UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALANA MOREIRA DIAS

INVESTIGAÇÃO DAS HABILIDADES E CONHECIMENTOS MOBILIZADOS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DA SEGUNDA FASE DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS - OBMEP

Arraias, TO
2023

Alana Moreira Dias

Investigação das habilidades e conhecimentos mobilizados na resolução de questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP

Monografia apresentada à Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Universitário Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ivo Pereira da Silva

Arraias, TO

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

D541i Dias, Alana Moreira.

Investigação das habilidades e conhecimentos mobilizados na resolução de questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP. / Alana Moreira Dias. – Arraias, TO, 2023.

62 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática, 2023.

Orientador: Ivo Pereira da Silva

1. OBMEP. 2. Conhecimento cognitivo. 3. Conhecimento matemático. 4. Habilidades matemáticas. I. Título

CDD 510

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Alana Moreira Dias

Investigação das habilidades e conhecimentos mobilizados na resolução de questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP

Monografia apresentada à Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Universitário Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor para obtenção do título de licenciada em Matemática e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação: 29/12/2023

Banca Examinadora

Prof. Dr. Ivo Pereira da Silva, UFT

Prof. Me. Adriano Rodrigues, UFT

Profª. Drª. Gisele Detomazi Almeida, UFT

À minha mãe, meu pai e meu irmão pelo carinho e incentivo recebido todos os dias.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as bênçãos em minha vida.

Agradeço à minha mãe e ao meu pai, por estarem presentes em todos os momentos. O amor e o incentivo incondicional de vocês me motivam a enfrentar os desafios e a conquistar os meus objetivos.

Ao meu irmão, agradeço pelo carinho, preocupação e companheirismo de sempre.

Ao meu cachorro de estimação Tutti, que esteve horas ao meu lado enquanto eu escrevia este trabalho, por encher meus dias de alegria.

Agradeço a toda minha família, pelas manifestações de apoio durante essa jornada.

Aos amigos, tanto os de longa data quanto os novos companheiros que conheci durante o curso, agradeço pelos momentos de felicidade compartilhados.

Ao meu orientador, professor Dr. Ivo Pereira da Silva expresso minha profunda gratidão pela paciência, pelo suporte constante e por suas contribuições significativas não apenas para este trabalho, mas também para minha formação acadêmica e desenvolvimento pessoal.

Ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática - Arraias TO, agradeço pelo valioso aprendizado e suporte oferecidos ao longo de minha trajetória acadêmica, em especial nesta reta final.

A Universidade Federal do Tocantins campus Arraias.

E a todos que de forma, direta ou indireta, contribuíram para a minha formação.

RESUMO

A segunda fase da OBMEP representa um desafio significativo para os estudantes, sobretudo devido à natureza dissertativa de suas questões. Nesse contexto, este Trabalho de Conclusão de Curso foi concebido com o objetivo de identificar e analisar as habilidades e conhecimentos matemáticos presentes nas questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) realizada anualmente pelo governo federal desde o ano de 2005. A pesquisa assume caráter qualitativo descritivo e teve como objeto de estudo as questões da segunda fase da OBMEP realizada no ano de 2023 dos níveis 1 e 2 aplicadas a estudantes do segundo segmento do ensino fundamental. Essas foram analisadas observando em especial as habilidades e conhecimentos matemáticos necessários para o seu desenvolvimento correto, além das possíveis dificuldades encontradas pelo estudante durante a resolução. Ao longo dos capítulos, estão expostas informações sobre a Olimpíada, os embasamentos teóricos adotados, os procedimentos metodológicos empregados, as interpretações realizadas e os resultados obtidos.

Palavras-chave: OBMEP. Conhecimento cognitivo. Conhecimento matemático. Habilidades matemáticas.

ABSTRACT

The second phase of the OBMEP represents a significant challenge for students, especially due to the essay-like nature of its questions. In this context, this Final Course Work was designed with the objective of identifying and analyzing the mathematical skills and knowledge present in the questions of the second phase of the Brazilian Mathematics Olympiad for Public Schools (OBMEP), held annually by the federal government since 2005. The research assumes a qualitative descriptive nature and had as its object of study the questions of the second phase of the OBMEP held in 2023 for levels 1 and 2 applied to students in the second segment of elementary school. These were analyzed, observing in particular the mathematical skills and knowledge necessary for their correct development, in addition to the possible difficulties encountered by the student during the resolution. Throughout the chapters, information about the Olympiad, the theoretical basis adopted, the methodological procedures employed, the interpretations made and the results obtained are presented.

Key-words: OBMEP. Cognitive knowledge. Mathematical knowledge. Mathematical skills.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
MCTI	Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação
MEC	Ministério da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PIC	Programa de Iniciação Científica
PICME	Programa de Iniciação Científica e Mestrado
POTI	Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
UFT	Universidade Federal do Tocantins

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nesta monografia se apresenta as interpretações dos conhecimentos matemáticos e das habilidades necessárias para resolver com sucesso as questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) construídas por uma acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Arraias. A OBMEP, criada em 2005 pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) , se tornou um projeto destinado aos estudantes da educação básica e tem como objetivo principal incentivar o estudo da Matemática e identificar novos talentos na área.

Atualmente, a OBMEP é uma política pública amplamente reconhecida e considerada uma das maiores iniciativas governamentais voltadas ao processo de ensino-aprendizagem em Matemática no Brasil. Desde a sua criação, a OBMEP tem desempenhado um papel crucial na promoção e valorização da matemática nas escolas públicas do país.

Criada em 2005, a OBMEP é um evento competitivo voltado para estudantes dos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano) e do ensino médio (1º ao 3º ano). Na OBMEP, é avaliado o conhecimento matemático dos estudantes em duas fases distintas: a primeira é uma prova objetiva de múltipla escolha, usada para selecionar os estudantes para a segunda fase, que consiste em uma prova dissertativa.

A valorização da OBMEP pelas escolas da educação básica foi considerado como uma das justificativas para o desenvolvimento desta pesquisa outro justificativa foi a vivência da autora desta pesquisa nessa competição, durante sua trajetória escolar, a mesma manifestou afinidade com a Matemática, situação que levou a autora desta pesquisa a conquistar uma medalha de bronze regional na OBMEP, o que garantiu sua participação no Programa de Iniciação Científica (PIC) durante um ano, aumentando seu conhecimento e interesse pela área.

Como acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, a autora participou e organizou oficinas para preparação dos estudantes classificados para a segunda fase da OBMEP, compartilhando informações relevantes e resolvendo questões de edições anteriores. A experiência, aliada ao entusiasmo pessoal pela Matemática, foram determinantes na escolha pela área da educação matemática.

O objetivo geral desta pesquisa monográfica foi interpretar os conhecimentos matemáticos e as habilidades necessárias para resolver com sucesso as questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Este estudo busca: Identificar os objetos de conhecimento mais frequentes nas questões da segunda fase da OBMEP e entender como são abordados nas provas. Detectar as habilidades matemáticas exigidas dos estudantes para enfrentar as questões da segunda fase, apontando as competências necessárias para a resolução eficaz dos problemas apresentados.

A monografia está organizada em seis seções interdependentes que fornecem uma compreensão das exigências da segunda fase da OBMEP, contribuindo para o aprimoramento das estratégias de ensino e para o melhor preparo dos estudantes. Logo, nesta primeira seção, intitulada, introdução, foi apresentado o tema e o problema que direcionou a pesquisa, a justificativa assim como os objetivos propostos.

A segunda seção apresenta uma síntese da teoria utilizada para fundamentar as interpretações das questões da segunda fase da OBMEP, contribuindo para o entendimento do contexto no qual as abordagens metodológicas serão aplicadas.

A terceira seção detalha aspectos históricos, a estrutura, a premiação e os programas desenvolvidos pela OBMEP.

A quarta seção descreve os procedimentos metodológicos adotados ao longo do período de desenvolvimento desta monografia.

A quinta seção dedica-se às interpretações das questões da segunda fase da OBMEP nos níveis 1 e 2 do ano de 2023, apresentando os resultados obtidos e permitindo uma avaliação das descobertas em relação aos objetivos estabelecidos.

A sexta seção entrelaça as conclusões do trabalho, destacando as contribuições da pesquisa e propondo a continuação do estudo realizado, aprimorado durante sua composição.

2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Os conceitos de conhecimentos cognitivos, didáticos e matemáticos são fundamentais para a compreensão do ensino e aprendizado da Matemática. Estes conceitos são amplamente discutidos na educação matemática e são cruciais para a formação de estratégias pedagógicas eficazes. Nesta seção é feita uma síntese dos conhecimentos cognitivos com base na Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

A Teoria dos Campos Conceituais representa uma abordagem cognitivista desenvolvida por Gérard Vergnaud que tem como objetivo:

> observar as filiações e rupturas de conceitos no processo de aprendizagem de um conhecimento para propor princípios básicos ao desenvolvimento e à aprendizagem de competências que envolvem as ciências e as técnicas. (VERGNAUD, 1993, p.1).

Conforme Nascimento (2021), Gérard Vergnaud foi um importante matemático, filósofo e psicólogo francês, notável por suas contribuições à teoria do conhecimento matemático e à educação matemática. Vergnaud foi influenciado por Jean Piaget, um dos precursores do cognitivismo e construtivismo e em sua obra, Vergnaud introduziu uma perspectiva voltada para o ensino, o que lhe permitiu assumir um papel significativo no desenvolvimento da Didática Matemática Francesa na época.

Segundo Moreira (2002, p. 10) a conceitualização para Vergnaud é a essência do desenvolvimento cognitivo. Dessa maneira a Teoria dos Campos Conceituais assume que o conhecimento se fundamenta e varia ao longo do tempo a partir das interações e das experiências do sujeito (JENSKE, 2011, p. 48). Além disso, de acordo com Franchi (1999, p. 164 apud Jenske 2011, p. 48), seriam os processos cognitivos os fatores que contribuem para a organização, o desenvolvimento das competências, aqui entendidas como a forma do indivíduo enfrentar situações, a representação e a formação de conhecimento.

Com base em Moreira (2002, p. 9), a Teoria dos Campos Conceituais apresenta como tópicos essenciais: a concepção de campo conceitual, a visão própria de Vergnaud sobre conceito, as situações, as definições de esquema e o invariante operatório que é subdividido em teorema em ação ou conceito em ação.

O Campo Conceitual, figura 1, é definido por Vergnaud (1990 apud TELES, 2007, p. 24) como um conjunto de situações problemas que envolvem conceitos e processos de diversas naturezas inter-relacionadas que necessitam de definições, métodos e representações simbólicas.

Figura 1 - Mapa Conceitual da TCC de Vergnaud

Fonte: JENSKE (2011)

De acordo com Moreira (2002, p. 10), Vergnaud compreende os campos como módulos que permitem o entendimento das dificuldades encontradas no processo de conceitualização de elementos da realidade que é responsável pela construção do conhecimento.

O conceito na Teoria dos Campos Conceituais, pode ser entendido a partir da inerente tríplice:

> C= (S, I, ζ)
> S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
> I: conjunto de invariantes nos quais se apóia a operacionalidade dos esquemas (o significado);
> ζ: conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante). (VERGNAUD, 1990, p. 145 apud TELES, 2007, p. 24).

O conceito deve ser visto não apenas como uma abstração teórica, mas como um componente dinâmico e contextualizado do conhecimento e para Vergnaud (1993, p. 10) “ é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança”. Isso implica que a compreensão de um conceito matemático não se restringe a uma definição formal ou a um conjunto de regras abstratas.

Vergnaud (1993) destaca que a aprendizagem matemática é um processo ativo e contextualizado, onde os conceitos são internalizados e aplicados por meio do desenvolvimento de práticas educativas que conectam a teoria com a prática. Portanto, para promover um entendimento mais profundo e significativo dos conceitos matemáticos, a abordagem pedagógica deve incorporar o conjunto das situações, o conjunto de invariantes e o conjunto das formas de linguagem para promover um entendimento mais profundo e significativo dos conceitos matemáticos. Ao integrar essas três dimensões, a abordagem pedagógica pode oferecer uma base sólida para a construção e a aplicação do conhecimento matemático, assegurando que os estudantes desenvolvam uma compreensão robusta e contextualizada dos conceitos.

As situações são definidas como sendo "os processos cognitivos e as respostas do sujeito que variam em função das situações com que ele se confronta" (Vergnaud, 1993, p. 12). Isso significa dizer que as situações representam os contextos e desafios específicos que os indivíduos enfrentam, e que influenciam a forma como os conceitos matemáticos são aplicados e compreendidos. Cada situação propõe um conjunto particular de tarefas e problemas que exigem respostas cognitivas diferentes, moldando e ajustando a forma como o sujeito internaliza e utiliza os conceitos matemáticos.

Na Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1993, p. 12), apresenta duas visões principais sobre o sentido das situações de aprendizagem. A primeira visão, chamada de "variedade", destaca a importância da exposição a diversas situações que ocorrem em um determinado campo de conhecimento para o enriquecimento da aprendizagem. A segunda visão, chamada "história", considera o desenvolvimento do conhecimento ao longo do tempo à medida que novas situações e desafios são superados.

A respeito dos conhecimentos que um indivíduo ativa e utiliza em situações específicas para resolver problemas que vão dos conceitos teóricos até as estratégias e os processos cognitivos que a pessoa emprega na prática pode ser entendida como um esquema.

Em sua teoria dos conceitos matemáticos e da aprendizagem, Vergnaud define esquema como a "organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada" (VERGNAUD, 1993, p. 2). Dessa forma utiliza o conceito de esquema para descrever como os indivíduos aplicam e ajustam seus conhecimentos e estratégias ao enfrentar diversas situações. O desenvolvimento de um esquema eficaz permite ao estudante não apenas colocar em prática o conhecimento de forma apropriada em novas situações, mas também ajustar e expandir seu entendimento à medida que enfrenta desafios e problemas diferentes. Portanto, a aprendizagem é bem-sucedida quando o estudante consegue construir e utilizar esquemas que são flexíveis e adaptáveis, facilitando a resolução de uma ampla gama de problemas relacionados ao conteúdo estudado.

Os esquemas não são apenas representações do conhecimento, mas também processos dinâmicos que evoluem com a experiência e a prática. Os conhecimentos contidos nos esquemas são denominados por Vergnaud como teorema em ação e conceito em ação que pertencem ao item geral chamado invariantes operatórios (VERGNAUD, 1993, p. 4). Onde “Teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real e o Conceito em ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante” (MOREIRA, 2002, p. 14).

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud é amplamente reconhecida e utilizada como referencial na educação matemática devido às suas premissas e abordagens profundas sobre a aprendizagem e o ensino da Matemática. Conforme destacado por Moreira (2002), Vergnaud fundamenta sua teoria em conceitos-chave que têm implicações significativas para a prática pedagógica que enfatiza a aplicação de conceitos matemáticos, que têm foco nos esquemas, que garante a contextualização do conhecimento em situações práticas, pois estas influenciam o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Esses aspectos fazem da Teoria dos Campos Conceituais um referencial valioso para a prática pedagógica na educação matemática, promovendo uma abordagem mais integrada e prática para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

De acordo com Jenske (2011, p. 40):

> Vergnaud (2009) sugere para a matemática dois principais campos conceituais: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas, que são de fundamental importância por alicerçarem todos os demais conceitos matemáticos. (JENSKE, 2011, p. 40).

Sendo o campo conceitual das estruturas aditivas:

> [...] o conjunto de situações que requerem para sua resolução uma ou mais adições ou subtrações ou ainda uma combinação dessas operações e, o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar matematicamente tais situações. (JENSKE, 2011, p. 41).

E o campo conceitual das estruturas multiplicativas:

> [...] o conjunto de situações que requerem para sua resolução uma ou mais multiplicações ou divisões ou ainda uma combinação dessas operações e, o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar matematicamente tais situações. (JENSKE, 2011, p. 44).

Vergnaud (2009, apud Jenske, 2011, p. 41) distingue entre dois conceitos importantes em sua teoria: o cálculo numérico e o cálculo referencial, ambos expressos pelos invariantes operatórios. O cálculo numérico, refere-se às operações básicas matemáticas adição, subtração, multiplicação e divisão focando na execução das operações aritméticas com números. O cálculo referencial envolve as operações de pensamento necessárias para compreender e reconhecer as relações e estruturas envolvidas em uma situação.

Quando se trata de aprendizagem matemática, Nascimento (2021, p. 30) destaca que, para Vergnaud, um desempenho positivo ocorre quando o estudante é capaz de reconhecer e entender as relações e estruturas matemáticas subjacentes à situação-problema e aplicar corretamente o cálculo numérico para resolver o problema. Isso demonstra uma compreensão completa e eficaz das operações matemáticas e das relações envolvidas.

De acordo com Jensen (2011, p. 39) Vergnaud entende que é responsabilidade do professor reconhecer quais conhecimentos os estudantes podem expressar claramente e quais eles aplicam de maneira correta, mas não conseguem articular explicitamente. Logo, de acordo com Nascimento (2021, p. 32), é com base na diferença entre o campo referencial e o campo numérico que é possível para o professor avaliar melhor o desenvolvimento do estudante e seu conhecimento diante de uma dada situação matemática.

Dessa forma, segundo Teles (2007, p. 25-26), a Teoria dos Campos Conceituais oferece uma compreensão aprofundada do processo de conceitualização do sujeito. Essa teoria é útil tanto para a investigação de livros e materiais didáticos quanto para a análise do desempenho dos estudantes na aprendizagem de conteúdos matemáticos. A Teoria dos Campos Conceituais possibilita uma abordagem mais detalhada e eficaz para entender como os estudantes desenvolvem e aplicam seus conhecimentos matemáticos.

3 A OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Nesta seção, será apresentada a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), uma das mais importantes competições de matemática do Brasil. A apresentação começará abordando sua criação, objetivos e evolução ao longo dos anos, destacando o crescimento no número de participantes e o impacto significativo nas escolas e estudantes. Em seguida, serão discutidos a estrutura da competição, que é dividida em duas fases distintas, e os critérios de avaliação utilizados para premiar os melhores desempenhos.

3.1 A criação da OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é um projeto de nível nacional destinado aos estudantes das escolas públicas e privadas que é organizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) em associação com a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) sob financiamento do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI). (OBMEP, 2023).

Esta avaliação apresenta como objetivos principais:

> I-Estimular e promover o estudo da Matemática;
> II-Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de estudantes brasileiros possam ter acesso a material didático de qualidade;
> III-Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
> IV-Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
> V-Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
> VI-Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. (OBMEP, 2023).

A OBMEP foi desenvolvida a partir da apresentação da professora Suely Druck, na época em que era presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), como uma das propostas do Projeto Universidade-Escola, que visavam a melhoria do ensino de matemática nas escolas públicas no Brasil. (COCCO, 2014, p. 75). Em relação a origem e criação a OBMEP foi inspirada na experiência bem sucedida do Projeto Linguagem das Letras e dos Números – Numeratizar e Leituralizar realizado no ano de 2003 pelo governo do Estado do Ceará, cujo objetivo consistia em corrigir as lacunas na educação formal para promover a cidadania e a inclusão social, impulsionando o avanço científico tecnológico e aprimorando a educação profissional e superior. (BARBOSA, 2014).

Em sua primeira edição, sob slogan “Somando novos talentos para o Brasil”, a OBMEP contou com pouco mais de 10,5 milhões de estudantes participantes em 31 mil escolas públicas de 93,5% dos municípios do país, em sua primeira fase (OBMEP em números, 2023); fato que, segundo Biondi (2009, p. 2), consolida a olimpíada como umas das maiores competições estudantis do país atualmente.

A partir da primeira aplicação as edições futuras da olimpíada apresentaram um crescimento no número de estudantes e escolas inscritas, como evidencia a tabela 1:

Tabela 1 - Número de estudantes, escolas públicas e municípios participantes da 1º fase da OBMEP entre 2005 e 2016

Ano	Estudantes	Escolas	Municípios
2005	10.520.831	31.031	93,5%
2006	14.181.705	36.655	94,5%
2007	17.341.732	38.450	98,1%
2008	18.326.029	40.397	98,7%
2009	19.198.710	43.854	99,1%
2010	19.665.928	44.717	99,16%
2011	18.720.068	44.691	98,9%
2012	19.166.371	46.728	99,42%
2013	18.762.859	47.144	99,35%
2014	18.192.526	46.711	99,41%
2015	17.972.233	47.580	99,48%
2016	17.839.424	47.474	99,59%

Fonte: OBMEP em números (2023).

A OBMEP foi criada inicialmente para os estudantes matriculados nas escolas públicas do país, no entanto, a partir do ano de 2017, ao ser integrada a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), realizada anualmente desde 1979 pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), contou também com a participação das instituições particulares de ensino. (BORGES, 2022, P. 40). Dessa forma, a 13º edição, realizada no ano citado, atingiu novo recorde com relação ao número de escolas inscritas totalizando 53.231 em 99,57% dos municípios brasileiros. (OBMEP em números, 2023).

Com o passar do tempo, após a junção, os índices de participação das escolas mudou consideravelmente como apresentado na tabela 2 que não contabiliza o ano de 2020 devido às medidas de isolamento em decorrência da pandemia do COVID-19. Os dados expostos evidenciam como a OBMEP ao longo do tempo foi ganhando espaço nos calendários escolares da maioria das instituições. (ARAÚJO, 2015, p. 39).

Tabela 2 - Número de estudantes, escolas públicas e municípios participantes da 1º fase da OBMEP entre 2017 e 2022

Ano	Estudantes	Escolas	Municípios
2017	18.240.497	53.231	99,57%
2018	18.237.996	54.498	99,44%
2019	18.158.775	54.831	99,71%
2021	17.774.936	53.375	99,84%
2022	18.159.636	54.488	99,78%

Fonte: OBMEP em números (2023)[1].

É importante destacar que desde a primeira edição a OBMEP acontece em duas fases distintas, a primeira fase consiste em uma prova objetiva de múltipla escolha que seleciona os estudantes para a segunda fase onde é realizada uma prova dissertativa. Na tabela 3 é apresentado os dados de participação dos estudantes na segunda fase da OBMEP.

Tabela 3 - Número de estudantes, escolas públicas e municípios participantes da 2º fase da OBMEP entre 2005 e 2022

Ano	Estudantes	Escolas	Municípios
2005	457.725	29.074	91,9%
2006	630.864	29.661	92,4%
2007	780.333	35.483	96,9%
2008	789.998	35.913	96,9%

2009	841.139	39.387	98,1%
2010	863.000	39.929	98,3%
2011	818.566	39.935	98,1%
2012	823.871	40.770	98,5%
2013	954.926	42.480	98,83%
2014	907.446	41.302	99,41%[1]
2015	889.018	42.316	97,62%
2016	913.889	43.232	99,05%
2017	941.630	49.617	99,23%
2018	952.782	50.183	98,89%
2019	949.240	50.663	99,03%
2021	566.285	35.075	88,65%
2022	834.742	46.602	97.79%

Fonte: OBMEP em números (2023)[1].

No presente ano, 2023, a décima oitava edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas teve sua primeira fase realizada no dia trinta de maio, atingindo um novo recorde no número de escolas participantes e também em seu índice de municípios, com pouco mais de 55 mil instituições em 99,87% das cidades brasileiras. (OBMEP, 2023). A segunda fase aconteceu no dia 07 de outubro com os resultados dos estudantes premiados divulgados no dia 20 de dezembro.

3.2 Estrutura, premiação e programas da OBMEP

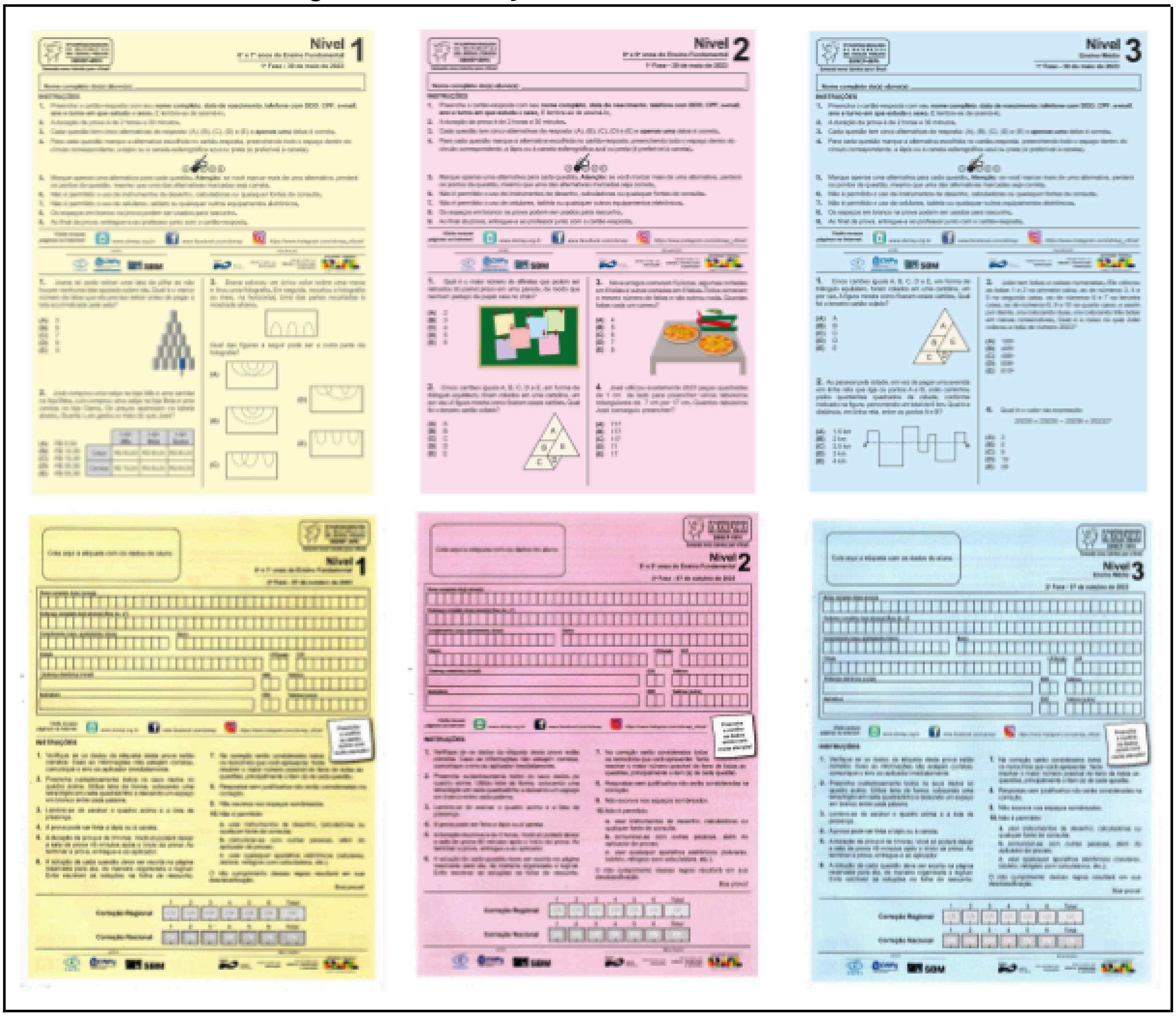
A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas de modo a garantir a realização das provas por parte dos estudantes conta com a organização do diretor geral do IMPA Marcelo Viana[2], do diretor-adjunto do IMPA e coordenador-geral da OBMEP Claudio Landim[3] e demais coordenadores regionais,

[1] Ano 2020: Em razão da Pandemia Covid-19 não foi aplicada a prova da OBMEP.
[2] Marcelo Viana é pesquisador do IMPA desde 1987 e atua na área de sistemas dinâmicos. Nascido no Rio de Janeiro (1962), mudou-se ainda na infância para Portugal, onde concluiu a graduação em matemática pela Universidade do Porto (1984). Voltou ao Brasil para fazer doutorado no IMPA (1990), sob a orientação do pesquisador do instituto Jacob Palis. link: http://lattes.cnpq.br/6233887751567079.
[3] Claudio Landim é pesquisador do IMPA desde 1994 e atua na área de probabilidade e estatística. Realizou graduação em Matemática na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1985), mestrado no IMPA (1986), doutorado na Université Paris Diderot (1990) e pós-doutorado pela Courant Institute New York University (1994). link: http://lattes.cnpq.br/1239178396679623.

em sua maioria professores universitários, que assumem a responsabilidade do contato com as secretarias estaduais e municipais em prol das inscrições, contribuindo para a divulgação de informações sobre a primeira fase e ainda na organização da logística da segunda fase. (COCCO, 2014, p. 79).

Direcionada a estudantes da segunda fase do ensino fundamental e de todos os anos do ensino médio, a avaliação é dividida em Nível 1: 6º e 7º anos (prova amarela); Nivel 2: 8º e 9º anos (prova rosa) e Nível 3: 1º ao 3º ano do ensino médio (prova azul) e suas questões apresentam conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de acordo com as respectivos níveis citados.

Figura 2 - Avaliação da OBMEP 2023 e seus níveis



Fonte: OBMEP (2023).

A prova da OBMEP é realizada em duas fases. A primeira delas é aplicada nas instituições de ensino, de acordo com o calendário nacional, e consiste em vinte questões objetivas de múltipla escolha com cinco alternativas (A, B, C, D e E) e somente uma resposta correta com valor de um ponto cada, totalizando vinte pontos. (OBMEP, 2023). Segundo Leão (2020, p. 7) as questões abrangem graus de dificuldade variados focando de forma mais abrangente a habilidade de resolver problemas relacionados à Matemática, assim as provas, apesar dos diferentes níveis, apresentam assuntos em comum.

A correção é efetuada pelos educadores locais por meio de um gabarito providenciado pela organização geral. São selecionados, a partir dos melhores resultados obtidos na primeira fase, os estudantes que realizam a segunda fase da avaliação de acordo com o total de vagas disponível para cada escola e nível correspondente sendo esse percentual correspondente a aproximadamente 5% do total de estudantes matriculados na unidade. (OBMEP, 2023).

A segunda fase da avaliação é aplicada em locais definidos pela organização, divulgados com antecedência no portal da OBMEP, na data definida pelo calendário nacional que geralmente é aos sábados no período vespertino. Diferentemente da fase anterior, assume caráter dissertativo com seis questões discursivas que abrange os itens (A, B, C e D) com máximo de vinte pontos por questão, totalizando cento e vinte. Os problemas apresentados possibilitam que o corretor compreenda o raciocínio usado pelo estudante e, ainda, que o participante encontre o resultado, visto que, de acordo com Leão (2020, p. 7) o componente anterior mais fácil pode ser aplicado no item posterior, mais difícil.

A correção da segunda fase é de responsabilidade do IMPA sendo realizada em duas etapas: correção regional e correção nacional. Em ambos os casos é realizada a revisão por corretores diferentes que têm como referência a pauta de correção pré-determinada pela organização. Os resultados são divulgados posteriormente no site oficial da OBMEP link: http://www.obmep.org.br/ de acordo com o calendário nacional.

A OBMEP premia os estudantes melhores colocados na competição com medalhas de ouro, prata, bronze e certificados de menção honrosa. Premiam também os professores, as escolas e as secretarias municipais de educação que obtiveram resultados satisfatórios na segunda fase.

As coordenações regionais são responsáveis pela entrega das medalhas regionais assim como a premiação dos demais envolvidos, as menções honrosas são encaminhadas para as instituições. A premiação dos estudantes que conseguiram a medalha de ouro ocorre em um evento nacional. (OBMEP, 2023).

Como um incentivo para a realização das atividades do programa a OBMEP destina aos estudantes medalhistas bolsas através do Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC Jr), e também nos demais: Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), os Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI) e o Programa de Formação de Professores. Além de disponibilizar em sua plataforma um banco de questões e as avaliações e soluções das edições antigas, também oferece no Portal da OBMEP e no Portal Clubes de Matemática tutoria, materiais didáticos e videoaulas sobre diversos assuntos matemáticos.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa tem cunho qualitativo, pois conforme Oliveira et al. (2020, p. 02), esse tipo de pesquisa “[...] busca dar respostas a questões muito particulares e específicas, que necessitam de elucidações mais analíticas e descritivas.” Dessa forma, a abordagem qualitativa foi adotada para atingir o objetivo deste estudo, que foi interpretar os conhecimentos matemáticos e as habilidades necessárias para resolver com sucesso as questões da segunda fase da OBMEP.

Seguindo os critérios da pesquisa qualitativa e para alcançar o objetivo deste estudo, foi necessário compreender os critérios e processos de fundamentação das questões da segunda fase da OBMEP. Para isso, foi realizada uma investigação documental das diretrizes e dos manuais que abordam a organização e fundamentação das avaliações e das provas. Esses documentos foram considerados “fontes estáveis e ricas” (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39) para a análise.

O processo teve início em agosto de 2023, com a realização da Oficina OBMEP, promovida pelo Projeto de Extensão intitulado "Laboratório de Educação Matemática: O LEM de Portas Abertas" da Universidade Federal do Tocantins (UFT) - Campus Arraias. A oficina foi destinada aos estudantes do segundo segmento do ensino fundamental do Colégio Militar do Estado do Tocantins Euclides Bezerra Gerais, localizado no município de Paranã-TO, que foram classificados para a segunda fase das provas da OBMEP.

Após a conclusão da oficina, iniciou-se o levantamento das referências bibliográficas. Esse procedimento metodológico “utiliza fontes bibliográficas ou material elaborado, como livros, publicações periódicas, artigos científicos, impressos diversos ou, ainda, textos extraídos da internet”. (MENEZES et al., 2019, p. 37). Com base nas referências que abordavam a avaliação das provas da OBMEP e suas especificidades, foi determinada a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud como a base teórica desta pesquisa.

Outro passo efetuado consistiu na interpretação das questões presentes nas avaliações de segunda fase dos níveis correspondentes aos anos do ensino fundamental da edição mais recente, 2023. Estas focaram na identificação dos conceitos matemáticos de cada desafio além de abordar as habilidades matemáticas necessárias nas resoluções.

Para avançar com esse passo, foi necessário fundamentar metodologicamente a pesquisa, o que envolveu a busca por trabalhos semelhantes ao que está sendo apresentado para apropriar-se das ideias existentes e desenvolvê-las ao presente estudo. Assim, foi realizada uma busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) por trabalhos acadêmicos que abordassem, como temática principal: 1) a segunda fase da OBMEP e 2) a Teoria dos Campos Conceituais. A partir dessas informações, esta seção apresenta breves trechos dos trabalhos consultados, com foco tanto na Teoria dos Campos Conceituais, que oferecem insights significativos para a compreensão dos conceitos discutidos, quanto na análise das questões da segunda fase da OBMEP.

A interpretação dos trabalhos consultados se inicia com Nascimento (2021) que aborda a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e a visão de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian no que diz respeito ensino-aprendizagem do cálculo de área dos paralelogramos. Nascimento (2021) elaborou um estudo que visa investigar os conhecimentos cognitivos, didáticos e/ou matemáticos associados pelos docentes da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

O processo metodológico adotado por Nascimento (2021), consiste na análise das respostas de 24 professores envolvidos no ensino de matemática na EJA. Esses professores responderam a um formulário que abordava questões sobre seus perfis, bem como a avaliação das atividades propostas e das resoluções apresentadas. Com base nos dados coletados, Nascimento (2021) conclui que são necessários mais estudos voltados para a área, visto que, mais da metade dos professores não tiveram formação direcionada ao assunto.

O segundo trabalho consultado foi de Jenske (2011), que associou a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel junto aos conceitos da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud no desenvolvimento de uma proposta de intervenção para superar as defasagens em conteúdos matemáticos enfrentadas por cinco estudantes do 8º ano do ensino fundamental em uma escola pública no interior de Santa Catarina. A partir das informações coletadas durante o desenvolvimento da intervenção, Jenske (2011) observou uma melhora significativa na aprendizagem dos tópicos matemáticos selecionados pelos estudantes.

O terceiro trabalho visado foi de Teles (2007), que apresenta os procedimentos e resultados obtidos por meio de uma investigação acerca das interações entre os campos conceituais presentes nos problemas que envolvem as fórmulas de área de figuras geométricas planas da Matemática. O estudo analisou coleções de livros didáticos do ensino fundamental e do ensino médio, além de exames de vestibular. Teles (2007) aplicou testes diagnósticos a 259 estudantes da 2ª série do ensino médio de cinco escolas em Recife e na região metropolitana, contendo questões relacionadas ao uso das fórmulas de área. Com base nos resultados, Teles (2007) conclui que a visão dos campos conceituais é pertinente e tem o potencial de melhorar a aprendizagem dos estudantes em conceitos matemáticos.

O quarto trabalho visto foi de Dias (2014), neste, o autor apresentou os resultados, positivos, obtidos a partir da realização de grupos preparatórios para a 2º fase da OBMEP com os estudantes classificados no ano de 2013 em uma escola municipal da cidade de Dois Córregos em São Paulo. O estudo baseado na engenharia didática, partiu de análises prévias, seguindo para a aplicação da experiência, e por fim as análises posteriores. Dias (2014) considera que o trabalho realizado nos grupos preparatórios contribuíram para que os estudantes atingissem melhor resultado na prova da segunda fase da OBMEP e destaca que o trabalho realizado possibilitou ao professor responsável pela turma oportunidade de usar a metodologia da engenharia didática em suas aulas fora do grupo preparatório.

O quinto trabalho analisado foi desenvolvido por Machado (2015) neste é apresentado uma análise crítica acerca das questões da segunda fase da OBMEP do ano de 2014 considerando os conceitos matemáticos e as abordagens presentes em cada uma. Machado (2015) realiza uma estimativa de acertos, compara os resultados dos estudantes nessas questões baseando-se em uma amostra dos dados oficiais, expõem uma entrevista com um dos professores responsáveis pela coordenação nacional da OBMEP e propostas de ensino que associam as questões da segunda fase da olimpíada em sala de aula. Machado (2015), conclui a partir de seu estudo que resolver questões que envolvem raciocínio lógico-matemático como as questões da OBMEP possibilitam um melhor desenvolvimento do ensino de matemática.

O trabalho de Araújo (2015) investigou o impacto da avaliação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) na prática pedagógica dos professores de matemática. O estudo utilizou um questionário eletrônico com quinze questões, que foi aplicado em duas fases: a primeira envolveu professores de escolas de todo o Brasil, obtendo respostas de 261 docentes, e a segunda foi dirigida a professores de 19 escolas do estado do Rio de Janeiro que tiveram melhores índices de desempenho nas edições de 2005 a 2013.

Os resultados mostraram que os professores das escolas com melhores índices na OBMEP apresentaram questões mais detalhadas e reflexivas sobre a prática pedagógica. Araújo (2015) conclui que há uma necessidade de maior divulgação das experiências positivas relacionadas à OBMEP para potencializar os impactos positivos no ensino-aprendizagem da matemática e promover melhorias contínuas na prática pedagógica dos docentes.

O trabalho de Leão (2020) analisou as metodologias empregadas nas aulas de matemática em instituições das cidades de Capitão de Campos e Cocal dos Alves, no Piauí, com foco na preparação para a OBMEP. O estudo revelou que tanto as escolas públicas quanto as privadas adotam práticas pedagógicas semelhantes que têm demonstrado resultados positivos em diferentes edições da olimpíada.

Leão (2020) constatou que essas práticas metodológicas são eficazes na promoção de conhecimento e disciplina entre os estudantes. A análise sugeriu que as estratégias utilizadas nessas escolas contribuem significativamente para o sucesso dos estudantes na OBMEP, indicando que a adoção de métodos que combinam conhecimento técnico com disciplina pode ser benéfica para o desempenho em competições acadêmicas.

O oitavo trabalho revisado é de Borges (2022), que analisou produções acadêmicas sobre a importância da OBMEP no ensino de matemática, abrangendo dissertações de mestrado e teses de doutorado desenvolvidas entre 2008 e 2021. Borges (2022) identificou e catalogou cinco teses e cento e trinta e cinco dissertações relacionadas ao tema, organizando-as em sete categorias pré-definidas, de acordo com as abordagens utilizadas pelos autores.

A partir dessa análise, Borges (2022) conclui que as práticas metodológicas associadas à OBMEP têm um impacto positivo significativo no processo de aprendizagem da matemática dos estudantes. O estudo revelou que as estratégias e métodos inspirados pela OBMEP são amplamente reconhecidos por sua eficácia em melhorar o desempenho dos estudantes e enriquecer o ensino de matemática.

Em conclusão, a análise dos trabalhos revisados oferece uma visão detalhada sobre a influência da OBMEP nas práticas pedagógicas e no ensino de matemática. As metodologias adotadas para preparar os estudantes para a olimpíada não só reforçam seu conhecimento matemático, mas também criam um ambiente de aprendizagem.

A combinação de métodos eficazes e a adoção de práticas pedagógicas baseadas em evidências são essenciais para aprimorar o ensino de matemática e maximizar os resultados da OBMEP. As conclusões destacam a importância de praticar e aplicar conceitos matemáticos de maneira consistente, assegurando um ensino mais robusto, adaptado às necessidades dos estudantes e que contribuam para o sucesso dos estudantes na olimpíada e no desenvolvimento acadêmico geral.

5 INTERPRETAÇÕES DAS INFORMAÇÕES OBTIDAS COM A PESQUISA

Nesta seção, são apresentadas interpretações obtidas a partir das informações contidas nas questões da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) de 2023. Os problemas selecionados correspondem aos níveis 1 (6º e 7º anos do ensino fundamental) e 2 (8º e 9º anos do ensino fundamental). Apesar dessa etapa da OBMEP mobilizar uma variedade de habilidades do estudante, esta pesquisa detectou lacuna no entendimento de como essas questões são formuladas e como elas afetam a aprendizagem dos estudantes.

Compreender a natureza das questões e as expectativas dessa fase da OBMEP permite ao professor desenvolver práticas pedagógicas mais eficazes e alinhadas ao perfil dos estudantes. Esse entendimento das exigências específicas da segunda fase é fundamental para aprimorar as estratégias utilizadas no ensino da Matemática, alcançando resultados satisfatórios. Além disso, proporciona uma base teórica e prática que pode melhorar o desempenho dos estudantes em competições e no aprendizado geral da Matemática.

5.1 Da interpretação: As Questões da 2ª Fase da OBMEP 2023 nível 1 e 2 - Aspectos Gerais

A 2ª fase da OBMEP é marcada pelo seu caráter dissertativo, onde o estudante precisa explicar por meio da escrita as operações e os cálculos que o levaram a alcançar a solução. As questões da prova são compostas por enunciados divididos em itens que variam entre dois a quatro, assinalados pelas letras *a*,*b*,*c* e *d* e em sua maioria organizados de forma crescente no que diz respeito ao seu grau de dificuldade.

As provas da 2ª fase da OBMEP do ano de 2023 apresentaram questões inéditas. Ambos os níveis contém seis questões, sendo que o padrão de itens alterna entre *a*, *b*, *c* e *a*, *b*, *c*, *d*, com três das doze questões seguindo o primeiro padrão. Cabe ressaltar que duas questões presentes em ambas as provas são idênticas, apesar dos diferentes níveis, o que é uma ocorrência comum nas edições da OBMEP.

Os enunciados das questões são breves e adaptados à linguagem dos estudantes de seus respectivos níveis. Incluem nomes próprios comuns, que não estão vinculados a pessoas públicas ou civis específicas, e utilizam animais como sujeitos das ações expressas nas questões. Além disso, empregam termos como: *a figura* e *um tabuleiro* e apresentam os comandos em conjunto com exemplos e imagens para melhor entendimento do proposto.

É importante notar, em relação à organização dos itens em questão, que cada tópico se refere a um problema específico que requer uma resposta detalhada do participante. Em certos casos, essas questões são necessárias para fornecer suporte visual, que deve ser complementado com os resultados dos cálculos.

5.2 Da interpretação: As Questões da 2ª Fase da OBMEP 2023 nível 1 e 2 - Aspectos Individuais

Nesta subseção estão dispostas as questões da segunda fase separadas em Nível 1, Nível 2 e Questões Transversais, que foram apresentadas nas provas de cada nível. Essas serão apresentadas seguidas das respectivas soluções elaboradas e disponibilizadas pela OBMEP e as interpretações individuais realizadas. Estas interpretações se concentram na identificação dos conceitos matemáticos principais, habilidades matemáticas e possíveis desafios que os estudantes podem encontrar ao buscar os resultados corretos a partir dos conceitos de cálculo referencial e numérico da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.

5.2.1 OBMEP 2023 - Nível 1

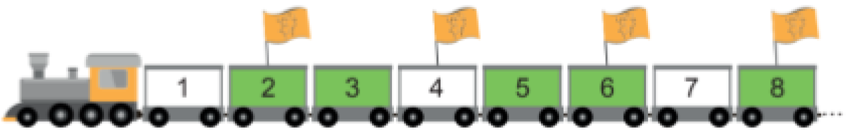
A primeira questão da prova de nível 1 da 2° fase OBMEP 2023 (figura 3) aborda os seguintes conteúdos matemáticos: Sequência Numérica, Múltiplos e Divisores de um número natural.

Em geral este desafio (figura 3) requer dos participantes atenção e interpretação das informações do enunciado, pois elas condicionam a sequência usada como referência em todos os tópicos cobrados, como é visto na solução apresentada, além do conhecimento de situações comuns de aplicação dos conteúdos anteriormente mencionados.

Figura 3 - OBMEP 2023: Questão 1 - Nível 1

QUESTÃO 1

A figura mostra os primeiros vagões do trenzinho da OBMEP. O primeiro vagão é branco, seguido de dois verdes, depois outro branco, seguido de dois verdes, e assim por diante. Além disso, em cada vagão de número par há uma bandeirinha.



a) Qual é o número do primeiro vagão branco com bandeirinha após o vagão de número 8?
b) Qual é a cor do vagão de número 2023?
c) Quantas bandeirinhas há em vagões brancos até o vagão de número 2023?

Imagem adaptada.

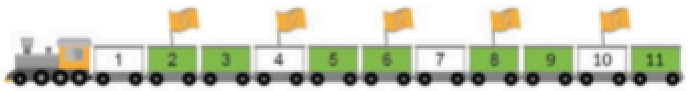
Fonte: OBMEP (2023).

Na Figura 4 , é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 3.

Figura 4 - Solução Questão 1 - Nível 1

SOLUÇÃO

a) O número do vagão branco com bandeirinha após o vagão de número 8 é 10, basta continuar com o padrão apresentado.



b) Os vagões brancos são aqueles cujos números são múltiplos 3 mais 1. Dividindo 2023 por 3 obtemos $2023 = 3 \times 674 + 1$. Logo, o vagão de número 2023 é branco.

c) A cada seis vagões consecutivos há exatamente um vagão branco com bandeirinha. Como $2023 = 6 \times 337 + 1$, há 337 bandeirinhas em vagões brancos até o vagão de número 2023.

Outras soluções:

• Uma outra maneira de ver isso é observar que os vagões brancos com bandeira são os de números $4 + (n - 1) \times 6$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ Quando $n = 337$, chegamos ao vagão 2020; o próximo vagão branco com bandeira será, portanto, o vagão de número 2026.

• Como 1 a cada 3 vagões consecutivos é branco, há 674 vagões brancos anteriores ao 2023 ($2023 = 1 + 3 \times 674$). Observar que dois vagões brancos consecutivos alternam a paridade; assim, metade destes 674 vagões são de números pares (com bandeirinhas). Logo há $674/2 = 337$ vagões brancos com bandeirinha.

• Como há 1011 vagões pares anteriores a 2023 ($2023 = 1 + 2 \times 1011$), há 1011 vagões com bandeirinhas. Dentre estes vagões com bandeirinhas, 1 a cada 3 vagões consecutivos, a partir do número 4, são brancos. Assim, há $1011/3 = 337$ vagões brancos com bandeirinhas.

Imagem adaptada.

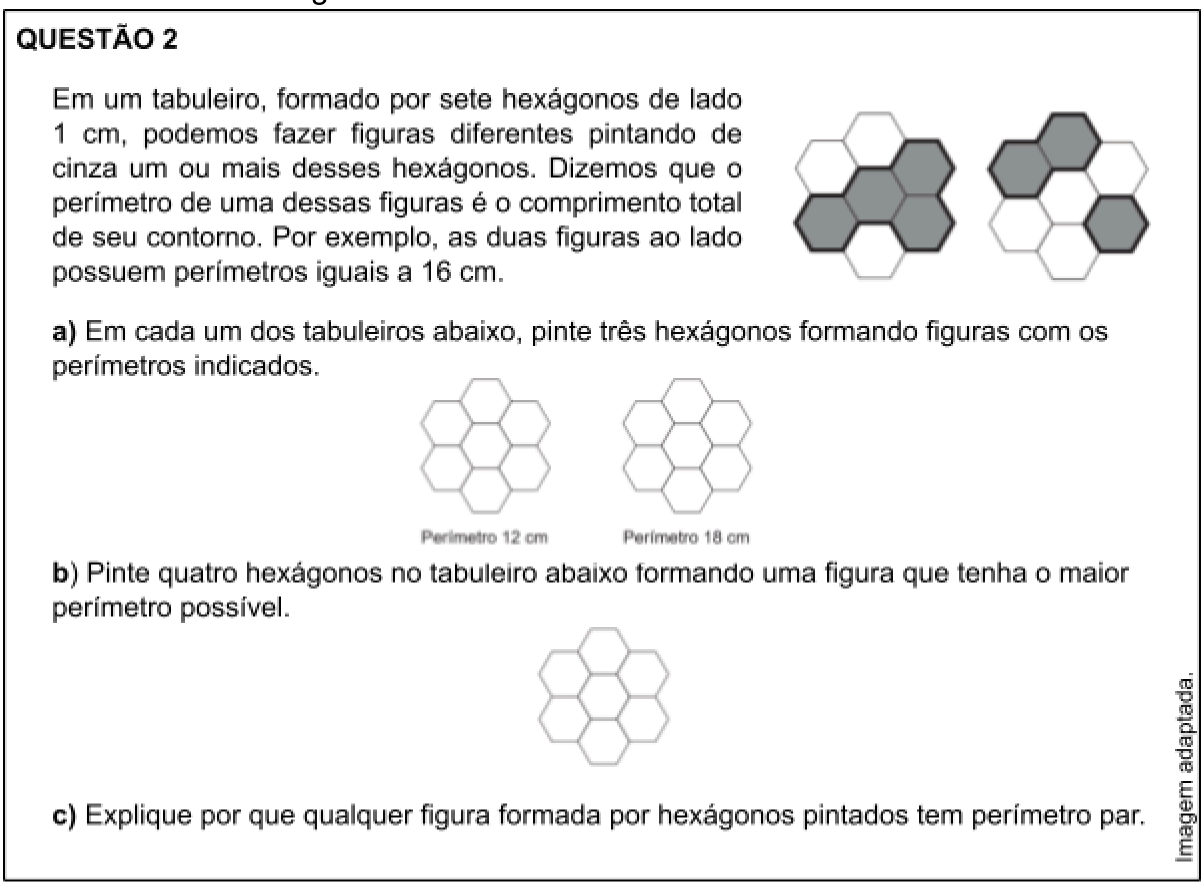
Fonte: OBMEP (2023).

Assim, para a conclusão da questão há a necessidade de habilidades matemáticas relacionadas à interpretação de dados e sua representação; identificação de padrões; domínio da definição de números múltiplos e divisores; e propriedades da divisão euclidiana ou critérios de divisibilidade.

No que se refere às dificuldades no cálculo referencial, estas estão dispostas na identificação dos comandos propostos e os possíveis caminhos para a solução; no momento de interpretar os dados isolados ou em conjunto; no entendimento de conceitos como número par, múltiplos, divisores e ainda nas operações matemáticas básicas. A respeito das dificuldades no cálculo numérico, essas ocorrem durante o processo que visa a continuação das sequências numéricas e no desenvolvimento das operações de multiplicação e divisão necessários para a solução.

A segunda questão da prova do nível 1 (figura 5) contempla os seguintes conhecimentos matemáticos: Perímetro, Polígonos, Paridade de um número natural, Múltiplos e Divisores de um número natural.

Figura 5 - OBMEP 2023: Questão 2 - Nível 1



QUESTÃO 2

Em um tabuleiro, formado por sete hexágonos de lado 1 cm, podemos fazer figuras diferentes pintando de cinza um ou mais desses hexágonos. Dizemos que o perímetro de uma dessas figuras é o comprimento total de seu contorno. Por exemplo, as duas figuras ao lado possuem perímetros iguais a 16 cm.

a) Em cada um dos tabuleiros abaixo, pinte três hexágonos formando figuras com os perímetros indicados.

Perímetro 12 cm   Perímetro 18 cm

b) Pinte quatro hexágonos no tabuleiro abaixo formando uma figura que tenha o maior perímetro possível.

c) Explique por que qualquer figura formada por hexágonos pintados tem perímetro par.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

A questão apresentada na figura 5 demanda do estudante atenção no comando escrito e na imagem para perceber a condição crucial a ser considerada nas resoluções seguintes: os lados em comum dos hexágonos não são contabilizados ao calcular o contorno. Dessa maneira, para a resolução de todos os itens faz-se necessário sobretudo a interpretação correta dos dados iniciais em relação ao que está sendo proposto em cada.

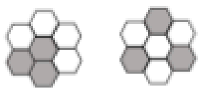
O item *a* instiga o estudante a aplicar a ação do enunciado sob situações direcionadas. No item *b* há o objetivo semelhante mas em outras situações que exigem do estudante um raciocínio que o leva a considerar as opções mais atrativas para conclusão, podendo inclusive ter como base a resolução anterior. E, por fim, o item *c* é uma afirmação que menciona Paridade e assim é preciso ter ciência do conceito.

Na Figura 6, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 5.

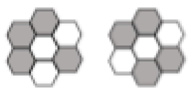
Figura 6 - Solução: Questão 2 - Nível 1

SOLUÇÃO

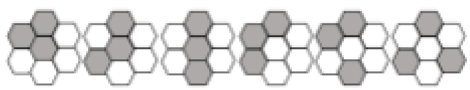
a) Há várias maneiras de pintar. Veja exemplos:



b) O maior perímetro possível com 4 hexágonos pintados é 20 cm. Veja dois exemplos:



Por que isso ocorre? Há apenas 6 padrões que podem ser obtidos quando pintamos 3 hexágonos (não levando em conta rotações e reflexões); são eles:



Se pintarmos de cinza um quarto hexágono, somente as duas últimas figuras poderiam produzir uma nova figura com perímetro superior a 20 cm; entretanto, como pode ser verificado diretamente, isso não ocorre já que o quarto hexágono deveria partilhar pelo menos um de seus lados com um hexágono já pintado.

c) Toda vez que pintarmos de cinza dois hexágonos com um lado em comum, a figura formada perde duas unidades de perímetro correspondentes aos lados que se tocam; logo, ou dois hexágonos pintados não se tocam (e o perímetro total é um múltiplo de 6) ou, quando se tocam, a figura formada diminui seu perímetro em um múltiplo de 2. Assim, não existem figuras pintadas com perímetro ímpar.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

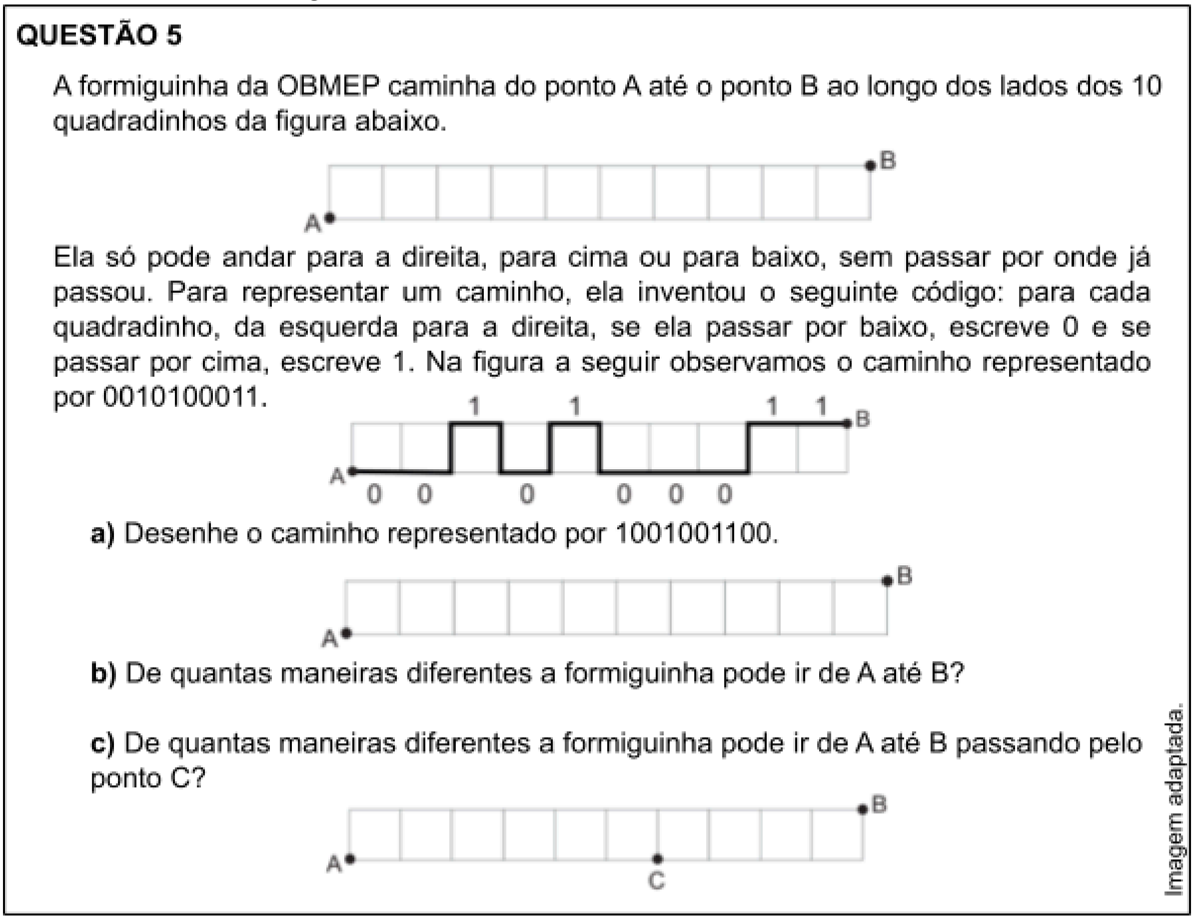
De modo a atingir um bom resultado o estudante deve ter domínio de habilidades como: interpretação de informações; noções de perímetro; operações básicas com números naturais; e propriedades de paridade e/ou critérios de divisibilidade.

A respeito das dificuldades na dimensão do cálculo referencial para essa questão tem-se a interpretação dos objetivos dos tópicos e relacionar a condição inicial proposta em cada operação. Quanto às dificuldades no cálculo numérico verifica-se ao efetuar as operações com números naturais durante a contagem dos lados, ao determinar o perímetro da figura e na representação da quantidade de hexágonos.

Em ordem de sequência a terceira (figura 19) e quarta (figura 21) questões da prova do nível 1 seriam apresentadas, no entanto essas correspondem às denominadas transversais, uma vez que são lançadas nas provas de ambos os níveis, e portanto serão expostas e analisadas posteriormente no subtópico dedicado a essas.

A quinta questão da prova do nível 1 aborda o seguinte conhecimento matemático: Princípio Fundamental da Contagem.

Figura 7 - OBMEP 2023: Questão 5 - Nível 1



QUESTÃO 5

A formiguinha da OBMEP caminha do ponto A até o ponto B ao longo dos lados dos 10 quadradinhos da figura abaixo.

Ela só pode andar para a direita, para cima ou para baixo, sem passar por onde já passou. Para representar um caminho, ela inventou o seguinte código: para cada quadradinho, da esquerda para a direita, se ela passar por baixo, escreve 0 e se passar por cima, escreve 1. Na figura a seguir observamos o caminho representado por 0010100011.

a) Desenhe o caminho representado por 1001001100.

b) De quantas maneiras diferentes a formiguinha pode ir de A até B?

c) De quantas maneiras diferentes a formiguinha pode ir de A até B passando pelo ponto C?

Fonte: OBMEP (2023).

A situação problema exposta (figura 7) requer em geral que o estudante entenda primeiramente as condições aplicadas ao caminhar da personagem em relação aos pontos A e B e o código representado pelos algarismos 0 e 1. Também é interessante a percepção de que para cada quadrinho ela terá sempre duas possibilidades de escolha e tal fato contribui para a resolução dos tópicos.

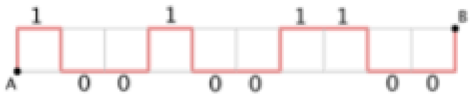
Observando os itens, nota-se que no *a* o objetivo é somente verificar se as conjunturas do enunciado que dizem respeito ao caminhar da personagem foram compreendidas. Em sequência, o *b* é uma afirmação comum de problemas que envolvem o princípio da contagem por causa da expressão *de quantas maneiras diferentes*. Por último o item *c* diferencia do anterior devido à nova condição apresentada, no entanto, o cálculo é semelhante permitindo o participante usar desse fato para se basear.

Na Figura 8, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 7.

Figura 8 - Solução: Questão 5 - Nível 1

SOLUÇÃO

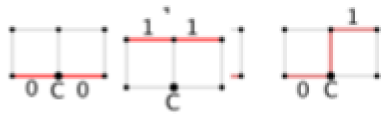
a)



b) Um caminho de A até B é determinado pelas escolhas da formiguinha de como ela vai passar por cada quadradinho. Ela pode escolher se vai passar por baixo (0) ou por cima (1). Dessa maneira, ela tem 10 escolhas a fazer e, para cada escolha, ela tem 2 possibilidades. Como qualquer escolha independe das anteriores, segue que o número de caminhos de A até B é:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10} = 1024.$$

c) A formiguinha pode passar por C de 3 maneiras diferentes, como mostrado na figura abaixo.



Dessa maneira, para escolher um caminho passando por C, ela pode primeiro escolher uma das 3 possibilidades acima e depois escolher como vai passar pelos outros 8 quadradinhos. Dessa maneira, ela pode ir de A para B passando por C de:

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^8 = 768 \text{ maneiras diferentes.}$$

Outra maneira de resolver esse item é notar que para não passar por C a formiguinha tem que percorrer o seguinte trajeto em seu caminho de A até B e isso pode ser feito de 28 maneiras diferentes. Desse modo, ela pode passar por C de:

$$2^{10} - 2^8 = (2^2 - 1) \times 2^8 = 3 \times 2^8 = 768 \text{ maneiras diferentes,}$$

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

Mediante tais afirmações a questão evidencia a necessidade de habilidades matemáticas como interpretação e representação de dados; identificação de padrões; o conceito de Princípio Fundamental da Contagem e o domínio das operações básicas com números naturais.

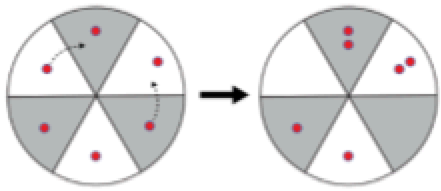
Sobre as dificuldades no âmbito do cálculo referencial essas originam basicamente da interpretação dos objetivos de cada enunciado e também do entendimento do significado da expressão que inicia os itens *b* e *c* mencionada anteriormente. Quanto aos aspectos referentes ao cálculo numérico percebe-se como possíveis dificuldades ao considerar o número de escolhas permitidas por quadrinho para a personagem no trajeto e a realização da operação de multiplicação padrão das resoluções que envolvem o Princípio Fundamental da Contagem.

A sexta e última questão da prova do nível 1 apresenta os seguintes conhecimentos matemáticos: Paridade de um número natural e Raciocínio Lógico.

Figura 9 - OBMEP 2023: Questão 6 - Nível 1

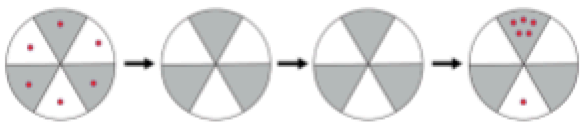
QUESTÃO 6

Um tabuleiro circular é dividido em seis setores iguais pintados alternadamente de cinza e branco. Inicialmente há uma bolinha em cada setor. As bolinhas são movimentadas em etapas obedecendo às seguintes regras:



- escolhemos duas bolinhas quaisquer;
- em seguida deslocamos uma dessas bolinhas para o setor vizinho no sentido horário e, simultaneamente, deslocamos a outra bolinha para o setor vizinho no sentido anti-horário.

a) Indique na figura abaixo como chegar ao tabuleiro final em três etapas.



b) Explique por que, partindo do tabuleiro inicial e após qualquer número de etapas, a quantidade total de bolinhas em todos os setores brancos é sempre ímpar.

c) Explique por que é impossível, partindo do tabuleiro inicial, colocar todas as bolinhas em um mesmo setor.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

O desafio da figura 9 busca do estudante raciocínio relacionado aos conceitos de quantidades ímpares e pares frente às condições dadas por meio das regras do jogo e das propriedades particulares do tabuleiro, podendo citar: as cores alternadas, a quantidade total de casas e de bolinhas, o padrão dos movimentos e os requisitos das jogadas.

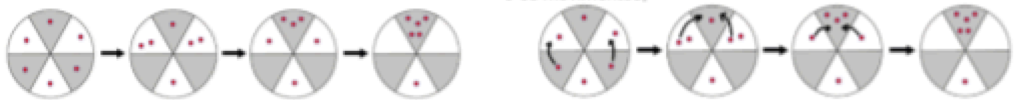
De início, o item *a* convida o estudante a demonstrar, através das imagens, sua compreensão das normas do jogo, uma vez que, para a solução ele precisa fazer uso dessas. O tópico seguinte é uma afirmação que traz a noção de paridade que conduz inicialmente a um raciocínio de investigação do padrão de casos possíveis de jogadas e por meio disso sua verificação. O último, item *c*, precisa ser analisado pelo estudante e justificado considerando a resposta do item b.

Na Figura 10, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 9.

Figura 10 - Solução: Questão 6 - Nível 1

SOLUÇÃO

a)



b) As bolinhas que serão movimentadas podem estar:

1. Ambas bolinhas em setores cinzas – após um movimento, cada uma delas irá para um setor branco, ou seja, o número total de bolinhas em setores brancos irá aumentar em duas unidades;

2. Ambas bolinhas em setores brancos – após um movimento, cada uma delas irá para um setor cinza, ou seja, o número total de bolinhas em setores brancos irá diminuir em duas unidades;

3. Uma bolinha em um setor cinza e uma bolinha em setor branco – após um movimento, a bolinha do setor cinza irá para um setor branco e a bolinha do setor branco irá para um setor cinza, ou seja, o número total de bolinhas em setores brancos fica inalterado.

Pelo que vimos, após cada movimento, o número de bolinhas em setores brancos aumenta em duas unidades, diminui em duas unidades ou fica inalterado, ou seja, se é ímpar inicialmente, permanecerá sempre ímpar. Note que o mesmo argumento vale para a quantidade de bolinhas em setores cinzas, ou seja, a partir da configuração inicial, essa quantidade também será sempre ímpar.

c) Se colocarmos todas as bolinhas em um mesmo setor cinza (ou branco), teremos um número par de bolinhas (seis) em um setor cinza (ou branco). Mas a quantidade total de bolinhas nos setores brancos (ou da cor cinza), iniciando-se como no enunciado, é sempre ímpar; logo, é impossível colocá-las todas em um mesmo setor.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

Acerca das habilidades matemáticas contempladas na questão apresentada na Figura 9 percebe-se a dependência das noções fundamentais de interpretação, comuns na resolução de problemas; o raciocínio lógico diante do contexto geral do tópico; e o princípio básico do conceito de quantidade ímpares.

Tratando sobre as dificuldades no cálculo referencial, o desafio traz principalmente no que diz respeito ao entendimento dos objetivos em associação com as condições impostas inicialmente. Quanto ao cálculo numérico podem ocorrer dificuldades em representar os movimentos e observar seus padrões.

5.2.2 OBMEP 2023 - Nível 2

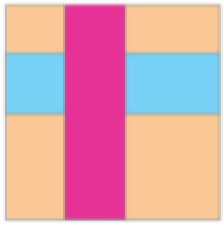
A primeira questão (figura 19) e segunda questão (figura 21) da prova da segunda fase do nível 2 correspondem às denominadas transversais e por isso estão reunidas e serão apresentadas no subtópico seguinte juntamente com suas respectivas soluções e interpretações realizadas.

A terceira questão da prova do nível 2 (figura 11) expõe os seguintes conteúdos matemáticos: Área de Figuras Planas: quadrado, retângulo e triângulo; Congruência de triângulos e Propriedades dos quadriláteros.

Figura 11 - OBMEP 2023: Questão 3 - Nível 2

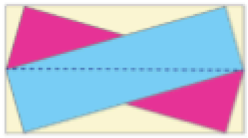
QUESTÃO 3

Marco ganhou dois tapetes retangulares medindo 2 metros de largura por 7 metros de comprimento cada um. Inicialmente, Marco colocou os dois tapetes de modo a encaixá-los exatamente sobre o piso de uma sala quadrada, conforme mostrado na figura.



a) Qual é a área do piso da sala não coberta pelos tapetes?

Depois, Marco resolveu tirar os tapetes dessa sala e colocá-los em um quarto retangular, conforme indicado na figura. A linha tracejada é uma diagonal comum a ambos os tapetes. Todos os vértices dos tapetes estão sobre o contorno do piso.



b) Qual é a área do piso da sala não coberta pelos tapetes?

c) Explique por que a área do piso do quarto não coberta pelos tapetes é igual à área da sobreposição dos tapetes.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

A situação problema apresentada na figura 11 busca do estudante o conhecimento sobre área de figuras planas associado ao entendimento de algumas propriedades dos triângulos. Faz-se presente os dados numéricos necessários para os cálculos dos tópicos e também uma imagem representativa da situação mencionada no enunciado.

A questão apresentada na Figura 11 traz o cálculo de área em seus três tópicos sob circunstâncias diferentes, o primeiro solicita o valor da correspondente ao piso não coberto pelo tapete, o segundo a área referente ao piso do quarto após a mudança de posição e o último desses procura a demonstração da relação que existe entre duas áreas.

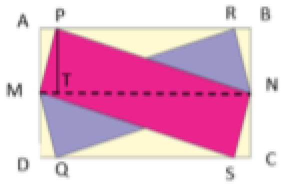
Dessa maneira, as habilidades matemáticas necessárias para a questão são: as fórmulas de área dos quadrados, retângulos e triângulos; o entendimento sobre simetria e congruência entre triângulos; operações básicas com números naturais e a representação em linguagem matemática.

Na Figura 12, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 11.

Figura 12 - Solução: Questão 3 - Nível 2

SOLUÇÃO

a) O comprimento e largura do piso da sala são iguais ao comprimento dos tapetes, ou seja, 7 m. Logo, o piso da sala é um quadrado cuja área é igual a 7 x 7 = 49 m². A área coberta pelos tapetes é igual à soma das áreas dos tapetes menos a área do quadrado 2 x 2 que é a sobreposição dos mesmos. Logo, a área não coberta pelos tapetes é igual a 49 – (2 x 14) + 4 = 25 m².



b) Na figura, o retângulo ABCD representa o piso do quarto e o segmento MN é a diagonal comum aos dois retângulos que representam os tapetes. Como os dois tapetes têm as mesmas medidas, os quatro triângulos PMN, MSN, MQN e MNR são congruentes, portanto, eles têm as mesmas alturas; assim, os pontos P e R equidistam de MN e estão, desta maneira, sobre uma reta paralela a MN. Analogamente Q e S estão sobre outra reta paralela a MN pois equidistam dela. Além disso, como as alturas dos mencionados quatro triângulos são iguais, M é ponto médio de AD e N é ponto médio de BC. Se P é o vértice do tapete indicado na figura e o segmento PT é a altura do triângulo PNM relativa ao lado MN, então a área desse triângulo é metade do produto MN × PT, que, por sua vez, é igual à área do retângulo ABNM. Vemos também que o triângulo PNM é metade do tapete. Como a área do tapete é , concluímos que a área do retângulo ABNM é igual a 14 m². Da mesma maneira, por simetria, concluímos que a área do retângulo MNCD é igual a 14 m². Portanto, a área do piso do quarto é igual a 14 + 14 = 28 m².Note que essa área é igual à soma das áreas dos dois tapetes.

c) A área da parte do piso que não está coberta pelos tapetes é igual à área total do piso menos a área coberta pelos tapetes. Esta, como já vimos, é igual a duas vezes a área de cada tapete, menos a área de sobreposição dos dois tapetes. Temos, assim, Área (piso não coberta) = Área (piso) – [2 x Área (tapete) – Área (sobreposição)]. Vimos acima que Área (piso) = 2 x Área (tapete); logo, Área (piso não coberta) = Área (sobreposição).

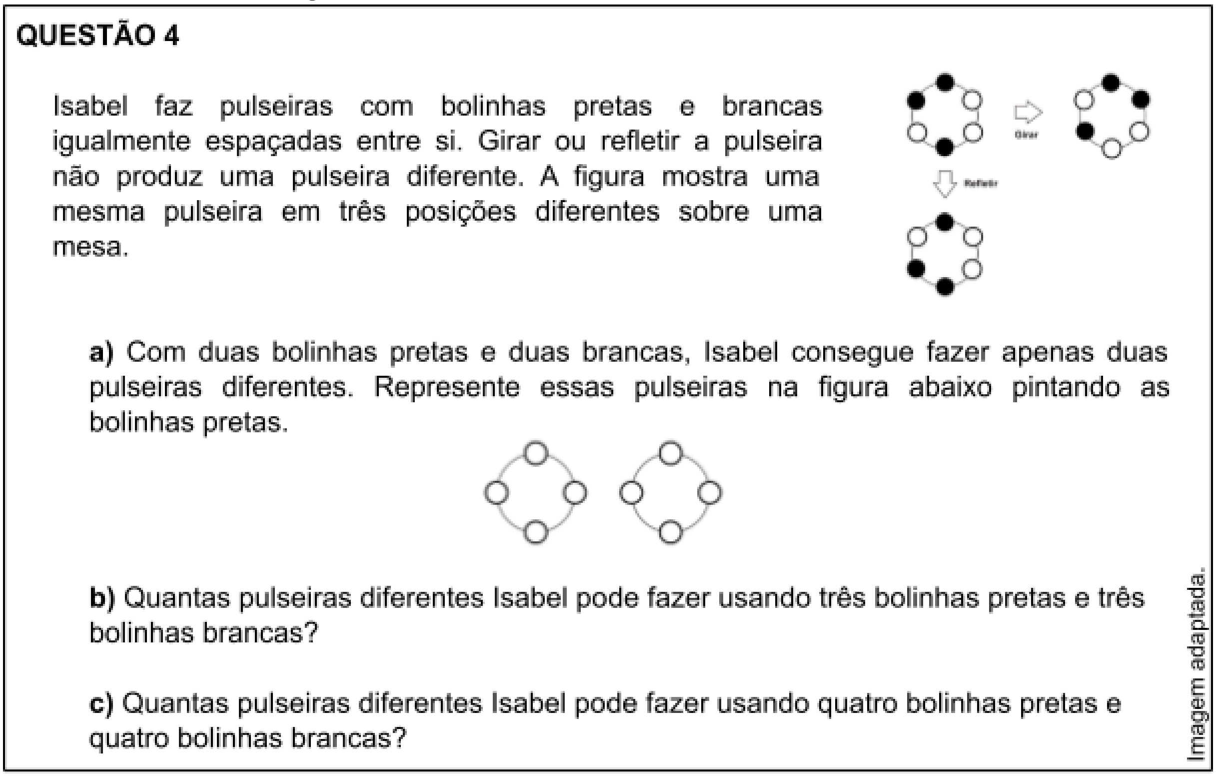
Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

No que concerne às dificuldades no cálculo referencial tem-se as relacionadas às formas de utilização dos dados que melhor auxiliam nas soluções das partes da questão. Quanto ao cálculo numérico há aquelas que se referem a execução das operações básicas com os números naturais de acordo com o solicitado.

A quarta questão da prova do nível 2 (figura 13) apresenta como conhecimento matemático: Raciocínio Lógico.

Figura 13 - OBMEP 2023: Questão 4 - Nível 2



QUESTÃO 4

Isabel faz pulseiras com bolinhas pretas e brancas igualmente espaçadas entre si. Girar ou refletir a pulseira não produz uma pulseira diferente. A figura mostra uma mesma pulseira em três posições diferentes sobre uma mesa.

a) Com duas bolinhas pretas e duas brancas, Isabel consegue fazer apenas duas pulseiras diferentes. Represente essas pulseiras na figura abaixo pintando as bolinhas pretas.

b) Quantas pulseiras diferentes Isabel pode fazer usando três bolinhas pretas e três bolinhas brancas?

c) Quantas pulseiras diferentes Isabel pode fazer usando quatro bolinhas pretas e quatro bolinhas brancas?

Imagem adaptada.

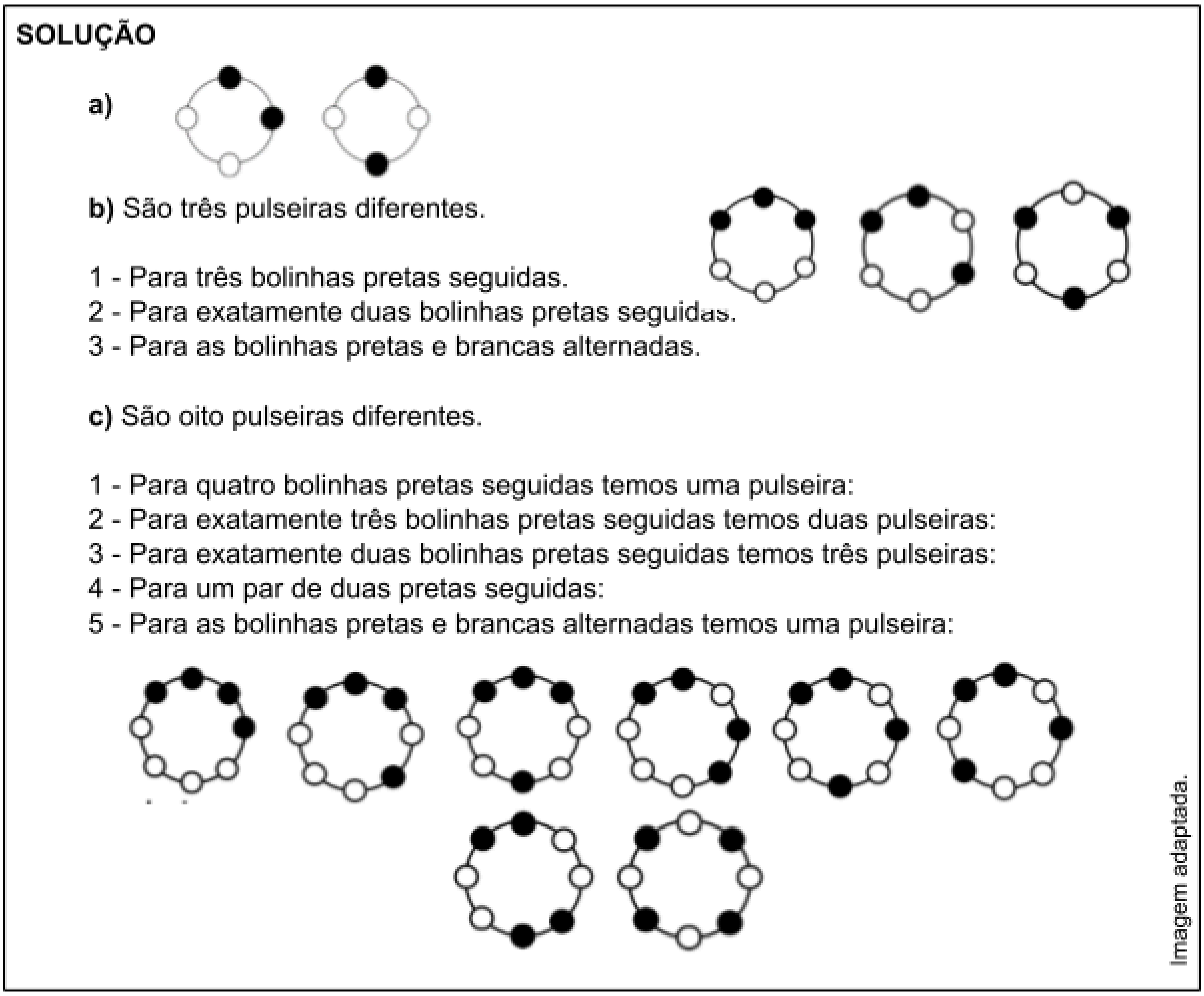
Fonte: OBMEP (2023).

A questão apresentada na Figura 13 desafia o estudante a compreender as suas possibilidades diante da quantidade de bolinhas e da regra geral presente na composição das pulseiras, que é exemplificada de forma clara pela imagem que acompanha o enunciado.

Os itens a, b e c da questão seguem uma ordem crescente na quantidade de bolinhas disponíveis para a confecção das pulseiras: o primeiro item solicita a representação de pulseiras com duas bolinhas de cada cor, o segundo com três bolinhas de cada cor, e o terceiro com quatro bolinhas de cada cor. A imagem do item a destaca o número de maneiras para essa configuração específica e auxilia na visualização das outras configurações, facilitando a solução dos itens subsequentes.

Na Figura 14, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 13.

Figura 14 - Solução: Questão 4 - Nível 2



Fonte: OBMEP (2023).

Quanto às habilidades matemáticas, os estudantes precisam interpretar as condições possíveis dadas no texto-base e fazer uso do raciocínio lógico para solucionar a montagem das pulseiras. A respeito das dificuldades no campo referencial podemos citar a interpretação da aplicação da condição proposta inicialmente. Com relação ao cálculo numérico, a dificuldade estará presente se o estudante não manifestar ciência da operação de soma aplicada na contagem total dos casos possíveis.

A quinta questão da prova do nível 2 (figura 15) traz como conteúdos matemáticos: Operações com Números Inteiros, Equações lineares de 1º grau e Sequências.

Figura 15 - OBMEP 2023: Questão 5 - Nível 2

QUESTÃO 5

Zequinha quer colorir os inteiros positivos de branco ou preto, obedecendo às regras abaixo:

- se n é inteiro, então n e n + 5 devem ter a mesma cor;
- se a e b são inteiros e n = ab for branco, então pelo menos um dos fatores a ou b deve ser branco.

a) Explique por que se o 38 for branco, o 3 também deve ser branco.
b) Explique por que se o 4 for branco, o 2 também deve ser branco.
c) Explique por que se o 1 for branco, o 4 também deve ser branco.
d) Explique por que o 2 e o 3 sempre devem ter a mesma cor.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

A questão apresentada na Figura 15 exige do estudante em princípio a compreensão das regras de coloração dos números expressas pelas equações lineares, que envolvem as operações de adição e multiplicação, e que essas podem ser também compreendidas como uma forma de decomposição de dado número *n*.

Os três primeiros itens que compõem o restante da questão é solicitado que o respondente explique o motivo de determinado número *x* branco resultar em outro número *y* também branco e é nesse momento que a noção de decomposição será um fator decisivo pois ajuda na determinação da melhor equação linear para cada caso. E no último item a abordagem é diferente pois afirma que dois números sempre serão coloridos com a mesma cor e portanto é mais recomendado que o estudante use como justificativa demonstrar por meio das equações os casos em que esses algarismos tenham cores diferentes.

Na Figura 16, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 15.

Figura 16 - Solução: Questão 5 - Nível 2

SOLUÇÃO

a) Aplicando a primeira regra para os inteiros n = 33 e n + 5 = 38, segue que:

• 33 e 33 + 5 = 38 devem ter a mesma cor, bem como os inteiros

• 28 e 28 + 5 = 33
• 23 e 23 + 5 = 28
• 18 e 18 + 5 = 23
• 13 e 13 + 5 = 18
• 8 e 8 + 5 = 13
• 3 e 3 + 5 = 8

Concluímos assim, pela primeira regra, que os inteiros 3, 8, 13, 18, 23, 28 e 33 devem ter a mesma cor. Logo, se Zequinha colorir o 38 de branco, a cor do 3 deve ser branca.

b) De acordo com a segunda regra, se a e b são inteiros e n = ab for branco, então pelo menos um dos fatores a ou b deve ser branco. No caso em que a = b = 2 e n = ab = 2 · 2 = 4 for branco, temos dois fatores a e b iguais a 2 em que pelo menos um deles, no caso o 2, deve ser branco. A segunda regra aplicada em quadrados perfeitos $n = a^2$ diz que se $n = a^2$ for branco então a deve ser branco.

c) Se o 1 for branco então, pela primeira regra, os inteiros 1, 1 + 5 = 6, 6 + 5 = 11 e
11 + 5 = 16 devem ter a mesma cor branca. Por outro lado, a segunda regra aplicada ao quadrado perfeito $16 = 4^2$ diz que se 16 for branco então 4 deve ser branco. Logo, se o 1 for branco, o 16 e o 4 também serão brancos.

d) Temos que explicar por que o 2 e o 3 sempre terão a mesma cor segundo as regras de pintura que Zequinha deve obedecer. Vamos fazer isso justificando por que essas regras não permitem que o 2 e o 3 sejam pintados de cores diferentes. Temos duas possibilidades para o 2 e o 3 terem cores diferentes:

• Caso em que 2 é preto e 3 é branco:
Nesse caso, como 3 é branco segue, pela primeira regra, que 8 = (3 + 5) será branco. Como 8 = 2 · 4 e 2 é preto, segue, pela segunda regra, que 4 será necessariamente branco. Sendo $4 = 2^2$ branco segue, pela segunda regra, que 2 será branco. Mas 2 não pode ser branco porque estamos no caso em que 2 é preto.

• Caso em que 2 é branco e 3 é preto:
Nesse caso, como 2 é branco segue pela primeira regra que 12 = (2 + 5) + 5 será branco. Como 12 = 3 · 4 e 3 é preto, segue, pela segunda regra, que 4 será necessariamente branco. Sendo 4 branco, segue, pela primeira regra, que 9 = 4 + 5 será branco. Sendo $9 = 3^2$ branco, segue pela segunda regra, que 3 será branco. Mas 3 não pode ser branco porque estamos no caso em que 3 é preto.

Assim, os casos em que 2 e 3 têm cores diferentes nunca ocorrem segundo as regras de pintura que Zequinha deve obedecer.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

Logo, habilidades como: interpretação de linguagem numérica; domínio das operações básicas com números inteiros; noções de decomposição numérica a partir da adição e multiplicação; raciocínio lógico; são fundamentais para a solução desta questão.

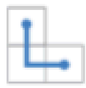
Relacionado ao cálculo referencial as dificuldades estarão perceptíveis no momento de decodificar as equações lineares e os objetivos indicados nos componentes da questão. Sobre o cálculo numérico essas estão associadas ao momento de resolver as operações básicas de adição e multiplicação para os números apresentados.

A sexta e última questão da prova do nível 2 apresenta os seguintes conteúdos matemáticos: Pavimentação do Plano, Operações com Números Naturais.

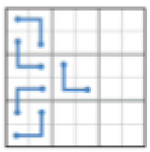
Figura 17 - OBMEP 2023: Questão 6 - Nível 2

QUESTÃO 6

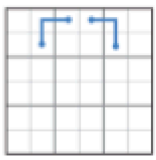
Jade possui um tabuleiro 6 x 6 e 12 peças em formato de L, como na figura. Cada peça cobre três quadradinhos do tabuleiro. Ela coloca as peças no tabuleiro sem sobreposição.



a) Jade já colocou algumas peças no tabuleiro abaixo. Termine de colocar as peças que faltam, de maneira a cobrir todas as casas do tabuleiro.



b) Jade colocou 2 peças no tabuleiro como na figura. Coloque mais 4 peças nesse tabuleiro de modo que seja impossível colocar uma sétima peça.



c) Explique por que, qualquer que seja a maneira que Jade colocar 5 peças no tabuleiro, sempre será possível colocar mais uma.

Imagem adaptada.

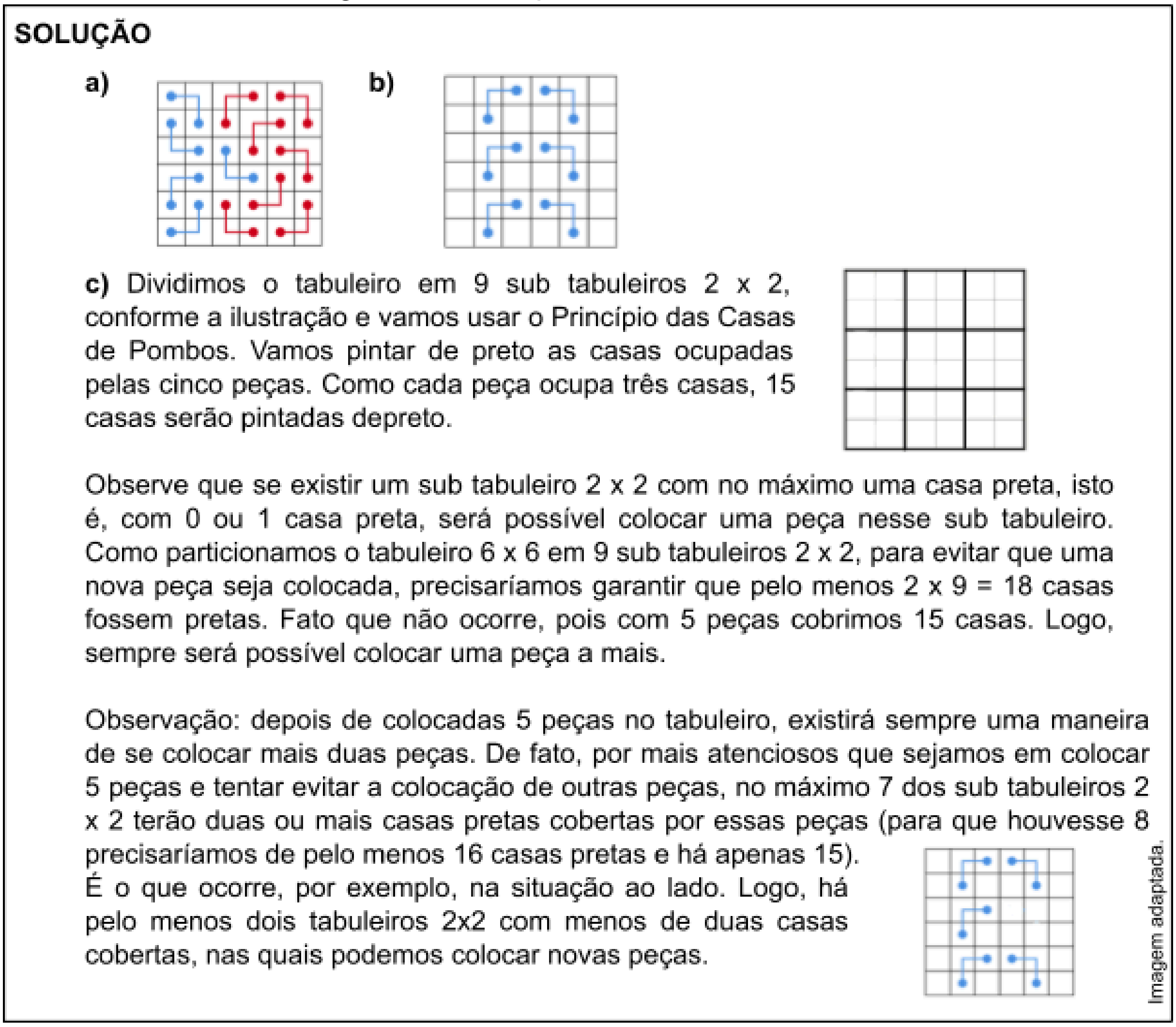
Fonte: OBMEP (2023).

O desafio apresentado na Figura 17 inclui dados importantes que devem ser considerados na resolução dos itens, como: quantidade total de casas do tabuleiro e peças, assim como a restrição dada pelo formato dessas e a condição de não sobreposição.

Os três tópicos da questão envolvem o ato de acrescentar novas peças ao tabuleiro de acordo com cada objetivo. No item a, é preciso completar o tabuleiro e no item b acrescentar quatro peças e ocupar os quadrinhos de modo a não acrescentar mais nenhuma. O último item por sua vez requer o motivo de cinco peças não serem o bastante para encerrar a inserção de mais peças.

Na Figura 18, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 17.

Figura 18 - Solução Questão 6 - Nível 2



SOLUÇÃO

a) **b)**

c) Dividimos o tabuleiro em 9 sub tabuleiros 2 x 2, conforme a ilustração e vamos usar o Princípio das Casas de Pombos. Vamos pintar de preto as casas ocupadas pelas cinco peças. Como cada peça ocupa três casas, 15 casas serão pintadas depreto.

Observe que se existir um sub tabuleiro 2 x 2 com no máximo uma casa preta, isto é, com 0 ou 1 casa preta, será possível colocar uma peça nesse sub tabuleiro. Como particionamos o tabuleiro 6 x 6 em 9 sub tabuleiros 2 x 2, para evitar que uma nova peça seja colocada, precisaríamos garantir que pelo menos 2 x 9 = 18 casas fossem pretas. Fato que não ocorre, pois com 5 peças cobrimos 15 casas. Logo, sempre será possível colocar uma peça a mais.

Observação: depois de colocadas 5 peças no tabuleiro, existirá sempre uma maneira de se colocar mais duas peças. De fato, por mais atenciosos que sejamos em colocar 5 peças e tentar evitar a colocação de outras peças, no máximo 7 dos sub tabuleiros 2 x 2 terão duas ou mais casas pretas cobertas por essas peças (para que houvesse 8 precisaríamos de pelo menos 16 casas pretas e há apenas 15).
É o que ocorre, por exemplo, na situação ao lado. Logo, há pelo menos dois tabuleiros 2x2 com menos de duas casas cobertas, nas quais podemos colocar novas peças.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

No que diz respeito às habilidades matemáticas, é perceptível a necessidade do raciocínio lógico; noções de resolução de problemas; além do domínio das operações básicas com números naturais.

Abordando as dificuldades da questão no âmbito do campo referencial, essas têm relação com o entendimento e aplicação dos dados apresentados no início. Quanto às dificuldades no campo numérico essas carregam implicações na resolução das operações básicas de adição, subtração e multiplicação usadas para justificar a afirmação do último item da questão.

5.2.3 OBMEP 2023 - Questões Transversais

Destaca-se nas duas fases da OBMEP a presença de questões transversais que se definem como aquelas que estão presentes em provas de níveis variados. Essas de acordo com Machado (2015) não trazem conteúdos matemáticos específicos de uma única série da educação básica sendo então caracterizadas por abordar conceitos e conhecimentos prévios comuns dos estudantes dos períodos de ensino correspondentes aos níveis onde se localizam.

De acordo com o Prof. Pedro Malagutti, membro da coordenação nacional da OBMEP no ano de 2014, em entrevista cedida a Machado (2015), às questões transversais permitem soluções criativas e diversificadas. Como ele afirmou, “o raciocínio dedutivo e a capacidade de resolver problemas, quando bem trabalhados, podem ser resolvidos por estudantes de diferentes faixas etárias” (MACHADO, 2015, p. 66).

Na segunda fase da OBMEP 2023, nos níveis 1 e 2, há duas questões transversais. A primeira questão transversal é a terceira no nível 1 e a primeira no nível 2, enquanto a segunda questão transversal é a quarta no nível 1 e a segunda no nível 2. Essas questões são apresentadas em sequência nas Figuras 19 e 21, juntamente com as respectivas soluções propostas pela olimpíada nas Figuras 20 e 22.

A questão transversal apresentada na Figura 19 aborda os seguintes conteúdos matemáticos: Múltiplos e Divisores de um número natural e Sequências Numéricas.

Figura 19 - Questão Transversal: Nível 1 n.º 3 e Nível 2 n.º 1

QUESTÃO: NÍVEL 1 - Nº 3 e NÍVEL 2 - Nº 1

Aninha tem nove cartões numerados de 1 a 9. Ela forma sequências com esses cartões colocando alguns deles lado a lado. Uma sequência de Aninha é chamada de especial quando, para quaisquer dois cartões vizinhos, o número de um deles é múltiplo do número do outro.

Sequência especial	Sequência especial	Sequência **não** especial
3 9	2 6 1 5	4 2 3

a) Apresente uma sequência especial com sete cartões começando com 6 e 2.

6 2 _ _ _ _ _

b) Apresente uma sequência especial com oito cartões.

_ _ _ _ _ _ _ _

c) Apresente uma sequência especial com três cartões em que apareçam os cartões 5 e 7.

_ _ _

d) Explique por que é impossível formar uma sequência especial com os nove cartões.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

O desafio apresentado na Figura 19 exige que o estudante compreenda as condições impostas pelas sequências especiais e a relação existente entre os valores dos nove cartões utilizados para suas composições. Logo, a ideia é que o estudante identifique os números que são múltiplos uns dos outros e a partir disso determine as posições dentro da sequência, visto que alguns desses terão menos possibilidades de vizinhos do que outros.

Em todos os itens da questão apresentada na Figura 19, é solicitado que o estudante construa uma sequência especial. O que diferencia esses itens são os valores fornecidos e a quantidade de cartões que devem ser utilizados. No entanto, o item d adota uma abordagem diferente, com o mesmo objetivo, mas neste caso, o estudante precisará justificar a impossibilidade de realizar tal construção.

Na Figura 20, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 19.

Figura 20 - Solução: Questão Transversal - Nível 1 n.º 3 e Nível 2 n.º 1

SOLUÇÃO

a) Para uma sequência que começa com os cartões 6 e 2, nessa ordem, o próximo cartão pode ser o de número 4, 8 ou 1. Por exemplo, sendo o 4, o cartão seguinte pode ser 8, seguido do 1, resultando em (6, 2, 4, 8, 1). Os cartões seguintes podem ser os de números 9 e 3, resultando em (**6, 2, 4, 8, 1, 9, 3**), uma sequência especial com sete cartões.

b) Com base na sequência anterior, com sete cartões, é possível formar uma com oito cartões: os dois últimos cartões, 9 e 3, podem ser movidos para o início da sequência anterior e o cartão de número 5 (ou 7) pode vir à direita do cartão de número 1, resultando em **(9, 3, 6, 2, 4, 8, 1, 5)** ou (**9, 3, 6, 2, 4, 8, 1, 7**).

c) Os números 5 e 7 são ambos múltiplos do 1. Uma sequência especial com três cartões, dentre eles os de números 5 e 7, pode ser **(5, 1, 7)**. A outra possível é **(7, 1, 5)**.

d) Dentre todos os cartões, os de números 5 e 7 são aqueles que podem ter menos vizinhos em uma sequência especial (exatamente um vizinho cada, que deve ser o cartão de número 1). Logo, se um deles é usado, o outro não pode ser usado para obter a maior sequência especial possível. Quando o 5 e o 7 são ambos utilizados, obtemos uma das sequências do item c). Portanto, as maiores sequências especiais com os cartões de números 5 ou 7 têm apenas um desses cartões, que deve ser posicionado em uma das suas pontas (ou no início ou no fim). Logo, é impossível formar uma sequência especial usando todos os cartões. As maiores delas têm oito cartões, tal como a do item b).

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

A questão apresentada na Figura 19 está presente em ambos os níveis da OBMEP, pois envolve habilidades matemáticas comuns que foram ou ainda são estudadas nos anos finais do ensino fundamental. Essas habilidades incluem: raciocínio lógico, exploração de possibilidades, noções de sequências, múltiplos e divisores.

No que tange ao cálculo referencial, as dificuldades podem surgir na compreensão do conceito de múltiplo. Especificamente, no cálculo numérico, os desafios ocorrem quando se utiliza as operações de multiplicação e divisão para identificar quais valores são múltiplos entre si.

A segunda questão transversal, apresentada na Figura 21, aborda os seguintes conteúdos matemáticos: Operações com números naturais, Múltiplos e Divisores de um número natural.

Figura 21 - Questão Transversal - Nível 1 n.º 4 e Nível 2 n.º 2

QUESTÃO NÍVEL 1 Nº 4 e NÍVEL 2 Nº 2

Carlinhos fez todas as adições possíveis com três parcelas diferentes, em que cada parcela é um número de três algarismos iguais, sempre colocando as parcelas em ordem crescente. Por exemplo, 222 + 555 + 888 e 444 + 777 + 888 foram adições feitas por Carlinhos. Ele não fez a adição 222 + 888 + 555, pois as parcelas não estão em ordem crescente, nem a adição 444 + 444 + 777, pois nela existem parcelas iguais.

a) Escreva uma adição que Carlinhos fez em que o resultado é 1332.

b) Escreva todas as adições que Carlinhos fez em que o resultado é 2109.

c) Explique por que 2109 é o único resultado das adições que Carlinhos fez em que o algarismo das dezenas é diferente do algarismo das centenas.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

Na questão apresentada na Figura 21, o estudante precisa interpretar cada uma das condições impostas nas adições realizadas por Carlinhos. O enunciado fornece exemplos que ajudam o estudante a compreender o padrão de cada uma dessas condições, permitindo assim o desenvolvimento das soluções dos itens em sequência. A regularidade que se destaca é que todos os números considerados são múltiplos de 111.

Em relação aos itens a, b e c da questão apresentada na Figura 21, o primeiro e o segundo itens solicitam adições que devem resultar em valores específicos. O que diferencia esses itens é a quantidade de possibilidades que deve ser apresentada para cada resultado. Já o terceiro item exige um raciocínio mais elaborado, pois o estudante precisa justificar a mudança no padrão dos resultados das adições realizadas por Carlinhos.

Na Figura 22, é apresentada a solução elaborada pela OBMEP para a questão exibida na Figura 21.

Figura 22 - Solução: Questão Transversal - Nível 1 n.º 4 e Nível 2 n.º 2

SOLUÇÃO

a) Há várias soluções, por exemplo:
111 + 555 + 666, 222 + 333 + 777, 333 + 444 + 555..

b) Todos os números que Carlinhos considerou são múltiplos de 111, 1 × 111 = 111, 2 × 111 = 222, 3 × 111 = 333, e assim por diante. Por esse motivo, 2109, que é resultado da soma de três desses números, também é múltiplo de 111. Ao dividir 2109 por 111 obtemos quociente 19, ou seja, 2109 = 19 × 111. Em outras palavras, devemos encontrar todas as somas ordenadas de três parcelas para obtermos 19 × 111. Existem 5 possibilidades, listadas a seguir.

$$(2 + 8 + 9) \times 111 = 222 + 888 + 999$$
$$(3 + 7 + 9) \times 111 = 333 + 777 + 999$$
$$(4 + 6 + 9) \times 111 = 444 + 666 + 999$$
$$(4 + 7 + 8) \times 111 = 444 + 777 + 888$$
$$(5 + 6 + 8) \times 111 = 555 + 666 + 888$$

c) As somas de três parcelas de Carlinhos resultando em um número até 999 possuem todas os mesmos algarismos da dezena e centena (não ocorre o "vai um"). Vimos no item anterior que os resultados das contas de Carlinhos são sempre múltiplos de 111. Ao somarmos 111 a 999 obtemos 111 + 999 = 110 + 1 + 999 = 110 + 1000 = 1110, cujos algarismos da dezena e centena são iguais. Ao somarmos múltiplos de 111 até 888 percebemos que não há alteração na igualdade dos algarismos da dezena e centena; portanto, esses algarismos continuam iguais até 1110 + 888 = 1998. Mas, agora, ao somarmos 111, obtemos exatamente 111 + 1998 = 109 + 2 + 1998 = 109 + 2000 = 2109, que possuem algarismos de dezena e centena distintos. Continuando, notamos que ao somar 111 a esse número obtemos 2109 + 111 = 2220, que volta a ter os mesmos algarismos da dezena e da centena, e qualquer soma de múltiplos de 111 até 777 não vai mudar essa situação. O maior número que Carlinhos pode obter é 777 + 888 + 999 = (7 + 8 + 9) × 111 = 24 × 111 = 2664; portanto, 2109 é o único número que Carlinhos obtém com algarismos distintos na dezena e na centena.

Outra solução: As somas de Carlinhos são todas do tipo aaa + bbb + ccc, com a < b < c. A única maneira do algarismo das dezenas do resultado da conta ser diferente do das centenas ocorre quando a + b + c = 19 ("vai um" das unidades para as dezenas, depois "vai dois" das dezenas para as centenas), pois a soma a + b + c varia de 6 a 24.

Imagem adaptada.

Fonte: OBMEP (2023).

Quanto às habilidades matemáticas, a questão engloba operações com números naturais - adição, sistema de posição decimal e ordenação, múltiplos e divisores, identificação de combinações únicas e padrões e raciocínio lógico.

Dentro dos aspectos do cálculo referencial podem haver dificuldades na compreensão dos procedimentos e critérios adotados por Carlinhos nas adições e também dos caminhos que levam as soluções. No que condiz ao cálculo numérico há possibilidade de surgir no momento de realização das operações básicas com números naturais.

5.3 Dos Resultados: As Questões da 2ª Fase da OBMEP 2023 nível 1 e 2

Nesta subseção serão mencionados os resultados gerais obtidos a partir das interpretações realizadas nas questões da segunda fase da OBMEP de 2023 nos níveis 1 e 2 presentes no tópico anterior.

Dentre as quatro questões da segunda fase da OBMEP nível 1, os conteúdos mais frequentes se referem à paridade e múltiplos e divisores. Em relação às habilidades matemáticas, estas englobam os conceitos anteriormente mencionados, tais como interpretação de informações em conjunto com os objetivos propostos, além do domínio dos conceitos de múltiplos, divisores, paridade e a necessidade do entendimento das operações básicas com números naturais fundamentais no contexto das questões matemáticas. Quanto às dificuldades, considerando tanto o campo referencial quanto o numérico, tem destaque a interpretação do conjunto de informações e objetivos apresentados nos desafios e as relacionadas aos procedimentos de execução dos cálculos envolvidos nas operações.

No que diz respeito às quatro questões da segunda fase da OBMEP nível 2, destaca-se que os conteúdos matemáticos foram variados, preponderando assim a necessidade do uso das operações básicas com números naturais dada sua presença significativa na variedade de conceitos que são colocados nesse nível. Com relação às habilidades matemáticas mais frequentemente exigidas podemos citar a interpretação de informações em conjunto com os objetivos propostos, bem como o domínio das operações básicas com números naturais e inteiros. Sobre as dificuldades, tanto no campo referencial quanto no numérico, estas se assemelham às mencionadas no nível anterior: envolvimento na interpretação do conjunto de informações e objetivos apresentados nos desafios, além das relacionadas aos cálculos envolvidos nas operações.

No âmbito das questões transversais da segunda fase da OBMEP nível 2, os conteúdos matemáticos envolvidos em comum tratam de múltiplos e divisores. Referente às habilidades matemáticas têm destaque o domínio das operações matemáticas básicas e o entendimento do conceito de números múltiplos e divisores. As dificuldades, no cálculo referencial e numérico, presentes nesses desafios envolvem principalmente a interpretação dos dados e a execução das operações com números naturais.

Segue na tabela 4 como estão dispostos os conteúdos matemáticos apresentados nas questões analisadas. Destaca-se que alguns desses aparecem em mais de uma questão, portanto o quantitativo total da tabela não equivale a quantidade de questões apresentadas na prova.

Tabela 4 - Objetos de conhecimento de matemática mais frequentes nas questões da OBMEP 2023 nível 1 e 2

Objetos de conhecimento	Frequência
Múltiplos e Divisores de um número natural	4
Sequência Numérica	2
Paridade de um número natural	2
Raciocínio Lógico	2
Operações com Números Inteiros	2
Perímetro	1
Polígonos	1
Princípio Fundamental da Contagem.	1
Área de Figuras Planas	1
Congruência de triângulos	1
Propriedades dos quadriláteros	1
Equações lineares de 1º grau	1
Pavimentação do Plano	1

Fonte: O próprio autor (2023).

Em resumo, a interpretação das questões da segunda fase da OBMEP nos níveis 1 e 2, revela padrões consistentes nos conteúdos e habilidades matemáticas exigidas. Em ambos os níveis nesta edição destaca-se a presença marcante dos conceitos de múltiplos e divisores, sequências numéricas, paridade, raciocínio lógico e operações com números inteiros. Com relação às habilidades necessárias, envolvem interpretação de informações, domínio dos conceitos matemáticos apresentados. As dificuldades no âmbito do cálculo referencial e cálculo numérico identificadas estão relacionadas à interpretação dos enunciados e a execução dos cálculos.

Assim, ao explorar todas as informações presentes neste capítulo percebe-se que cada questão das provas da segunda fase da OBMEP propõe ao estudante o uso de conceitos matemáticos conhecidos e as habilidades matemáticas que os envolvem, sendo necessário a interpretação das informações e dos recursos possíveis diante das condições apresentadas no enunciado e nos itens que compõem os desafios.

Dessa forma, visando bons resultados na segunda fase da OBMEP é interessante uma abordagem que envolva questões de raciocínio lógico matemático e interpretação. Além disso, essas podem contribuir no ensino-aprendizagem dos estudante em conceitos matemáticos como confirma o Prof. Pedro Malagutti, membro da coordenação nacional da OBMEP em 2014, em entrevista realizada por Machado (2015), a “apresentação de problemas desafiadores e, ao mesmo tempo, divertidos, sagazes e pertencentes ao cotidiano dos alunos, com certeza provoca melhorias”. (MACHADO, 2015, p.67).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho começou com as experiências coletadas durante as oficinas de preparação para os estudantes classificados para 2ª fase da OBMEP, promovidas pelo projeto "LEM de portas abertas" no campus Arraias da UFT. Essas oficinas não apenas tiveram um impacto na escolha do tema deste estudo, mas também demonstraram que quando os estudantes entendem a questão, eles são capazes de encontrar soluções e se sentirem mais motivados a resolver problemas.

Assim, as interpretações das questões da segunda fase da OBMEP 2023 para os níveis 1 e 2 foram feitas, levando em consideração os objetos de conhecimento, as habilidades matemáticas envolvidas e as possíveis dificuldades que os estudantes poderiam enfrentar em cada uma das questões.

Com base nas informações fornecidas, ao longo das seções desta monografia, professores de Matemática da educação básica e acadêmicos do curso de licenciatura em Matemática estarão melhor preparados para auxiliar os alunos na preparação para a segunda fase da OBMEP, promovendo melhorias na avaliação e incentivando uma maior participação e obtenção de bons resultados.

Além disso, a pesquisa estabelece uma base para o desenvolvimento de oficinas preparatórias que visem aprimorar o desempenho dos estudantes em futuras edições da Olimpíada. Identificando as habilidades e os pontos de conhecimento mais recorrentes nas questões da OBMEP, as oficinas podem ser ajustadas para abordar áreas específicas que apresentam desafios significativos para os participantes.

Outra contribuição relevante é a possibilidade de realizar estudos comparativos em anos subsequentes da OBMEP, uma vez que analisar as questões de diferentes edições possibilita a identificação de recorrência e mudanças nas demandas da competição ao longo do tempo.

Ademais, esta monografia proporciona uma visão aprofundada das questões da segunda fase da OBMEP 2023 no ensino fundamental, estimulando reflexões e apontando novas abordagens. As descobertas apresentadas abrem caminhos para estudos futuros que possam integrar essas informações em práticas pedagógicas e sequências didáticas específicas para determinados conteúdos matemáticos.

Uma análise mais detalhada de cada questão, especialmente as transversais, pode revelar novas perspectivas e soluções para os desafios propostos. Além disso, há a possibilidade de expandir essa investigação complementando-a com o estudo da prova da segunda fase da OBMEP 2023 Nível 3, que corresponde ao ensino médio.

Portanto, os objetivos propostos para esta monografia foram alcançados, e tem-se a expectativa de que este trabalho contribua para práticas pedagógicas futuras, assim como para estudos e pesquisas na área da Educação Matemática. Dessa forma, a pesquisa reflete um compromisso com a melhoria contínua do ensino-aprendizagem da Matemática, oferecendo subsídios teóricos e práticos que poderão ser aplicados em diferentes contextos educacionais.

REFERÊNCIAS

ALVES, W. J. S. **O impacto da Olimpíada de Matemática em estudantes da escola pública.** 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: https://www.pucsp.br/sites/default/files/download/posgraduacao/programas/educacaomatematica/washington_alves.pdf. Acesso em: 17 out. 2023.

ARAÚJO, O. **A avaliação da OBMEP como indutor de mudanças na prática pedagógica dos professores de Matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: http://www.bdtd.uerj.br/handle/1/4862. Acesso em: 17 out. 2023.

BARBOSA, J. L. M. **Olimpíadas de Matemática: uma experiência de sucesso em educação no Ceará.** s.d. Disponível em: http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/conf_simp/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm. Acesso em: 31 out. 2023.

BIONDI, R. L.; VASCONCELLOS, L.; MENEZES-FILHO, N. A. **Avaliando o impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho de matemática nas avaliações educacionais**. 2009. In: **Anais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Econometria, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/229048378_Avaliando_o_impacto_da_Olimpiada_Brasileira_de_Matematica_das_Escolas_Publicas_OBMEP_no_desempenho_de_matematica_nas_avaliacoes_educacionais. Acesso em: 31 out. 2023.

BORGES, F. S. **O estado do conhecimento sobre a relação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) com o ensino de Matemática nas teses e dissertações no período de 2008 a 2021. 2022**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2022. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/tedeserver/api/core/bitstreams/00ffa796-9cee-42d5-a516-200c6c316f21/content. Acesso em: 17 out. 2023.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno (CNE/CP)**. Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 15 abr. 2020. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file. Acesso em: 17 out. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.

BRAGANÇA, B. **Olimpíada de matemática para a matemática avançar**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 2013. Disponível em:

https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/5881/1/texto%20completo.pdf. Acesso em: 31 out. 2023.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em Ciências Humanas e Sociais**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2006.

COCCO, E. M. **Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas em um Município do RS e avaliação em larga escala**: Possíveis interlocuções. 2013. Dissertação (Mestrado) – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2013. Disponível em: https://ppgedu.fw.uri.br/storage/siteda4b9237bacccdf19c0760cab7aec4a8359010b0/dissertacoes/discente6/arq_1620071346.pdf. Acesso em: 31 out. 2023.

DIAS, E. H. V. **O estudo em grupos para a 2ª fase da OBMEP 2013 e resoluções de questões em vídeo**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5959/5989.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 31 out. 2023.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3972/1/arquivo206_1.pdf. Acesso em: 11 nov. 2023.

JENSKE, G. **A teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática**: um estudo de caso. 2011. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3412. Acesso em: 11 nov. 2023.

LEÃO, F. A. A. **A metodologia contextualizada da OBMEP no processo de ensino-aprendizagem**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2020. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5767&id2=171053076. Acesso em: 31 out. 2023.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Métodos de coleta de dados**: observação, entrevista e análise documental. In: LUDKE, M.; ANDRÉ, M. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986. Cap. 3. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4091392/mod_resource/content/1/Lud_And_cap3.pdf. Acesso em: 11 nov. 2023.

MACIEL, M. V. M. **GEMaTh – A criação de um grupo de estudos segundo fundamentos da Educação Matemática Crítica**: uma proposta de Educação Inclusiva. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. Disponível em:

https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/14729/000667118.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 31 out. 2023.

MACHADO, L. da S. **Uma Análise Crítica das Provas da Segunda Fase da OBMEP 2014**. 2015. Dissertação de Mestrado (Mestre em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/Leandro_da_Silva_Machado.pdf. Acesso em: 21 dez. 2023.

MARANHÃO, T. P. A. **Avaliação de impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP – 2005/2009)**. In: *Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP) 2010*. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2011. Cap. 1. Disponível em: http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/251395.o. Acesso em: 17 out. 2023.

MENEZES, A. H. N. et al. **Metodologia científica: teoria e aplicação na educação a distância**. Petrolina - PE: Universidade Federal do Vale do São Francisco, 2019. 83 p. Disponível em: https://portais.univasf.edu.br/dacc/noticias/livro-univasf/metodologia-cientifica-teoria-e-aplicacao-na-educacao-a-distancia.pdf. Acesso em: 11 nov. 2023.

MOREIRA, M. A. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área**. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/569/361. Acesso em: 11 nov. 2023.

NASCIMENTO, L. H. **Conhecimentos mobilizados por professores da educação de jovens e adultos sobre a área de paralelogramos, sua aprendizagem e seu ensino**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/51922. Acesso em: 11 nov. 2023.

OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas). **Apresentação**. Disponível em: https://www.obmep.org.br/apresentacao.htm. Acesso em: 17 out. 2023.

__________ **OBMEP em números**. Disponível em: https://www.obmep.org.br/em-numeros.htm. Acesso em: 31 out. 2023.

__________. **Regulamento**. Disponível em: https://www.obmep.org.br/regulamento.htm. Acesso em: 31 out. 2023.

OLIVEIRA, G. S.; CUNHA, A. M. O.; CORDEIRO, E. M.; SAAD, N. S. **Grupo Focal: uma técnica de coleta de dados numa investigação qualitativa**. **In:** Cadernos da Fucamp, UNIFUCAMP, v. 19, n. 41, p. 1-13, Monte Carmelo, MG, 2020. Disponível em: https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2208. Acesso em: 31 out. 2023.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4125. Acesso em: 11 nov. 2023.

VERGNAUD, Gérard. **Teoria dos Campos Conceituais**. In: 1° Seminário Internacional de Educação Matemática, 1993, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: Projeto Fundão Instituto de Matemática - UFRJ, jul. 1993. p. 1-26.