



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO NORTE DO TOCANTINS
CENTRO DE CIÊNCIAS INTEGRADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

WELLYSON JUNIOR SOUSA FERREIRA

**JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O QUE
DIZEM OS DOCUMENTOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO**

Araguaína - TO

2023

WELLYSON JUNIOR SOUSA FERREIRA

**JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O QUE
DIZEM OS DOCUMENTOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins - UFT, Centro de Ciências Integradas, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério dos Santos Carneiro

Araguaína - TO

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

- F383j FERREIRA, Wellyson Junior Sousa.
Jogos e materiais concretos no ensino de matemática: o que dizem os documentos norteadores da educação. / Wellyson Junior Sousa FERREIRA. – Araguaína, TO, 2023.
78 f.
Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2023.
Orientador: Rogério dos Santos CARNEIRO
1. Ensino de Matemática. 2. BNCC. 3. DCT. 4. Análise documental. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).


WELLYSON JUNIOR SOUSA FERREIRA

**JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O
QUE DIZEM OS DOCUMENTOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO**


Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Norte do Tocantins - UFNT, Centro de Ciências Integradas – CCI/Cimba, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 14 de dezembro de 2023.


Banca examinadora

Documento assinado digitalmente
 **ROGERIO DOS SANTOS CARNEIRO**
Data: 14/12/2023 15:32:46-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Rogerio dos Santos Carneiro
Orientador

Documento assinado digitalmente
 **ELISANGELA APARECIDA PEREIRA DE MELO**
Data: 14/12/2023 15:29:44-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Elisângela Aparecida Pereira de Melo
Examinadora

Documento assinado digitalmente
 **SINVAL DE OLIVEIRA**
Data: 14/12/2023 15:26:38-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Sinval de Oliveira
Examinador

Araguaína / TO

2023

*Dedico este trabalho a Deus, a minha família,
em especial a minha mãe e ao meu pai, e aos
meus amigos a quem tanto me apeguei durante
estes anos.*

AGRADECIMENTOS

Desde minha entrada na Universidade (ainda UFT) e no curso de Licenciatura em Matemática, realizei um sonho pessoal; a entrada em uma universidade federal e além disso estudar uma ciência a qual tive muito afinco durante todo o ensino básico. Desse modo;

- Agradeço a **Deus** pelo dom da vida;
- Agradeço a minha mãe **Juscelia Sousa Pires Ferreira**, ao meu pai **Elisson Santana Ferreira**, por sonharem junto a mim e mesmo com todas as dificuldades durante este período destaque que nunca faltou incentivo por parte deles e até hoje me incentivam das melhores maneiras possíveis;
- A minha avó **Maria do Carmo Pires Ferreira**, a minha tia **Sheyla Gonçalves Costa Moura**, a minha tia **Zhirleny Gonçalves da Costa** e a toda minha família pelo apoio e pela própria definição de família, a união;
- Agradeço também, de forma especial, ao meu orientador, o Prof. Dr. **Rogério dos Santos Carneiro**, pela ajuda e pelas excelentes contribuições, indicações e pelo tempo dedicado a mim, para que essa monografia fosse concretizada. Agradeço também pela amizade desenvolvida ao longo deste trabalho e pelo amparo dentro do ambiente acadêmico;
- Agradeço aos professores presentes na banca examinadora, Profa. Dra. **Elisângela Aparecida Pereira de Melo** e Prof. Dr. **Sinval de Oliveira**, pela contribuição prestada ao presente trabalho;
- Agradeço a todos os professores do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática a quem tive tanta inspiração durante esta jornada;
- Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) por fazer grande diferença na minha jornada nos estudos, sobretudo agradeço pelos colegas e amigos conhecidos através dele;
- Agradeço ao programa Alvorecer por me propiciar a participação em dois editais, isso de fato foi importante para minha jornada acadêmica e para a escrita deste trabalho, pois serviu como inspiração;
- Agradeço aos meus grandes amigos de jornada: **Pedro Henrique, Marcos Danilo, Daniel Moura, Iris Ferreira, Cricya Thelly, Alisson Sousa, Rodolfo Moraes, Áurea Cristina, Álvaro Barbosa, Gllalcyelle Leandro, Gutemberguy Borba, Deibson Santos, Amanda Queiroz, Pollyana Brilhante, Kalyta Gabriela e Gustavo Xavier**

por quem tenho muito afeto. Espero ter contribuído de alguma forma na vida de vocês assim como vocês tiveram impacto positivo na minha.

- Agradeço aos demais colegas que dividiram um pouco de suas experiências e que fizeram parte desta jornada. São muitos.

Dizem que somos a continuação dos sonhos de quem nos ama, tenho orgulho de agradecer a todos os citados por sonharem junto comigo.

RESUMO

O ensino de Matemática perpassa por diversas mudanças ao longo do tempo, de certa forma abandonando os métodos tradicionais, caracterizados pela exposição e pela mecanização dos exercícios de fixação, comumente associados a esta abordagem. Passando pela década de 1950 até os tempos atuais, autores como Albuquerque (1953), Grandó (2000) e Lorenzato (2006), evidenciaram que a utilização de jogos didáticos para o ensino de Matemática pode melhorar a aprendizagem do aluno em contato direto com este tipo de ação. Para concretizar esta mudança, este entendimento precisa ser colocado em prática pelas instituições e documentos que regem o processo educacional no Brasil. Dessa forma, este trabalho, com enfoque qualitativo, teve como objetivo compreender como os documentos norteadores da Educação, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Documento Curricular do Tocantins (DCT), orientam a utilização de jogos e materiais concretos durante o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos em sala de aula. Para tanto realizou-se uma revisão bibliográfica acerca dos métodos de ensino de Matemática, dos processos para utilização de jogos e materiais concretos em contextos educacionais e, em específico para o ensino de Matemática, concluindo com um mapeamento e análise documental para entender como os documentos norteadores da Educação no país indicam e orientam esta utilização. Os resultados obtidos mostram que a BNCC não contempla de maneira significativa esta tendência, deixando de lado e abordando de maneira genérica apenas em um tópico durante toda a elaboração; Já o DCT aborda de maneira diversa a utilização de jogos e materiais concretos e questões relacionadas aos mesmos, indicando este uso na coluna relacionada criada para sugestões pedagógicas. Desse modo essas indicações devem ser incentivadas pois carregam grande poder de influência e mudança capaz de modificar positivamente os panoramas atuais para o ensino de Matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. BNCC. DCT. Análise documental.

ABSTRACT

Mathematics teaching has undergone several changes over time, somewhat abandoning traditional methods, characterized by exposure and mechanization of fixation exercises, commonly associated with this approach. Going through the 1950s to current times, authors such as Albuquerque (1953), Grando (2000) and Lorenzato (2006), showed that the use of didactic games for teaching Mathematics can improve student learning in direct contact with this type of action. To achieve this change, this understanding needs to be put into practice by the institutions and documents that govern the educational process in Brazil. Thus, this work, with a qualitative focus, aimed to understand how the guiding documents of Education, the National Common Curricular Base (BNCC) and the Tocantins Curricular Document (DCT), guide the use of games and concrete materials during the teaching and learning of mathematical concepts in the classroom. To this end, a bibliographical review was carried out on Mathematics teaching methods, processes for using games and concrete materials in educational contexts and, specifically for Mathematics teaching, concluding with a mapping and document analysis to understand how the guiding documents of Education in the country indicate and guide this use. The results obtained show that the BNCC does not significantly consider this trend, leaving it aside and covering it in a generic way only on one topic throughout the preparation; The DCT addresses the use of games and concrete materials and issues related to them in a different way, indicating this use in the related column created for pedagogical suggestions. Therefore, these indications should be encouraged as they carry great power of influence and change capable of positively modifying the current panoramas for Mathematics teaching.

Keywords: Teaching Mathematics. Classroom. BNCC. DCT. Document analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Material dourado.....	33
Figura 2 - Ábaco Versátil.....	35
Figura 3 - Geoplano	37
Figura 4 - Escala Cuisenaire.....	40
Figura 5 - Laboratório de Ensino de Matemática - LEM.....	42

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Vantagens e desvantagens da utilização de jogos educativos no ensino de Matemática	30
Quadro 2 - Trechos que tratam da utilização de softwares na BNCC no ensino fundamental II	47
Quadro 3 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 7º ano	52
Quadro 4 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 3º bimestre do 7º ano	54
Quadro 5 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 8º ano	56
Quadro 6 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 8º ano	58
Quadro 7 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para geometria do 1º bimestre do 8º ano.....	59
Quadro 8 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 3º bimestre do 8º ano	61
Quadro 9 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 4º bimestre do 8º ano	62
Quadro 10 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 9º ano.....	63
Quadro 11 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 9º ano (2ª parte).....	65
Quadro 12 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 9º ano (3ª parte).....	66
Quadro 13 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para geometria 1º bimestre do 9º ano.....	67

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 UMA BREVE CONSTITUIÇÃO HISTÓRICA DOS JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	17
2.1 Contextualização histórica do ensino de Matemática	17
2.2 Uma construção histórica do uso de jogos e materiais concretos na educação	20
3 OS JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	26
3.1 Uma discussão acerca dos materiais concreto/manipuláveis na perspectiva da aprendizagem Matemática.....	26
3.2 Conhecendo alguns Jogos e materiais concretos para o ensino de Matemática.....	31
3.2.1 Material Dourado	32
3.2.2 Ábaco	34
3.2.3 Geoplano	36
3.2.4 A escala Cuisenaire.....	38
3.3 Laboratório de Ensino de Matemática - LEM	41
4 AS ORIENTAÇÕES PARA O USO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NOS DOCUMENTOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO	44
4.1 Base Nacional Comum Curricular (BNCC).....	44
4.2 Documento Curricular do Tocantins (DCT)	50
4.3 Alguns aspectos dos resultados encontrados nas análises da BNCC e do DCT	68
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	71
REFERÊNCIAS.....	74

1 INTRODUÇÃO

A Matemática vem sendo desenvolvida e reinventada ao longo dos anos, desse modo, seu ensino também passou por constantes evoluções já que o meio tradicional e comum de livro didático e quadro vem perdendo domínio a partir do surgimento de novas Tendências em Educação Matemática.

À vista disso recentes trabalhos mostram que o método de ensino conhecido como tradicional, fundamentalmente generaliza e não leva em conta o aluno como um indivíduo, um ser humano que possui dificuldades, entendendo-o como um ser passivo neste processo, onde por meio da repetição, o educando entenderia tudo sem nenhuma espécie de questionamento. “Ao indivíduo que está ‘adquirindo’ conhecimento compete memorizar definições, enunciados de leis, sínteses e resumos que lhe são oferecidos no processo de educação formal a partir de um esquema atomístico” (MIZUKAMI, 1986. p. 11), nesse sistema o núcleo do processo é o professor. Desse modo, novas medidas devem ser discutidas para o ensino e enfoque centralizando o aluno como cerne do processo de ensino e aprendizagem.

Para este contexto, o material concreto tem um enorme potencial para fomentar aos alunos aspectos que fogem das características do ensino tradicional. Rego e Rego (2006, p. 43), afirmam que o material concreto “tem fundamental importância, pois, a partir de sua utilização adequada os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender Matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de idéias e modelos”. A partir da utilização de jogos e materiais concretos o aluno se tornaria o agente central para o processo de ensino, ampliando sua concepção e favorecendo sua aprendizagem.

Desse modo, este trabalho é dividido em algumas etapas que visam entender os termos necessários acerca do que são esses jogos e materiais concretos, bem como análise, caracterização, além da utilização dos termos e sugestões de implementação descritas nos documentos oficiais vigentes, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Documento Curricular do Tocantins (DCT).

Com vista à constituição do corpo teórico acerca de jogos e materiais concreto-pedagógicos, temos por base, dentre outros autores, Micotti (1999), Grando (2000), Lorenzato (2006) e Gonçalves (2012), que caracterizam os jogos relacionados ao aprendizado lúdico e ao brincar/divertir e os materiais concretos como objetos em que o aluno consegue sentir, tocar e descobrir, e partir desse contato aprender.

Esta pesquisa tem um caráter relevante pois estuda um elemento novo quando visto de novas perspectivas e objetivos atuais do ensino de Matemática. Desse modo, a primeira justificativa é baseada nas discussões que fundamentam este trabalho, caracterizando novos métodos para o ensino juntamente com uma tendência que proporcione ao aluno uma aproximação, um caráter investigativo e criativo com relação ao ensino de Matemática. A conscientização sobre essa abordagem significativa reflete o compromisso de atender melhor às demandas educacionais e promover um aprendizado efetivo e enriquecedor. Portanto a relação dos professores com os documentos que lhe dão vista do que deve ser trabalhado com o decorrer dos anos deve ser capaz de proporcionar novos meios de abordagem.

Além disso, o autor desta pesquisa atuou durante dois editais do Programa Alvorecer como monitor bolsista no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), e durante esse período foram trabalhadas algumas oficinas e minicursos com a temática de utilização de materiais concretos para o ensino aplicadas a futuros professores, dentro da Universidade Federal do Norte do Tocantins, e em escolas da educação Básica.

Durante a elaboração e aplicação destas oficinas, em uma delas – em 2022, na Escola Jardenir Jorge Frederico - foram trabalhados aspectos voltados à construção e estudo do mosaico para cerca de 195 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, onde os mesmos puderam verificar algumas propriedades como simetria, estudo de figuras geométricas, entre outros conceitos. Para a oficina do pife da potenciação, construída e aplicada para alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática, observamos que ao desenvolver de maneira prática algum conteúdo para ensino, a importância e utilização de jogos de modo complementar ao livro didático, tem potencial para incentivar à criatividade e investigação nos pretensos professores de Matemática. Outro ponto importante a ser destacado neste aspecto se trata dos diversos atendimentos no LEM (ambiente físico caracterizado pela utilização de materiais concretos) de alunos da rede básica de Araguaína e de outras cidades, ficou evidente a empolgação e participação dos alunos, caracterizando uma abordagem ativa dos mesmos.

A Matemática e suas formas de ensino são algumas das discussões de pesquisadores que trabalham na área de educação, sendo assim, a Matemática não deve ser trabalhada apenas mecanicamente, pois “a experimentação facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução” (LORENZATO, 2006, p. 72). Assim, entendemos que a colocação em prática dessas alternativas deve ser fomentada e indicada nos documentos que conduzem a educação de uma forma geral. De acordo com essa perspectiva, constituímos a seguinte questão norteadora: como os jogos e materiais concretos estão sendo mencionados e recomendados nos

documentos norteadores da educação, BNCC e DCT, para contribuírem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos anos finais do ensino fundamental?

À vista disso temos como objetivo geral compreender como os documentos norteadores da educação, BNCC e DCT, orientam a utilização de jogos e materiais concretos durante o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos em sala de aula. Realizamos algumas especificações para o desenvolvimento desta pesquisa, são elas: Investigar as concepções teóricas sobre o uso de jogos e materiais concretos na educação e, em particular, no ensino de Matemática; Identificar as proposições para o uso de jogos e materiais concretos nos documentos norteadores da educação; Analisar os principais objetivos pedagógicos associados à utilização de jogos e materiais concretos nos documentos oficiais.

Para o desenvolvimento deste trabalho, o enfoque qualitativo sobressaiu como a abordagem adequada para coletar e analisar os dados, pois se revela eficaz na exploração de fenômenos e na atribuição de significados. Esta pesquisa é desenvolvida em duas etapas a partir de uma pesquisa bibliográfica e de modo posterior análise documental, com caráter informativo.

Uma característica fundamental da pesquisa qualitativa é a análise interpretativa. Um dos aspectos desta é que se dedica a compreender e interpretar fenômenos sociais e humanos, através da análise de dados não numéricos. Entendemos que a abordagem qualitativa como um caminho condizente para esta pesquisa, pois de acordo com Vernaglia (2020, p. 6)

[...] a pesquisa qualitativa é apropriada quando o tema ou objeto não é familiar. Para estudos exploratórios, quando conceitos relevantes e variáveis são desconhecidos ou suas definições não são claras. Para explicações profundas, quando se quer relacionar aspectos particulares do comportamento a contextos mais amplos.

Para nosso cenário, utilizamos a pesquisa qualitativa para entender os conceitos para a primeira etapa de estudo referencial teórico analisado a partir do levantamento bibliográfico, que serve para dar contexto histórico do tema e fundamenta essa utilização na sala de aula.

Portanto a pesquisa bibliográfica, segundo Fonseca (2002, p. 32), é realizada

[...] a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto.

Em complemento a esta concepção, Amaral (2007. p. 1), afirma que a pesquisa bibliográfica “[...] é uma etapa fundamental em todo trabalho científico que influenciará todas as etapas de uma pesquisa, na medida em que der o embasamento teórico em que se baseará o

trabalho”. Sendo assim, esta etapa desempenha um papel fundamental na condução de uma pesquisa, pois estabelece as bases teóricas sobre as quais o trabalho se sustentará. Este levantamento fornece o embasamento teórico necessário, ajuda na seleção e organização das informações, e influencia todas as etapas do processo de pesquisa. Uma revisão bibliográfica bem conduzida contribui significativamente para a qualidade e relevância do trabalho científico.

Para um segundo momento a pesquisa documental de caráter informativo, será utilizada para uma análise e levantamento nos documentos norteadores, para um entendimento acerca das indicações para docentes da educação básica e seus métodos de abordagem com o conteúdo matemático relacionado a jogos e materiais concretos.

Para orientar os procedimentos metodológicos, optamos pela utilização da análise documental como abordagem principal já que, “a análise documental busca identificar informações factuais nos documentos a partir de questões e hipóteses de interesse” (CAULLEY *apud* LÜDKE; ANDRE, 1986. p. 38). Este tipo de estudo é uma técnica de pesquisa que se concentra na análise de documentos escritos ou registros, como leis, resoluções, decretos, relatórios, diários, cartas, e outros tipos de documentação.

A partir da problemática e objetivos supracitados, desenvolvemos no segundo capítulo, uma revisão de literatura e análise de livros, artigos e outras publicações acerca do ensino de Matemática de forma histórica em seu primeiro tópico e uma revisão de Jogos e materiais concretos em sequência como segundo tópico abordado. Já no terceiro capítulo, buscamos um levantamento acerca dos principais materiais concretos para entender acerca da criação, da origem e das principais características e potencialidades desses materiais, entendendo sua aplicação em um contexto como agregador ao ensino e a sala de aula.

Por fim, no quarto capítulo, apresentamos e analisamos como a utilização de jogos e materiais concretos estão presentes nos documentos norteadores (BNCC e DCT) em específico nos anos finais do ensino fundamental. Onde vislumbramos a compreensão, de como esses instrumentos didáticos estão sendo indicados dentro das competências e habilidades dos mesmos, visto que não carregam área específica para esta abordagem.

2 UMA BREVE CONSTITUIÇÃO HISTÓRICA DOS JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao investigar a evolução histórica dos jogos na Educação Matemática, podemos entender como diferentes culturas e civilizações utilizaram jogos como uma ferramenta para transmitir conceitos matemáticos. Carvalho (2009) comenta que a Matemática e o seu conhecimento são um legado cultural, onde seu processo histórico ajuda a contextualizar o período da história em diversas partes do mundo. Ao analisar como os jogos foram usados como estratégias de ensino ao longo do tempo, é possível identificar abordagens pedagógicas eficazes onde além disso a análise da evolução dos jogos na Educação Matemática também pode revelar como o pensamento matemático evoluiu ao longo do tempo. Dessa forma, este estudo pode identificar pontos relevantes no desenvolvimento da Matemática e na forma como ela é ensinada. Dessa maneira os subtópicos a seguir promovem uma discussão geral sobre o ensino de Matemática, e esclarecem a discussão para o uso de jogos e materiais concretos baseados em algumas concepções de pesquisadores considerados importantes para esta abordagem.

2.1 Contextualização histórica do ensino de Matemática

O ensino de Matemática, que de uma maneira geral está ligado a aspectos históricos, ainda é visto de uma maneira “engessada” em seus padrões, e nesse sentido é comumente associada à abordagem do conteúdo e de maneira similar à postura do professor com a sua turma de regência. Skovsmose (2007, p. 34) afirma que “a longa sequência de exercícios característica do ensino tradicional da Matemática pode ser vista como uma longa sequência de ordens que os estudantes devem seguir”. De modo geral, as aulas com essa abordagem muitas vezes são feitas a partir de apostilas e materiais prontos, baseados no livro texto.

Essa postura, associada somente às aulas expositivas e tendo como elemento central o livro didático, pode ser entendida a partir da dificuldade em ministrar os conteúdos de uma maneira dinâmica. Para Micotti (1999), “as aulas expositivas e os chamados livros didáticos pretendem focalizar o saber, mas, geralmente, ficam sem sentido para os alunos [...]”. Desse modo, a atuação do professor que ensina Matemática requer a habilidade de apresentar conceitos complexos, tornando-os acessíveis à compreensão dos alunos e encontrar maneiras criativas de engajar os estudantes onde além disso, os docentes devem estar preparados para responder às perguntas dos alunos e fornecer exemplos claros.

Dessa maneira, o ensino de Matemática quando apoiado de materiais didáticos concretos e visuais, pode ser uma saída para aliciar e instigar os alunos e, como consequência, obter uma maior entrega para com a relação ensino e aprendizagem do aluno. De acordo com Saviani (1991, p. 55) o ensino tradicional,

[...] se estruturou através de um método pedagógico, que é o método expositivo, que todos conhecem, todos passaram por ele, e muitos estão passando ainda, cuja matriz teórica pode ser identificada nos cinco passos formais de Herbart. Esses passos, que são o passo da preparação, o da apresentação, da comparação e assimilação, da generalização e da aplicação, correspondem ao método científico indutivo, tal como fora formulado por Bacon, método que podemos esquematizar em três momentos fundamentais: a observação, a generalização e a confirmação. Trata-se, portanto, daquele mesmo método formulado no interior do movimento filosófico do empirismo, que foi a base do desenvolvimento da ciência moderna.

Na passagem acima fica evidente que o método expositivo, é o sistema de abordagem mais conhecido e, de maneira peculiar, suas características de aplicação fogem completamente ao aluno, trazendo elementos como a apresentação, comparação e assimilação sem o citar ou associar os educandos neste processo. Outro fator característico desse método, é a distância do professor com o aluno, pois nesses casos, as aulas consistem no professor como figura central, à frente do quadro repassando seu conhecimento e com os alunos em disciplina sentados nas cadeiras, como receptores.

O método tradicional de ensino, que se alinha à concepção de educação bancária apresentada por Freire (2005), é conhecido por sua abordagem unidirecional, em que o professor desempenha o papel de narrador e os alunos são reduzidos à posição de meros ouvintes passivos. Nesse contexto, a transmissão de conhecimento ocorre de maneira vertical, com o professor depositando informações na mente dos alunos, que são encarados como recipientes vazios a serem preenchidos. Dessa forma, segundo Freire (2005, p. 68), “o educador é o que diz a palavra; os educandos, os que a escutam docilmente; o educador é o que disciplina; os educandos, os disciplinados”. Na educação bancária, os alunos são frequentemente desencorajados a participar ativamente do processo de aprendizagem, limitando-se a receber e armazenar informações sem questionar ou refletir criticamente sobre elas. O professor, por sua vez, detém o monopólio do conhecimento e assume a responsabilidade exclusiva de determinar o currículo, selecionar os conteúdos a serem transmitidos e avaliar o desempenho dos estudantes.

Esse modelo de ensino, embora venha sendo amplamente utilizado ao longo da história da educação, tem sido alvo de críticas por restringir o potencial dos alunos, limitando sua criatividade, autonomia e capacidade de pensamento crítico. A ênfase na memorização e na

reprodução mecânica de informações, tende a priorizar a quantidade em detrimento da qualidade do aprendizado, deixando pouco espaço para a expressão individual e o desenvolvimento de habilidades essenciais para a vida. De outro modo, a compreensão da educação evoluiu consideravelmente desde a época em que a concepção de educação bancária era predominante. Abordagens pedagógicas contemporâneas têm se esforçado para superar essa perspectiva limitada, buscando promover uma educação participativa e colaborativa.

No presente, valoriza-se cada vez mais o papel do aluno como sujeito ativo do processo de aprendizagem, abordagens como a educação crítica, a aprendizagem baseada em projetos e o ensino centrado no estudante, buscam envolver os alunos de forma significativa, incentivando o diálogo, a interação e a construção conjunta do conhecimento. A ideia é que os alunos sejam agentes ativos na sua própria formação, desenvolvendo habilidades de pesquisa, análise, resolução de problemas e pensamento crítico.

É importante reconhecer as limitações do método tradicional de ensino, que adota a educação bancária, buscando abordagens inclusivas e emancipadoras, que permitam aos estudantes se tornarem protagonistas do seu próprio processo de aprendizagem, estimulando o pensamento crítico, a criatividade e a colaboração (FREIRE, 2005). Dessa forma, podemos construir um ambiente educacional mais enriquecedor, que prepare os alunos não apenas para absorver conhecimento, mas também para se tornarem cidadãos ativos e engajados em seus meios sociais.

Segundo Miranda (2008, p. 3), um outro ponto a ser levado em consideração é que:

O aprender se torna mais interessante quando o aluno se sente competente pelas atitudes e métodos de motivação em sala de aula. O prazer pelo aprender não é uma atividade que surge espontaneamente nos alunos, pois, não é uma tarefa que cumprem com satisfação, sendo em alguns casos encarada como obrigação. Para que isto possa ser melhor cultivado, o professor deve despertar a curiosidade dos alunos, acompanhando suas ações no desenvolver das atividades.

Dessa forma o processo de ensino, baseado nessas relações entre aluno-professor, devem ser voltados para que esses indivíduos tenham melhores percepções de futuro e que principalmente consigam associar os conteúdos trabalhados em aula.

O processo de ensino é algo que se mantém em constante movimento, e para focalizar o aluno como o agente principal deste processo, uma metodologia ativa deve ser trabalhada nas aulas. Dessa forma a metodologia dialética se destaca e pode cumprir esse papel de forma que o interesse e as relações consigam ser aproveitadas e potencializadas durante as aulas.

Portanto, segundo Vasconcellos (1992, p. 2) temos que:

Uma metodologia na perspectiva dialética baseia-se em outra concepção de homem e de conhecimento. Entende o homem como um ser ativo e de relações. Assim, entende que o conhecimento não é "transferido" ou "depositado" pelo outro (conforme a concepção tradicional), nem é "inventado" pelo sujeito (concepção espontaneísta), mas sim que o conhecimento é construído pelo sujeito na sua relação com os outros e com o mundo. Isto significa que o conteúdo que o professor apresenta precisa ser trabalhado, refletido, re-elaborado, pelo aluno, para se constituir em conhecimento dele. Caso contrário, o educando não aprende, podendo, quando muito, apresentar um comportamento condicionado, baseado na memória superficial.

Aliado a uma metodologia que privilegie o aluno, uma abordagem correta do conteúdo é igualmente importante. Nesse sentido, a exposição principalmente quando voltados aos conteúdos que envolvem Matemática podem ser desenvolvidas utilizando algo que conhecemos como Tendências em Educação Matemática (TEM). Dentre elas, destacamos: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de problemas, História da Matemática, Tecnologias digitais no ensino de Matemática, Educação Matemática Crítica e Jogos e materiais concretos. Para a abordagem desse trabalho, nosso foco se dá nessa última tendência citada.

2.2 Uma construção histórica do uso de jogos e materiais concretos na educação

A utilização de jogos na educação tem uma longa história, remetendo a várias décadas. Essa abordagem aproveita os benefícios de um aprendizado lúdico para envolver os alunos de maneira ativa. Com o passar das décadas os jogos, para fins educativos, ganharam certa relevância e variedade nas formas e nas aplicações relacionados a diversas disciplinas.

Acerca desta utilização Lorenzato (2006), comenta que a metodologia apontada para o uso de materiais concretos, que por muitas vezes são apresentadas como jogos, veio através de um avanço e de conclusões a partir da área da psicologia, onde destacamos os seguintes teóricos: Johann Amos Comenius (1592-1670), Maria Montessori (1870-1952), Jean Piaget (1896-1980), Lev Vygotsky (1896-1934) e Aleksei N. Leontiev (1903-1979).

Para a maioria desses autores, os jogos quando aplicados na educação de maneira estratégica no processo educativo dos alunos, pode ter caráter importante para o cognitivo e social do processo de formação desse indivíduo.

No livro "*Didática Magna*", Comenius (1997) explora os princípios didáticos "infalíveis" para a aprendizagem do aluno, entre os quais destaca a utilização de materiais, simulações (jogos) e situações concretas como fontes que enriquecem a aprendizagem de forma fácil e sólida. Desde então, o jogo tem ganhado espaço nas discussões teóricas como um

instrumento potencial de ensino-aprendizagem, assumindo uma variedade de concepções teóricas e formas de integração no ambiente escolar.

Comenius (1997), afirma que o jogo desempenha um papel essencial no desenvolvimento cognitivo, emocional e social das crianças. Ele via o jogo como uma forma natural de aprender, na qual as crianças estavam ativamente engajadas em explorar, experimentar e descobrir o mundo ao seu redor. Para ele, o jogo oferecia às crianças uma oportunidade de aplicar seus conhecimentos e habilidades de forma prática, criativa e significativa. Nessa perspectiva, o jogo seria um meio pelo qual as crianças poderiam integrar o que aprendiam na sala de aula com as situações da vida real.

Dessa forma, o jogo se tornava uma fonte enriquecedora de aprendizagem, permitindo que as crianças desenvolvessem habilidades cognitivas, motoras, sociais e emocionais de maneira lúdica e prazerosa. Comenius (1997) também enfatizava a importância de materiais e simulações no jogo educativo, ele argumentava que a utilização de materiais concretos e simulações permitia que as crianças experimentassem e explorassem conceitos de forma tangível, facilitando a compreensão e a retenção do conhecimento.

Ao longo dos anos, suas concepções sobre o jogo como uma ferramenta educacional têm sido valorizadas e amplamente adotadas. O jogo continua a ser reconhecido como uma estratégia eficaz para promover a aprendizagem ativa, a motivação intrínseca, a criatividade e o desenvolvimento integral das crianças. As ideias de Comenius sobre o jogo serviram como base para a incorporação de abordagens lúdicas e interativas na educação, destacando sua relevância contínua na prática pedagógica atual.

Segundo Oliveira *et al.* (2015), para Montessori o jogo era uma atividade central na vida da criança e uma forma de aprendizado significativo. Para Maria Montessori, que era médica, pedagoga e educadora italiana, o professor assume o seu papel através da observação da criança, com o objetivo de auxiliá-la e proporcionar meios para que ela se desenvolva de maneira integral partindo de três princípios básicos: a liberdade, a individualidade e a atividade, assim constituindo uma educação para a vida.

Montessori desenvolveu métodos de ensino para os jardins de infância e primeiras séries centrados na auto educação, onde a criança seria vista como personagem ativo e principal neste processo. Ela acreditava que as crianças aprendem melhor quando estão ativamente envolvidas em atividades lúdicas, nas quais podem explorar e descobrir o mundo de forma independente. No contexto do Método Montessori, o jogo é visto como uma expressão natural da criança e como uma maneira de desenvolver habilidades cognitivas, motoras, sociais e emocionais. A autora enfatizava a importância de fornecer às crianças um ambiente preparado, com materiais

e atividades adequados ao seu estágio de desenvolvimento. De acordo com Oliveira *et al.* (2015, p. 287), para Montessori:

Toda criança nasce com sensibilidade e potencialidade precisando ser estimulada adequadamente através do ambiente exterior, para que possa favorecer atividades espontâneas, concentradas, autocorretivas, contribuindo assim para a liberdade, independência e desenvolvimento intelectual das crianças. Ela diz que essa predisposição de construção são os chamados "períodos sensíveis".

Os autores destacam a importância de estimular adequadamente as crianças desde o nascimento, reconhecendo sua sensibilidade e potencialidade inatas. Ela ressalta que o ambiente exterior desempenha um papel fundamental na criação de condições propícias para o desenvolvimento das crianças.

Piaget (1976), acreditava que o jogo desempenha um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo das crianças. Ele observou que, durante o jogo, as crianças estão ativamente engajadas em explorar e experimentar o mundo, o que lhes permite aprender e desenvolver novas habilidades. O jogo oferece às crianças a oportunidade de praticar suas habilidades sociais, cognitivas e motoras, enquanto também lhes permite testar hipóteses e resolver problemas.

Segundo Faria (1995), de acordo com a concepção piagetiana, os jogos consistem em uma assimilação funcional, na qual as crianças praticam ações individuais previamente aprendidas, resultando em um sentimento de prazer pela atividade lúdica em si e pelo controle sobre as ações. Pois o jogo,

[...] sob as suas duas formas essenciais de exercício sensório-motor e de simbolismo, uma assimilação da real à atividade própria, fornecendo a esta seu alimento necessário e transformando o real em função das necessidades múltiplas do eu. Por isso, os métodos ativos de educação das crianças exigem a todos que se forneça às crianças um material conveniente, a fim de que, jogando, elas cheguem a assimilar as realidades intelectuais e que, sem isso, permaneçam exteriores à inteligência infantil. (PIAGET, 1976, p.160)

Logo, temos que a assimilação da realidade é vital para o desenvolvimento intelectual e emocional das crianças. Os métodos ativos de educação, que incentivam a atividade física e o uso de símbolos, desempenham um papel fundamental nesse processo, e o fornecimento de um material adequado é essencial para permitir que as crianças realizem essa assimilação de forma eficaz.

Uma das principais concepções de Vygotsky é a noção de "zona de desenvolvimento proximal" (ZDP). Ele descreve a ZDP como a distância entre o nível de desenvolvimento atual

de uma criança e seu potencial de desenvolvimento com a assistência de um adulto ou de um colega mais experiente. Vygotsky (1989), argumentava que o jogo é um contexto ideal para a ZDP, pois permite que as crianças atinjam níveis mais avançados de pensamento e aprendizagem com a ajuda de parceiros mais competentes. Dessa forma,

É enorme a influência do brinquedo no desenvolvimento de uma criança. É no brinquedo que a criança aprende a agir numa esfera cognitiva, ao invés de agir numa esfera visual externa, dependendo das motivações e tendências internas, e não por incentivos fornecidos por objetos externos. (VYGOTSKY, 1989, p. 109)

Ainda de acordo com o autor, a educação se beneficia de diversas contribuições, sendo o jogo um meio motivador essencial para os alunos, desde que relacionado ao conteúdo apropriado. O papel do educador é fornecer uma variedade de métodos, incluindo o ensino lúdico, para enriquecer a prática educativa, despertando a imaginação dos alunos de acordo com suas disciplinas e conectando o aprendizado à realidade. O autor russo destaca a importância de adotar constantemente novos métodos que estejam em sintonia com as ideias presentes na sociedade. Ele reconhece a educação como um meio de importância, quando bem elaborada e efetiva, proporcionando uma aprendizagem completa.

Leontiev (1988) expandiu as teorias de Vygotsky sobre o jogo, desenvolvendo o conceito de "atividade lúdica". Segundo ele, o jogo não era apenas uma atividade recreativa, mas uma forma específica de atividade humana que possuía um propósito e significado próprios. O autor argumentava que, no jogo, as crianças participam de uma atividade voluntária, autodirigida e imaginativa que envolve a criação de um mundo fictício separado da realidade.

O jogo como uma forma de atividade autônoma, onde as crianças estabelecem suas próprias regras e objetivos, exercitam sua imaginação e exploram diferentes papéis e situações (LEONTIEV, 1988). Além disso, acreditava que o jogo desempenha um papel fundamental no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como a imaginação, a resolução de problemas e a autorregulação. Logo,

[...] é preciso acentuar que a ação, no brinquedo, não provém da situação imaginária, mas, pelo contrário, é esta que nasce da discrepância entre a operação e ação; assim, não é a imaginação que determina a ação, mas são as condições da ação que tornam necessária a imaginação e dão origem a ela. (LEONTIEV, 1988, p. 127)

Conforme Leontiev (1988) observou, a diferença que ocorre entre a demanda da criança por ação e a incapacidade de realizar as operações necessárias para essa ação, leva à formação

de uma atividade em que esse desejo possa ser satisfeito. De acordo com esse autor, essa atividade se manifesta como uma forma lúdica, ou seja, um jogo.

No Brasil, na década de 50, a professora Irene Albuquerque afirmava que o jogo didático “[...]serve para fixação ou treino da aprendizagem é uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico [...]. Ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem” (1954, p, 33). Desse modo, a autora associou a utilização do jogo em um momento posterior ao contato inicial ao conteúdo em questão e considerava que essa utilização, por si só, já possui um caráter motivador e atraente para os alunos.

De uma maneira geral os jogos e materiais concretos são conhecidos há algum tempo, Nacarato (2005, p. 1) em sua obra “Eu trabalho primeiro no concreto”, comenta que:

O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. No Brasil o discurso em defesa da utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920.

Durante esse período citado por Nacarato, a tendência que tinha força era denominada como “empírico-ativista”, que ia ao oposto da tendência e dos métodos tradicionais de ensino utilizada à época, já que colocava o aluno como centro do processo educacional. Para complemento Nacarato (2005) cita Fiorentini (1995), o qual afirma que

[...] na concepção empírico-ativista o aluno passa a ser considerado o centro do processo e os métodos de ensino – tendo como pressupostos a descoberta e o princípio de que ‘aprende-se a fazer fazendo’ – se pautavam em atividades, valorizando a ação, a manipulação e a experimentação. O ensino seria baseado em atividades desencadeadas pelo uso de jogos, materiais manipuláveis e situações lúdicas e experimentais. (FIORENTINI, 1995, p. 01-37 *apud* NACARATO, 2005, p.1)

Segundo Gaertner e Baraldi (2007), na área de Matemática, os professores Bezerra, Chaves, Hildebrand, Moraes, Silva e Tahan (pseudônimo utilizado pelo professor Júlio César de Melo e Sousa) destacaram-se ao publicar livros contendo orientações didáticas e metodológicas para o ensino desta disciplina.

Em suas obras, esses autores oferecem suporte aos professores, visando tornar o ensino da Matemática algo significativo para os alunos. Eles defendem e incentivam o uso de recursos didáticos, como materiais manipuláveis e jogos, bem como a incorporação do Laboratório de Matemática como uma ferramenta valiosa para a aprendizagem. (GAERTNER; BARALDI, 2007).

Em síntese, o jogo e o material concreto como um contexto em que as crianças podiam experimentar diferentes modos de ação, desenvolver estratégias cognitivas e explorar diferentes perspectivas, contribuindo assim para o seu crescimento de forma geral, é entendido como essencial.

3 OS JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Um jogo bem planejado no ambiente educacional cria oportunidades para o envolvimento ativo dos alunos no processo de aprendizado de conteúdos de Matemática. Nessa perspectiva, o professor desempenha um papel fundamental como mediador do conhecimento, oferecendo assistência e orientação aos alunos à medida que eles adquirem conhecimento. Para Munhoz (2011, p. 174), os jogos:

[...] dentro do ambiente escolar, são encaminhamentos metodológicos importantes no aprendizado da Matemática, pois trabalham com as possibilidades de integração, cooperação, competição, socialização, concentração e estimulação do ludismo, visando à produção e a construção de atividades que proporcionam o uso de diversos materiais e conceitos, tendo como objetivo desenvolver o aprendizado do aluno.

Dentro do contexto do ensino e dos desafios de aprendizado, os jogos e materiais concretos, podem ser empregados para abordar as lacunas que surgem naturalmente com essas dificuldades. Desse modo os subtópicos a seguir tratam do referencial geral que abrange a utilização de jogos e materiais concretos bem como apresenta alguns deles e o espaço caracterizado por essa utilização.

3.1 Uma discussão acerca dos materiais concreto/manipuláveis na perspectiva da aprendizagem Matemática

Com o passar dos anos, a Matemática acompanhou as inovações metodológicas e tecnológicas voltadas para o ensino. Como discutido nos capítulos anteriores, como alternativa a uma metodologia tradicional ao ensino de Matemática, em um caráter um pouco mais prático, a utilização de jogos e materiais concretos vieram como uma possibilidade para esta finalidade. No trabalho do professor pesquisador Sergio Lorenzato, o autor faz um aparato inicial baseado na passagem histórica do tema e sua evolução a partir dos anos, citando autores renomados para justificar uma abordagem concreta e tátil para um processo facilitador da aprendizagem.

Segundo Lorenzato (2006a), após identificar as situações em que os materiais concretos servem como uma boa fonte para a ação pedagógica, o passo seguinte é o reconhecimento do que o material didático pode desencadear na sala de aula.

A Matemática pode ser observada através da natureza, dos marcos e meios tecnológicos, através da construção humana e sua evolução e dessa maneira esse método prático pode avançar em contextos educacionais pois seus meios podem concretizar uma investigação por parte do

aluno e colocá-lo como núcleo do processo de ensino e aprendizagem, onde experimentar por meio de materiais concretos pode ajudar a compreenderem e aproximá-los da Matemática e responder indagações como; “onde vou usar isto na minha vida?” de maneira direta a partir da manipulação, ou afirmações como “isso não serve pra nada!”, comuns as aulas ditas como tradicionais.

Dessa forma sobre os materiais concretos, Gonçalves (2012, p.10) comenta que, “há muito vêm despertando o interesse dos professores e, atualmente, é quase impossível que se discuta o ensino de Matemática sem fazer referência a esse recurso”. Concluímos então que os professores estão buscando estratégias eficientes e eficazes para ensinar os conteúdos matemáticos, reconhecendo que uma única abordagem pode não ser adequada para todos os alunos.

Ao incentivar os alunos a explorar e experimentar conceitos fundamentais por conta própria, essa abordagem prática, permite que eles desenvolvam uma base sólida de habilidades matemáticas. Outrossim, os materiais concretos podem ser usados para atender a vários estilos de aprendizagem, o que torna a experiência de aprendizagem mais inclusiva para alunos com diferentes necessidades e aptidões. Portanto, utilizar materiais concretos e manipulativos como ferramenta nas aulas, é fundamental para aprimorar a aprendizagem, promover a interação entre os alunos, estimular o trabalho em equipe e deixar as aulas menos “chatas”.

Passos (2006, p. 5), entende e destaca que os materiais manipuláveis são:

[...] Objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia. [...] Os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa

Ainda sobre o termo ‘material manipulável’, Lorenzato (2006) tem duas definições, a primeira é chamada de material manipulável estático e a segunda é chamada de material manipulável dinâmico. A diferença desses termos se dá onde no material dinâmico, pode se moldar/sofrer alterações a partir da utilização do aluno. No material estático, este não consegue sofrer alterações em sua estrutura e os estudantes tiram conclusões principalmente a partir da observação.

Essa utilização, independente do material dinâmico ou estático, pode ajudar os alunos ao aprendizado matemático tornando conceitos abstratos mais visíveis e compreensíveis. Entende-se que o material didático, é definido como qualquer recurso destinado a auxiliar a atividade pedagógica, com o propósito de transmitir conhecimento de maneira estruturada e

alinhada ao planejamento pedagógico (NÉRICI, 1971). Ainda segundo o autor as funções do material didático, pelo seu entendimento são:

1. Aproximar o aluno da realidade do que se quer ensinar, dando-lhe noção mais exata dos fatos ou fenômenos estudados;
2. Motivar a aula;
3. Facilitar a percepção e compreensão dos fatos e conceitos;
4. Concretizar e ilustrar o que está sendo exposto verbalmente;
5. Economizar esforços para levar os alunos a compreensão de fatos e conceitos;
6. Auxiliar a fixação da aprendizagem pela impressão mais viva e sugestiva que o material pode provocar;
7. Dar oportunidade de manifestação de aptidões e desenvolvimento de habilidades específicas com o manuseio de aparelhos ou construção dos mesmos, por parte dos alunos. (NÉRICI, 1971, p. 402)

Temos então de maneira conjunta o material concreto/manipulável, para o ensino de Matemática, dentro de um conjunto de materiais didáticos.

Eles podem oferecer um método prático e interativo, permitindo que os alunos explorem visualmente as conexões matemáticas, manipulem objetos e solucionem problemas de forma mais específica. Isso pode os motivar a se envolverem de maneira ativa e a se interessarem pela disciplina, visto que, ao manipular materiais concretos, é possível ver, tocar e experimentar as relações matemáticas em um ambiente real, o que pode facilitar a compreensão do conteúdo. Além disso, essa abordagem com a utilização de materiais manipuláveis, favorece o estabelecimento de relações lógicas e numéricas, bem como o desenvolvimento da habilidade de criar estratégias para solucionar problemas. Desse modo,

[...] a simulação não é entendida como uma ação desvinculada da realidade do saber ou da relação com o mundo, mas antes um aumento de poderes da imaginação e da intuição. Nas situações de ensino com materiais, a simulação permite que o aluno formule hipóteses, inferências, observe irregularidades, ou seja, participe e atue em um processo de investigação que o auxilia a desenvolver noções significativamente, ou seja, de maneira refletida. (GONÇALVES, 2012, p. 12)

Ao promover o aprendizado ativo e a compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, os materiais concretos desempenham um papel essencial na formação dos alunos, proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento de habilidades matemáticas mais avançadas no futuro. Portanto, seu uso estratégico e incorporação criativa nas práticas de ensino, podem enriquecer significativamente a jornada educacional dos estudantes em direção ao domínio da Matemática e sua aplicação em diversos contextos da vida cotidiana e profissional.

Esses aspectos podem ter certa importância para o desenvolvimento do pensamento crítico e dedutivo do estudante em relação à Matemática, onde promover a participação dos

alunos por meio de materiais concretos e manipulativos é essencial para aproximação, tornando-se um método indispensável na educação. Moura (2006, p.73) compreende que a aprendizagem da Matemática

[...] depende de uma grande variedade de fatores o que torna o seu ensino bastante complexo. É necessário desenvolver o raciocínio lógico e estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Desta forma, os professores de Matemática devem concentrar-se em aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, organização, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e sentido cooperativo, aumentando a socialização e as interações pessoais.

Uma das raízes que devem fundamentar a aprendizagem Matemática se remete a busca de maneiras de tornar a Matemática interessante e relevante para os alunos, onde passam diretamente por manter os alunos em movimento, em aspectos criativos, e concentrados, trabalhando o raciocínio lógico e aumentando sua motivação para aprender. Desse modo,

[...] os jogos podem ser empregados em uma variedade de propósitos dentro do contexto de aprendizado. Um dos usos básicos e muito importantes é a possibilidade de construir-se a autoconfiança. Outro é o incremento da motivação [...] um método eficaz que possibilita uma prática significativa daquilo que está sendo aprendido. Até mesmo o mais simplório dos jogos pode ser empregado para proporcionar informações factuais e praticar habilidades, conferindo destreza e competências. (SILVEIRA, 1998, p. 02)

Além disso, é importante que esse incentivo esteja acompanhado da autoconfiança dos alunos, para que eles se sintam capazes de enfrentar desafios encontrados no estudo da Matemática. Esses desafios podem ser abordados a partir da utilização de jogos e materiais concretos visto que os mesmos podem consolidar uma atividade lúdica e educativa, proporcionando a interação com conhecimentos e conceitos matemáticos produzidos em conjunto, cuidadosamente planejados e com objetivos bem definidos. Um ponto que deve ser levado em conta, principalmente quando associado o jogo ao ensino de Matemática, é a construção de regras para sua utilização, essas regras são necessárias para um entendimento de operações ‘permitidas’ que devem ser observadas durante esta aplicação. Acerca do jogo de regras Petty (1995, p.2) comenta que

[...] promover o desenvolvimento do raciocínio das crianças por meio de situações em que jogos de regras são instrumento para exercitar e estimular um pensar com lógica e critério, porque interpretar informações, buscar soluções, levantar hipóteses e coordenar diferentes pontos de vista são condições para jogar [...]. Além disso, eles também fazem parte das condições para se aprender as disciplinas escolares.

Nesse caso, concluímos que o foco está na promoção do desenvolvimento de diferentes processos de pensamento essenciais para o ato de aprender. Isso acarreta em preparar o aluno para compreender não apenas os conteúdos do jogo em questão, mas também os conteúdos escolares específicos. Na pesquisa de Grandó (2000), algumas indicações podem ser discutidas e associadas a utilização do jogo de uma forma geral. A autora caracterizou algumas vantagens e desvantagens para sua utilização, apresentadas no quadro abaixo.

Quadro 1 - Vantagens e desvantagens da utilização de jogos educativos no ensino de Matemática

Vantagens	Desvantagens
<ul style="list-style-type: none"> -fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; -introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão; -desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); -aprender a tomar decisões e saber avaliá-las; -significação para conceitos aparentemente incompreensíveis; -propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade); -o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; -o jogo favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe; -a utilização dos jogos é um fator de motivação para os alunos; -dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; -as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; -as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> -quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam; -o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; -as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; -a perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; -a coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo; -a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grandó (2000, p. 35)

Sobre as vantagens, de acordo com o Quadro 1, a utilização de jogos no ensino oferece uma série delas, desde o reforço de conceitos até o desenvolvimento de habilidades sociais e cognitivas. Essa abordagem dinâmica pode transformar a sala de aula em um espaço de aprendizado, promovendo um ambiente favorável ao desenvolvimento integral dos alunos.

Acerca das desvantagens destacadas, a utilização de jogos no ensino é uma abordagem que requer um planejamento cuidadoso e uma compreensão sólida de como integrar efetivamente os jogos no contexto educacional. Quando usados incorretamente, os jogos podem perder seu propósito educativo e até prejudicar a experiência de aprendizado dos alunos. Portanto, é fundamental que os educadores estejam conscientes desses desafios e trabalhem para garantir que os jogos sejam aplicados de maneira apropriada e benéfica para a aprendizagem dos alunos. Nesse encontro, Nacarato (2005, p. 4) alerta que o “[...] uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los”.

Vale ressaltar que a utilização pela utilização não é suficiente para resolver os problemas em sala de aula, visto que os alunos podem não relacionar a prática deste material com a teoria dos conteúdos abordados. Durante a utilização desses materiais, um dos pontos-chaves refere-se à capacidade de ficar atento a identificar possíveis fragilidades dos alunos, pois essa constatação deve ser atendida com o propósito voltado a sanar esta dificuldade.

Entendemos que o uso de materiais concretos representa uma boa alternativa e que dessa forma podem ajudar a aprimorar a compreensão de alguns conceitos matemáticos, além de incentivar a interação social, fomentar o trabalho em equipe e tornar a sala de aula um ambiente de aprendizagem propício ao desenvolvimento integral dos alunos.

3.2 Conhecendo alguns Jogos e materiais concretos para o ensino de Matemática

A incorporação de materiais concretos no ensino de Matemática representa um avanço, permitindo uma exploração visual e direta de conceitos “distantes” e abstratos. A classificação desses materiais, de acordo com suas propriedades e aplicações específicas, contribui para uma experiência educacional de maneira integral.

Os materiais concretos podem apresentar uma variedade de recursos, onde os mais citados são: material dourado, ábaco, geoplano e a escala cuisenaire. Nesse trabalho esses materiais serão discutidos pois sua utilização é maior, quando comparados a outros, dentro do

espaço do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da Universidade Federal do Norte Tocantins.

3.2.1 Material Dourado

O material dourado é um recurso didático muito utilizado, pois é amplamente empregado no ensino de Matemática, elaborado especialmente para tornar o aprendizado do sistema de numeração decimal e das operações matemáticas básicas mais acessível aos alunos.

O crédito pela criação deste material é atribuído a Maria Montessori (autora citada no capítulo 2), que em 1898, aos 28 anos de idade, visitou um local de crianças excepcionais e notou que os métodos utilizados não beneficiavam as crianças, já que elas tinham mais facilidade de aprender utilizando objetos táteis do que propriamente desenvolvendo pensamentos acerca daquele conteúdo.

Maria Montessori acreditava não haver aprendizagem sem ação, “nada deve ser dado à criança, no campo da Matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração” (AZEVEDO, 1979, p. 27).

Depois desse episódio, ela pensou e desenvolveu o material e seu método, conhecido como “método Montessoriano” que poderia ter sucesso com qualquer tipo de criança. Este material, reconhecido como inovador em sua proposta, adquiriu grande holofote, essa atenção foi seguida de algumas propostas de mudança como discorre passagem a seguir de Gatto (2021)

[...] Lubienska de Lenval, seguidor de Montessori, fez algumas modificações no material inicial e o construiu em madeira na forma que o encontramos atualmente. O nome "Material Dourado" vem do original "Material de Contas Douradas", em analogia às contas, pois o material apresenta sulcos em forma de quadrados. (GATTO, 2021, p. 12)

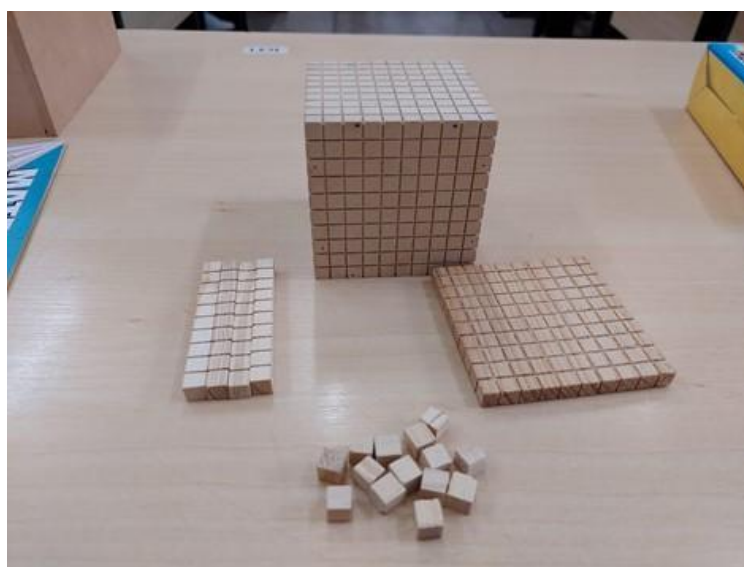
Esse método foi revolucionário na época, pois ela propôs, além de seu material, que as crianças e que os educadores pudessem utilizar os materiais didáticos em suas aulas e posteriormente na relação de aprendizagem. Ainda no trabalho de Gatto (2021, p. 12), é comentado que

Analisando os métodos de ensino da época, Maria Montessori propôs mudanças combinadas com sua filosofia de educação, com mais liberdade que no ensino tradicional, onde as crianças acabam decorando os algoritmos a partir de treinos cansativos, mas sem conseguirem compreender o que fazem, ela propôs que as crianças utilizassem os materiais didáticos, entre eles o Material Dourado. Nas experiências concretas verificou-se a facilidade, compreensão e o entendimento das

relações numéricas abstratas. Desta maneira, o aprendizado se torna muito mais agradável e verifica-se que além da compreensão dos algoritmos obtém-se um notável desenvolvimento do raciocínio.

Composto por blocos de diferentes valores, como unidades (representadas por cubinhos), barras de dez unidades (hastes), placas de cem unidades (quadrados) e cubos de mil unidades (blocos maiores), esse conjunto de peças proporciona uma abordagem prática que se traduz em resultados efetivos na assimilação dos conceitos matemáticos.

Figura 1 - Material dourado



Fonte: Registro fotográfico do pesquisador

O caráter visual e manipulativo do material dourado é uma das principais razões para sua eficácia pedagógica. Ao permitir que os alunos manipulem fisicamente os blocos e os vejam em diferentes configurações, o material dourado proporciona uma experiência sensorial que vai além do aprendizado abstrato. Essa abordagem concreta possibilita que os estudantes estabeleçam conexões sólidas e precisas entre as representações físicas dos números e seus respectivos valores, desenvolvendo, assim, uma compreensão profunda do sistema de numeração decimal.

O uso do material dourado estende-se por diversas faixas etárias e níveis de ensino, adaptando-se de forma versátil para atender às necessidades específicas de cada grupo de alunos desde o ensino infantil, onde crianças em fase inicial de aprendizado são introduzidas ao conceito de quantidade e contagem, até os níveis avançados do ensino fundamental, onde são trabalhadas operações complexas, esse recurso se mostra como uma ferramenta influente na construção do conhecimento matemático.

No ensino de adição, o material dourado permite aos alunos somarem quantidades visuais e táteis, auxiliando na compreensão do processo de troca de unidades quando necessário. Da mesma forma, no ensino de subtração, os blocos facilitam a visualização dos empréstimos (retiradas) quando os números envolvidos não permitem a subtração direta.

O método relacionado a abordagem concreta proporcionada pelo material dourado ajuda na construção de uma base sólida de conhecimento e habilidades matemáticas que são fundamentais para o desenvolvimento acadêmico e pessoal dos estudantes. O uso adequado do material dourado por parte dos professores é capaz de propiciar maneiras eficazes de fomentar o agrado pela Matemática e de incentivar os alunos a explorar e investigar de alguma maneira.

3.2.2 Ábaco

Conhecido como uma das primeiras calculadoras inventadas pelo homem, o ábaco é uma valiosa ferramenta didática utilizada no ensino de Matemática há algum tempo, e sua relevância é notada até os dias atuais.

Assim como o material dourado, o ábaco proporciona, em sua utilização, ‘concretizar’ conceitos abstratos. Enquanto o material dourado apresenta blocos físicos com valores diferentes, como unidades, dezenas, centenas e milhares, o ábaco é um conhecido instrumento que representa quantidades e auxiliam nas operações de soma, subtração, multiplicação e divisão. Ifrah (1999) comenta que:

Os contadores mecânicos são milenares, há registros de sua existência muito antes da era cristã. Todavia, pode-se afirmar que os ábacos modernos são aparentados do cálculo com pedras, que por sua vez originaram-se de período remoto, no qual o ser humano "contava sem saber contar" (IFRAH, 1999, p. 31).

A criação e ascendência precisa do ábaco permanece desconhecida, mas associamos que sua origem retorna ao manuseio de contas, pedras ou outros materiais pelos povos antigos para resolver situações que envolviam princípios das operações básicas. Acredita-se que os Gregos e os Babilônios tenham sido os responsáveis pela criação do ábaco há cerca de 5000 anos, porém, ao longo do tempo, alguns modelos foram aprimorados pelos chineses e incorporados à nossa realidade atual.

A partir do estudo de Silva (2014), assumimos que sua origem está ligada a civilizações antigas, como a Mesopotâmia, Egito, China e Grécia, onde era uma ferramenta valiosa para

comerciantes, contadores e estudiosos que precisavam lidar com cálculos numéricos de forma mais eficiente.

O foco dos educadores em relação ao ábaco é sua utilização ao ensino fundamental, mas Silva (2014) discorre que essa utilização pode ser feita em outros momentos como por exemplo no passar de sua formação:

Nos estudos feitos sobre a utilização do ábaco, defendemos que esse recurso deve ser explorado nas aulas de matemática, quando promovemos o ensino dos conceitos envolvidos no Sistema de Numeração Decimal (SND). A compreensão do SND é a base para outros conteúdos que envolvem a matemática não só nos anos iniciais do Ensino Fundamental, mas para toda vida do homem. (SILVA, 2014, p. 26)

Embora existam várias versões e variações do ábaco em diferentes culturas, sua estrutura básica consiste em uma moldura com varetas ou hastes, em que objetos circulares ou bolas são deslizadas ao longo das varetas para representar quantidades. Cada haste geralmente possui uma sequência específica de valores, seguindo o sistema de numeração utilizado pela cultura em questão. Vale ressaltar que esse material pode ser fechado ou aberto, como nas imagens a seguir.

Figura 2 - Ábaco Versátil



Fonte: Registro fotográfico do pesquisador

O ábaco permite a exploração de diferentes classes, essa capacidade de exploração é conveniente para diversos estilos de aprendizado, respeitando as diferenças de cada aluno. Ele é amplamente usado na educação por sua capacidade em melhorar a compreensão das operações aritméticas e dos princípios numéricos. Também pode ser modificado para atender às

representações específicas de conceitos matemáticos ou ao tipo de atividade pedagógica a ser desenvolvida.

Além disso, sua utilização tem proeminência no desenvolvimento de atividades que ligam as atividades propostas ao raciocínio lógico. Duarte (2001, p.127) disserta que, “[...] o ábaco força-os a trabalharem tanto com o valor absoluto quanto com o valor relativo, dando um passo que liga o seu cálculo mental ao cálculo escrito”. Apesar dos avanços tecnológicos que permitiram o desenvolvimento de calculadoras e softwares de cálculo rápidos e precisos, o Ábaco ainda é muito bem visto como um método eficaz para fomentar um aprendizado matemático interativo. O processo de resolução de problemas pode ser observado ao deslizarem as contas ao longo das varetas, isso potencialmente pode ajudar os alunos a melhorar seu raciocínio lógico e aplicar a Matemática em várias situações.

Dessa forma o ábaco torna os alunos, a partir de sua utilização, como os principais responsáveis por sua própria educação, pois aprendem por conta própria. É importante destacar que a compreensão dos princípios pode ser obtida por meio desta prática de utilização que serve como base para o aprendizado relacionado à Matemática, seja na resolução de equações, na análise de padrões, na compreensão de funções ou em campos mais avançados da ciência.

3.2.3 Geoplano

O geoplano é um valioso recurso didático utilizado no ensino de Matemática, para explorar conceitos geométricos de forma prática e interativa. Pois o geoplano

[...] é um recurso didático-pedagógico manipulativo (construir, movimentar e desfazer). Contribui para Explorar Problemas Geométricos e Algébricos, possibilitando a aferição de conjecturas e podendo-se registrar o trabalho em papel ou reproduzi-lo em papel quadriculado. Além disto, o geoplano facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial, comparação, relação, discriminação, sequência, envolvendo conceitos de frações e suas operações, simetria, reflexão, rotação e translação, perímetro, área. (MACHADO, 1993, p. 1)

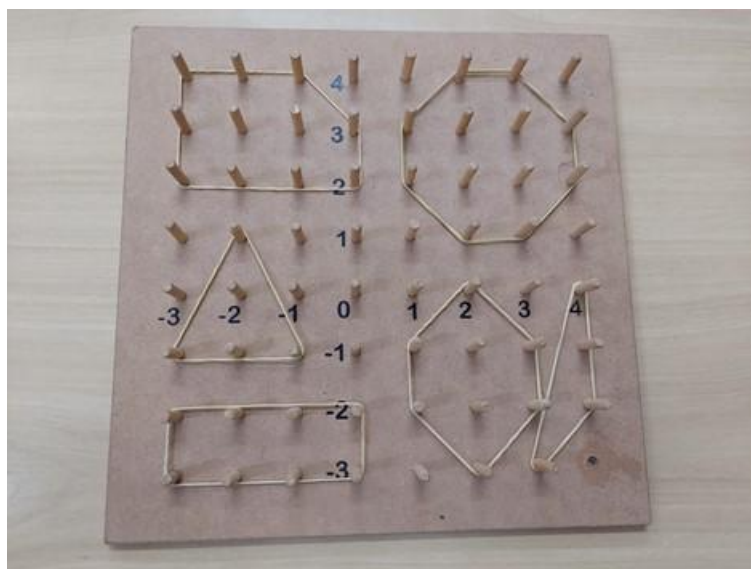
Como visto, as possibilidades relacionadas ao material são diversas, abrangendo áreas como geometria e álgebra. A manipulação do material se encaixa no que Lorenzato (2006) entende como manipulativo dinâmico, onde em seu corpo de atuação mudanças podem ser feitas (no caso de novas figuras a partir da malha).

Acerca do material, um dos primeiros indícios da sua utilização foi identificada durante a década de 60. Sobre isso, Rocha *et al.* (s.d, p.1) comenta que,

Um dos primeiros trabalhos sobre o Geoplano foi do Dr. Caleb Gattegno em 1961. A partir deste, muitos outros pesquisadores em Educação Matemática utilizam o geoplano como uma forte ferramenta para o ensino de Geometria plana elementar, para o ensino de frações, dentre outros.

Dessa maneira, este trabalho ainda da década de 60 foi um marco e a partir dele, nos dias atuais, o geoplano é utilizado para diversas abordagens incluindo oficinas e minicursos ofertados aos alunos e professores. Temos segundo Gonçalves (2012, p.23) que “a percepção é responsável pela compreensão das informações que chegam à criança e 85% delas entram através do sistema visual.”

Figura 3 - Geoplano



Fonte: Registro fotográfico do pesquisador

Desse modo, a utilização desse material pode ser eficaz para uma compreensão da Matemática através desses elementos visuais proporcionados pelo mesmo.

Em sua concepção temos uma superfície plana retangular que possui uma série de pinos ou furos igualmente espaçados, formando uma grade ou matriz. Em sua utilização os alunos podem utilizar elásticos coloridos ou barbantes para criar figuras geométricas, polígonos, e realizar atividades relacionadas a conceitos como área, perímetro, simetria, frações, entre outros. Por meio deste manuseio, é possível criar, manipular e visualizar diversas figuras geométricas, desde as mais simples até as mais complexas.

Esta malha pode ser apresentada de diversos tipos, como quadrada, trelissado, oval e circular. Como principais funções, este material por sua abordagem real, pode facilitar a exploração geométrica, estimular a criatividade, e associar diversos conteúdos.

Ainda segundo Gonçalves (2012, p. 41), “o geoplano é um material para os alunos explorarem problemas geométricos. Além de ser útil na abordagem de noções de figuras planas, o geoplano é rico em possibilidades para desenvolver habilidades de percepção espacial”. Ele, é uma ferramenta de ensino que, em resumo, em seus melhores resultados proporciona aos alunos uma experiência estimulante relacionados a área da geometria. Sua abordagem interativa é um de seus principais pontos positivos e pode acarretar o aprendizado matemático como uma etapa envolvente.

Além disso, o geoplano, como uma característica geral dos materiais concretos, se mostra uma ferramenta inclusiva, atendendo a uma variedade de estilos de aprendizagem e níveis de habilidade Matemática. Os alunos que aprendem melhor por meio da exploração física encontram no geoplano um recurso envolvente, enquanto aqueles mais inclinados ao pensamento visual podem apreciar as formas e relações geométricas que emergem desse cenário interativo.

Em virtude de todas essas qualidades, o geoplano emerge como uma ferramenta valiosa para o ensino de Matemática em uma variedade de contextos educacionais e que oferece a oportunidade de interromper a aprendizagem passiva, fazendo com que os alunos se tornem exploradores matemáticos.

3.2.4 A escala Cuisenaire

A Escala Cuisenaire é um importante recurso didático utilizado no ensino da Matemática, especialmente no aprendizado dos números, operações matemáticas e no desenvolvimento do pensamento lógico. De acordo com Alberto (2021, p.16)

A escala de Cuisenaire é um material manipulável composto por um conjunto de barras (ou régua, ou bastões) que são prismas retos retangulares com bases quadradas de 1cm^2 de área e altura variando entre 1 cm e 10 cm. A altura determina qual número a barra representa: a barra de altura 1 cm representa o número 1, a de altura 2 cm representa o número 2 e assim sucessivamente até a barra de altura 10 cm, que representa o número 10.

Ainda sobre esta escala, seu nome é levado em homenagem ao seu criador e sua elaboração foi feita ainda na década de 50, por uma necessidade encontrada durante algumas aulas como cita Alberto (2021, p.16),

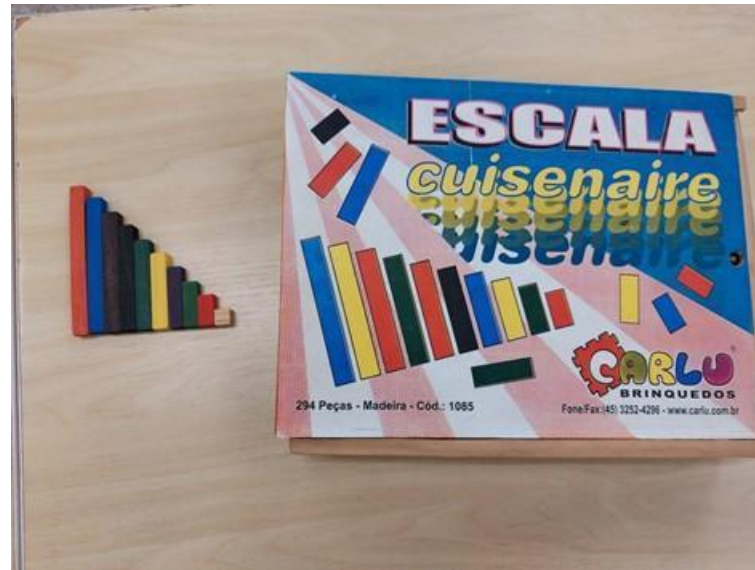
Esta escala foi criada na década de 50 pelo professor belga Émile George Cuisenaire Hottelot que viveu entre os anos de 1891 e 1976 a partir de dificuldades encontradas pelos seus alunos em números, operações fundamentais e conceitos matemáticos. A partir desta dificuldade, George Cuisenaire buscou uma maneira de solucionar o problema observado e resolveu criar um material manipulável para auxiliar seus alunos: um conjunto de 10 barras de madeira cujos comprimentos variavam de 1 a 10 cm (aumentando de 1 em 1 cm).

Essa escala, a partir de sua ampla divulgação, também foi reconhecida com outros nomes, ainda de acordo com o autor, “desde a divulgação da primeira edição do livro que trata deste material, ele já recebeu diversas denominações diferentes. As mais conhecidas são: Régua de Cuisenaire, Barras de Cuisenaire, Escala de Cuisenaire, Números em Cores” (ALBERTO, 2021, p.18). Esta escala tem alguns pontos interessantes como a distribuição das cores feita a partir de uma lógica musical e profunda, pensada por Cuisenaire.

Como George Cuisenaire era, além de professor, pedagogo musical, ele se inspirou nas teclas dos teclados para fazer as barras, e as pintou de cores primárias e secundárias com cada cor representando um número. A escolha das cores se deu de forma que os números pudessem ser agrupados por “famílias de cores” (tons diferentes de uma mesma cor), indicando propriedades aritméticas dos números. Ademais, ele também escolheu as cores madeira natural e preto para os números que estão sozinhos. Para Cuisenaire são números que têm características próprias e não devem ser alocados em nenhuma das outras famílias, mas sim ter famílias próprias. (ALBERTO, 2021, p.18)

O fato de George Cuisenaire ser um professor e pedagogo musical mostra como a interdisciplinaridade pode desempenhar um papel fundamental na criação de novas estratégias de ensino. Sua conexão com a música e a familiaridade com as teclas dos teclados influenciaram diretamente a concepção das barras da Escala de Cuisenaire. Ao utilizar as teclas como modelo para as barras, ele possibilitou uma abordagem diferente do que era conhecido à época.

Figura 4 - Escala Cuisenaire



Fonte: Registro fotográfico do pesquisador

A decisão de pintar as barras com cores primárias e secundárias, com cada cor representando um número, revela uma escolha interessante, pois essa utilização de cores distintas para representar diferentes números ajuda a criar uma associação visual e intuitiva para os alunos, facilitando a identificação rápida das quantidades representadas por cada barra. Essa abordagem auxilia de maneira direta na compreensão das relações matemáticas e na identificação de padrões numéricos e suas características. Uma outra curiosidade é verificada através de imagens diz respeito às categorias citadas aqui,

George Cuisenaire denominou que o número 1 fosse da cor de madeira natural apoiado no fato de que ele é divisor de todos os outros números, a madeira natural está presente em todas as outras barras. Como o número 7 não é divisor e nem múltiplo de nenhuma das outras barras, foi atribuída a ele a cor preta, já que ela não está em nenhuma das outras cores. Outra curiosidade é que dentro de uma mesma família a cor mais clara é a que representa a barra menor e conforme aumenta-se o comprimento da barra a cor vai ficando mais escura. (ALBERTO, 2021, p.17)

A abordagem de Cuisenaire na criação da Escala demonstra reflexão sobre o ensino da Matemática e a necessidade de tornar os conceitos mais acessíveis aos alunos. Sua inovação no uso de cores e formas para representar números e explorar suas propriedades aritméticas é uma verdadeira contribuição para o campo da Educação Matemática, que segundo o próprio Cuisenaire, ficou “debaixo dos panos” por 23 anos: “trabalhei durante 23 anos, antes de tornar público o meu método; estudei, ensaiei, experimentei, provei, fiz e refiz. Somente após muitos anos, em 1952, decidi tornar pública a minha obra” (MARQUEZ, 1964, p. 29).

Dessa forma a Escala de Cuisenaire se tornou uma ferramenta pedagógica que transformou a forma como a Matemática é ensinada e aprendida. Sua abordagem prática, interativa e visual continua a proporcionar uma base sólida para a compreensão dos conceitos matemáticos e desperta o interesse e a curiosidade pela Matemática em muitas gerações de estudantes.

3.3 Laboratório de Ensino de Matemática - LEM

O LEM é um ambiente dedicado ao ensino e à aprendizagem da Matemática, projetado para oferecer uma abordagem prática e interativa que vai além das tradicionais aulas expositivas. Fiorentini e Miorim (1990) comentam que:

Até o séc. XVI, por exemplo, acreditava-se que a capacidade de assimilação da criança era idêntica à do adulto, apenas menos desenvolvida. A criança era considerada um adulto em miniatura. Por esta razão, o ensino deveria acontecer de forma a corrigir as deficiências ou defeitos da criança. Isto era feito através da transmissão do conhecimento. A aprendizagem do aluno era considerada passiva, consistindo basicamente em memorização de regras, fórmulas, procedimentos ou verdades localmente organizadas. Para o professor desta escola - cujo papel era o de transmissor e expositor de um conteúdo pronto e acabado - o uso de materiais ou objetos era considerado pura perda de tempo, uma atividade que perturbava o silêncio ou a disciplina da classe. Os poucos que os aceitavam e utilizavam o faziam de maneira puramente demonstrativa, servindo apenas de auxiliar a exposição, a visualização e memorização do aluno. Exemplos disso são: o flanelógrafo, as réplicas grandes em madeira de figuras geométricas, desenhos ou cartazes fixados nas paredes. Em síntese, estas constituem as bases do chamado "Ensino Tradicional" que existe até hoje em muitas de nossas escolas. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, s.p.)

Na visão de Lorenzato (2006), esse espaço não pode ser considerado apenas como um depósito, apesar de guardar materiais e livros para a elaboração de atividades, mas deve ser utilizado para aulas, tira-dúvidas e um espaço de criação; elaboração de materiais, olimpíadas, exposições, sequências didáticas etc. Oliveira (1983, p. 82) entende que o LEM pode ser visto “como o espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas”.

Ou seja, deve ser mais que um simples depósito, deve ser o espaço a se lembrar quando se fala em “Matemática” em uma unidade escolar. Segundo Lorenzato (2006, p. 7), “o LEM é o espaço da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos”. Nesse espaço, os professores empenham-se em buscar estratégias inovadoras e recursos didáticos que possam enriquecer o processo de ensino-aprendizagem.

Figura 5 - Laboratório de Ensino de Matemática - LEM



Fonte: Registro fotográfico do pesquisador¹.

De acordo com alguns pesquisadores, a abordagem dos conceitos matemáticos deveria começar com a percepção de objetos concretos, por meio de experiências e ações práticas. Como dito ao longo deste capítulo, os docentes podem utilizar materiais concretos, jogos matemáticos e outras abordagens lúdicas e interativas para ajudar os alunos a compreender conceitos matemáticos de forma mais significativa.

A consolidação do LEM dentro de uma escola demonstra o compromisso da própria unidade escolar, e dos professores com o aprimoramento da Educação Matemática. É uma ação que visa superar desafios comuns encontrados no ensino da Matemática, como o receio dos alunos em relação à disciplina ou a dificuldade em compreender conceitos abstratos. Através desse espaço dedicado, os professores podem adaptar suas metodologias de ensino, buscando abordagens mais adequadas e eficientes para tornar a Matemática mais acessível e interessante para todos os estudantes.

Além disso, o LEM proporciona um ambiente onde os alunos são encorajados a explorar a Matemática de maneira mais autônoma e criativa (como verificado durante a passagem do autor pelos editais do programa alvorecer). Em relação à implementação do LEM na escola os autores Araman, Bariccatti e Vertuan (2013, p. 28) comentam que, “a implementação do LEM precisa ser acompanhada, portanto, de formação pedagógica e de tentativas de experiências

¹ Acervo: LEM/UFNT/CCI

refletidas pelos docentes que os instiguem a fazer desse espaço, um ambiente investigativo que objetiva o ‘fazer matemática’”.

Em resumo, o LEM é um espaço fundamental na escola, onde os professores se dedicam a tornar a Matemática mais compreensível e envolvente para os alunos. Essa abordagem interativa e prática contribui para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, além de fomentar o interesse.

Lorenzato (2006) comenta que os principais pontos que dificultam a implementação do LEM na escola básica são: o alto valor de um laboratório; a exigência de uma boa formação sua utilização; o uso pelo uso dos materiais presentes no espaço; a não aplicabilidade do espaço a todos os assuntos do programa vigente; a dificuldade de sua utilização em turmas numerosas; uma boa parcela tempo e uma necessidade de planejamento maior e uma possível indução do espaço a aceitação sem questionamento do que se está ensinando.

É importante lembrar que os pontos negativos apresentados por Lorenzato (2006), não invalidam o uso do LEM e dos materiais manipuláveis, mas destaca desafios que devem ser enfrentados e considerados pelos professores ao implementar essas estratégias. Com o planejamento adequado, formação docente e acompanhamento cuidadoso, é possível superar essas dificuldades e aproveitar os benefícios que essas abordagens podem trazer para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

4 AS ORIENTAÇÕES PARA O USO DE JOGOS E MATERIAIS CONCRETOS NOS DOCUMENTOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), foram um conjunto de diretrizes educacionais estabelecidas no Brasil, para orientar o currículo das escolas públicas e privadas. Eles foram desenvolvidos e lançados pelo Ministério da Educação (MEC) na década de 1990 e consistiam em documentos que ofereciam orientações gerais sobre o que deveria ser ensinado em cada nível de ensino (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio) nas disciplinas curriculares. Os PCN 's tinham como objetivo padronizar o currículo escolar em todo o país, fornecer diretrizes pedagógicas, promover a qualidade da educação e garantir que todos os alunos tivessem acesso a um ensino de qualidade.

Vale destacar que já neste documento a relevância dos jogos de estratégia como ferramenta de ensino são levados em consideração, como apresentado pelo seguinte argumento:

Nos jogos de estratégia (busca de procedimentos) para ganhar parte-se da realização de exemplos práticos (não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros) que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos de pensamento matemático (BRASIL, 1997, p. 47).

Eles também visavam a promoção de uma educação mais inclusiva, com a valorização da diversidade e da cidadania. No entanto, ao longo dos anos, os PCN enfrentaram críticas e desafios, e em 2018 o Ministério da Educação anunciou a descontinuação dos PCN's, com a homologação de um novo documento norteador para educação brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC se concentra em definir as competências e habilidades essenciais que os estudantes devem adquirir em diferentes áreas do conhecimento.

4.1 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A BNCC é um documento de caráter normativo, que tem por objetivo orientar os currículos dos sistemas de ensino público e privado em todos os estados brasileiros. Essas diretrizes estabelecem o conjunto de aprendizagens essenciais, que todos os estudantes devem adquirir ao longo das etapas e modalidades da educação básica, além de guiar as propostas pedagógicas de todas as instituições de educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, em todo o território nacional. Cabe a cada instituição planejar seu projeto de ensino de forma adequada, respeitando suas particularidades e metodologias específicas.

De uma forma geral,

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei no 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (BRASIL, 2018, p. 7).

Ainda de acordo com a BNCC, visamos entender melhor acerca do ensino fundamental II, que será nossa fonte para o desenvolvimento desta etapa, e segundo o próprio documento na etapa dos anos finais,

[...] os estudantes se deparam com desafios de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às áreas. Tendo em vista essa maior especialização, é importante, nos vários componentes curriculares, retomar e ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental – Anos Iniciais no contexto das diferentes áreas, visando ao aprofundamento e à ampliação de repertórios dos estudantes. Nesse sentido, também é importante fortalecer a autonomia desses adolescentes, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação. (BRASIL, 2018, p. 60)

Esse aumento de complexidade é atribuído à necessidade de compreender e se apropriar das diversas maneiras pelas quais os conhecimentos são organizados nas diferentes áreas. O texto ressalta a importância de fortalecer a autonomia dos adolescentes. Isso implica em fornecer a eles as ferramentas e habilidades necessárias para que possam acessar, analisar e interagir criticamente com uma variedade de conhecimentos e fontes de informação.

Na BNCC, temos a área específica da Matemática, que dentre outras coisas prevê o que é chamado de letramento matemático. Esse letramento está diretamente associado às competências e habilidades de “raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas” (BRASIL, 2018, p. 266). Ainda nessa parte entendemos que este letramento é fundamental pois proporciona algumas características fundamentais onde além disso o

[...] letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, p. 266)

Embora a BNCC não aborda a definição de jogos e materiais concretos/manipuláveis, no trecho acima, destacamos principalmente o termo “investigação” que é discutida neste tópico, pois a partir dela entendemos que a utilização dos jogos e materiais concretos pedagógicos, podem contemplar esta finalidade. Como já comentado por Gonçalves (2012), durante o decorrer deste trabalho, a simulação capacita o aluno a formular hipóteses, fazer inferências e observar irregularidades. Em outras palavras, ela permite que o aluno participe ativamente em um processo de investigação que, por sua vez, contribui para o desenvolvimento de noções de forma reflexiva. Vale destacar o cuidado que este documento mostra quando se refere ao uso repetição durante o processo de ensino, visto que outras capacidades precisam ser levadas em conta como discorre:

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos. (BRASIL, 2018, p. 277)

Com objetivo de conhecer o que está sendo relacionado neste documento para a utilização de jogos e materiais concretos, temos foco em identificar menções acerca desta tendência e verificar possíveis indicações.

Desta maneira, o trecho a seguir faz referência aos resultados da pesquisa do que chamamos de fundamental II, que abrange do 6º ao 9º ano, para identificar se esses jogos e materiais concretos são citados por este documento. Vale destacar que o guia também abrange os anos iniciais, 1º a 5º ano, mas este não será levado em consideração, pois nosso foco é o ensino de Matemática direcionado aos anos finais. Direcionando a pesquisa e utilizando o termo “materiais didáticos”, já abordada durante a elaboração deste trabalho, encontramos apenas um resultado como descrito na citação abaixo.

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica,

é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 298)

De acordo com o trecho citado, a BNCC destaca em relação ao ensino da Matemática a importância da compreensão dos objetos matemáticos e suas aplicações. O documento considera que a aprendizagem em Matemática não deve ser meramente superficial, mas sim uma busca pela apreensão de significados profundos dos conceitos, mantendo sempre uma conexão com suas aplicações práticas. Em contraponto a isso, a utilização desses termos não é vista em outros momentos mais específicos da composição deste documento como unidades temáticas e seus objetos de conhecimento e habilidades.

O ábaco, os jogos, e as malhas quadriculadas citados anteriormente, não aparecem em nenhum outro instante dentro do presente documento, onde fica subentendido que sua utilização foi feita apenas para “contemplar” de alguma maneira esta área, mas sem a devida importância.

A partir da leitura e análise da parte que trata sobre os anos finais do ensino fundamental, os termos “materiais didáticos”, “materiais concretos” e “jogos” não aparecem sequer como uma possibilidade de utilização em partes específicas para sala de aula, dificultando, ou não relacionando, essas temáticas com o ensino de Matemática. Como ao contrário disso, por exemplo, a utilização de softwares dinâmicos é abordada pelo menos 7 vezes durante as orientações destinadas aos anos finais do ensino fundamental, nos diversos objetos de conhecimento e habilidades relacionado a unidade de geometria em uma sequência de todos os anos finais do ensino fundamental, como mostra o quadro abaixo.

Quadro 2 - Trechos que tratam da utilização de softwares na BNCC no ensino fundamental II

Unidades temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Matemática – 6º ano		
Geometria	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de régua, esquadros e softwares	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Matemática – 7º ano		
Geometria	Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros
Geometria	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
Matemática – 8º ano		
Geometria	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
Geometria	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica

Matemática – 9º ano		
Geometria	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
Geometria	Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018)

De modo geral, a partir da gama de resultados obtidos com pesquisa em relação a softwares, entendemos que a BNCC trata de jogos e materiais concretos, um tema que ganhou força assim como os softwares e tecnologias no ensino, (que embora diferentes em natureza têm em comum o potencial de enriquecer o processo de ensino) de maneiras completamente distintas e por isso, esta análise se prende a uma possibilidade de que os professores podem se valer dessa tendência mas não são indicados a utilizar em nenhuma das habilidades e muito menos como fazê-lo, dificultando assim a inserção desta possibilidade dentro das aulas de Matemática.

Ainda de acordo com isso, sabemos da dificuldade que o professor pode enfrentar em propor algo novo e que dessa forma deve ser incentivado a fazê-lo, e um dos métodos para tal é a exposição feita pelo documento que norteia o que deve ser trabalhado durante toda a formação do aluno. Na era das novas tecnologias e tendências, ambas devem ser abordadas, se não em equidade, mas com maior cuidado, exposição e indicação para tratar com os desafios da docência, discutida ao longo de todo este trabalho.

4.2 Documento Curricular do Tocantins (DCT)

O Documento Curricular do Tocantins (DCT), também possui caráter norteador para a educação em âmbito estadual e deve ser levado em conta para planejamento de estratégias de ensino e aplicação em sala de aula. Segundo o documento

O Estado do Tocantins em regime de colaboração com seus 139 municípios consolidou o Documento Curricular do Tocantins, aprovado e homologado pelo Conselho Estadual de Educação do Tocantins, por meio da Resolução nº 24, de 14 de março de 2019. O Documento Curricular do Tocantins divide-se em quatro cadernos destinados às duas primeiras etapas da educação básica, sendo um da educação infantil, organizado em cinco capítulos, a saber: Educação infantil como política; Diversidade e identidade cultural do Tocantins; Os profissionais e formação docente; Organização do trabalho pedagógico; Os direitos de aprendizagem e as experiências cotidianas. Os demais cadernos destinam-se ao ensino fundamental, estruturados por competências e habilidades e organizados por área de conhecimento: Linguagens; Ciências Humanas e Ensino Religioso; Ciências da Natureza e Matemática [...] O DCT-TO, Etapa Ensino Médio está consolidado em cinco cadernos e a proposta pedagógica para a rede de ensino do nosso Estado considera três grandes frentes: o desenvolvimento do protagonismo dos estudantes e de seu projeto de vida, por meio da escolha orientada do que querem estudar; a valorização da aprendizagem, com a ampliação da carga horária de estudos e a garantia de direitos de aprendizagem comuns a todos os jovens. (TOCANTINS, 2020, p.11)

Os cadernos descritos neste documento contemplam todas as áreas do conhecimento, visando, de uma forma geral, a escolha, o protagonismo e a valorização da aprendizagem por parte do estudante. Uma das ciências contempladas é a Matemática, que vem sendo apresentada um pouco à frente neste norteador. A partir de algumas peculiaridades, sua apresentação é feita visando, dentre outras coisas, a realidade educativa a qual está inserida:

Nesse sentido, essa comunidade toma dentre outras referências didáticas e pedagógicas para a constituição do referido documento a realidade educativa, formativa, geográfica e sociocultural do estado do Tocantins, para propor um novo currículo para o ensino e a aprendizagem em Matemática, a partir da dimensão humana, política e do fazer docente em sala de aula, mobilizada por práticas interdisciplinares entre a Matemática acadêmica, a escolar e do cotidiano. (TOCANTINS, 2020, p.75)

Segundo a nova proposta do currículo de Matemática para as escolas estaduais, representa uma abordagem que está conectada com a realidade educacional e de formação presente no sistema escolar do Tocantins. Essa integração entre a proposta curricular e o contexto educacional local é fundamental para garantir que os alunos possam se beneficiar plenamente das ações e diretrizes estabelecidas.

Assim como na BNCC, novamente o termo “letramento matemático” aparece com ênfase na relação de contribuição direta para o estudante, entendendo que ele depende de práticas inovadoras para seu pleno entendimento da Matemática. A ênfase na articulação dessa proposta, com os diferentes campos da Matemática, demonstra uma preocupação em abordar a disciplina de maneira abrangente e integrada.

Uma das metas principais da nova proposta, é fomentar o desenvolvimento de competências específicas no campo da Matemática entre os alunos do Ensino Fundamental. Essas competências específicas, são fundamentais para que os alunos possam não apenas dominar os conceitos matemáticos, mas também aplicá-los de maneira prática em diferentes contextos.

Essa abordagem em competências vai além da memorização de fórmulas e procedimentos, buscando capacitar os alunos a resolver problemas do mundo real, a pensar logicamente e a tomar decisões controladas com base em dados quantitativos. Portanto, a proposta curricular se mostra com a necessidade de proporcionar aos alunos um ensino de Matemática que vá além do tradicional, promovendo uma compreensão profunda da disciplina e preparando-os para enfrentar os desafios do mundo atual. Logo ao conectar o currículo com a realidade educacional e ao focar no desenvolvimento de competências específicas, a proposta busca enriquecer a experiência de aprendizado dos alunos e equipá-los com as habilidades necessárias para enfrentar um cotidiano cada vez mais complexo.

Ao reconhecer que a Matemática é uma disciplina com diversos aspectos interligados, a abordagem do currículo busca oferecer uma visão integral do assunto, permitindo que os alunos compreendam as conexões entre os conceitos e desenvolvam uma compreensão mais profunda da matéria. Ainda de acordo com o DCT, uma das competências específicas estipuladas nesta área, trata-se de

[...] reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (TOCANTINS, 2020, p.75)

Ainda de acordo com o documento, o verbo “investigar” aparece em uma das competências específicas com significado semelhante como presente na BNCC, mas igualmente distante da manipulação de objetos matemáticos;

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. (TOCANTINS, 2020, p.75)

Desse modo seguimos para a análise, assim como da BNCC, da parte de unidades temáticas, habilidades e objetos de conhecimento descritas no documento. Essa pesquisa visa, assim como a do documento citado anteriormente, entender como os jogos e materiais didáticos são relacionados com o ensino de Matemática, mas dessa vez em caráter regional, no estado do Tocantins.

Dessa forma, a relação abaixo é uma adaptação da pesquisa feita a partir do DCT, a fim de relacionar os termos discutidos aos conteúdos do ensino fundamental anos finais.

Quadro 3 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 7º ano

Matemática - 7º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: álgebra		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.	Expressões algébricas. Linguagem algébrica: variável e incógnita.	- Trabalhar com jogos pedagógicos, por exemplo: dominó álgebra, jogo do alvo, cartões de polinômios, baralho da álgebra e tabuleiro algébrico. - Tabuleiro algébrico: cada jogador lança o dado na sua vez, na sequência fará a substituição do número que saiu no dado na expressão algébrica da “casa” onde se encontra seu peão, andará tantas casas quanto for o valor calculado e o ganhador será o jogador que primeiro chegar no ponto denominado “chegada”. Trata-se de um jogo competitivo no qual o estudante que melhor realizar os cálculos chegará mais rapidamente ao resultado final e em consequência ao final do jogo.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

Acerca da primeira sugestão pedagógica descrita no quadro 3, destacamos que introduzir jogos no processo de ensino é uma maneira eficaz de tornar o aprendizado dinâmico e cativante. Desse modo os jogos educacionais envolvem, de uma maneira geral, os estudantes em um dinamismo diferente de uma abordagem tradicional para a sala de aula. Em uma concepção semelhante Huizinga (1990, p.16) entende que o jogo é uma

[...] atividade livre, conscientemente tomada como não-séria e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras.

A utilização do jogo é uma ferramenta para fugir dessa vida habitual. Ao longo desta pesquisa entendemos que os jogos permitem que os alunos apliquem conceitos matemáticos de maneira prática, incentivando a resolução de problemas, o raciocínio lógico e a colaboração.

O Quadro 3 lista jogos como; dominó da álgebra, jogo do alvo, cartões de polinômios, baralho da álgebra e tabuleiro algébrico. Essa variedade permite explorar diversos tópicos dentro da álgebra, adaptando os jogos para se adequar aos objetivos de aprendizado específicos.

Gardner (1961, p. 11), matemático recreacionista, entende que “pode-se dizer que os jogos matemáticos ou as matemáticas recreativas são matemáticas – não importa de que tipo – carregadas de um forte componente lúdico”. O exemplo do tabuleiro algébrico demonstra uma abordagem de jogo em que os alunos avançam no tabuleiro realizando cálculos algébricos para determinar o número de casas a mover. Isso requer a aplicação prática das regras da álgebra (que pode ser vista de modo anterior a aplicação do jogo) e a capacidade de fazer substituições de valores nas expressões.

A competição entre os jogadores também pode incentivar um maior engajamento, mas deve ser feito de maneira cuidadosa a não excluir um aluno ou outro por conta de possíveis dificuldades em relação às habilidades “necessárias” para a aplicação do jogo. Huizinga (1990) entende que essa competição é natural quando se envolve atividades diretas com algum objetivo bem definido.

Os jogos pedagógicos descritos na sugestão pedagógica não apenas reforçam os conceitos matemáticos, mas também desenvolvem habilidades como cálculo mental, estratégia, pensamento analítico e resolução de problemas. Essas habilidades são valiosas não apenas no contexto matemático, mas de uma forma geral.

Quadro 4 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 3º bimestre do 7º ano

Matemática - 7º ano - 2º bimestre		
Unidade temática: álgebra		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica. Obs: Duas expressões algébricas são equivalentes quando, ao atribuirmos o mesmo valor às suas variáveis, elas resultam no mesmo número.	- Trabalhar com diversos jogos pedagógicos: bingo algébrico, quadros algébricos, polinômios no jogo de pega varetas e corrida algébrica. - Corrida Algébrica: Na execução da corrida algébrica, serão organizados grupos de 2 estudantes e entregue para cada dupla um tabuleiro juntamente com os materiais necessários descritos no material didático. A leitura e interpretação das regras da corrida devem ser feitas de forma coletiva. Serão explorados os cálculos com expressões algébricas, trabalhando o conceito de valor numérico e a relação entre álgebra e aritmética. Após o jogo, será feita uma análise das jogadas, bem como das casas do tabuleiro e das fichas/números inteiros.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

Para a segunda sugestão pedagógica descrita no quadro 4, ainda para a unidade temática de álgebra junto do sétimo ano, novamente destacamos a diversidade de jogos mencionados, como bingo algébrico, quadros algébricos, polinômio no jogo de pega varetas e corrida algébrica, pois demonstram uma abordagem de maneira diversa para incorporar a aprendizagem Matemática por meio de atividades lúdicas. Os jogos descritos abordam diferentes aspectos da unidade temática, oferecendo uma variedade de abordagens para os alunos explorarem os conceitos.

De modo a antever uma possível dificuldade por parte dos alunos, outro ponto a ser observado é a divisão dos grupos. Essa organização de grupos para realizar os jogos promove a colaboração e a interação entre os alunos, integrando o trabalho em grupo e a interação social por parte dos mesmos. A prática de jogos em grupo encoraja os estudantes a interagirem, a se

integrarem no contexto social e a estabelecerem conexões em suas relações interpessoais. Oliveira (2000, p. 164) comenta que

[...] afeto, motricidade, linguagem, percepção, representação, memória e outras funções cognitivas estão profundamente interligados. Ao brincar, a criança é favorecida com o equilíbrio afetivo contribuindo para o processo de apropriação de signos sociais. Cria condições para uma transformação significativa da consciência infantil, por exigir das crianças formas mais complexas de relacionamento com o mundo.

Dessa forma entendemos que a brincadeira é um ativo social e que além de fomentar a interação e os processos afetivos, esta tem condições para transformações diretas à consciência infantil. Acerca da interação citada, o trabalho em duplas permite que eles discutam, compartilhem ideias e colaborem na resolução dos desafios propostos nos jogos. A referência ao "material didático" sugere que a abordagem dos jogos está alinhada com os objetivos de ensino e aprendizagem do currículo.

Acerca da utilização do material didático Moreira (2011, p. 229, grifos do autor) discorre que, “a utilização de materiais diversificados, e cuidadosamente selecionados, ao invés da ‘centralização’ em livros de texto é também um princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica” Isso garante que os jogos não são apenas atividades isoladas, mas sim uma parte integrada do processo de aprendizado, evitando a utilização pela utilização associada a uma das dificuldades do capítulo anterior.

O jogo “corrida algébrica” associa a exploração de cálculos com expressões algébricas, ajudando os alunos a compreenderem como os símbolos e como as operações algébricas funcionam. A conexão entre álgebra e aritmética também é destacada, mostrando aos alunos como os conceitos algébricos se relacionam com os números e operações que eles já conhecem.

Ainda nesta proposta, admite-se que o jogo deve ser entendido e baseado em regras para seu pleno funcionamento e que a partir delas, o jogo de uma forma geral pode ser incluído em sala de aula. Assim Moura (1995) ao abordar as interações sociais presentes nos jogos com regras, afirma que

Nos jogos de regras, os jogadores estão, não apenas, um ao lado do outro, mas ‘juntos’. As relações entre eles é explícita pelas regras do jogo. O conteúdo e a dinâmica do jogo não determinam apenas a relação da criança com o objeto, mas também suas relações em face a outros participantes do jogo. [...] Assim, o jogo de regras possibilita o desenvolvimento das relações sociais da criança. (MOURA, 1995, p. 26, grifos do autor)

Ainda nesse sentido Macedo (1997), comenta que no contexto do jogo, a ação não está estritamente ligada a atos físicos. Em vez disso, a ação está intrinsecamente relacionada à regra do jogo. Essa regra não se destina a controlar, mas sim a organizar e estabelecer limites. Esse tipo de limite estimula o pensamento, promove o raciocínio e capacita o jogador a dar o seu melhor, explorando seus próprios limites e desafiando-se a alcançar todo o seu potencial.

A ideia, de modo subsequente à dinâmica, é de conduzir uma análise das jogadas, casas do tabuleiro e fichas/números após o jogo. Isso permite que os alunos pensem acerca de suas decisões, erros e acertos, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos pensados nos jogos, e que, como já discutido ao longo deste trabalho, deve ser uma parte importante do trabalho docente após aplicação de alguma dinâmica, para verificar a relação de aprendizagem do aluno, ou ajudá-los a compreender algo que ficou “nebuloso” durante esta aplicação.

Quadro 5 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 8º ano

Matemática - 8º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: números		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.	Potenciação e suas propriedades. Radiciação e suas propriedades	- Trabalhar o jogo “Salute” como forma de desenvolver o raciocínio lógico e trabalhar as quatro operações, principalmente a multiplicação. Esse jogo é direcionado para crianças a partir dos seis anos. Utilizam-se quarenta cartas de baralho confeccionados pelos estudantes. O jogo é realizado entre grupos de três estudantes. As cartas são distribuídas entre dois dos três jogadores, que devem sentar-se frente a frente, com seus montes de cartas virados para baixo. O terceiro jogador anuncia qual a operação vai ser trabalhada e diz a palavra “Salute”. Em seguida, os dois jogadores retiram as cartas sem olhar e

		colocam perto do seu rosto, de modo que possam ver apenas a carta do adversário, fazendo com que o outro resolva a operação. O jogo está disponível no endereço eletrônico https://mathema.com.br/jogos-e-atividades/salute/ .
--	--	--

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A sugestão explícita no Quadro 5 descreve uma abordagem educacional que utiliza o jogo "Salute" como uma ferramenta para desenvolver o raciocínio lógico e praticar as quatro operações matemáticas, com ênfase na multiplicação. Essa clareza de objetivos auxilia tanto os educadores quanto os alunos a entenderem os benefícios educacionais do jogo para aplicação.

Conforme Kishimoto (1995), os jogos estimulam o raciocínio lógico, promovem o desenvolvimento da linguagem oral, aperfeiçoam a compreensão espacial, fomentam habilidades de liderança e tomada de decisões, desafiam a criatividade, incentivam a adaptabilidade e proporcionam as bases para a capacidade de comunicação e resolução de situações diversas na sociedade. Isso quer dizer que sua utilização primária é contemplada de maneira satisfatória, voltada ao raciocínio lógico, e entrega além do que inicialmente foi previsto para situações didáticas.

A indicação de que o jogo é direcionado para crianças a partir dos seis anos é importante, pois garante que as atividades sejam adequadas ao nível de entendimento e interesse dos alunos. Isso aumenta as chances dos estudantes se envolverem ativamente com o jogo. A confecção das cartas de baralho pelos próprios estudantes pode ser uma atividade de aprendizado adicional, promovendo o engajamento e a participação ativa no processo educacional. Além disso, essa personalização pode tornar o jogo mais pessoal para os alunos, gerando empolgação nos mesmos. Dessa forma,

Cabe ao professor organizar situações para que as brincadeiras ocorram de maneira diversificada para propiciar às crianças a possibilidade de escolherem temas, papéis, objetos e companheiros com quem brincar ou jogos de regras e construção, e assim elaborarem de forma pessoal e independente suas emoções, sentimentos, conhecimentos e regras sociais. (RCNEI, 1998, p.29).

A estrutura do jogo, com grupos de três estudantes, estimula a colaboração e a interação entre os jogadores descrita nas explicitações do quadro anterior. A competição amigável e a troca de conhecimentos podem contribuir para um ambiente de aprendizado positivo. A

disponibilidade do jogo através de um link específico oferece acessibilidade e a oportunidade de ampliar a experiência educacional para além da sala de aula. Ainda sobre essa disponibilização, vale a comparação direta com a BNCC, que não estimula quase de maneira alguma a utilização de jogos e materiais educativos, e que no DCT além da indicação, essa ainda vem acompanhada de um link para acesso rápido.

Quadro 6 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 8º ano

Matemática - 8º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: números		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
...	...	- Trabalhar com jogos: dominó das potenciações e radiciações. O jogo é uma proposta na qual os estudantes se divertem e colocam em prática o conteúdo estudado, e nesse caso, a relação entre potências de expoente fracionário e a radiciação. Utilizar como referência para os jogos o livro Caderno do Mathema de SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E..

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A proposta de usar o “dominó das potenciações e radiciações”, descrito no Quadro 6, reflete uma abordagem de aprendizado da unidade temática “números”. A abordagem prevê, inicialmente, que os alunos percebam a conexão entre potenciação e radiciação, dois conceitos que estão intrinsecamente ligados.

A sugestão pedagógica menciona o uso do livro "Caderno do Mathema" de SMOLE, DINIZ e MILANI como referência para os jogos propostos, isso sugere que a abordagem é fundamentada em recursos educacionais confiáveis, o que ajuda a garantir a qualidade e a precisão do conteúdo abordado nos jogos. Os pontos negativos desta sugestão é que o caderno do Mathema, sugerido como referência, é pago, o que pode dificultar o acesso pelos professores. Além disso, o jogo não é capaz de proporcionar de maneira direta a associação com conceitos

matemáticos e foca somente na reprodução visual. Desse modo Grandó (2000, p. 5-6), comenta que jogos com essa perspectiva tratam “[...] apenas de compreensão e cumprimento das regras, com elaboração informal e espontânea de estratégias, e sem muita contribuição para o processo ensino-aprendizagem da Matemática”.

Na teoria, o jogo apresentaria conceitos específicos de potenciações e radiciações, mas o mesmo não promove o desenvolvimento de habilidades como resolução de problemas, raciocínio lógico, colaboração e pensamento estratégico.

Quadro 7 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para geometria do 1º bimestre do 8º ano

Matemática - 8º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: geometria		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.	Classificação de um ângulo. Bissetriz/ ângulos adjacentes, complementares, suplementares e oposto pelo vértice. Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	<ul style="list-style-type: none"> - Relembrar a noção de ângulos e as classificações de ângulo reto e ângulo raso e definir ângulos complementares e ângulos suplementares. Utilizar a malha quadriculada para a construção geométrica. - Ambientalizar os estudantes e envolvê-los no tema que está sendo tratado por meio da análise do seu cotidiano. Leve para sala de aula alguns objetos para os estudantes manipularem. Você pode também explorar o ambiente em que se encontram no momento da aula e os objetos do entorno. - Levar uma atividade lúdica para facilitar a aprendizagem desse conteúdo, dessa forma peça os estudantes para construir uma PIPA. Com essa construção os estudantes irão compreender o conceito de mediatriz de um segmento como lugar geométrico. Com régua e compasso faça o

		esboço da armação da pipa.
--	--	----------------------------

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A sugestão pedagógica do Quadro 7, enfatiza uma abordagem educacional chamada ‘ambientalização’, que busca conectar os estudantes à unidade temática em estudo. Acerca da ambientalização Junyent discorre que

A ambientalização curricular é um processo complexo de integração harmoniosa e conhecimentos transversais: entendidos como conceitos, procedimentos e atitudes; gerador de valores e ação de participação política comprometida. Esse processo deve promover questionamentos incessantes e abertos sobre o conhecimento e sua produção, no caminho da formação integral dos estudantes. (JUNYENT *et al*, 2004, p. 20, tradução nossa)

A abordagem de ambientalização permite que o ensino vá além dos métodos tradicionais, oferecendo maior diversidade de experiências de aprendizado. Quando o docente leva objetos manipuláveis para a sala de aula ou explora o ambiente onde a aula está ocorrendo, os alunos têm a oportunidade de envolvimento direto com os elementos relacionados ao tema. Ao associar os conceitos matemáticos a uma atividade concreta, como a construção de uma pipa, a visualização e aplicação prática desses conceitos ficam mais claras quando comparados ao método expositivo.

O esboço e construção da armação da pipa envolve a aplicação real de conceitos geométricos, como mediatriz de um segmento (a mediatriz é a reta que corta um segmento de reta ao meio de forma perpendicular), e desse modo proporciona aos alunos uma experiência prática que reforça a compreensão dos conceitos. As atividades dinâmicas, como a construção de pipas, tornam o aprendizado real, onde os alunos tendem a estar mais motivados e interessados quando participam de atividades práticas. Neste sentido Araújo (2000) salienta que as atividades lúdicas ocupam uma posição destacada e garantida no contexto educacional, pois têm a capacidade de instigar o interesse do aluno, promovendo a criação de um ambiente de aprendizagem propício e estimulante para o desenvolvimento do conhecimento.

A abordagem descrita na sugestão pedagógica demonstra a interconexão entre diferentes áreas do conhecimento, como Matemática e Artes (neste caso para manipulação de objetos e produção da pipa) onde além disso, é fundamental fornecer orientação e suporte adequados durante o processo para garantir que os objetivos educacionais sejam atingidos. Essa interação ativa pode despertar a curiosidade, a motivação e a participação dos alunos.

Quadro 8 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 3º bimestre do 8º ano

Matemática - 8º ano - 3º bimestre		
Unidade temática: probabilidade e estatística		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1(um).	Princípio multiplicativo da contagem. Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	-Utilizar o bingo do princípio multiplicativo da contagem como ferramenta para desenvolver a aprendizagem dos estudantes. -Utilizar o jogo da velha para resolver problemas sobre o princípio multiplicativo da contagem. -Trabalhar a probabilidade com simulação de situações problemas através de jogos.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A sugestão pedagógica presente no Quadro 8 indica o uso do bingo como uma ferramenta para explorar o princípio multiplicativo da contagem é uma abordagem interessante diferente do método comum de ensino. Os alunos podem aprender e praticar como calcular as probabilidades de diferentes combinações enquanto jogam o bingo. Isso oferece um contexto diferente para o princípio multiplicativo e permite que os alunos visualizem como diferentes fatores se combinam para influenciar os resultados.

Os alunos podem experimentar eventos aleatórios em um ambiente controlado, o que pode tornar o conceito de probabilidade mais compreensível, como também na outra sugestão feita a partir na adaptação do jogo da velha para resolver problemas relacionados ao princípio multiplicativo da contagem, considerada uma boa estratégia.

Os estudantes podem aplicar suas habilidades de resolução de problemas, para determinar quais movimentos fazer no jogo da velha com base nas regras do princípio multiplicativo. Isso proporciona uma abordagem prática e interativa para a aplicação do conceito. Desse modo, Grando (2000, p. 57) comenta que “o caráter nocional do jogo está no nível da ação, do ‘fazer’. Jogar, neste nível, significa cumprir regras, propor jogadas, aplicar conhecimentos anteriores, registrar e tomar decisões de ação tática. O sujeito, ao realizar tais ações, explora a noção matemática contida no jogo”. O caráter nocional, alinhado às interações

sociais proporcionadas pelos jogos desta sugestão é tão importante quanto outro conceito que Grando (2000) relaciona como o caráter ‘conceitual’ do jogo, que está no nível do compreender, relacionado à teoria da aplicação. Este caráter é tão importante quanto o primeiro, pois ele refere-se à capacidade do jogo de oferecer oportunidades para que os alunos compreendam conceitos matemáticos de forma prática e aplicada. Isso significa que, além de simplesmente cumprir regras e tomar decisões táticas, os alunos devem desenvolver um entendimento mais profundo dos princípios matemáticos subjacentes.

Quadro 9 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 4º bimestre do 8º ano

Matemática - 8º ano - 4º bimestre		
Unidade temática: grandezas e medidas		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.	Volume de um cilindro.	- Trabalhar o jogo da trilha das medidas. Peça para que a classe se divida em duplas. Os jogos devem ser entregues já prontos e deve ser feita a leitura das regras do jogo e se deve tirar dúvidas sobre a maneira de jogar. Deixe que joguem por um tempo ou até o final da partida. Depois faça a discussão do que acharam mais fácil ou difícil de acertar e como faziam para pensar nas resoluções. Peça que registrem no caderno, com desenho.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A sugestão pedagógica apresentada no Quadro 9, indica uma abordagem educativa envolvendo um jogo chamado Trilha das Medidas para ser aplicada ao objeto de conhecimento “volume de um cilindro”. Vale ser destacado o trabalho em equipe, e a sugestão da leitura de regras, e tira dúvidas fundamentais para esse tipo de abordagem. Um conceito presente nesta sugestão, como visto nas anteriores, é a do ‘jogo de regras’. Grando (2000) comenta que

Neste sentido, o jogo de regras trabalha com a dedução, o que implica numa formulação lógica, baseada em um raciocínio hipotético-dedutivo, capaz de levar as crianças a formulações do tipo: teste de regularidades e variações, controle das condições favoráveis, observação das partidas e registro, análise dos riscos e

possibilidades de cada jogada, pesquisar, problematizar sobre o jogo, produzindo conhecimento. (GRANDO, 2000, p. 16)

Após o encerramento do jogo, a discussão sobre o que os alunos tiveram mais dificuldade e como abordaram a resolução dos desafios é uma etapa descrita para a reflexão. Essa análise pós-jogo incentiva o pensamento crítico sobre suas estratégias e abordagens. Sobre a análise constante, Grandó (2000, p. 57) indica que:

O jogo é relativista, isto é, tem-se que interpretá-lo a todo momento. A cada jogada, um novo desafio, uma nova situação-problema. E interpretar significa julgar tanto em termos do conceito – conceitos necessários para o jogar – quanto em termos de inferência: tomada de decisões, intuição nas jogadas e abdução.

Acerca da abdução, entendemos que a menção sugere a capacidade de raciocinar indutivamente, ou seja, inferir conclusões a partir de observações e informações disponíveis. A Abdução, segundo Peirce (1977), caracteriza-se por ser uma forma de raciocínio onde se adota provisoriamente uma hipótese em virtude de serem passíveis de verificação experimental todas suas possíveis consequências. Isso é crucial em jogos, onde os jogadores muitas vezes precisam deduzir estratégias com base em pistas e informações limitadas. Conforme abordado em Grandó (1995) a abdução

[...] contém em si a possibilidade do risco, a ousadia, propiciando espaços para adivinhações [...] O indivíduo, ao jogar, se arrisca, pois existe a possibilidade da vitória ou da derrota, levanta hipóteses, cria estratégias próprias e testa-as a partir de suas jogadas (experimentação). (GRANDO, 1995, p.75)

Essa abordagem experimental promove a aprendizagem ativa, pois os jogadores adquirem conhecimento prático através da tentativa e erro. A trilha referenciada nesta sugestão, pode ser encontrada a partir de uma rápida pesquisa pelo navegador.

Quadro 10 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 9º ano

Matemática - 9º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: números		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de	Conjunto dos Números Reais: significados, representação, ordenamento.	- Pode trabalhar com jogos matemáticos. Para isso o professor deve introduzir os

<p>comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).</p> <p>(EF09MA01aTO)</p> <p>Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).</p> <p>(EF09MA01bTO)</p> <p>Representar na reta numérica os números Reais e estabelecer critérios de comparação e ordenação.</p> <p>(EF09MA02)</p> <p>Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.</p> <p>(EF09MA02aTO)</p> <p>Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica.</p> <p>(EF09MA02bTO)</p> <p>Representar e estimar a localização dos números irracionais na reta numérica.</p>	<p>Representação dos Números Reais na Reta Numérica: necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta. Conjunto dos Números irracionais: reconhecimento e localização na reta numérica.</p>	<p>conceitos de números reais, fazendo uma breve revisão dos conceitos de números naturais, inteiros e racionais.</p>
--	---	---

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

Para este tópico, voltado ao ensino do objeto de conjunto dos números reais, a indicação no Quadro 10 é direta, o conteúdo dos números reais deve ser abordado anteriormente a

aplicação da dinâmica. Um ponto negativo é que nesta sugestão a abordagem não deixa claro o jogo e como deverá ser abordado.

Outra coisa observada que difere da base nacional é o surgimento da sigla “TO” nas habilidades por parte deste norteador, que faz com que essa habilidade se torne específica deste documento. Para este quadro a sugestão referenciada ficou “nublada” em relação às outras presentes no documento, deixando amplo e não destacando o jogo ou a prática a ser elaborada com os alunos, semelhante ao resultado encontrado na BNCC.

Quadro 11 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 9º ano (2ª parte)

Matemática - 9º ano - 1º bimestre		
Unidades temática: números		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. (EF09MA03aTO) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. (EF09MA03bTO) Efetuar cálculos com números reais utilizando radicais.	Radiciação: propriedades e operações.	-Trabalhar com o jogo “Radicando” e o “Bingo da radiciação” que têm por objetivo completar as expressões e resolvê-las.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A sugestão destacada no Quadro 11, descreve a utilização de dois jogos, "Radicando" e "Bingo da Radiciação", com o objetivo de promover a aprendizagem e a aplicação do conceito de radiciação. A resolução das expressões e problemas propostos nos jogos necessita que os alunos pensem e apliquem seus conhecimentos, ou seja, o jogo deve ser inserido como uma ferramenta de fixação já que pode, além disso, fomentar o raciocínio lógico. Piaget (1975), comenta que

[...] embora seja “moderno” o conteúdo ensinado, a maneira de o apresentar permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de conhecimentos, mesmo que se tente adotar (e bastante

precocemente, do ponto de vista da maneira de raciocinar dos alunos) uma forma axiomática. (PIAGET,1975, p.19)

Dessa forma os jogos seriam uma forma de “fugir” dos meios tradicionais de ensino. O primeiro jogo, que pode ser encontrado através de uma rápida pesquisa no navegador de internet, tem como objetivo realizar operações de multiplicação e divisão de radicais de índices distintos. Essa proposta deve conter um momento para discussão e socialização acerca dos resultados obtidos a partir da aplicação do jogo e uma espécie de raio x de modo posterior à aplicação. Acerca dessa socialização no momento e de modo posterior ao jogo, Grandó (2000, p. 29) comenta que, “nesse processo de socialização no jogo, a criança ouve o colega e discute, identificando diferentes perspectivas e se justificando. Ao se justificar, argumenta e reflete sobre os seus próprios procedimentos em um processo de abstração reflexiva”.

O segundo jogo tem como objetivo central explorar minuciosamente os conceitos e propriedades relacionados à radiciação, potenciação e números inteiros, assim como as diferentes maneiras de retratar um mesmo número inteiro. No jogo citado o aluno é levado a preencher uma cartela com algumas representações numéricas e, para efetuar a participação, será utilizada uma cartela confeccionada por um colega. Em decorrência dessa dinâmica, o aluno é instado não somente a “criar os números” que comporão sua própria cartela, mas também a realizar as operações previstas na cartela criada pelo seu colega.

Quadro 12 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para 1º bimestre do 9º ano (3ª parte)

Matemática - 9º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: números		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.	Operações e resolução de problemas com números reais. Notação Científica - Potência de Base.	- Trabalhar com jogos sobre números reais que têm como objetivo fazer uma revisão dos conteúdos já vistos: números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Feito isso, trabalhe com as operações de problemas. - Usar o jogo da memória com notação científica.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A utilização de jogos como ferramentas de revisão descritos na sugestão do Quadro 12, permite que os alunos consolidem um conhecimento já adquirido. Ao abordar números naturais, inteiros, racionais e irracionais, os jogos em dinâmicas gerais têm capacidade de proporcionar momentos práticos. A inclusão de diferentes tipos de números oferece oportunidade de conectar e compreender as diferentes categorias de números no contexto do jogo. A questão em aberto se dá pelo jogo a ser utilizado, que ficou a cargo da escolha do professor.

Ainda na sugestão, o jogo abordado se trata do “jogo da memória com notação científica”. A utilização do jogo da memória, adaptado para envolver a notação científica, é uma abordagem criativa para auxiliar os alunos a se familiarizarem com esse formato de representação de números. O jogo da memória pode ajudar a associar a notação científica a números específicos, facilitando sua compreensão e aplicação.

Quadro 13 - Materiais didáticos/concretos/manipuláveis e jogos no DCT, para geometria 1º bimestre do 9º ano

Matemática - 9º ano - 1º bimestre		
Unidade temática: geometria		
Habilidades	Objetos de conhecimento	Sugestões pedagógicas
(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	- Propor momentos de debates com os estudantes fazendo uma retomada do conteúdo abordado através de jogos. Essa atividade servirá como termômetro para saber como a turma evoluiu sobre determinado conteúdo.

Fonte: Adaptado de Tocantins (2020)

A sugestão do Quadro 13, destaca a importância de propor momentos de debates com os estudantes, utilizando jogos como ferramentas para retomar e avaliar o conteúdo abordado. Os debates indicados podem estimular os alunos a argumentar e analisar conceitos de forma mais profunda. Grando (2000, p. 56) descreve esses momentos como chave para o processo de ensino, onde o objetivo de ensinar “[...] é levar o aluno a aprender e aprender é mais do que simplesmente fazer ou compreender, é relacionar, coordenar diferentes perspectivas, articular com o objeto do conhecimento, articular com o outro (socialização), socializar conhecimentos”.

Os debates promovidos pelos jogos podem criar oportunidades para essa coordenação de perspectivas e socialização de momentos.

Os resultados relacionados ao “termômetro” devem orientar o professor para futuras ações a partir da percepção da turma com essa utilização. O jogo a ser utilizado deve partir da escolha do professor, pois a sugestão não explicita o que pode ser empregado para esta unidade temática.

4.3 Alguns aspectos dos resultados encontrados nas análises da BNCC e do DCT

A Matemática recreacional, baseada principalmente na utilização de jogos e materiais concretos, é considerada um avanço para os métodos de aprendizagem utilizados nos tempos passados. Dessa forma em uma concepção geral de Gardner (1961, p. 13-14)

[...] a matemática recreacional é matemática pura, não contaminada pela utilidade. Por outro lado, não deixa de ser matemática aplicada, pois vai ao encontro da universal necessidade humana de distração [...]. Afinal de contas, o que é matemática senão a solução de quebra cabeças? E o que é ciência senão um esforço sistemático para obter respostas cada vez melhores para os quebra cabeças impostos pela natureza.

Dessa forma, a partir dos resultados obtidos com a pesquisa nos documentos norteadores, com relação ao DCT, enxergamos uma postura complementar em relação ao que foi visto na BNCC, a partir da coluna criada para sugestões pedagógicas. Nessa coluna, entendemos que o presente documento teve uma visão de forma a indicar como planejar/trabalhar, uma sugestão não contemplada na BNCC, acerca de jogos e materiais concretos.

Destacamos que os jogos foram citados para as unidades de geometria; probabilidade e estatística; grandezas e medidas e contemplaram uma boa parte dos bimestres do ensino fundamental II. Vale ressaltar que as habilidades do DCT são iguais às descritas na BNCC, exceto pelas habilidades finalizadas com “TO” como por exemplo a habilidade “EF09MA01aTO” exclusiva apenas ao documento estadual. Vale ressaltar que essas habilidades específicas estão presentes apenas no 9º ano e são indicadas ao 1º, 2º e 4º bimestre do referido documento.

Verificamos a diversidade de sugestões para os jogos descritos na coluna de sugestões pedagógicas do DCT (diferentemente da BNCC), que vão desde pega varetas e passa por baralho, dominó, bingo e até a utilização de trilhas para o ensino dos diversos conteúdos a serem ensinados. A diversidade com que esses jogos podem ser utilizados abre uma enorme

possibilidade para sua aplicação e abordagens com diferentes conteúdos a partir da funcionalidade. Vale ressaltar que em alguns pontos específicos a BNCC, carrega uma visão semelhante percorrida ao longo desta pesquisa mas distante da realidade apresentada por este norteador. Como visto, a interação social dos jogos auxilia a competência geral 9 que é descrita da seguinte forma:

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza. (BRASIL, 2018, p.10)

Alguns termos também são facilmente associados a trabalhos que propõem a utilização dos jogos para o ensino de Matemática, como por exemplo o uso de regras, a reflexão tanto do professor quanto do aluno, o cuidado e verificação por parte do professor durante esta abordagem além da parte de discussões de modo posterior à dinâmica proposta, visualizados como termos chave nas sugestões pedagógicas do DCT.

Acerca do jogo de regras, durante uma análise geral sobre as relações entre os jogos e a competição no ensino de Matemática, Menezes *et al.* (2021, p. 168) comenta que

Mesmo quando estamos num jogo para competir, são as regras que dão os limites e a ordem do que acontece e é para elas que olhamos primeiro. De quem são as regras do jogo, quem as cria? Que ordem é essa e quem a determina? Normalmente, não se tem autonomia para mudar as regras de um jogo e, talvez, esteja aí um ponto que pode ser chave para diferenciar um jogo tão somente de competição de outros que envolvem cooperação ou colaboração e que possam ser chamados de pedagógicos.

Ainda sobre a formalidade das regras e condutas, os jogos atuam de maneira direta na competência geral 10, na busca do “agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários” (BRASIL, 2018, p. 10).

Esses momentos de competição, proporcionados pela utilização jogos no ensino, também refletem um outro ponto importante correlacionado às

[...] situações que propiciem à criança uma reflexão e análise do seu próprio raciocínio, que esteja “fora” do objeto, nos níveis já representativos, necessitam ser valorizadas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e o jogo demonstra ser um instrumento importante na dinamização desse processo. (GRANDO, 2000, p. 29)

Acerca do raciocínio lógico proposto em alguns jogos indicados nas sugestões pedagógicas, entendemos que esta é uma visão interessante, mas que essa utilização vai além disso. Tomamos emprestado a ideia de Menezes *et al.* (2021, p.172) que comenta que a crença

[...] nos jogos como um útil recurso e método de ensino de matemáticas, vão além de considerar o desenvolvimento do raciocínio lógico através da tomada de decisões e escolhas, mas o de dar vazão à criatividade, à perda do medo de errar e a de confrontar e resolver situações reais que podem motivar estudantes a perceberem o valor das matemáticas como ciência que atua em suas vidas em sociedade.

Entendemos também que os professores, condutores deste método de ensino, devem tomar ciência do material e usá-los de maneira “correta” para assim ter certeza das razões para essa utilização.

O professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais ou jogos são importantes para o ensino-aprendizagem da matemática e, normalmente, não questiona se estes realmente são necessários, e em que momentos devem ser usados. Geralmente costuma-se justificar a importância desses elementos apenas pelo seu caráter “motivador” ou pelo fato de se ter “ouvido falar” que o ensino da matemática tem de partir do concreto ou, ainda, porque através deles as aulas ficam mais alegres e os alunos passam a gostar da matemática. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p.1)

Da mesma forma que o jogo possui diversas vantagens, sua utilização não pode ser feita de qualquer maneira. Assim, novamente, os autores comentam que:

O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p.9)

Logo, de uma forma geral, torna-se objetivo do trabalho com material concreto fazer com que o estudante tenha uma atuação consciente e intencional, visando produzir resultados favoráveis no curso de sua aprendizagem, adquirindo efetivamente o conhecimento matemático desejável.

Entendemos, a partir do mapeamento e análise das sugestões do DCT, que este norteador segue uma linha interessante para o desenvolvimento desta tendência e que deve ser fomentado, para isso, a cada nova atualização.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, nosso enfoque se concentrou em proporcionar uma compreensão inicial sobre jogos e materiais concretos, suas abordagens e caracterização, aspectos que destacam a importância da sua inserção no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, e a verificação nos documentos norteadores da educação com foco no ensino fundamental II, especificamente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Documento Curricular do Tocantins (DCT).

Nosso objetivo principal se deu em compreender de que maneira esses documentos orientam a utilização de jogos e materiais concretos no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos em sala de aula. A questão que motivou a pesquisa realizada foi “como os jogos e materiais concretos estão sendo mencionados e recomendados nos documentos norteadores da educação, BNCC e DCT, para contribuírem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática nos anos finais do ensino fundamental?”.

Dessa forma entendemos que a proposição inicial foi atendida, de modo que constatou que, a utilização desta tendência é contemplada de maneira geral durante os anos finais do ensino fundamental. Vale a ressalva que a indicação para utilização de jogos e materiais concretos nos documentos BNCC e DCT, trouxeram perspectivas diferentes quando comparados.

No campo da educação, a busca por abordagens inovadoras e eficazes para o ensino de Matemática tem sido um tópico constante de interesse e investigação. Com base nisso, considera-se necessário e urgente que os professores promovam uma intervenção pedagógica na qual deve ser fundamentada em uma perspectiva formativa, onde, por meio de interações cuidadosamente planejadas, garanta aos estudantes não apenas o direito de aprender, mas também a oportunidade de cultivar relações sociais. Desse modo, Feldmann (2009) e Libâneo (2001), comentam que os obstáculos relacionados ao ensino da Matemática são notoriamente numerosos e intrincados, uma vez que várias tentativas de reforma já foram implementadas, contudo, com resultados notavelmente limitados. Esse cenário é amplamente atribuído à escassez de capacitação e desenvolvimento profissional dos educadores, mas deve levar em conta a participação e incentivo dos documentos governamentais de modo geral.

Vista como uma abordagem inovadora, a discussão relacionada a utilização de jogos no processo educacional mostrou que suas aplicações advêm de estudos voltados das ciências da educação, dentre elas destaca-se a psicologia, que a partir disso foram constatados que esse uso

é de fato eficaz para o desenvolvimento social e cognitivo e que as habilidades relacionadas ao raciocínio lógico são de fato potencializadas no sucesso desta utilização.

Acerca da aplicação de jogos e materiais concretos para o ensino de Matemática, esta pesquisa evidenciou que, pelo caráter prático e interativo, sua exploração pode favorecer o estabelecimento de relações lógicas além de habilidades relacionadas à criação de estratégias para solução de questões matemáticas. Dessa forma um planejamento anterior deve ser feito para relacionar os jogos e materiais concretos de maneira eficaz ao conteúdo trabalhado e assim evitar o uso pelo uso dos mesmos.

O conhecimento de alguns materiais concretos como material dourado, ábaco, geoplano e a escala cuisenaire, são significativos para entender como esses objetos podem se somar ao processo de ensino, trazendo elementos novos e complementares em relação a abordagem de pincel, quadro e livro texto. De maneira geral esses materiais, como a proposta para utilização de materiais concretos, podem influenciar em aspectos variados e agir como um facilitador para este processo, gerando perspectivas e processos de investigação.

A BNCC, que possui caráter normativo e é um ponto de referência obrigatório para a formulação dos currículos escolares e propostas pedagógicas destinadas à educação básica, apresentou um impacto relativamente limitado, como foi mostrado no capítulo anterior. Para este primeiro documento, que tem por objetivo trazer direcionamentos gerais à educação básica do Brasil, sendo as especificações a encargos dos documentos estaduais, os resultados indicam que este documento aparenta um desinteresse de modo geral em relação a novas posturas de ensino.

Por outro lado, no caso do DCT, que representa o referencial estadual adotado para os sistemas e instituições de ensino que compõem a educação básica do Estado do Tocantins, o documento destaca-se com uma série de indicações de uso, demonstrando a amplitude e a diversidade de aplicações desses recursos no ensino de Matemática. Vale destacar a grande quantidade de unidades temáticas contempladas durante todo o ano letivo pelas sugestões e abordagens direcionadas a partir das indicações do documento. Esses resultados de pesquisa mostram, de uma forma diversificada, que os jogos e materiais concretos podem e devem ser trabalhados em diversas unidades temáticas e em variadas situações para inserir/revisar/abordar determinado conteúdo.

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, a tendência jogos e materiais concretos, que é caracterizada pelo contato do aluno com o objeto, evidenciou que os métodos de ensino da Matemática devem ser discutidos a fim de proporcionar ao aluno uma maior afinidade e relação com a disciplina, onde nesse contexto, a utilização de jogos e materiais concretos ganhou

destaque como uma solução potencial para esse desafio educacional como visto no decorrer deste trabalho. Em cima deste tópico, em principal em relação a BNCC, entendemos que o documento deve promover maiores esforços para esta finalidade já que estas indicações obrigatórias tem grande potencial em relação a influência de professores da rede básica, para tornar lúdico o ensino da Matemática visto que esse “pontapé inicial” tem certa resistência e dificuldade em ser colocado em prática, o que pode ser facilitado se houver incentivo por parte de um documento norteador que rege os processos educativos no Brasil.

Como desdobramentos, identificamos que esta pesquisa relacionada a jogos e materiais concretos, pode gerar trabalhos futuros relacionados à formação de professores dentro da Universidade Federal do Norte do Tocantins, bem como verificação desta utilização com professores já atuantes na educação básica, acerca do desenvolvimento de aulas de Matemática com uso de jogos e materiais e concretos.

REFERÊNCIAS

- ALBERTO, N. B. **Operações em bases não decimais utilizando a escala de Cuisenaire**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) UNIRIO. Rio de Janeiro, p.80. 2021. Disponível em: [Operações em bases não decimais utilizando a escala de Cuisenaire](#). Acesso em: 02 ago. 2023
- ALBUQUERQUE, I. **Metodologia da Matemática**. Rio de Janeiro: Ed. Conquista, 1954f.
- AMARAL, J. J. F. **Como fazer uma pesquisa bibliográfica**. Fortaleza, CE: Universidade Federal do Ceará, 2007. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/58544>. Acesso em: 13 jun. 2023.
- ARAMAN, E. M. O.; BARICCATTI, K. H. G; VERTUAN, R. E. O Laboratório de Ensino de Matemática na Visão de Professores da Educação Básica. **UNOPAR Científica: Ciências Humanas e Educação**, v. 14, n. 1, p. 23-29, 2013.
- ARAÚJO, I. R. O. **A utilização de lúdicos para auxiliar a aprendizagem e desmistificar o ensino da matemática**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
- AZEVEDO, E. D. M. Apresentação do trabalho matemático pelo sistema montessoriano. In: **Revista de Educação e Matemática**, n. 3, 1979 (p. 26-27).
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.
- CARVALHO. D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 2009.
- COMENIUS, J. A. **Didática Magna**. Tradução Ivone Castilho Benedetti. São Paulo, Martins Fontes, 1997, 390p
- DUARTE, N. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2001.
- FARIA, A. R. **O desenvolvimento da criança e do adolescente segundo Piaget**. Ed. Ática, 3º edição, 1995.
- FELDMANN, G. **Formação de professores e escola na contemporaneidade**. São Paulo: Editora Senac. São Paulo, 2009.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **BOLEMA**, n.7, p. 5-10, 1990.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GAERTNER, R.; BARALDI, I. M. Uma Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática: CADES. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007, Belo Horizonte. Anais do IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007.

GARDNER, M. **Divertimentos Matemáticos**. Tradução Bruno Mazza. São Paulo: Ibrasa, 1961. 187p.

GATTO, M. C. **O uso do material dourado como recurso no ensino da adição e da subtração no primeiro ano do ensino fundamental**: uma reflexão a partir dos livros didáticos. 2021. TCC (Graduação) – Licenciatura em Pedagogia, Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, Cruz Alta, 2021. Disponível em: [o uso do material dourado como recurso no ensino da adição e da subtração no primeiro ano do ensino fundamental](#). Acesso em: 01 ago. 2023.

GONÇALVES, F. A. **Materiais Manipulativos para o Ensino de Figuras Planas**. São Paulo: Edições Mathema, 2012.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado – Universidade Estadual de Campinas, 2000.

GRANDO, R. C. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Campinas, SP, 1995. 175p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: o jogo como elemento da cultura. 2. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 1990. 236p.

IFRAH, G. **Os números**: história de uma grande invenção. Trad. Stella Maria de Freitas. Senra. São Paulo: Globo, 1999.

JUNYENT, M.; GELI, A. M. & ARBAT, E. **Características de la ambientalización curricular**: Modelo ACES. Universitat de Girona. Capítulo 1. 2004, p. 15-32. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/267259956> Características de la Ambientalización Curricular Modelo ACES. Acesso em: 30 nov. 2023.

KISHIMOTO, T. M. **O Brinquedo na Educação**: Considerações Históricas. Série Idéias, São Paulo: FDE, n. 7, 1995.

LEONTIEV, A. N. **Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar**. Em Vigotski et al., Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Ícone. 1988.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora**: novas Exigências educacionais e profissão docente. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de matemática e materiais manipuláveis**. O Laboratório de Ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores)

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006a. (Coleção formação de professores)

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MACEDO, L. **Jogos, Diagnóstico e Intervenção Psicopedagógica**. Palestra proferida no Laboratório de Psicopedagogia. São Paulo, USP, 1997.

MACHADO, R. M. Mini-curso - explorando o geoplano. In: **II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática**, 1993. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>. Acesso em: 19 out. 2023.

MARQUEZ, Á. D. **Didática das matemáticas elementares: o ensino das matemáticas pelo método dos números em cor ou método Cuisenaire**. Rio de Janeiro: Letra e Artes LTDA, 1964.

MENEZES, F.; RENTE, A.; CASSIANO, A.; ORNELLAS, C. Uma Análise das Relações Entre os Jogos e a Competição no Ensino de Matemática: Uma Questão de Mediação. **E-Mosaicos**. Rio de Janeiro, v.10, n.23, p.164-182, jun. 2021. ISSN 2316-9303. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/e-mosaicos/article/view/47990>. Acesso em: 05 nov. 2023.

MICOTTI, M. C. O. O Ensino e as propostas pedagógicas. In.: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MIRANDA, E. D. S. **A influência da relação professor-aluno para o processo de ensino-aprendizagem no contexto afetividade**. FAFI: 2008.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: 1986. Disponível em: <http://nead.uesc.br/arquivos/Biologia/mod4bloco4/ep4/ABORDAGENS-DOPROCESSO.pdf>. Acesso em: 03 mai. 2023.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagens**. São Paulo, EPU, 2011.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2006. p. 73-87.

MOURA, A. R. L. **A Medida e a Criança Pré-Escolar**. Campinas, SP, 1995. Tese Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

MUNHOZ, M.O. **Propostas Metodológicas para o Ensino da Matemática**. Curitiba: Ibpex, 2011.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NERICI, I. G. Introdução à Didática Geral. São Paulo: Fundo de Cultura, 1971. PEREIRA, M. S. A importância da boa formação do professor IN: **Revista Eletrônica de Ciências da Educação**, Campo Largo, v. 6, n. 1, jun 2007.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática**: as razões de sua necessidade. Dissertação (Mestrado) –Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

OLIVEIRA, M. R. F; SILVA, A. T. T; BITTENCOURT, C. A. C. Experiências Montessorianas no projeto de extensão ludoteca em movimento da Universidade Estadual de Londrina. Revista **HISTEDBR**. 2015. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/histedbr/article/view/8641184/8691>. Acesso em: 08 jun. 2023.

OLIVEIRA, V. B. **O brincar e a criança do nascimento aos seis anos**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores**. In: LORENZATO, S. (ED) O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. São Paulo: Autores Associados, p. 77-92, 2006.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Perspectiva, 1977.

PETTY, A. L. S. **Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras**: uma perspectiva construtivista. São Paulo, SP, 1995. 133p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP.

PIAGET, J. **Para onde vai a Educação?**. 3. ed. Trad. Ivette Braga. Rio de Janeiro: José Olympio. 1975. 80p.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. Trad. Lindoso DA, Ribeiro da Silva RM. Rio de Janeiro: Forense Universitária;1976.

RCNEI. **Referencial curricular nacional para a educação infantil** / Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1998.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sergio Aparecido (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

ROCHA, C. A.; PESSOA, G.; PEREIRA, J. A.; FILHO, J. M. S. **O uso do geoplano para o ensino de geometria**: Uma Abordagem Através De Malhas Quadriculadas. Disponível em: <https://docentes.ifrn.edu.br/julianaschivani/disciplinas/metodologia-do-ensino-de-matematica-ii/materiais-concretos/geoplano/o-uso-do-geoplano-para-o-ensino-de-geometria-uma-abordagem-atraves-de-malhas-quadriculadas>. Acesso em: 02 ago. 2023.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. 24. ed. São Paulo: Cortez, 1991

SILVA, F. D. **Ábaco como recurso para o ensino do sistema de numeração decimal.** Trabalho de Conclusão de Curso de Pedagogia. Universidade Estadual de Maringá. Maringá/PR, 2014.

SILVEIRA, R. S; BARONE, D. A. C. **Jogos educativos computadorizados utilizando a abordagem de algoritmos genéticos.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de informática. Curso de Pós-Graduação em Ciências da Computação, 1998.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica- incerteza, matemática, responsabilidade.** Trad. Maria A.V Bicudo. São Paulo: Cortez editora, Tópico; na sala de aula. 2007.

TOCANTINS. **Documento Curricular do Território do Tocantins.** Conselho Estadual de Educação. Etapa ensino fundamental. ciências da natureza e matemática. 2020.

VASCONCELLOS, C. S. Metodologia Dialética em Sala de Aula. In: **Revista de Educação AEC.** Brasília: abril de 1992 (n. 83).

VERNAGLIA, T. V. C. **Pesquisa qualitativa.** Rio de Janeiro: Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, 2020. 24 slides, color. Produto educacional elaborado no Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Saúde e Tecnologia no Espaço Hospitalar.

VYGOTSKY, L. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes. 1989.