreende aquela classe de objetos que se relacionam com este conceito, que se unem através do mesmo. Assim, no volume do conceito “triângulo” se inclui toda uma multidão de triângulos, independentemente de suas características concretas (tipos de ângulos, comprimento dos lados, etc.).

Por conteúdo de conceito se compreende por aquele sistema de características essenciais, sobre cuja base surge a união de objetos dados em uma classe. O conceito de “triângulo”, se relaciona com as seguintes características: figura fechada composta por três segmentos retos. O conjunto de características que unem os dois objetos em uma única classe, são denominados como características necessárias e suficientes.

É importante apontar que a relação entre essas características é diferente em conceitos diferentes. Em uns conceitos estas características completam umas as outras, formando assim o conteúdo que une os objetos a uma classe. Exemplos destes conceitos podem ser o triângulo, a bissetriz, a mediana e muitos outros.

Assim, os objetos relacionados com o conceito “triângulo”, necessariamente devem possuir as características mencionadas. De maneira isolada nenhuma delas permite conhecer os objetos desta classe. Na lógica, os conceitos com este tipo de relação se denomina conjuntivos: às características se unem através da conjunção “e” (no caso dos triângulos a figura tem que ser fechada e ter três segmentos retos).

Em outros conceitos, as relações entre as características necessárias e suficientes são outras: estas características não completam uma a outra, mas elas se modificam uma pela

outra. Isto significa que uma característica é equivalente à outra. Como exemplo deste tipo de relação entre características, podem ser citadas as características de igualdade de segmentos ou ângulos. Se sabe que, com a classe de segmentos iguais, se relacionam aqueles segmentos que: *a)* coincidem ao colocar um sobre o outro; ou *b)* separadamente são iguais a um terceiro segmento; ou *c)* consistem de partes iguais, etc.

Neste caso não requerem, de maneira simultânea todas as características mencionadas, como observado nos conceitos conjuntivos; aqui é suficiente uma das características de todas as mencionadas; cada uma delas é equivalente a qualquer outra. Graças a isto as características se relacionam através da conjunção “ou”. Esta relação de características denomina-se disjuntiva e, conseqüentemente, os conceitos se chamam disjuntivos.

Ademais, é importante considerar a divisão de conceitos em absolutos e relativos. O próprio nome do conceito fala sobre a especificidade de cada grupo. Os conceitos absolutos unem os objetos em classes de acordo as características determinadas, as quais assinalam a essência destes objetos como tais. Assim, o conceito de “ângulo” contém características que refletem a essência de qualquer ângulo como tal. O mesmo se observa para outros conceitos geométricos, tais como circunferência, losângulo, semi-reta, etc.

No caso dos conceitos relativos os objetos se unem em classes através das características que assinalam sua relação com outros objetos. Assim, no conceito de “retas perpendiculares” se fixa aquilo que caracteriza a interrelação entre duas linhas: o cruzamento e a formação de ângulo reto. Da mesma maneira, no conceito de “tangente”, se reflete as características específicas que assinalam a relação da linha reta com a circunferência.

A experiência mostra que, os conceitos relativos produzem maiores dificuldades nos estudantes, que os conceitos absolutos. E a essência desta dificuldade consiste precisamente no fato de que, os alunos não consideram a **natureza relativa** dos conceitos e, os aplicam como se fossem conceitos absolutos. Assim, quando se pede aos alunos para representar uma perpendicular, alguns deles representam a vertical. É necessário nos deter de forma especial no conceito de número.

C: Podemos explicar isso pelo fato de que (Vigotski, 2008) os estudantes por não terem ainda desenvolvido a função de estabelecer elos e relações que é dada pelos complexos. Desta forma, eles não conseguem unificar impressões desordenadas dos pensamentos do complexo e nem organizar os elementos. Conseqüentemente ainda não têm o que lhes é preciso para formar e desenvolver o conceito, pois para isto:

É necessário *abstrair, isolar* elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese deve combinar-se com a análise. (Vigotski, 2008, p.95)

O número é a relação entre aquilo que é submetido a uma avaliação quantitativa (longitude, peso, volume, etc.) e o padrão usado para a referida avaliação. É evidente que o número depende tanto da grandeza que se mede, como deste padrão. Quão maior for a grandeza que se mede, maior será o número, sempre e quando se utiliza o mesmo padrão. Pelo contrário, quanto maior for o padrão (medida), menor será o número sempre e quando medimos a mesma grandeza.

Conseqüentemente, os alunos desde o início devem compreender que a comparação de números, de acordo com suas grandezas, se pode realizar sempre e quando atrás deles se encontram um padrão. Na realidade o cinco nem sempre é maior que o três por exemplo, durante a medição de distância obtivemos cinco utilizando como padrão o centímetro enquanto que, ao utilizar como padrão o metro obtivemos três; então, três significa uma maior grandeza que cinco.

Se os estudantes não assimilam a natureza relativa dos números, então terão severas dificuldades no estudo de sistema de numeração. Se os alunos não compreendem que as operações de adição e de subtração se pode realizar apenas com aqueles números por trás do quais se tem os mesmos padrões, nem sempre serão capazes de explicar, por exemplo, a regra da soma “por escrita”(em coluna). Suponhamos que ao somar as unidade a criança obtém treze. É corretamente apontado que temos que anotar três na posição das unidades e o outro no topo das dezenas.

No entanto, quando perguntado: “Por quê se faz assim?”, os alunos frequentemente dizem: “Assim disse a professora”. Eles não compreendem que a dezena que obtiveram significa a inclusão das unidades a outra medida que é dez vezes maior e, por essa razão, se podem somar unicamente com as dezenas.

A incompreensão do *princípio de posição* no sistema de numeração e, a reflexão deste princípio durante a escrita dos números por parte dos alunos, se manifesta claramente durante a solução do seguinte problema: “Temos 111899 doces. Escolha um numeral neste número que determina a maior quantidade de doces.” Normalmente as crianças escolhem nove. Isto precisamente nos diz que, para eles, o número é conceito absoluto e não relativo.

As dificuldades de assimilação de conceitos relativos se observa também em estudantes maiores, mesmo, nos graus superiores.

C: É preciso destacarmos que aqui isso acontece também, pois os estudantes não compreenderam a diferença entre o que é número e numeral, e conseqüentemente também não sabem diferenciar os mesmos. A não aprendizagem destes conceitos está na raiz de muitos erros futuros que os estudantes irão cometer, não só em Matemática, e isto é um ponto chave na alfabetização matemática, pois a não compreensão destes conceitos tem como consequência a dificuldade de interpretação o que contribui para o chamado analfabetismo funcional, onde o estudante é capaz de ler mas não sabe interpretar nem explicar o que leu e no caso da matemática a consequência direta é a imensa dificuldade m compreender os problemas propostos.

A compreensão de que o numeral é a representação escrita do número que por sua vez é a representação de uma quantidade parece simples mas não é, requer o encadeamento de conceitos e representações. Além disto, a dificuldade sobre o que é tal coisa, ter que explicar o porquê dela, é encontrada em todos os níveis, principalmente quando é preciso verbalizar tal coisa, pois independente do público alvo este:

Achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito. A mesma discrepância ocorre no pensamento dos adultos, mesmo em níveis mais avançados. Isso confirma o pressuposto de que os conceitos evoluem de forma diferente da elaboração deliberada e consciente da experiência em termos lógicos. (Vigotski, 2008, p.99)

Não analisaremos outros aspectos dos conceitos matemáticos, e somente indicaremos que todos eles participam, para os alunos, como elemento de experiência social. Nestes conceitos se fixaram as realizações de gerações anteriores na área de matemática. Os estudantes tem que converter esta experiência social em experiência individual, nos elementos do seu desenvolvimento intelectual.

O conceito assimilado pelo homem se converte em uma imagem, mas numa imagem especial: abstrata e generalizada. Na realidade se pode pensar através de triângulos, de linhas paralelas, de raio, etc., sem imaginar um objeto concreto relacionado com este conceito. No principio, é impossível imaginar um conceito de maneira concreta: qualquer representação constitui a imagem de algum objeto concreto; a imagem necessariamente terá algumas características irrelevantes.

Por exemplo, se nós imaginamos um triângulo, então este terá um comprimento determinada dos seus lados, um determinado tamanho dos seus vértices, etc. No conceito de

triângulo estas características concretas não participam mas, sem elas, a representação sensorial (concreta) é impossível.

Graças a isto o conceito não pode ser uma imagem concreta sensorial, mas, é uma imagem abstrata que funciona dentro do nosso pensamento em estreita relação com a palavra e com a linguagem. Ao mesmo tempo é uma linguagem generalizada que acumula, não as características de algum objeto isolado, mas as características de toda uma classe de objetos.

Tudo isto significa que a tarefa do professor de matemática consiste em formar, nos estudantes, as imagens abstratas generalizadas, as quais refletem diferentes classes de objetos matemáticos. É evidente que uma simples memorização da definição do conceito não produz uma imagem. A formação da imagem se dá através de outra via.

C: Temos que os conceitos científicos seguem um caminho de “cima para baixo” dito por Vygotsky. Assim temos que “Os conceitos científicos são aprendidos pelos símbolos escritos, pela generalização teórica, em situações específicas, pela via do abstrato ao concreto.” (Núñez, 2009, p. 92)

2. O papel da definição de conceito durante o processo de sua assimilação

O conceito não pode ser transmitido aos alunos de forma acabada, eles mesmos devem obtê-lo interagindo com os objetos relacionados com estes conceitos. Qual é o papel da definição para este processo de interação? A definição proporciona um certo ponto de vista (base de orientação) para a valorização dos objetos com os quais interage o aluno. Assim a definição de **ângulo**, o aluno pode analisar diferentes objetos desde o ponto de vista da presença ou ausência de ângulos nestes objetos.

Da mesma forma com a definição de **circunferência**, o aluno pode analisar diferentes objetos desde o ponto de vista daquelas características que contém a definição de circunferência. Este trabalho é real, sobre a valorização de diferentes objetos, desde o ponto de vista das definições dadas, o conceito ideal se forma gradualmente na mente dos estudantes, como uma imagem generalizada e abstrata da classe dada.

Desta forma, a obtenção da definição não constitui a etapa final na assimilação de conceito, mas somente é o primeiro passo. O seguinte passo é a inclusão da definição de conceito, naquelas ações que os estudantes realizam com os objetos correspondentes e, com a ajuda dos quais, constroem em sua cabeça, os conceitos a cerca destes objetos.

Evidentemente surge a pergunta: Por quê nos exemplos mencionados os estudantes produzem sem erros as definições dos conceitos, dando valorizações errôneas dos objetos sem coincidir com o conteúdo destas definições? Isto se explica pelo fato de que, o conhecimento mesmo da definição é insuficiente para o trabalho correto com os objetos proporcionados.

O seguinte passo importante consiste em ensinar aos alunos a orientar-se no conteúdo da definição, durante a realização de diferentes ações com os objetos. Em outras palavras é necessário, não unicamente proporcionar o ponto de vista sobre coisas, mas também, conseguir que este ponto de vista seja adotado e aplicado realmente pelos estudantes. Se isto não se garante, então, em alguns casos, a definição é deixada de lado: o aluno vai apoiar-se em outras características, as quais, o mesmo identificou nos objetos.

C: Núñez (2009) aponta que segundo a TA:

A assimilação de conceitos abstratos não é o ponto final da aquisição do conhecimento. Sua aplicação na solução de tarefas específicas assume extraordinária importância para passar do plano abstrato ao concreto, e vice-versa, de forma que os conceitos sejam móveis e ativos e possam contribuir para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores e a personalidade integral dos sujeitos.(Núñez, 2009, p. 92)

Em outros casos os alunos podem utilizar somente uma parte das características ensinadas; em outros casos, eles podem adicionar suas próprias características às já ensinadas na definição, o que também conduz a um erro. Nos exemplos mencionados encontramos todos esses erros. Assim, reconhecendo uma perpendicular como uma linha vertical, os alunos se apoiam numa característica que não se encontra na definição de linhas perpendiculares. Relacionando a elipse com a classe das circunferências, os alunos consideram somente uma parte das características ensinadas na definição de circunferência. O mesmo se sucede ao exemplo de reconhecimento de ângulos adjacentes suplementares. Durante o reconhecimento de triângulos retângulos, pelo contrário, os alunos adicionam uma característica complementar: a posição espacial do ângulo reto. Desde o ponto de vista destes alunos, o ângulo reto não têm que encontrar-se na vertical do triângulo.

Assim, a causa básica do formalismo durante a assimilação dos conceitos matemáticos, consiste em fazer de que não se preste atenção necessariamente na organização do trabalho dos alunos com a definição dos conceitos. Somente assim pode se explicar o fazer surpreendente que, alguns manuais de geometria, proporcionavam definições errôneas e estes não se davam conta, nem professores, nem metodólogos, nem alunos.

Como exemplo podemos tomar o manual de Kiseliiov⁶ Até a data este é considerado um dos melhores manuais e, frequentemente, se realizam petições para utilizá-lo novamente. Sem duvidar da qualidade deste manual no geral, indicaremos que neste também há muitas definições incorretas. Na realidade os ângulos adjacentes se definem como dois ângulos que têm um vértice comum. Se estamos de acordo com isso, sobre a base precisamente destas características para reconhecer os ângulos adjacentes, então teremos que relacionar, com os ângulos adjacentes, com os ângulos seguintes: AOC e AOB e também os ângulos AOC e BOC (Figura 1)

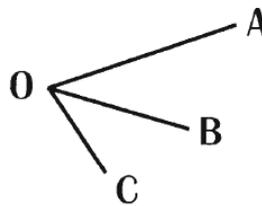


Figura 1

Fonte: Talizina (p. 29, 2001)

Na realidade, estes ângulos têm todas as características que se indicam na definição: dois ângulos, um vértice comum, (ponto O) e um lado comum (no primeiro caso o lado comum é AO, no segundo caso é CO). Mas estes ângulos não são adjacentes. Isto significa que a definição de Kiseliiov não permite distinguir a classe de ângulos adjacentes de maneira correta.

Uma situação similar se observa com os ângulos opostos pelo vértice. Estes se definem como dois ângulos que têm um vértice comum, onde os lados de um ângulo constituem a continuação dos lados do outro. De acordo com esta definição temos que reconhecer como ângulos opostos pelo vértice (Figura 2), não unicamente os ângulos AOD e COB⁷, mas também o ângulo AOC e o ângulo complementar para o ângulo AOC, devido que este se forma através da mesma semi-reta que o ângulo COB e seu vértice se encontra no mesmo ponto. Sobre esta mesma base, o ângulo COB será oposto pelo vértice para o ângulo complementar do ângulo AOD.

⁶ O Manual de Geometria do autor Kiseliiov para o secundário se utilizava anteriormente na Rússia, atualmente usam outros manuais. (Nota do artigo original)

⁷ COB seria a escrita correta, porém, ao olharmos a Figura 2, vemos não existe o ponto B. Tal erro foi mantido, pois a figura foi retirada do artigo original.

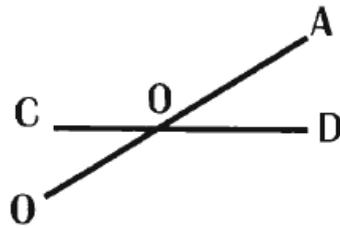


Figura 2

Fonte: Talizina (p. 29, 2001)

Da mesma forma se pudesse demonstrar que a definição de ângulos adjacentes suplementares, de acordo com o manual de Kiseliiov também é incorreta. Com isto a lista de erros que contém o manual de Kiseliiov não termina. Indicamos que muitos desses erros, foram descobertos pelos alunos os quais temos ensinado a trabalhar com as definições de conceitos. Quando a definição se guarda sem nenhuma utilidade na memória do sujeito, então não se pode descobrir as insuficiências destas definições.

Nós temos mostrado a necessidade de trabalhar com as definições e, agora, passaremos a considerar a organização deste trabalho.

C: analisando esta conclusão da autora fica claro que um ensino baseado unicamente na memorização de definições não pode ser considerado eficiente, pois não há garantias que estas definições evoluam ao nível de conceito. Infelizmente o ensino de matemática em grande parte ainda está preso à ideia pura e simples de memorizar a definição e o algoritmo e repeti-lo tal qual sem muitas vezes ser capaz de colocá-lo em ação.

3. Tipos de ações que se utilizam para a formação dos conceitos matemáticos

As definições de conceitos matemáticos podem ser aplicadas em diferentes ações. Graças a isso, de imediato surge a pergunta acerca da sua designação. A designação da ação se determina, antes que nada, através do **objetivo** da assimilação de conceito. Suponhamos que o conceito se assimila para poder reconhecer objetos relacionados com a classe dada. Neste caso, é necessário utilizar a ação de reconhecimento, a ação de induzir ao conceito. Se os estudantes não conhecem tal ação, então é necessário descobrir seu conteúdo, mostrar-lhes como devem realizar estas ações.

Nos exemplos mencionados anteriormente, aos alunos lhes pedia realizar a **ação de indução de conceito**. Na realidade, a eles propunham lhes objetos determinados (elipses,

linhas retas, linhas cruzadas que formam ângulos retos, etc.) e foi necessário estabelecer se esses objetos se relacionavam ou não com conceitos correspondentes (circunferência, linhas perpendiculares, etc.). Qual é o conteúdo desta ação? Que lugar deve ocupar a definição de conceito nesta ação? Como podemos perceber que a definição realmente funciona e ajuda os alunos a reconhecerem sem erros os objetos relacionados com o conceito correspondente? A ação de indução ao conceito consiste nos seguintes componentes:

a) Apontar os sistemas de características necessárias e suficientes dos objetos da classe dada. Com isto se supõe que os estudantes já conhecem as particularidades destas características e as diferenciam uma das outras: essências – não essências; suficientes – necessárias; e ao mesmo tempo suficientes. Geralmente as últimas apontam as definições dos conceitos. Consequentemente, os estudantes devem distingui-las na definição.

Estabelecer se o objeto dado possui ou não as características identificadas. A execução correta desta parte da ação de induzir ao conceito, pressupõe que o estudante já assimilou os meios para o reconhecimento das características verificadas. Assim, se é necessário verificar se as linhas são retas ou não, então o estudante tem que saber utilizar a regra.

Da mesma maneira, durante a verificação do tamanho do ângulo, ele tem que saber utilizar o transferidor, o esquadro, etc. Mas as habilidades práticas ajudarão ao aluno, somente quando o objeto que ele tem que reconhecer se representa em forma de desenho técnico, do desenho do objeto real. Se o objeto se dá através de uma descrição, então, o aluno tem que saber analisar as condições do problema, identificar nela a informação sobre as características que se está verificando.

b) Estabelecer a relação do objeto com o conceito dado. Para a realização correta desta parte da ação, os estudantes têm que saber quais são os tipos de estruturas lógicas das características: conjuntivas ou disjuntivas. Se os estudantes não sabem isto, então, não podem avaliar, de maneira correta, o resultado obtido. Na realidade quando a estrutura das características do conceito é conjuntiva, é necessário aplicar as seguintes regras:

- O objeto se relaciona com o conceito dado, sempre e quando este contenha todo o sistema de características suficientes e necessárias.
- Se o objeto não possui, pelo menos uma das características, este não se relaciona com o conceito dado.

- Se não se sabe nada de, pelo menos uma das características, então, apesar da presença do resto das mesmas, não se sabe se o objeto se relaciona ou não com o conceito dado.

Para os conceitos com uma estrutura disjuntiva das características, as regras são as seguintes:

- O objeto se relaciona com o conceito dado, se este possui pelo menos, uma das características alternativas.
- Se o objeto não possui nenhuma destas características, então não se relaciona com o conceito dado.
- Se não se sabe nada acerca das características, se estas estão presentes ou não, então não se sabe se o objeto se relaciona ou não com o conceito dado.

Nos exemplos mencionados, os conceitos (circunferência, perpendicular, ângulo adjacente suplementar) possuem uma estrutura conjuntiva das características, é por isso que a resposta positiva ocorre, somente quando está presente todo o sistema de características apontadas na definição.

Como podemos ver, o conteúdo da ação de induzir ao conceito, requer uma análise especial que pressupõe todo um sistema de conhecimentos e habilidades prévios e não somente da matemática, mas também da lógica. A definição de conceito se inclui no conteúdo da **base orientadora da ação**⁸. Além do mais, a definição de conceito, na base orientadora também participa da regra lógica de indução ao conceito. O estudante deve apoiar-se tanto em uma regra como na outra, durante a execução da ação dada.

C: Em Núñez (2009) temos que:

“A BOA constitui para o sujeito a imagem do produto final, ligada tanto aos procedimentos como ao sistema de condições exigidas para a ação. [...] O conteúdo da BOA marca a estrutura da ação, em termos de operações necessárias para se atingir os objetivos como metas.” (Núñez, 2009, p. 84-85)

É importante enfatizar que para a Base Orientadora da Ação a orientação que é construída pelo sujeito para a atividade que lhe é dada, determina entre os mais diversos fatores, a qualidade da aprendizagem deste.

⁸ Base Orientadora da Ação(BOA) *Nota própria

4. A organização do processo de assimilação

Não é necessário fazer que os alunos, aprendam de cabeça o conteúdo da base orientadora da ação. Sua memorização pode dar-se de maneira involuntária, como resultado de sua utilização durante a solução de problemas para a indução de conceitos. Mas como pode utilizar o aluno aquilo que ainda não memorizou? Para ele se utilizam diferentes formas externas de apresentação da informação necessária: o conteúdo da base orientadora da ação. A forma mais acessível é o *mapa conceitual*.

Depois da explicação da essência do conceito e da apresentação para o reconhecimento dos objetos relacionados com este conceito, o professor propõe aos alunos os *mapas conceituais* já preparados, ou eles mesmos os elaboram com ajuda do professor, o qual é mais recomendado para manter a motivação dos estudantes. Neste caso, o *mapa* é mais ou menos o seguinte (em relação com o conceito “linhas perpendiculares”):

As características do conceito:

1. De linhas retas.
2. Se cruzam.
3. Formam um ângulo de 90 graus.

Regra para reconhecimento de linhas perpendiculares:

1. Verificar se o objeto dado tem ou não as características apontadas.
2. Apontar o resultado da verificação de cada característica: + = presente; – = ausente; ? = não se sabe.
3. Avaliar o resultado obtido de acordo com a regra lógica.

A regra lógica:

1. O objeto se relaciona com o conceito dado somente quando possui todas as características apontadas.
2. Se o objeto não possuir pelo menos uma das características, este não se relaciona com o conceito dado.
3. Se não se sabe nada da presença ou ausência de pelo menos uma característica, então, apesar da presença do resto das características, tampouco se sabe se o objeto se relaciona ou não com o conceito dado.

Esquema de la regla l3gica

No. 1 $\begin{array}{c c} 1 & + \\ 2 & + \\ 3 & + \end{array} +$	No. 2 $\begin{array}{c c} 1 & + \\ 2 & + \\ 3 & - \end{array} -$
No. 3 $\begin{array}{c c} 1 & + \\ 2 & + \\ 3 & ? \end{array} ?$	No. 4 $\begin{array}{c c} 1 & + \\ 2 & + \\ 3 & ? \end{array} -$

Figura 3

Fonte: Talizina (P. 33, 2001)

Utilizando o *mapa conceitual* durante a soluç3o de problemas sobre induç3o ao conceito, os estudantes gradualmente aprender3o seu cont3udo e deixar3o de utiliz3-lo. Depois disto, eles reproduzir3o o cont3udo do *mapa conceitual* em forma oral e atuar3o em correspond3ncia com o mesmo. 3 muito importante que os alunos repitam v3rias vezes e de forma completa, todas as recomendaç3es, apontadas no *mapa*.

Com este objetivo, se deve trabalhar em duplas para tornar natural a pron3ncia, em voz alta, do cont3udo do *mapa conceitual*. Depois, os alunos trabalhar3o em sil3ncio de maneira individual, recordando as recomendaç3es necess3rias⁹. Queremos mostrar que para o trabalho 3 necess3rio proporcionar os problemas com todas as variantes poss3veis de respostas.

Somente neste caso surge, n3o unicamente a formaç3o completa de conceito, mas tamb3m, o grau suficiente de sua generalizaç3o. Finalmente, com esta organizaç3o do trabalho surge, tanto a formaç3o de conceito, como a formaç3o de induç3o de conceito, onde o 3ltimo funcionar3 com sucesso.

Evidentemente para uma assimilaç3o mais profunda dos conceitos 3 importante utilizar n3o apenas uma aç3o, mas v3rias: comparaç3o, deduç3o de consequ3ncias, classificaç3o, etc. A validade e a quantidade de aç3es em quais funciona o conceito dado,

⁹ Sobre este tema pode se consultar o livro N. F Talizina(1988). La formaci3n de la cognoscitiva en ni3os escolares. Mosc3, Ed. Educaci3n. (Nota do artigo original)

serve precisamente como mostrador da quantidade de sua assimilação. Consideraremos alguns detalhes desta ação. A dedução da consequência, praticamente é uma ação contrária, em comparação com a indução ao conceito.

Na realidade, durante a indução ao conceito é necessário, de acordo com as características determinadas, resolver o problema acerca da relação do objeto dado, a classe de objetos fixados ao conceito. Contudo, durante a dedução das consequências, desde o início mesmo, se sabe que o objeto se relaciona com a classe dada. O problema consiste em que se tem que obter as consequências e, fazer as conclusões acerca das características, utilizando a informação dada. Desta maneira, no primeiro caso, se realiza o passo das características do objeto na relação com a classe, enquanto no segundo caso, acontece o contrário. Por exemplo, se sabe que a figura é um triângulo. O quê podemos dizer acerca desta figura? Que característica têm?

A execução desta ação pressupõe que os alunos tenham conhecimentos de vários tipos destas características. Neste caso, a solução deste problema se baseia nas características necessárias. Cada objeto de uma classe determinada necessariamente possui um certo sistema de características sem as quais, não pode se relacionar com a classe dada do objeto. No caso do triângulo, estas, antes que nada, são as características apontadas na definição: figura fechada que possui três segmentos de linha reta.

Estas características são, não unicamente necessárias, mas ao mesmo tempo suficientes, para reconhecer a figura como um triângulo. Além do mais destas características, qualquer triângulo tem as seguintes características necessárias: a soma dos ângulos internos é de 180 graus; a soma de qualquer dos seus lados é maior que o terceiro lado; qualquer ângulo externo é igual a soma de dois ângulos internos, os quais não são adjacentes suplementares deste ângulo, etc. A ação de dedução das consequências enriquece o conceito de triângulo e amplia seu conteúdo.

A ação de comparação ajuda aos estudantes a compreender o lugar do conceito, que está assimilado, entre outros conceitos. Como as ações anteriores, a comparação se realiza sobre a base das características essenciais. Assim o triângulo pode ser comparado com o ângulo, com a circunferência e com o quadrilátero, de acordo com as características apontadas na definição: o fechamento da figura, a quantidade de segmentos e os segmentos de linha reta.

No que se refere a classificação, esta requer a compreensão complementar das relações de espécie e gêneros e, naturalmente, pressupões a presença de conceitos acerca do tipo e gênero. A classificação é indispensável para o estudo da matemática. Assim a divisão de

triângulos, de acordo com os ângulos, em triângulos retângulos, com ângulos agudos e ângulos obtusos, já é uma classificação elementar.

Como no conceito de gênero participa o conceito de triângulo; como no conceito de espécie participam as três subclasses mencionadas de triângulos. Cabe mostrar que nos manuais pudesse encontrar classificações incorretas, as quais, naturalmente, produzem uma ausência de lógica no pensamento dos alunos. Vejamos um exemplo.

C: Para que o sujeito possa ter a capacidade de comparação, ou chegar até esta, é necessário que tal sujeito tenha apropriação de instrumentos (ferramentas) externas que possam auxiliar o mesmo. Sendo assim, o professor orientador pode se valer de recursos como objetos materiais, ou representações destes recursos que poderão vir a ser necessários para a atividade.

Pedimos a uma aluna do sexto ano que nos diga que tipo de triângulo se chama equilátero. Obtemos a resposta correta. A aluna respondeu também corretamente a pergunta: Que tipo de triângulo se chama isósceles? Depois desta fizemos a terceira pergunta: Podemos chamar o triângulo equilátero como triângulo isóscele? A resposta foi “Não”. Continuamos o diálogo:

- Quantos lados iguais têm um triângulo isósceles?
- Dois.
- E um triângulo equilátero, quantos lados iguais têm?
- Três.
- Então, se em um triângulo equilátero todos os seus lados são iguais, entre eles, então entre eles não se pode encontrar dois lados iguais?
- Sim, se pode.
- Então, podemos chamar o triângulo equilátero como triângulo isósceles?
- Não.
- Por quê?
- Porque o terceiro lado também é igual.

Como vemos, a aluna não compreende as relações entre os diferentes tipos de triângulos, os quais se determinam de acordo com as relações entre seus lados. Mas a mesma incompreensão se observa também, no autor do manual com o qual aprendeu esta aluna. Neste manual os triângulos se classificam como escalenos, equiláteros e isósceles.

Como consequência de tudo isto, na aluna se formou o conceito equivocado de triângulo isósceles como se aqueles triângulos nos quais, com a igualdade de dois lados, o terceiro lado necessariamente têm que ser desigual aos outros dois. Se seguimos a exigência da lógica, então os tipos apontados de triângulos não se podem considerar como tipos do mesmo nível: os triângulos equiláteros constituem um caso em particular de triângulos isósceles, quer dizer, se relacionam com outro nível de classificação.

A ação de classificação é ainda mais complexa que o exemplo mencionado. A classificação permite, por um lado, integrar o conceito que estamos estudando no sistema de outros conceitos anteriormente aprendidos e, por outro lado, ver as subclasses de objetos que se incluem neste conceito.

Assim, um quadrilátero pode ser considerado com um dos tipos de polígonos e, como um conceito geral (de gênero) que inclui toda uma multidão de diferentes tipos: retângulos, quadrados, losangos, paralelogramos, etc. A classificação inclui uma série de ações e requer da execução de uma série de condições. Antes de tudo, os estudantes têm que aprender a escolher a base para a classificação e conserva-la até o final do seu trabalho, mesmo que não se tenha toda a dimensão do conceito. Como a base para a classificação, evidentemente se retorna as características essenciais do conceito.

Sem considerar detalhadamente o processo de assimilação, só enfatizaremos que este será como um processo de solução de problemas. Não se pode assimilar a ação sem realizá-la e, realização da ação, pressupõe um problema adequado para ela mesma. Desta forma, o processo de assimilação têm constantemente um caráter problemático. As ações realizadas com as características dos objetos, servem precisamente como um instrumento para a construção de conceito, para seu surgimento.

O conceito é um produto das próprias ações dos estudantes. A segunda observação importante refere-se ao fato de que, os conceitos matemáticos (como qualquer outro conceito), não podem ser assimilados sem a assimilação de todo um sistema de conhecimentos e atividades lógicas iniciais.

Muitos estudiosos têm mostrado que as realizações das recomendações mostradas, conduzem a assimilação exitosa de conceitos científicos. Ademais, os estudantes desde o início se orientam unicamente sobre as características essenciais utilizando-as de maneira consciente e voluntária.

C: Para estudiosos da THC e da TA, estes sempre buscam deixar bem claro que é preciso conhecer todos os processos de ensino e aprendizagem, e como estes se

desenvolvem no sujeito, e sempre levando em conta que cada sujeito tem suas particularidades, e que a história do contexto social deste sujeito, também irá ser de grande relevância para o desenvolvimento de conhecimentos científicos. Sendo assim:

A formação de conceitos sistematizados na escola é um processo (atividade) social, mediado e culturalmente contextualizado. Apropriar-se de conceitos significa apropriar-se dos tipos de atividades no quais esses conceitos entram e orientam para o desenvolvimento integral da personalidade do aluno.(Núñez, 2009, p. 88)

Em conclusão, mostramos que os estudantes contemporâneos, também têm demonstrado a importância do caráter sistêmico da assimilação dos conhecimentos, incluindo os conceitos. Graças a isso, os conceitos tem que assimilar se, não de maneira isolada uns dos outros, mas como elementos de um sistema único.

Assim, na Geometria, durante o estudo de diferentes tipos de ângulos, os alunos frequentemente e gradualmente aprendem diferentes tipos de ângulos de acordo com seu tamanho (de ângulo agudo até o ângulo completo) depois, aprendem tipos particulares de relações entre ângulos (opostos pelo vértice, adjacentes, com lados paralelos e perpendiculares, etc.). Cada vez os estudantes memorizam as definições mas, nem sempre são capazes de comparar estes ângulos, de compreender a base que une a multidão de variantes particulares.

Mas se considerarmos esta multidão de variantes desde o ponto de vista da **invariante** (base), que constitui sua origem, não é necessário estudar cada caso particular de maneira isolada: os estudantes podem obtê-los independente e simultaneamente. Para isso, o objeto de assimilação tem que ser a **invariante** e o método de trabalho com a mesma. No caso dado, como **invariante** participa o sistema de elementos constantes, sem os quais não pode existir nenhum ângulo:

1) presença de vértice; 2) presença dos lados e 3) a posição espacial de ambas. Variando estes elementos podemos obter todos os tipos de ângulos. Assim, mudando a posição espacial do ângulo obteremos, os ângulos agudos, retos, obtusos, planos e completos.

Os alunos facilmente obtém todos estes casos particulares e, o professor unicamente tem que dizer como se chamam. Desta maneira, tampouco haverá necessidade de memorizar a definição: os alunos podem elaborá-la de maneira independente sem que eles, anteriormente,

conheçam os princípios para a construção das definições e assimilarem os conceitos de gênero e **tipo**.

Os diferentes tipos de relações entre dois ângulos se obtém variando as posições espaciais entre seus vértices e lados. No que se refere ao vértice, este pode ser comum ou não; os lados dão maiores quantidades de variantes: comum, não comum, os lados não comuns podem continuar-se um ao outro, podem ser paralelos ou perpendiculares.

Os estudantes com gosto buscam cada vez novas variantes e, gradualmente, obtém todo um sistema completo com o qual podem trabalhar facilmente, estabelecendo as características gerais e particulares de variantes e elaborando definições para casos concretos.

A aproximação sistemática dos conceitos permite, não somente reduzir notavelmente o tempo de ensinamento dos conceitos, mas também, buscam uma assimilação mais profunda e exata.

6. DESTACANDO ALGUNS ASPECTOS DA EDUCAÇÃO SOVIÉTICA

Durante a época da Revolução de 1917 e com a criação da União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) coordenada pelo partido dos Bolcheviques, diversos pesquisadores e educadores foram imbuídos na tentativa de encontrar um método educacional que fosse permitir a formação de um novo homem para a Nova Era a qual o país tomava rumo. Tais pesquisadores e educadores realizaram diversas experiências educacionais, como as de Anton Semiónovitch Makarenko (em russo: Анто́н Семёнович Мака́ренко), em sua história de educação na Colônia Górkí, onde ele trabalhou com menores infratores e órfãos, onde lidava com as mais diversas dificuldades impostas pelo meio social e econômico do seu período.

Juntamente com seus educandos, Makarenko (2012) pode vivenciar e experimentar na prática, dentro da sua dura realidade, na tentativa de encontrar um método educacional que pudesse corresponder a sua necessidade, através de tentativas e erros, conseguiu desenvolver um método que tinha como princípio organizacional, os *coletivos autogeridos*.

Como exemplo de mais pesquisadores e educadores que nesta época da URSS desenvolveram métodos educacionais e reorganização do ensino, temos também Moisey Mikhaylovich Pistrak (em russo: Моисей Михайлович Пистрак), onde em sua obra *A Escola Comuna*, (cf. Pistrak, 2009) é relatada uma experiência de reorganização do sistema educacional soviético, organizado por um grupo de estudiosos e interessados no assunto, que tomaram como tarefa para si, preparar um ambiente que pudesse educar preparando para a vida, dando auto-independência, procurando mostrar como é possível gerir as responsabilidades e obrigações por meio de conhecimento científico.

Nesta reorganização educacional, a disciplina de Matemática é tratada com outra compreensão: sendo a ciência que está em tudo, e onde o conhecimento desta é levado com os seus conceitos para o mundo, sendo posta como ferramenta de apoio para outras disciplinas. Vemos que esta compreensão rompe com o modelo de ensino de Matemática centrado na axiomatização e abstração desligada do mundo real prático, este caráter de articulação dos saberes matemáticos com a vida prática, que era exigência do período revolucionário, passa a cobrar uma nova abordagem metodológica para o ensino desta ciência.

Dentro do grupo que participou da reorganização educacional, que teve acesso de forma direto ao resultado dessas experiências, destacamos o pesquisador, psicólogo e filósofo

Vasily Vasilyevich Davydov¹⁰ (em russo: Васи́лий Васи́льевич Давы́дов), que apoiado na Teoria da Atividade de Leontiev (cf. Vigotskii, Luria e Leontiev, 2014), buscou definir o papel da escola dando foco na organização das disciplinas escolares, e o desenvolvimento do pensamento teórico-científico no estudante.

Para Davydov o estudo é entendido como uma atividade no sentido psicológico do termo cuja a essência está na Teoria da Atividade de Leontiev, que adota o ensino como categoria psicológica. E que o ensino deve acontecer de forma intencional e dirigida, sendo organizado a partir de conceitos científicos, e que se compõe de etapas de um sistema, onde os estudantes partem de uma atividade inicial e a convertem numa infinidade de tarefas particulares que podem ser resolvidas por único procedimento (macro-geral), apoiados nos conhecimentos adquiridos anteriormente (micro-particular).

O caráter eficaz deste procedimento se verifica, justamente, na solução de tarefas particulares, que são focadas pelos estudantes como variantes da tarefa de estudo inicial. Os escolares separam em cada uma a relação geral e orientam-se naquela que aplica o procedimento geral da solução apropriada. (Davydov, 1988, *Apud*, Rosa e Damázio, et Al, 2012, p. 29)

Assim temos que para a Psicologia Soviética o estudo é entendido como categoria psicológica e isto possibilita toda uma estruturação de uma teoria de ensino e desenvolvimento, e o problema inicial de como isso acontecia, a formação das ações mentais, foi superada dialeticamente por Galperin que explica a formação de ações mentais por etapas e possibilitando a compreensão de maneira clara dos tipos de aprendizagem. Desta forma, diferenciando claramente a aprendizagem dos conceitos espontâneos da dos conceitos científicos.

La concepción de la actividad de estudio es uno de los enfoques, existentes en la psicología soviética, del proceso de estudio, enfoque que realiza la tesis marxista sobre la condicionalidad histórico-social del desarrollo psíquico del niño (L. Vigotski). Esta concepción se formó sobre la base de uno de los principios dialéctico-materialistas fundamentales de la psicología soviética, el principio de la unidad de la psiquis y de la actividad (S. Rubinstein, A. Leóntiev), en el contexto de la teoría psicológica de la actividad (A. Leóntiev) y en estrecha vinculación con la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y tipos de aprendizaje. (Galperin, Talízina Y Otros, Davidov, Markova, 1987, p. 318)

A concepção da atividade de estudo é uma das abordagens existentes na psicologia soviética, do processo de estudo, abordagem que realiza a tese marxista sobre a condicionalidade sócio-histórica do desenvolvimento

¹⁰ A escrita do nome de Davydov Assim como de Vigotski poderá aparecer ao longo do texto com variação de grafia, explicamos que isto é por causa das questões de tradução e iremos respeitar a grafia adotada por cada tradutor.

psíquico da criança (L. Vigotski). Essa concepção foi formada com base em um dos princípios dialéticos e materialistas da psicologia soviética, o princípio da unidade da psique e da atividade (S. Rubinstein, A. Leontiev), no contexto da teoria psicológica de a atividade (A. Leóntiev) e em estreita ligação com a teoria da formação por etapas de medidas mentais e tipos de aprendizagem. (GALPERIN, TALÍZINA Y OTROS, DAVIDOV, MARKOVA, 1987, p. 318)

Sendo assim, o ensino de conceitos científicos é tarefa da escola. E é partindo desta ideia, que chegamos a forma de como o ensino deve ser organizado para atingir este objetivo.

A elaboração de estratégias para que se possa resolver as tarefas propostas que desenvolvem o pensamento teórico será fundamentada no ensino de conceitos científicos:

Conhecimento teórico ou pensamento teórico, na acepção de Davídov, refere-se à capacidade de desenvolver uma relação principal geral que caracteriza um conteúdo e aplicar essa relação para analisar outros problemas específicos desse conteúdo. (Libâneo e Freitas, p. 6)

Desta forma temos que para Davydov, a escola tem como seu objetivo principal criar meios de apropriação do conhecimento, para que assim, haja o desenvolvimento do pensamento teórico (Núñez, 2009), e ainda para ele, era insuficiente que a escola apenas passasse informações e fatos isolados.

Para que houvesse a formação de um novo homem era necessário que este fosse capaz de ser autônomo, ter a apropriação e domínio do conhecimento científico e comum, porém sabendo separá-los, usá-los nas diferentes esferas da sociedade, e nas mais diversas situações nas quais o conhecimento científico-teórico pudesse lhe proporcionar o seu desenvolvimento mental, e estes ficariam sob responsabilidade da escola de lhe proporcionarem tal tarefa.(cf. Pistrak, 2009)

Assim temos que, para melhor desempenho nas atividades educacionais, é necessário que haja uma boa estruturação do meio ambiente [onde ocorre o ensino] para que assim aconteça o desenvolvimento das Funções Executivas. Pois temos que, as Funções Executivas “são responsáveis pela regulamentação cotidiana do comportamento e que têm importância fundamental nas atividades educacionais” (Cosenza e Guerra, 2011, p.79). Estas funções não têm um consenso exato de conceituação, porém elas possibilitam a interação do ser humano (homem) com o mundo, frente às mais diversas situações impostas.

Partindo deste pressuposto, então o ambiente físico e a aprendizagem possuem uma estreita relação no fator desenvolvimento da aprendizagem do aluno. A partir disto e comparando com a realidade que temos de nossas escolas, e do clima e tempo do nosso

estado, vemos que, a estrutura física de muitas escolas não estão preparadas para que esta relação aconteça, conseqüentemente também, não há como ter um ensino e uma aprendizagem que possam colaborar de forma realmente qualitativa para o desenvolvimento dos estudantes.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados iniciais deste estudo teórico indicaram que necessitamos de que mais pesquisas sejam organizadas para novos avanços, que sejam voltadas para a investigação teórico com leitura de autores soviéticos. E a outra frente seria direcionada aos experimentos de campo, para a realização de experimentos, dentro dos espaços de aprendizagem criados pelo PIBID.

Então, temos que são a partir dos princípios da abordagem histórico-cultural, que justificam que é a intencionalidade concretizada por meio da atividade de ensino, nas quais são estas atividades que permitem que os sujeitos possa interagir mediados por um conteúdo, negociando significados, e que terá como objetivo solucionar coletivamente uma situação-problema. Com este aspecto, tais espaço de aprendizagem criados neste âmbito do PIBID tem auxiliado na superação das dificuldades aqui apontadas, em específico para a formação docente.

No âmbito do PIBID a discussão acerca dos problemas que surgiram ao long do processo, em específico a necessidade de se traduzir um texto-base para a partir dele, abordar sobre questões que vinham surgindo na prática diária em sala de aula. Neste aspecto os espaços de aprendizagem são essenciais para a execução dos experimentos, tendo em vista que dentro da sala de aula contamos com um leque de limitações impostas, como sua organização tradicional, o professor preso ao livro didático, e à lógica de um currículo inflexível. Todas estas e muitas outras que o professor enfrenta em sala de aula, inibem bastante ou impedem a adesão de uma postura investigativa por parte deste, e assim também impedem a tentativa de executar quaisquer outras posturas didático-metodológica.

Sendo assim, as leituras levaram-me a compreender de forma diferente o papel do professor, passando a percebê-lo como o responsável pela organização da atividade de ensino, bem como a nossa própria forma de organizarmos a atividade de ensino, que deve ser direcionada a ensinar conceitos científicos reorganizados pelo professor em forma de saber ensinável ao qual denominamos de saber escolar.

A ideia deste trabalho ao fim é promover uma reflexão acerca do ensino de matemática, em específico dos conceitos matemáticos, indo além não somente do entendimento das categorias mencionadas neste, mas também busca compreender o mecanismo de aprendizagem do sujeito cognoscente em articulação com o papel da escola como o local onde se ensina os conceitos científicos, tendo como ponto de partida os conceitos espontâneos, de forma a oportunizar ao cidadão--aluno a apropriação do

conhecimento produzido pela humanidade e necessário a uma atuação participativa e crítica na sociedade.

Além de que, neste estudo deve ficar claro de que a atividade psicológica interna se origina a partir da atividade externa e tem como resultado o desenvolvimento humano, Segundo Longarezzi e Puentes (2013) com base na compreensão de que é pela atividade externa que se constitui a atividade interna e, portanto, por ela que se potencializa o desenvolvimento das capacidades humanas, podemos apreender que de todo o construto teórico de Leontiev, o cerne de sua teoria encontra-se em torno do conceito de atividade, daí a denominação de suas construções conceituais enquanto Teoria da Atividade. (Longarezzi e Puentes, 2013, p. 87).

Com todas as análises feitas, para a organização do ensino de matemática e seus conceitos (assim como também para conceitos científico), é preciso haver uma análise do conjunto de costumes, cultura e meio social dos estudantes, além de que é necessário para um desenvolvimento do pensamento teórico crítico destes estudantes um ambiente confortável, seguro e prazeroso, e necessidades, motivos e objetivos por parte do estudante.

Assim, tais conceitos científicos serão a passagem para o abstrato de relações e propriedades apreendidas dos objetos do mundo e abstraídas e que retornam ao concreto desta vez sintético rico em representações um concreto pensado, e onde o ensino de conceitos é feito do geral para o particular propostos por Davydov e Vygotsky. Além de que assim poderá haver a compreensão do papel do professor como ensinante profissional que organiza o ensino de forma intencional, sistematizada e controlada tendo como finalidade a aprendizagem dos alunos.

Portanto, compreender os pressupostos das Teoria Histórico-Cultural a partir do ensino por conceitos contribui para que o futuro docente possa saber organizar sua ação de forma que leve os alunos a participarem de forma ativa no seu processo de compreensão e apreensão dos conceitos matemáticos, uma vez que tal perspectiva leve o aluno a desenvolver o seu potencial de conhecimento matemático. Este estudo, portanto em seus aspectos contributivos traz apontamentos iniciais para os leitores que ainda não têm um conhecimento sobre esta teoria.

8. REFERÊNCIAS

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

CEDRO, W. L. MOURA, M. O. **O Espaço De Aprendizagem E A Atividade De Ensino: O Clube De Matemática**. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Um compromisso social. Recife. 2004.

CEDRO, W. L. MOURA, M. O. **Uma Perspectiva Histórico-Cultural para o Ensino de Álgebra: O Clube de Matemática como Espaço de Aprendizagem**. In: ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 15, n. 27 – jan./jun. – 2007.

CONSEZA, Ramon M, **Neurociência e educação: como o cérebro aprende/** Ramon M. Consenza, Leonor B. Guerra. – Porto Alegre: Artmed, 2011.

CUNHA, Célio da, SOUZA, José Vieira de, SILVA, Maria Abádia (Org.) **O método dialético na pesquisa em educação**. – Campinas, SP: Autores Associados/ Brasília, DF: Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, UnB, 2014. – (Coleção Políticas Públicas/ organizadores Célio da Cunha, José Vieira de Sousa, Maria Abádia da Silva).

DAVIDOV, V. MÁRKOVA, A. **La concepción de la actividad de estudio de los escolares. In: La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS: Antología**. Moscú: Editorial Progreso. (Coleção biblioteca de psicología soviética). 1987.

DUARTE, Newton. **A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação**. – Perspectiva, Florianópolis, v.20, n. 02, p. 279-301, jul/dez. 2002.

KOPNIN, P. V. **Logica Dialectica**. Version al espanhol de Lydia Kuper de Velasco, México, D. F.: Editorial Grijalbo, SA, 1966.

KURSANOV, G. A. **El Materialismo Dialético e el Concepto**. Tradución direto de ruso por Andres Fierro Menu. Mexico, D. F. Editorial Grijal SA, 1966.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LEONTIEV, Alexis,. [et al], **Psicologia e pedagogia: bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento**. Tradução de Rubens Eduardo Frias. São Paulo: Centauro, 2005.

LIBÂNEO, José Carlos, FREITAS, Raquel A. M. da M. Vygotsky, **Leontiev, Davydov – três aportes teóricos para a teoria histórico-cultural e suas contribuições para a didática**. In: Sociedade Brasileira de História da Educação. Disponível em <<http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuais-coautorais/eixo03/Jose%20Carlos%20Libaneo%20e%20Raquel%20A.%20M.%20da%20M.%20Freitas%20-%20Texto.pdf>>. Acesso em 10 de dezembro de 2017.

LONGAREZI, A. M. PUENTES, R. V (Org.). **Ensino Desenvolvidor: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: EDUFU, 2013.

MAKARENKO, Anton. **Poema Pedagógico**. Tradução de Tatiana Belinky. 3º Edição. São Paulo: Editora 34, 2012 (Coleção Leste).

MOURA, et al. **ATIVIDADE ORIENTADORA DO ENSINO: unidade entre ensino e aprendizagem**. In: Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v.10, n.29, p. 205 – 229 , jan/abr. 2010.

NÚÑEZ, Isauro Beltrán. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

PISTRAK. Mosey Mikhaylovich. **A Escola Comuna**. Tradução de Luiz Carlos de Freires e Alexandre Marenich. 1º ed. São Paulo: Expressão Popular, 2009.

ROMÃO, Isabelle B., ROMÃO, Freud., BRITO, Claudenice C. **As contribuições de Vygotsky, Galperin, Talizina e Davydov para o Ensino de Matemática**. VIII FIPED – Fórum Internacional de Pedagogia. Imperatriz, MA. 2016.

ROSA, Josélia Euzébio. DAMÁZIO, Ademir, et. Al. **Relações Entre Educação Infantil E Conhecimento Matemático Xvi Endipe** – Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino – Unicamp- Campinas, 2012. Disponível em <http://www.infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/1964.pdf> Acessado em 28 de novembro de 2017.

SOUZA, José Pinheiro de, **Teorias da tradução: uma visão integrada**, in: Rev. De Letras – Nº 20 – Vol. 1/2 – jan/dez. 1998.

TALIZINA, Nina F. **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. Trad. Yulia V. Solovieva, Luis Quintanar Rojas. – Facultad de Psicología, Universidad Autónoma de San Luis Potosí. – San Luis Potosí, S.L.P., México, 2001.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e Linguagem**. Trad. Jefferson Luiz Camargo; revisão técnica José Cipolla Neto. – 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VIGOTSKI, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. **Linguagem desenvolvimento e aprendizagem**. Trad. Maria da Pena Villalobos. 12ª ed. São Paulo: Ícone, 2014.