UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CENTRO DE CIÊNCIAS INTEGRADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DANIEL ALVES DE OLIVEIRA SILVA

SIMBIOSE ENTRE O LOGARITMO NATURAL E A ÁREA DA HIPÉRBOLE

Araguaína
2023

DANIEL ALVES DE OLIVEIRA SILVA

SIMBIOSE ENTRE O LOGARITMO NATURAL E A ÁREA DA HIPÉRBOLE

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins-Campus Universitário de Araguaína, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos de Oliveira Junior

Araguaína

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

A474s Alves de Oliveira Silva, Daniel.
SIMBIOSE ENTRE O LOGARITMO NATURAL E A ÁREA DA HIPÉRBOLE. / Daniel Alves de Oliveira Silva. – Araguaína, TO, 2023.
25 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2023.
Orientador: José Carlos de Oliveira Júnior

1. Logaritomos. 2. Hipérboles. 3. Áreas. 4. Logaritmo Natural. I. Título
CDD 510

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

DANIEL ALVES DE OLIVEIRA SILVA

SIMBIOSE ENTRE O LOGARITMO NATURAL E A ÁREA DA HIPÉRBOLE

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Norte do Tocantins - Campus Universitário de Araguaína, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos de Oliveira Junior

Data de aprovação: 18/12/2023

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
JOSE CARLOS DE OLIVEIRA JUNIOR
Data: 19/12/2023 21:46:37-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. José Carlos de Oliveira Junior, UFNT – Orientador

Documento assinado digitalmente
ALVARO JULIO YUCRA HANCCO
Data: 20/12/2023 08:51:47-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Álvaro Julio Yucra Hancco, UFNT – Examinador

Documento assinado digitalmente
RENATA ALVES DA SILVA
Data: 19/12/2023 21:44:39-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Renata Alves da Silva, UFNT – Examinadora

Araguaína

2023

A minha vontade seria que houvesse torre de telefone no céu para que então eu pudesse te ligar e dizer que tudo tem seguido segundo sua vontade, mãe – minha estrelinha. Dedico à vocês: Elvira Alves, José Ramalho, Aico Alves, Keylla Alves.

AGRADECIMENTOS

O meu mais honesto agradecimento é para Deus porque mesmo em dias difíceis, rotina pesada e cansativa, Ele nunca me deixou desistir e sempre me surpreende se fazendo cumprir coisas que sempre pedi em minhas orações.

Ao longo dessa aventura no curso eu tive a oportunidade de conhecer muitas pessoas e fazer grandes amizades que não citarei o nome aqui, mas que significam muito pra mim. Cada uma das pessoas que pude conversar, compartilhar conhecimentos, andar juntos, foram de extrema importância nessa caminhada serão eternamente lembradas com carinho.

Aos meus irmãos Aico Alves e Keylla Alves eu deixo o meu profundo respeito e admiração. Ambos possuem corações tão incrivelmente bons que me inspiram também a me tornar todos os dias uma pessoa melhor para que possamos sempre honrar os ensinamentos dos nossos pais.

Agradeço ao professor Dr. José Carlos pela paciência e dedicação que teve comigo durante muito tempo e expressar também a minha grande admiração pelo excelente profissional que é.

Ao meu pai, José ramalho, um grande homem que contagia todos que tem a oportunidade de conhecê-lo e nunca mediu esforções para prover o sustento de nossa família, bem como nunca nos deixou faltar carinho e amor no nosso lar.

Para minha amada mãe, Elvira Alves, uma pessoa que dedicou sua vida para nos dar uma boa educação. Sempre nos deu conforto e discernimento do certo e do errado e jamais nos deixou desanimar quando as adversidades surgiam. Mas Deus a chamou para morar com Ele mais cedo do que esperávamos e, desde então, lidamos com a saudade da pessoa que mais desejávamos mostrar que as pessoas que estamos nos tornando é graças ao que foi instruído por ela.

RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido através de uma pesquisa bibliográfica focada na interconexão entre logaritmos e hipérboles, explorando a fascinante sinergia entre ambos. O objetivo é apresentar uma perspectiva alternativa sobre estes conceitos matemáticos, enfatizando que, apesar das abordagens variadas, a matemática se mantém consistente, conduzindo a resultados convergentes. Para ilustrar como essa inter-relação oferece uma nova compreensão dos logaritmos, empregaremos o teorema da caracterização das funções logarítmicas como base. Além disso, serão destacadas algumas aplicações práticas dos logaritmos no cotidiano, enriquecendo a experiência com exemplos concretos.

Palavras-chaves: Logaritmos; Hipérboles; Áreas

ABSTRACT

This work was developed through a bibliographic research focused on the interconnectedness between logarithms and hyperbolas, exploring the fascinating synergy between the two. The aim is to present an alternative perspective on these mathematical concepts, emphasizing that, despite various approaches, mathematics remains consistent, leading to convergent results. To illustrate how this interrelation provides a new understanding of logarithms, we will employ the theorem of the characterization of logarithmic functions as a foundation. Additionally, practical applications of logarithms in everyday life will be highlighted, enriching the experience with tangible examples.

Keywords: Logarithms; Hyperbolas; Areas

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Por séculos, a Matemática tem sido um campo de incessantes descobertas e revoluções, impulsionadas por matemáticos que ousaram desvendar seus complexos mistérios. Uma das facetas mais fascinantes dessa jornada científica é a forma como diferentes áreas matemáticas, embora baseadas em conceitos distintos, revelam relações surpreendentemente profundas e intensas entre si. Neste trabalho, vamos nos aprofundar em uma das mais intrigantes dessas conexões: a correlação entre logaritmos e hipérboles, um vínculo que tem capturado a curiosidade e o interesse de estudiosos por muitos séculos.

Ao explorar os logaritmos, é possível ver como eles possuem a capacidade notável de simplificar operações exponenciais, transformando-as em cálculos mais simples através do uso de adição e subtração. Esta propriedade não apenas nos oferece uma nova maneira de lidar com números que crescem exponencialmente, mas também desempenha um papel crucial em diversas aplicações práticas do dia a dia, como na simplificação de cálculos complexos, na resolução de equações exponenciais, na medição de crescimento exponencial e em operações matemáticas e computacionais variadas.

Além de sua ampla aplicabilidade no campo matemático e computacional, os logaritmos desempenham um papel crucial em um contexto surpreendentemente diverso: a sismologia, mais especificamente na Escala Richter. Esta escala, desenvolvida pelo sismólogo Charles F. Richter em 1935, é usada para quantificar a magnitude dos terremotos. O cerne desta escala é o logaritmo, que oferece uma maneira eficaz e intuitiva de representar a energia liberada por esses eventos geológicos. Utilizando o logaritmo de base 10, a Escala Richter mede a amplitude das ondas sísmicas, transformando dados brutos que seriam quase incompreensíveis em uma escala compreensível e comparável. Por exemplo, cada aumento inteiro na escala indica uma liberação de energia cerca de dez vezes maior. Este uso dos logaritmos não apenas simplifica a compreensão do poder de um terremoto, mas também permite aos cientistas e ao público em geral avaliar rapidamente a severidade de um evento sísmico. A aplicação dos logaritmos na Escala Richter é um exemplo notável de como conceitos matemáticos podem ser fundamentais para entender e comunicar fenômenos naturais complexos, transformando medições técnicas em informações acessíveis e significativas

Paralelamente, as graciosas hipérboles nos abrem uma janela para uma compreensão mais clara de fenômenos físicos e geométricos. Elas expandem nosso entendimento em campos diversos, como matemática, física, óptica e engenharia, e são fundamentais em sistemas de posicionamento e outras aplicações práticas. Estas incluem a representação geométrica, a descrição de órbitas de corpos celestes, a modelagem de lentes e espelhos elípticos, e a construção de gráficos.

Portanto, neste trabalho, nos dedicaremos a explorar os vínculos entre logaritmos e hipérboles, começando com uma explanação dos principais conceitos e propriedades de ambas as áreas. Posteriormente, focaremos na elegante relação entre a representação das hipérboles emergentes das equações logarítmicas e os padrões subjacentes que unem essas duas fascinantes áreas da Matemática

2 DEFINIÇÕES PRELIMINARES

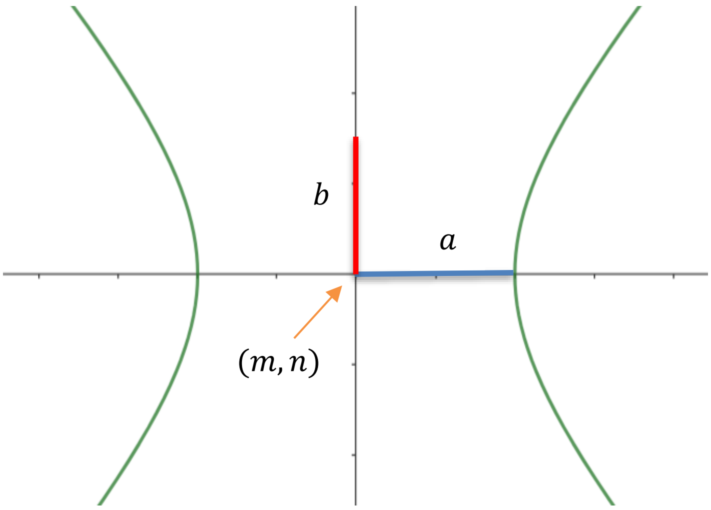
2.1 HIPÉRBOLE

Por meio da intersecção de um plano com um cone surgem figuras geométricas bastante interessantes que são chamadas de cônicas e são estudadas com muita frequência na área de geometria analítica. As chamadas seções cônicas são divididas em quatro, que são: parábolas, círculos, elipses e hipérboles.

Aqui, destacaremos e estudaremos uma em especial que é a hipérbole. A hipérbole possui uma característica muito interessante no estudo das cônicas pois ela é formada a partir da diferença das medidas entre um ponto qualquer no plano e dois outros pontos que chamamos de focos.

Nelas, duas curvas se aproximam infinitamente das chamadas assíntotas que são responsáveis pelo direcionamento dos dois lados da hipérbole.

Figura 1 – Gráfico da Hipérbole



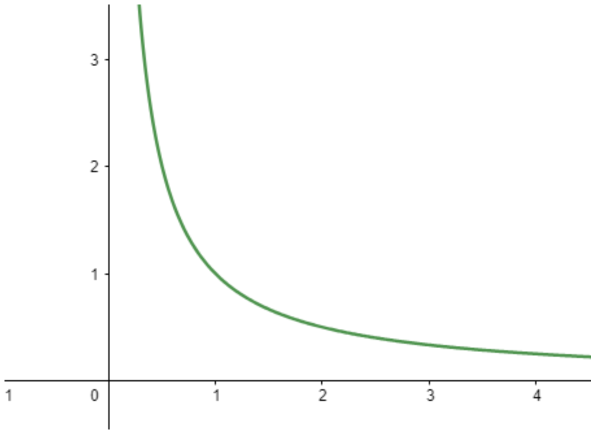
Fonte: Compilação do autor

Se tomarmos dois pontos $m, n \in \mathbb{R}$ como coordenadas do centro de uma hipérbole, e mais dois pontos a e b pertencentes aos eixos, onde a representa a distância do centro de cada vértice ao longo do eixo horizontal e b a distância de cada vértice ao logo do eixo vertical, a fórmula geral que nos dá a representação gráfica acima é:

$$\frac{(x-n)^2}{a^2} - \frac{(y-m)^2}{b^2} = 1.$$

Essa figura geométrica possui duas ramificações simétricas, contudo, ao longo deste trabalho consideraremos apenas a parte positiva da mesma de modo a estudar o comportamento da área formada sob o gráfico no primeiro quadrante do plano que é o que nos interessa nesse momento.

Figura 2 – Gráfico da Hipérbole 1° Quadrante

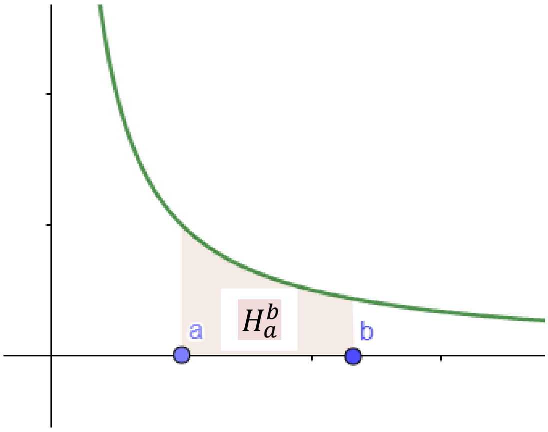


Fonte: Compilação do autor

Observando o gráfico acima e buscando estudar o comportamento da área formada sob essa curva, consideraremos uma hipérbole equilátera dada pela função h que a representa e é definida por $h: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, em que $h(x) = \frac{1}{x}$.

Tomando então dois valores distintos a e b com $a, b \in \mathbb{R}^+$ limitaremos a figura sob a hipérbole ao considerarmos que x está entre a e b e $0 \leq y \leq \frac{1}{x}$ formando assim o conjunto H_a^b das coordenadas (x, y). Dessa forma, conjunto H_a^b fica limitado no eixo X pelos pontos a e b e também pela hipérbole H dada, formando sob essa hipérbole uma área como mostrada na figura abaixo:

Figura 3 – Gráfico da área sob a hipérbole



Fonte: Compilação do autor

Para seguirmos para outro passo importante no nosso trabalho, dividiremos a área formada sob a hipérbole em duas partes e consideraremos três situações para que os resultados sejam mais visíveis. Sendo assim, embora não existam valores negativos quando nos referimos às áreas de figuras planas, iremos nomear de positiva a área em que $a < b$, negativas quando $b < a$ e será zero quando $a = b$.

Assim, agora escreveremos ÁREA H_a^b para representar a parte com sinal e daremos a notação de área H_a^b para os valores que se apresentam como sendo maiores ou iguais a zero. Assim, teremos,

$$\text{ÁREA } H_a^b = \text{área } H_a^b > 0, \text{ se } a < b;$$
$$\text{ÁREA } H_a^b = -\text{área } H_a^b < 0 \text{ se } b < a;$$
$$\text{ÁREA } H_a^a = 0.$$

Algumas outras consequências também podem ser vistas se considerarmos os casos dos valores de $a < b < c$, que nos dão os seguintes resultados:

$$\text{área } H_a^b + \text{área } H_b^c = \text{área } H_a^c.$$

Aqui, seguindo o conceito de áreas que seguem uma determinada orientação, temos:

$$\text{ÁREA } H_a^b = -\text{ ÁREA } H_b^a.$$

Chegamos, portanto, na seguinte igualdade:

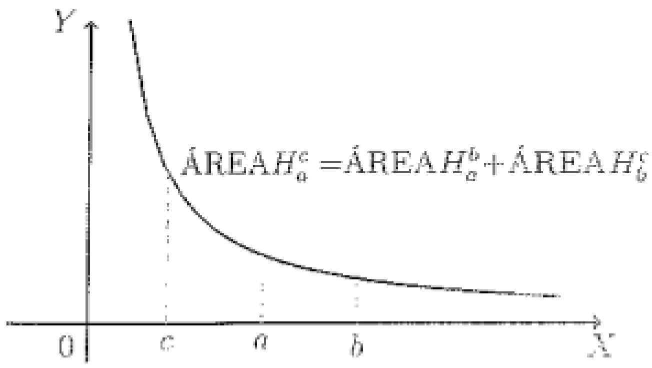
$$\text{ÁREA } H_a^b + \text{ÁREA } H_b^c = \text{ÁREA } H_a^c.$$

Tomando como base as conclusões obtidas acima, agora se definirmos uma função $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ e usarmos cada número real $x > 0$, de modo que a função dada seja definida com à área que já trabalhamos anteriormente e verificaremos também sua representação geométrica no $\mathbb{R}^2$, assim temos,

$$f(x) = \text{ÁREA } H_1^x.$$

Após definirmos a função acima, também notaremos algumas relações importantes que serão descritas no decorrer desse trabalho.

Figura 4 – Gráfico das áreas limitadas da hipérbole

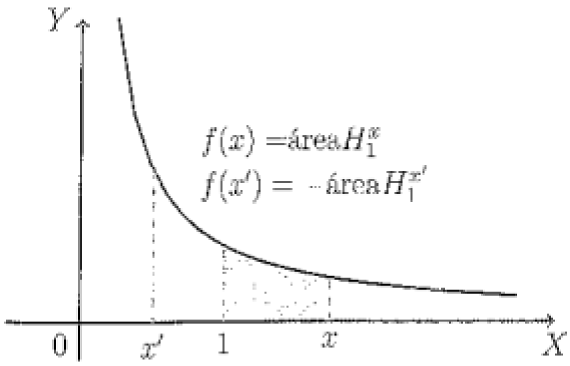


Fonte: LIMA, E. L. 2013, p. 172

3 PROPRIEDADES FUNDAMENTAIS DA FUNÇÃO H

Definindo a função $f(x) =$ ÁREA H_1^x que representa uma certa área abaixo da hipérbole, definiremos também duas áreas distintas com as seguintes características,

Figura 5 – Gráfico das áreas separadas sob a hipérbole



Fonte: LIMA, E. L. 2013, p. 172

Acima a primeira função $f(x)$ representa a área H_1^x e $f(x')$ representa a $-$ área $H_1^{x'}$ que podem ser observadas na figura acima. Uma característica interessante é que essa relação nos fornece diretamente novas definições dessa vez sendo obtidas pela função que já definimos anteriormente, que são as destacadas a seguir,

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1;$$
$$f(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1;$$
$$f(1) = 0.$$

É importante lembrar que f é uma função crescente e que, para quaisquer outros números $x, y \in \mathbb{R}^+$, temos:

$$f(xy) = \text{ÁREA } H_1^{xy}. \textbf{ (1)}$$

Contudo, vimos que,

$$\text{ÁREA } H_1^{xy} = \text{ÁREA } H_1^x + \text{ÁREA } H_x^{xy}. \textbf{ (2)}$$

Dessa forma podemos igualar **(1)** e **(2)** obtendo o seguinte resultado:

$$f(xy) = \text{ÁREA } H_1^{xy} = \text{ÁREA } H_1^{x} + \text{ÁREA } H_x^{xy}. \textbf{ (3)}$$

Lema 3.1: Dados $x, y > 0$, vale que

$$\text{ÁREA } H_x^{xy} = \text{ÁREA } H_1^{y}.$$

Demonstração: A demonstração do lema descrito acima é abordada de forma mais detalhada por Elon Lages Lima no seu livro ‘Números e Funções Reais’ (2013, p. 170).

Com esse Lema em mãos, agora podemos provar o resultado deste capítulo, que vai caracterizar a função $f(x)$. Para fazermos isso, substituiremos o resultado do Lema 3.1 na equação **(3)** e obtemos que:

$$f(xy) = \text{ÁREA } H_1^{x} + \text{ÁREA } H_1^{y}.$$

Considerando $f(x) = \text{ÁREA } H_1^{x}$ e $f(y) = \text{ÁREA } H_1^{y}$, concluímos que a propriedade a seguir é válida:

Teorema Principal 3.2: Para todo $x, y > 0$,

$$f(xy) = f(x) + f(y).$$

Aqui chegamos a uma coincidência entre o assunto abordado com outro tema bastante conhecido no ramo da Matemática. Em (LIMA, 2013, p. 168), o autor descreve o seguinte:

Teorema 3.3: (Caracterização das Funções Logarítmicas) Seja $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ uma função monótona injetiva (isto é, crescente ou decrescente) tal que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}^+$. Então existe um $a > 0$ tal que $f(x) = \log_a x$ para todo $x \in \mathbb{R}^+$.

A demonstração desse resultado foge ao escopo desse trabalho, mas referenciamos ao leitor interessado. Ela se encontra na página 168 de (LIMA, 2013).

Agora, como a função $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ é uma função crescente (portanto, monótona injetiva) e vale a propriedade que provamos acima:

$$f(xy) = f(x) + f(y), \text{ para todos os valores } x, y > 0,$$

podemos aplicar o Teorema 3.3 acima e concluir que existe $a > 0$ tal que $f(x) = \log_a x$, para qualquer $x > 0$ dado. Nesse caso, prova-se que $a = e$, a constante de Euler, que é aproximadamente igual a 2,72. Essa constante é tão importante que o logaritmo na base e tem uma nomenclatura própria, a saber, denotamos $\log_a c = \ln c$.

4 INTEGRAIS E A ÁREA SOB A HIPÉRBOLE

No contexto do cálculo integral, ao fazermos uma análise da área que se forma sob o gráfico da hipérbole, que é um dos assuntos principais do nosso trabalho, notamos uma característica bastante interessante.

A área ao qual nos referimos revela-se como sendo exatamente igual a integral definida pela função f dada por $f(x) = \frac{1}{x}$ com os limites de integração de 1 até x, ou seja, $\int_1^x \frac{1}{x} \boldsymbol{d}x$. E uma justificativa para que tal resultado seja satisfeito pode ser obtida por meio da propriedade fundamental da derivada de $\ln x$ que é igual a $\frac{1}{x}$.

Uma conclusão que obtemos pelo Teorema Fundamental do Cálculo é que uma integral definida com limites de 1 até x em relação à função $f(x) = \frac{1}{x}$, representada da seguinte forma $\int_1^x \frac{1}{s} \boldsymbol{d}s$ é igual ao $\ln x$. Em símbolos,

$$\int_1^x \frac{1}{s} \boldsymbol{d}s = \ln x - \ln 1 = \ln x \,, \forall\, x > 0.$$

Assim, também vale a propriedade fundamental dos logaritmos em expressão integral:

$$\int_1^{xy} \frac{1}{s} \boldsymbol{d}s = \int_1^x \frac{1}{s} \boldsymbol{d}s + \int_1^y \frac{1}{s} \boldsymbol{d}s.$$

Aqui temos então o mesmo resultado que provamos da função $\boldsymbol{f}$ demonstrada na página 18 deste trabalho.

5 PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

Os logaritmos possuem diversas características interessantes que ajudam em várias áreas na Matemática. Em temas como: simplificação e resolução de expressões, verificação do crescimento e decaimento exponencial, modelagem matemática e comparação de tamanhos.

De forma mais específica, as propriedades listadas a seguir são as responsáveis por essa vastidão de opções dadas para o uso dos logaritmos.

a) Logaritmo da soma:

Se $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{a \neq 1}$, $\boldsymbol{b > 0}$ e $\boldsymbol{c > 0}$, então

$$\boldsymbol{log_a(b \cdot c) = log_a b + log_a c}.$$

b) Logaritmo do quociente:

Se $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{a \neq 1}$, $\boldsymbol{b > 0}$ e $\boldsymbol{c > 0}$, então

$$\boldsymbol{log_a \left(\frac{b}{c}\right) = log_a b - log_a c}.$$

c) Logaritmo da potência:

Se $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$ e $n \in \mathbb{R}$ então

$$\boldsymbol{log_a b^n = n\, log_a b}.$$

d) Mudança de base:

Se $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{a \neq 1}$, $\boldsymbol{b > 0}$ e $\boldsymbol{c > 0}$, $\boldsymbol{c \neq 1}$, então

$$\boldsymbol{log_a b = \frac{log_c a}{log_c b}}.$$

e) Logaritmo de 1:

Se $\boldsymbol{a} > 0$, $\boldsymbol{a \neq 1}$, então

$$log_a 1 = 0.$$

f) Inversão do logaritmo:

Se $a > 0$, $a \neq 1$, $x, y \in \mathbb{R}, y > 0$, então

$$log_a y = x \iff a^x = y.$$

5 APLICAÇÕES

A Matemática está presente diariamente na vida das pessoas, contudo, muitas vezes há um questionamento de onde podemos estudar ou ver determinado fenômeno visto numa sala de aula por exemplo.

Ao pensarmos dessa forma, procuraremos demonstrar uma aplicação interessante do assunto abordado nesse trabalho para que o mesmo possa ser visto como uma forma mais prática de como os logaritmos podem ser aplicados em questões do dia a dia demonstrando assim um papel crucial que eles possuem na Matemática.

Os terremotos são manifestações naturais que acontecem no planeta terra devido ao movimento das placas tectônicas que circulam toda a terra. Quando há a movimentação dessas placas, as regiões que estão próximas ao local desse movimento sofrem diversos tremores que podem ter diferentes níveis de força.

Foi então que no ano de 1935, dois sismólogos conhecidos como Charles Ricther e Beno Gutemberg desenvolveram uma escala logarítmica que ficou conhecida como escala Richter para que pudessem medir a magnitude dos terremotos.

Torna-se compreensível o uso dos logaritmos nesse contexto, tendo em vista que a invenção dos dois sismólogos trouxe uma maneira mais fácil de dinâmica para demonstrar como ocorre as diferenças nas amplitudes dos tremores, conhecidos como ondas sísmicas.

Para entendermos melhor como funciona a escala, a energia liberada durante o movimento das placas gera amplitudes que podem ser determinadas fazendo uma associação da amplitude máxima com o valor do logaritmo.

Em números, cada ponto da escala Ricther representa um aumento de aproximadamente 31,6 vezes na amplitude de uma onda, ou seja, se imaginarmos que em um determinado dia ocorreu um terremoto de magnitude cinco e no outro dia ocorreu um de magnitude seis, o terremoto do segundo dia foi aproximadamente 31,6 vezes mais forte do que o do primeiro dia.

Para vermos isso numericamente, vamos usar exemplo numérico para ilustrar como apenas a variação de 1 único ponto na escala Richter altera a energia de um terremoto.

Tanto para tremores pequenos como os grandes em magnitude, a escala logarítmica nos fornece essa medida quantitativa do tamanho do terremoto. Assim, os dois sismólogos acabaram desenvolvendo uma fórmula que relaciona a magnitude com a energia gerada. Essa energia que chamaremos de E liberada por um terremoto, que é o que determina sua magnitude na escala Richter, pode ser aproximada pela seguinte fórmula:

$$\log_{10} E = 11{,}8 + 1{,}5M.$$

onde M representa a magnitude na escala Richter.

Exemplo: Comparando um Terremoto de Magnitude 5 com um de Magnitude 6. Usaremos UE para representar as unidades de energia.

Exemplo 5.1: Para um terremoto de magnitude 5, temos:

Tomando $M = 5$,

$$\log_{10} E = 11{,}8 + 1{,}5 \cdot 5$$
$$\log_{10} E = 11{,}8 + 7{,}5$$
$$\log_{10} E = 19{,}3.$$

Portanto,

$$E = 10^{19{,}3}\ UE.$$

Exemplo 5.2: Para um terremoto de magnitude 6, temos:

Tomando $M = 6$,

$$\log_{10} E = 11{,}8 + 1{,}5 \cdot 6$$
$$\log_{10} E = 11{,}8 + 9$$
$$\log_{10} E = 20{,}8.$$

Portanto,

$$E = 10^{20{,}8}\ UE.$$

Exemplo 5.3: Comparação da Energia Liberada

Depois de realizarmos os cálculos acima, podemos fazer uma comparação entre as energias liberadas pelos terremotos dados com as magnitudes 5 e 6. Para tal comparação, iremos calcular agora a razão R entre as energias.

$$R = \frac{Magnitude\ 6}{Magnitude\ 5} = \frac{10^{20,8}}{10^{19,3}}.$$

Aqui chegamos ao seguinte resultado da divisão:

$$R \approx 31{,}62.$$

A razão das energias entre um terremoto de magnitude 6 e um de magnitude 5 é aproximadamente 31,62. Isso significa que um terremoto de magnitude 6 libera cerca de 31,62 vezes mais energia do que um terremoto de magnitude 5. Este cálculo ilustra a natureza exponencial da escala Richter e como um aumento aparentemente pequeno na magnitude pode representar uma liberação significativamente maior de energia.

Havendo essas consideráveis diferenças nas magnitudes, com o auxílio da escala Ricther, torna-se possível uma transformação em algo mais linear de mais fácil compreensão permitindo assim que o trabalho dos profissionais da área seja menos complexo e menos tendentes a erros.

Mas quando se fala em funções logarítmicas e também de sua inversa, as funções exponenciais, as aplicações matemáticas delas são diversas, como em física, no estudo dos sons em decibéis ou, em química, no cálculo do pH de soluções que tenham água em sua composição.

Para despertar a curiosidade do leitor, algumas outras áreas também usam o poder dos logaritmos como forma de simplificar e/ou resolver problemas. Alguns exemplos são: acústica, finanças, juros compostos, crescimento populacional, matemática pura, dentre outras.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo propôs uma abordagem inovadora na caracterização das funções logarítmicas, explorando-as como a área sob o gráfico de uma porção específica da hipérbole. Em vez de uma imersão profunda no tópico de integrais, a ênfase foi dada às noções de áreas sob curvas, culminando na comprovação do elemento central da caracterização das funções logarítmicas, conforme apresentado no Teorema 3.3, disponível na página 17.

Ao alcançarmos o objetivo delineado, proporcionamos uma apresentação que transcende a abordagem convencional, destacando a relação entre as funções logarítmicas e a geometria das áreas sob curvas. A validação desse conceito fundamental, evidenciado pelo Teorema 3.3, representa um marco significativo nesta proposta de caracterização.

Encerramos o estudo com uma aplicação prática ao abordar a escala Richter, destacando a relevância dos logaritmos na medição da magnitude dos abalos sísmicos. Ao utilizar a tabela de logaritmos em suas medidas, a escala Richter exemplifica a aplicabilidade direta das funções logarítmicas em contextos do mundo real.

Este trabalho visa servir não apenas como uma contribuição ao campo acadêmico, mas também como um recurso valioso para alunos e professores de graduação, bem como do ensino básico. Espera-se que essa abordagem inovadora facilite a compreensão das funções logarítmicas, proporcionando uma base sólida para explorações mais avançadas nesse domínio matemático.

REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson. **FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR 7**: geometria analítica. 6. ed. São Paulo: Atual Editora, 2005.

LIMA, Elon Lages. **NÚMEROS E FUNÇÕES REAIS:** Coleção PROFMAT, 07. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

CAVALCANTE, Luciano Moura: **GEOMETRIA ANALÍTICA I**. 3. ed. – Fortaleza: EdUECE, 2015

PATRÃO, Mauro. **CÁLCULO 1: DERIVADA E INTEGRAL EM UMA VARIÁVEL.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2011

COSTA, Jackson Jonas Silva. **Cálculo I** – Mossoró: EdUFERSA, 2013.

VENTURI, Jair J: **CÔNICAS E QUÁDRICAS.** 5ª ed. Curitiba: ISBN, 1949.