



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARRAIAS

CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PABLO HENRICH BASTOS PINHEIRO

**O CUBO MÁGICO EM DISSERTAÇÕES VOLTADAS PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA**

Arraias, TO

2024

PABLO HENRICH BASTOS PINHEIRO

**O CUBO MÁGICO EM DISSERTAÇÕES VOLTADAS PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA**

Monografia apresentada à Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Universitário Sérgio Jacintho Leonor, para obtenção do título de licenciado em Matemática

Orientador Profa. Dra. Mônica Suelen Ferreira de Moraes
Coorientador Prof. Me. Luis Andres Castillo

**Arraias, TO
2024**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

P654c Pinheiro, Pablo Henrich Bastos.
O CUBO MÁGICO EM DISSERTAÇÕES VOLTADAS PARA O
ENSINO DE MATEMÁTICA. / Pablo Henrich Bastos Pinheiro. –
Arraias, TO, 2024.
54 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins –
Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática, 2024.
Orientadora : Mônica Suelen Ferreira de Moraes
Coorientador: Luis Andres Castillo

1. Cubo Mágico. 2. Ensino de Matemática. 3. Material didático. 4.
Educação Matemática. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).


PABLO HENRICH BASTOS PINHEIRO

**O CUBO MÁGICO EM DISSERTAÇÕES VOLTADAS PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA**


Monografia apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Campus Universitário Sérgio Jacintho Leonor, Curso de Licenciatura em Matemática, foi avaliado para a obtenção do título de Licenciado em Matemática e aprovada em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação: 20/12/2024


Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 **MONICA SUELEN FERREIRA DE MORAES**
Data: 20/12/2024 17:35:25-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Profa. Dra. Mônica S. F. de Moraes (UFT)
Orientadora

Documento assinado digitalmente
 **LUIS ANDRES CASTILLO BRACHO**
Data: 21/12/2024 21:02:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Luis Andrés Castillo B. (UFPA)
Coorientador

Documento assinado digitalmente
 **DAILSON EVANGELISTA COSTA**
Data: 21/12/2024 12:13:33-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Dailson Evangelista Costa (UFT)
Examinadora 1

Documento assinado digitalmente
 **WALBER CHRISTIANO LIMA DA COSTA**
Data: 21/12/2024 12:55:25-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Walber C. L. da Costa UNIFESSPA)
Examinador 2

In Memoriam para minha avó Irazy Alves Magalhães Pinheiro, que ao final de sua jornada aqui na terra desejou que pudesse estar presente para me ver recebendo esta grande conquista que é a minha graduação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida, por todas as bênçãos derramadas sobre mim ao longo dessa jornada e por ser a força que sustentou minha caminhada, especialmente nos dias em que os desafios pareciam maiores que minhas forças. Sem Ele, este momento não seria possível.

Aos meus familiares, minha base e porto seguro, que nunca mediram esforços para me apoiar, incentivar e acreditar em mim, mesmo quando eu duvidava de mim mesmo. Obrigado por cada palavra de encorajamento, por cada gesto de cuidado e por serem a inspiração que me guiou no caminho do conhecimento e me trouxe até aqui, na realização do sonho da graduação.

Aos meus professores, verdadeiros mestres, que me impulsionaram com cobranças, orientações e desafios que me ensinaram muito além das fórmulas e teorias. Com vocês, aprendi a importância do esforço contínuo e do aprendizado diário, tanto na vida quanto na matemática. Obrigado por compartilharem suas histórias, experiências e conhecimentos, que foram como luzes ao longo do caminho, guiando-me para me tornar não apenas um profissional, mas uma pessoa melhor.

Aos amigos e colegas que fizeram parte dessa caminhada, sejam aqueles que estiveram comigo nos momentos mais difíceis ou que simplesmente cruzaram meu caminho e deixaram suas marcas. Cada conversa, cada ajuda, cada momento compartilhado foi essencial para me fortalecer e me impulsionar. Vocês contribuíram para essa conquista, seja com um ensinamento acadêmico ou com lições de vida, e a vocês sou profundamente grato.

Por fim, dedico essa realização a todos que, de alguma forma, fizeram parte dessa trajetória. Essa vitória não é apenas minha; é também de cada pessoa que acreditou, apoiou e fez parte dessa história. Meu sincero e profundo obrigado.

RESUMO

A monografia apresentada intitulada "As contribuições do cubo mágico para o ensino de matemática" investiga o uso do Cubo Mágico como material didático no ensino de matemática. A pesquisa tem como objetivo descrever as contribuições do cubo mágico evidenciadas em teses e dissertações desenvolvidas no Brasil entre 2014 e 2023. Por meio de uma abordagem qualitativa e bibliográfica, foi realizado um levantamento no catálogo de teses e dissertações da CAPES, analisando produções acadêmicas que utilizam o Cubo Mágico para explorar conceitos matemáticos. Os resultados destacaram o potencial pedagógico do Cubo Mágico para o ensino de álgebra, geometria plana e espacial, combinatória e teoria dos grupos. As conclusões apontam que o cubo mágico, além de facilitar a compreensão de conceitos matemáticos abstratos, promove uma integração dinâmica entre teoria e prática, destacando-se como um recurso didático inovador e interdisciplinar. O estudo também ressalta a importância de uma formação adequada para os professores utilizarem o material de forma eficaz, além de sugerir a ampliação de seu uso em contextos interdisciplinares. Assim, o trabalho contribui para o campo da Educação Matemática ao apresentar um panorama das pesquisas sobre o tema e propor caminhos para sua aplicação prática em sala de aula.

Palavras-chave: Cubo Mágico. Ensino de Matemática. Material Didático. Educação Matemática. Ensino Lúdico.

ABSTRACT

The presented monograph, entitled “The Contributions of the Rubik’s Cube to Mathematics Education”, investigates the use of the Rubik’s Cube as an instructional material in mathematics teaching. The research aims to describe the contributions of the Rubik’s Cube evidenced in theses and dissertations produced in Brazil between 2014 and 2023. Through a qualitative and bibliographic approach, a survey was conducted in the CAPES catalog of theses and dissertations, analyzing academic works that use the Rubik’s Cube to explore mathematical concepts. The results highlighted the pedagogical potential of the Rubik’s Cube for teaching algebra, plane and spatial geometry, combinatorics, and group theory. The conclusions indicate that the Rubik’s Cube, in addition to facilitating the understanding of abstract mathematical concepts, promotes a dynamic integration between theory and practice, standing out as an innovative and interdisciplinary teaching resource. The study also emphasizes the importance of adequate teacher training to effectively use the material and suggests expanding its application in interdisciplinary contexts. In this sense, the work contributes to the field of Mathematics Education by presenting an overview of research on the topic and proposing pathways for its practical implementation in the classroom.

Keywords: Rubik's Cube. Mathematics Education. Teaching Material. Mathematics Education. Playful Learning.

Sumário

1 - INTRODUÇÃO.....	10
2 - O CUBO MÁGICO E A PERSPECTIVA DO JOGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	13
3 - METODOLOGIA DA PESQUISA.....	20
4 - ANÁLISE E RESULTADOS.....	23
5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	46
REFERÊNCIAS.....	50

1 - INTRODUÇÃO

Minha jornada acadêmica é marcada por experiências transformadoras, desde o momento em que ingressei na universidade até a realização deste trabalho, que propõe uma abordagem inovadora do cubo mágico como material didático no ensino da matemática.

O cubo mágico entrou na minha vida logo no início do primeiro semestre da faculdade. Durante a “Calourada”, evento realizado na primeira semana para apresentar o câmpus universitário aos novos estudantes, participei de oficinas organizadas pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, com o apoio dos professores. Essas oficinas demonstraram o uso de materiais didáticos como Tangram, Torre de Hanói, Mosaicos, Dominó Trigonométrico e o Cubo Mágico, destacando curiosidades e aplicações desses recursos no ensino.

O cubo mágico apresentado na oficina foi o modelo $2 \times 2 \times 2$, que estava embaralhado. Foi proposta uma competição para ver quem conseguia resolvê-lo primeiro. Apesar de não ter experiência prévia, recebi o manual que acompanha o quebra-cabeça e, pela primeira vez, consegui alinhar todas as cores. Essa experiência inicial despertou minha curiosidade: mesmo sem vencer o desafio, comecei a explorar outros modelos e suas resoluções, como o cubo tradicional $3 \times 3 \times 3$, o $4 \times 4 \times 4$, o $5 \times 5 \times 5$, o pyraminx, o dino cube, o megaminx e até variações como o cubo cilíndrico e o spinner $1 \times 3 \times 3$.

O cubo mágico, difundido mundialmente como um quebra-cabeça fascinante, desperta interesse em pessoas de diferentes idades. Entender suas origens é igualmente relevante: foi criado em 1974 pelo arquiteto húngaro Ernő Rubik, inicialmente como um recurso didático para ensinar conceitos de geometria e design.

Neste contexto, este trabalho busca analisar as contribuições do cubo mágico como material didático no ensino da matemática. Esses materiais podem abranger diversos conteúdos matemáticos, promovendo uma abordagem prática e interdisciplinar. Para fundamentar nossa visão, realizamos uma pesquisa no catálogo de teses e dissertações da CAPES. Identificamos oito dissertações de

mestrado que exploram conteúdos matemáticos utilizando o cubo mágico como ferramenta.

Essa investigação visa demonstrar o potencial pedagógico do cubo mágico no ensino da matemática, destacando sua capacidade de promover o desenvolvimento do raciocínio lógico, da resolução de problemas e da criatividade em sala de aula.

Para compreender melhor a utilização do cubo mágico como material didático manipulável, este trabalho foi orientado pela questão norteadora: "Como o cubo mágico tem sido abordado em dissertações voltadas no ensino de Matemática em dissertações defendidas no Brasil no período de 2014 a 2023?". Essa pergunta fundamentou uma revisão de literatura que serviu como base para o desenvolvimento desta pesquisa, oferecendo suporte teórico e ampliando a visão sobre as possibilidades pedagógicas do cubo mágico no ensino da matemática. A partir desse embasamento, fica claro que o cubo mágico, quando utilizado como material didático manipulável, contribui significativamente para o ensino da matemática ao facilitar a compreensão de conceitos matemáticos abstratos, estimular o raciocínio lógico e promover o engajamento dos estudantes.

Ao longo da formação, passando por disciplinas como LEM I e LEM II, além dos estágios supervisionados, surgiu a reflexão sobre as possíveis aplicações do cubo mágico no ensino da matemática.

Este trabalho foi desenvolvido com base na exploração de produções acadêmicas e metodologias relacionadas, buscando compor um panorama sobre o uso desse material manipulável em práticas educacionais no Brasil. A partir dessa perspectiva, o foco central foi compreender as abordagens sobre o Cubo Mágico informadas em dissertações voltadas para o ensino de matemática. Para isso, tem como objetivo conforme as dissertações descrever as contribuições do Cubo Mágico para o ensino de matemática evidenciadas em teses e dissertações desenvolvidas no Brasil entre 2014 e 2023. Este objetivo busca reunir e sistematizar informações que permitam identificar tanto os benefícios quanto os desafios associados ao uso desse recurso didático. Com o intuito de alcançar esse objetivo, foram destacados os objetivos específicos: elaborar um levantamento no catálogo de teses e dissertações da CAPES, a fim de identificar produções acadêmicas que abordem o

tema; descrever analiticamente os trabalhos que se alinhem ao escopo do tema pesquisado, com o objetivo de mapear as diferentes abordagens e metodologias utilizadas; e, por fim, discutir as possíveis abordagens do Cubo Mágico para promover o ensino de conteúdos matemáticos na educação básica, destacando como esse recurso pode ser utilizado de forma criativa.

Essa estrutura de objetivos orienta a pesquisa, possibilitando uma análise consistente e fundamentada sobre o tema, e busca oferecer subsídios teóricos e práticos para a comunidade acadêmica e os educadores interessados em inovar suas práticas pedagógicas.

2 - O CUBO MÁGICO E A PERSPECTIVA DO JOGO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Os jogos e materiais concretos desempenham um papel importante no ensino da Matemática, pois oferecem aos alunos a oportunidade de interagir com os conteúdos de maneira prática e significativa. Fiorentini e Miorim (1990) destacam que esses recursos, quando bem utilizados, contribuem para tornar as aulas mais interessantes e dinâmicas, permitindo aos alunos experimentar e descobrir conceitos matemáticos de forma ativa. Esse envolvimento não apenas aumenta a motivação dos estudantes, mas também facilita a compreensão de conteúdos que, de outra forma, poderiam parecer abstratos ou desafiadores.

Além disso, os jogos possuem um grande potencial para promover habilidades cognitivas e sociais nos alunos, tornando o processo de aprendizado mais completo e interativo. É apontado pelos autores que “os jogos pedagógicos [...] podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades” (FIORENTINI; MIORIM, 1990). Essa abordagem reforça que os jogos não são apenas ferramentas de diversão, mas também instrumentos eficazes para a consolidação do conhecimento e o desenvolvimento de competências importantes, como raciocínio lógico, resolução de problemas e trabalho em equipe.

Segundo Silva (2015), mais do que uma ferramenta lúdica, os jogos assumem um papel significativo na construção do conhecimento, na medida em que criam um ambiente interativo e desafiador. Nesse contexto, torna-se essencial que o professor tenha clareza dos objetivos educacionais que pretende alcançar ao inserir jogos na prática pedagógica. Do mesmo modo, é indispensável que essa utilização venha acompanhada de estratégias que favoreçam a reflexão e a consolidação do aprendizado, evitando que o jogo se reduza a uma atividade solta, desconectada do desenvolvimento humano e cognitivo dos estudantes.

Embora haja alguma resistência ao uso de jogos no ensino, devemos ter consciência que a sua introdução deve ter uma intenção educativa. Os jogos são um instrumento que podem ajudar a desenvolver competências mas que não dispensam a intervenção do professor para ajudar a desenvolver e a consolidar essas competências (MOTA, 2009 p. 32).

Essa afirmação ressalta que o uso de jogos não pode ser desassociado do papel mediador do professor, sendo essencial para garantir que o aprendizado seja significativo e duradouro.

Segundo Silva (2015), a utilização de jogos no ensino de Matemática, além de ressignificar a forma como os estudantes se relacionam com a disciplina, favorece a consolidação de competências essenciais. Nessa mesma direção, Noronha (2014) argumenta que essa metodologia não apenas desperta a curiosidade dos alunos, mas também cria um cenário fértil para o fortalecimento do raciocínio lógico e para a elaboração de estratégias de resolução de problemas, ampliando a compreensão conceitual e a autonomia intelectual dos aprendizes.

Ao explorar a dinâmica dos jogos, o professor pode dinamizar suas aulas de maneira “inovadora”, utilizando recursos que incentivam tanto a criatividade quanto o pensamento crítico. Os jogos também são destacados como “importante estimulante e socializante, essencial para a aprendizagem e diversão, ajudam muito no desenvolvimento de capacidades, conhecimentos, atitudes, bem como de habilidades cognitivas e sociais” (BARROS; ANGELIM, 2017, p. 455). Essa visão reforça a relevância de incorporar métodos lúdicos como parte do planejamento pedagógico, criando oportunidades para a aplicação prática de conceitos matemáticos e garantindo um aprendizado mais completo e significativo.

Dentro desse contexto, o Cubo Mágico, quando inserido na perspectiva do jogo no ensino de Matemática, pode ser uma ferramenta para estimular o aprendizado de forma dinâmica e interativa, na perspectiva de jogo no ensino da Matemática, sua estrutura e dinâmica desafiam os alunos a resolverem problemas de maneira lúdica e estratégica. Lopes (2022) destaca que o uso do Cubo Mágico promove um ambiente de aprendizagem que valoriza a experimentação, a criatividade e o engajamento ativo dos alunos o Cubo Mágico oferece ainda oportunidades para trabalhar conceitos matemáticos como padrões, simetrias,

permutações e até operações combinatórias. De acordo com Silva (2017) essa abordagem lúdica não só desperta o interesse pela disciplina, mas também contribui para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda e significativa dos conteúdos matemáticos.

O Cubo Mágico é um tradicional quebra-cabeça tridimensional em formato de cubo composto por seis faces, cada uma dividida em nove pequenos quadrados organizados em uma grade 3x3x3. Cada face é pintada com uma cor sólida diferente, sendo elas branco, sendo o seu oposto o amarelo; vermelho, sendo o seu oposto o Laranja; e azul, sendo o seu oposto o verde. O desafio consiste em reorganizar as peças do Cubo de modo que cada face fique inteiramente preenchida com uma única cor. A estrutura do Cubo é projetada de forma a permitir a rotação independente das camadas horizontais e verticais, possibilitando uma ampla variedade de combinações. Ele é formado por três tipos principais de peças: as peças de canto, as peças de aresta e as peças centrais. O cubo possui 43 quintilhões de combinações possíveis e para um nível básico, em sete etapas é possível montar e geralmente quando adquirido contém um manual para a montagem pelo método denominado de camadas

Figura 1: Cubo de Rubik 3x3x3.

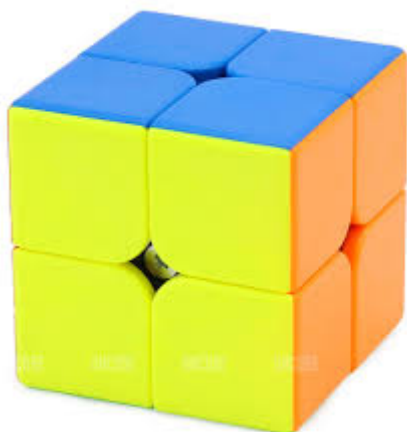


Fonte: Magazine Luiza (2024)

Inventado por Ernő Rubik em 19 de maio de 1974, o Cubo Mágico surgiu como um protótipo criado para demonstrar conceitos relacionados à terceira dimensão em aulas de arquitetura (Silva, 2015). Inicialmente, foi concebido como um recurso didático para ilustrar formas geométricas e suas transformações no espaço. Contudo, sua simplicidade e engenhosidade rapidamente conquistaram o público, transformando-o em um dos quebra-cabeças mais conhecidos do mundo. Após quase uma década de sua invenção, o cubo 3x3x3, ou cubo tradicional, começou a ser explorado na educação.

Além do Cubo Mágico 3x3x3, surgiram outras variações, como o 2x2x2, com menos peças, e o 4x4x4 e 5x5x5, com mais peças. Também existem variações conhecidas como "Shape Mod", que apresentam outros formatos, como o Megaminx, Pyraminx e o Cilindro Mágico. O Megaminx é um quebra-cabeça com formato dodecaédrico, composto por 12 faces, cada uma com 11 peças que precisam ser organizadas em cores sólidas. O Pyraminx, por sua vez, tem a forma de um tetraedro e é resolvido com base no giro das camadas triangulares, sendo mais simples que o cubo tradicional. Já o Cubo Mágico Cilindro mantém a mecânica do cubo 3x3x3, mas apresenta um formato cilíndrico, o que altera a percepção visual e torna o desafio diferente.

Figura 2: Cubo de Rubik 2x2x2



Fonte: Oncube (2024)

Figura 3: Cubo de Rubik 4x4x4



Fonte:Fonte: Oncube (2024)

Figura 4: Cubo de Rubik 5x5x5



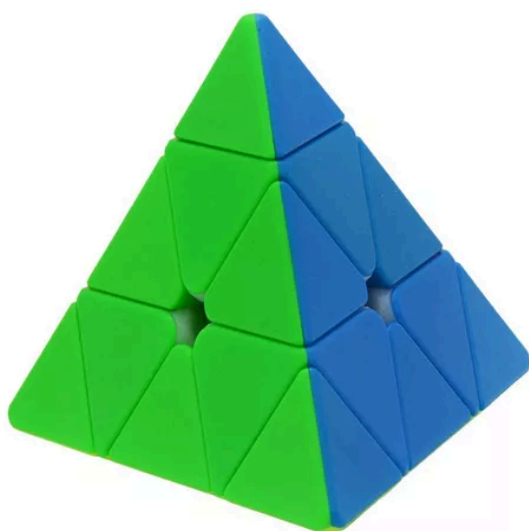
Fonte: Oncube (2024)

Figura 5: Megaminx



Fonte: Oncube (2024)

Figura 6: Pyraminx



Fonte: Oncube (2024)

Figura 7: Cubo Mágico Cilindro



Fonte: Oncube (2024)

Pesquisadores como Davis (1982) e Hobbs (1985) investigaram o potencial pedagógico do Cubo Mágico no ensino de Matemática. Para Davis (1982) existe uma enorme quantidade de matemática envolvida e que de fato, algumas matemáticas moderadamente sofisticadas podem ser “aplicadas” para ajudar a gerar uma solução. Hobbs (1985) apresenta toda uma discussão sobre a importância que

o uso do cubo mágico terá como uma ferramenta útil para professores de matemática e ciências, como uma maneira que atraia os estudantes para que aproveitem seu aprendizado nesta área de conhecimento.

Nos estudos de Bruner citado por Fiorentini e Mirorim (1990), podemos verificar três estágios de desenvolvimento cognitivo: enactive, icônico e simbólico. A utilização do Cubo Mágico na construção de conceitos matemáticos apresenta diversas vantagens ao possibilitar que os alunos transitem pelos três estágios de desenvolvimento cognitivo descritos por Bruner. Inicialmente, no estágio enactive, os alunos manipulam o cubo de forma concreta, estabelecendo uma relação direta entre ação e experiência. Posteriormente, começam a visualizar mentalmente os movimentos e padrões do cubo, desenvolvendo habilidades de percepção espacial e representação visual. Finalmente, no estágio simbólico, o Cubo Mágico favorece a abstração e a utilização de linguagem matemática para descrever, organizar e resolver problemas. Dessa forma, há possibilidade da construção de conceitos matemáticos de maneira progressiva e integrada aos diferentes níveis de cognição dos alunos, com o auxílio deste material concreto.

O Cubo Mágico é um recurso que facilita a transição entre esses níveis, promovendo o aprendizado progressivo e integrado. Essa perspectiva também dialoga com Piaget, que destaca o papel da interação concreta com materiais na construção do conhecimento. Piaget enfatiza a importância de experiências concretas no desenvolvimento cognitivo, uma abordagem que se alinha perfeitamente ao uso do Cubo Mágico. Segundo ele, a manipulação de objetos físicos permite que os alunos construam estruturas cognitivas mais complexas, especialmente em etapas iniciais do aprendizado matemático. A resolução do Cubo Mágico, por exemplo, envolve a exploração de padrões, sequências e estratégias que favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico e da percepção espacial. Essa prática também ressoa com as ideias de D'Ambrosio (2002), que argumenta que a etnomatemática e o uso de elementos culturais próximos ao cotidiano dos alunos tornam o aprendizado mais significativo e conectado à realidade.

A utilização do Cubo Mágico como ferramenta pedagógica encontra base nos conceitos de Ausubel (2003) sobre aprendizagem significativa. Ausubel defende que novos conhecimentos se tornam mais facilmente assimiláveis quando se conectam a

estruturas cognitivas já existentes, denominadas subsunçores. Nesse sentido, materiais concretos como o Cubo Mágico são ideais para promover essa integração, permitindo que o aluno estabeleça conexões entre conceitos já conhecidos e novas informações.

Vygotsky (2007) descreve o papel das ferramentas culturais como mediadoras no processo de aprendizagem, uma perspectiva amplamente aplicável ao uso do Cubo Mágico. Segundo ele, a interação social e a manipulação de materiais concretos ajudam os alunos a internalizar conceitos abstratos. Esse enfoque sociocultural aponta o Cubo Mágico como um instrumento ideal para promover o desenvolvimento de habilidades lógico-matemáticas e cognitivas. Quando incorporado a práticas colaborativas em sala de aula, o brinquedo contribui para o avanço do raciocínio e da percepção espacial, alinhando-se à ideia de que o aprendizado ocorre por meio da interação entre os sujeitos e seu ambiente.

Cornock (2015) descreve num trabalho no âmbito de ensino superior discutindo como os cubos de Rubik são usados para ensinar teoria de grupo, homomorfismos e relações de equivalência são explorados primeiro com este material. Além disso, outros conceitos algébricos por meio de um processo de descoberta no cubo podem ser explorados, portanto, o autor argumenta que o uso do cubo mágico em sala de aula traz contribuições com o ensino e aprendizagem dos alunos nesse nível. A função educativa do jogo pode ser observada no Cubo Mágico, pois ele pode favorecer a construção de conhecimentos de forma dinâmica, diferenciada e atrativa. Segundo Bianchini, Gerhard e Dullius (2010), os jogos matemáticos trazem inúmeras contribuições para o processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática. O jogo, como uma ferramenta pedagógica, facilita esses processos, promovendo uma forma lúdica de aprender que desafia os alunos a desenvolverem o raciocínio lógico, o espírito investigativo e atitudes de respeito e cooperação com os colegas.

Diante do desafio de resolver o Cubo Mágico, uma das atitudes possíveis é tentar solucioná-lo sem seguir instruções, utilizando apenas tentativas e erros. No entanto, conforme Silva (2015, p. 16) destaca, “sem instruções de como proceder é quase impossível de se resolver”, o que faz com que o Cubo de Rubik seja considerado uma das invenções mais desafiadoras e ao mesmo tempo mais

viciantes já criadas. Essa dificuldade natural, sem a orientação adequada, tende a gerar frustração, mas também pode despertar um grande interesse e engajamento na busca pela solução.

A função educativa do jogo é destacada por Huizinga (2001), que enfatiza a ludicidade como elemento essencial na construção do conhecimento. O Cubo Mágico, quando utilizado em sala de aula, não apenas diverte, mas também desafia os alunos a desenvolverem raciocínio lógico, estratégias de resolução de problemas e habilidades investigativas. Essa abordagem lúdica contribui para superar as barreiras no aprendizado de disciplinas tradicionalmente consideradas difíceis, como a matemática, ao introduzir métodos inovadores e engajadores.

O Cubo Mágico, além de ser uma atividade de lazer, está diretamente ligado ao desenvolvimento de diversas habilidades cognitivas essenciais. Entre elas, destacam-se a concentração, o raciocínio lógico, o estímulo à atividade mental e a memória. Além disso, o Cubo incentiva a perspicácia, a determinação, o planejamento e a criação de estratégias para resolução de problemas.

3 - METODOLOGIA DA PESQUISA

A análise metodológica de uma pesquisa qualitativa, conforme destacado por Fiorentini e Lorenzato (2009), pode adotar diferentes abordagens, como teórica, exploratória ou descritiva, dependendo do objetivo e da natureza do estudo. Neste trabalho, optou-se pela perspectiva exploratória, que se caracteriza por investigar temas ainda pouco explorados ou problemáticas que carecem de uma compreensão mais profunda. De acordo com os autores, essa abordagem é particularmente relevante quando se busca não apenas respostas, mas também a ampliação do entendimento sobre um tema ainda pouco definido. Essa escolha reflete a necessidade de explorar de forma sistemática o uso do cubo mágico como ferramenta didático-pedagógica no ensino de Matemática, um campo que, embora promissor, carece de investigações mais abrangentes.

Esta pesquisa foi desenvolvida como uma pesquisa bibliográfica, uma metodologia amplamente utilizada no meio acadêmico. Segundo Sousa, Oliveira e Alves (2021, p. 65), a pesquisa bibliográfica "está inserida principalmente no meio acadêmico e tem a finalidade de aprimoramento e atualização do conhecimento, através de uma investigação científica de obras já publicadas". Essa abordagem permitiu a coleta, análise e síntese de informações já consolidadas, possibilitando a reflexão crítica sobre o tema estudado. O foco foi construir uma base teórica sólida para compreender a aplicação do cubo mágico no ensino de Matemática e identificar tendências e lacunas nas pesquisas existentes.

A realização desta investigação envolveu uma leitura sistemática de materiais selecionados, com o objetivo de refletir e redigir sobre o uso do cubo mágico como recurso pedagógico. O estudo concentrou-se em fontes de dados acadêmicas que tratassem da aprendizagem de conceitos matemáticos facilitados pelo uso desse material manipulável. A principal base de consulta foi o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, uma plataforma consolidada para acessar produções acadêmico-científicas de relevância nacional. Para a busca, foram utilizados os descritores cubo mágico (sem aspas), "cubo mágico" (com aspas), "cubo de rubik" e "rubik cube" permitindo abranger uma variedade de resultados relacionados ao tema.

O recorte temporal abrangeu trabalhos defendidos entre os anos de 2014 e 2023. Esse período foi escolhido devido a um aumento observado no uso do cubo mágico como ferramenta pedagógica, especialmente no ensino de Matemática. Os critérios de inclusão dos trabalhos analisados foram definidos de forma a garantir relevância e qualidade. Apenas dissertações que utilizassem o cubo mágico diretamente no conteúdo abordado foram consideradas. Além disso, priorizou-se trabalhos que demonstram claramente o impacto desse recurso no desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico, resolução de problemas, criatividade e outras competências matemáticas fundamentais. Esse foco permitiu identificar como o cubo mágico tem sido explorado em contextos educacionais e como ele contribui para o aprendizado de forma prática e significativa.

Com base na análise dos títulos e resumos dos trabalhos encontrados no portal, foi feita uma nova filtragem, considerando como critério aqueles que focavam na utilização do cubo mágico para o ensino de conceitos matemáticos. Embora foi localizado a dissertação de Bachmann (2022), que aborda as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) no ensino de Geometria Descritiva, utilizando recursos como fotografia e softwares de modelagem 3D e menciona o uso do cubo mágico, porém não o tem como o foco principal, que o distancia dos objetivos deste trabalho. Por isso, essa pesquisa não será incluída na análise, já que não atende diretamente ao escopo desta investigação. Após essa etapa, selecionamos 10 trabalhos para serem analisados em mais detalhes. A leitura e a caracterização desses trabalhos foram realizadas com base em um modelo de fichamento, descrito no Quadro 1.

Quadro 1 – Formulário de caracterização dos trabalhos identificados.

1. Descrição sistemática de cada capítulo das dissertações
2. Identificação (referência completa)
3. Problema e objetivo
4. Procedimentos metodológicos
5. Resultados da pesquisa
6. Principais referências teóricas

7. O que o trabalho explicitou sobre o ensino de conceitos matemáticos a partir do cubo mágico?

Fonte: Produção dos autores (2024)

Por meio dessa metodologia, foi possível mapear e organizar informações relevantes, construindo uma visão ampla sobre as contribuições do cubo mágico para o ensino da Matemática no Brasil. Essa investigação representa um passo inicial importante, para aprofundar a compreensão sobre as potencialidades desse recurso como ferramenta pedagógica.

4 - ANÁLISE E RESULTADOS

Para este capítulo apresentamos a análise das pesquisas selecionadas para esta investigação, organizadas no Quadro 2. Todas as pesquisas analisadas são dissertações que adotam uma metodologia qualitativa, com foco em pesquisa teórica, sem aplicação prática direta em sala de aula. A partir da leitura detalhada de cada trabalho, buscamos compreender como o cubo mágico foi utilizado no ensino de conceitos matemáticos e as contribuições destacadas pelos autores.

Quadro 2 – Pesquisas que utilizam Cubo Mágico para o ensino de Matemática

AUTOR (ANO)	TÍTULO	TIPO (tese ou dissertação)	OBJETOS MATEMÁTICOS	Tipos de Cubos Utilizados
Noronha (2014)	Grupos e algumas aplicações	Dissertação	Álgebra, Teoria de Grupos	Cubo Mágico 3x3x3
Silva (2015)	Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta - PB	Dissertação	Álgebra, Geometria, Combinatória	Cubo Mágico 3x3x3
Moya (2015)	Uma visão matemática do cubo mágico	Dissertação	Teoria de Grupos	Cubo Mágico 3x3x3
Grimm (2016)	Cubo mágico: propriedades e resoluções envolvendo álgebra e teoria de grupos	Dissertação	Álgebra, Teoria de Grupos	Cubo Mágico 3x3x3
Silva Júnior (2016)	Teoria de Grupo e o Cubo Mágico	Dissertação	Álgebra, Teoria de Grupos	Cubo Mágico 3x3x3
Bezerra (2016)	Tópicos em Teoria de Grupos O Desafio do Cubo de Rubik	Dissertação	Álgebra, Teoria de Grupos	Cubo Mágico 3x3x3, 2x2x2
Silva	O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da	Dissertação	Geometria Plana e	Cubo Mágico

(2017)	Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio		Espacial	2x2x2, 3x3x3, 4x4x4
Barbosa (2018)	O Cubo Mágico de Rubik: Teoria, Prática e Arte	Dissertação	Teoria de Grupos	Cubo Mágico 3x3x3
Lopes (2022)	Investigando o Cubo Mágico no Desenvolvimento de Conteúdos da Geometria Euclidiana Para Alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental Por Meio da Perspectiva Sociocrítica Modelagem Matemática	Dissertação	Geometria Plana e Espacial	Cubo Mágico 3x3x3
Barai (2023)	Quebra-cabeça Tridimensional no Ensino Fundamental I Possibilidades de Utilização Interdisciplinar: Matemática e Educação Física em uma Perspectiva Histórico-Cultural	Dissertação	Educação Física / Geometria, Combinatória	Cubo Mágico 3x3x3

Fonte: Produção dos autores (2024)

GRUPOS E ALGUMAS APLICAÇÕES - NORONHA (2014)

A dissertação analisada aborda a Teoria dos Grupos e suas aplicações, destacando que, segundo o autor, esse tema não recebe a devida ênfase nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). O objetivo principal é introduzir os conceitos iniciais, baseando-se em conteúdos frequentemente explorados em livros didáticos utilizados nas salas de aula.

No primeiro capítulo, dividido em oito seções, são apresentados os seguintes tópicos: **Noções Básicas da Teoria dos Grupos**, **Classe de Equivalência**, **Relação de Congruência Módulo (m)**, **Função ϕ de Euler e Congruência Módulo (m)**,

Operações em $(\mathbb{Z}m)$, Subgrupos e Grupos Cíclicos. Cada abordagem busca detalhar os conceitos e estratégias para sua aplicação de maneira clara, utilizando definições e teoremas acompanhados de exemplificações para facilitar o entendimento.

O segundo capítulo é estruturado em cinco tópicos: **Permutações de Conjuntos, Permutação Inversa, Notações de Ciclo, Grupo das Permutações de um Conjunto e Permutações Pares e Ímpares.** Este capítulo se destaca pela expressividade ao demonstrar as definições de cada tópico, com explicações detalhadas e exemplos ilustrativos.

No terceiro capítulo, são apresentadas aplicações de algumas definições trabalhadas nos capítulos anteriores. Inicialmente, discute-se a razão pela qual a multiplicação de dois números negativos resulta em um número positivo. A abordagem histórica contextualiza as dificuldades relacionadas à compreensão dos números negativos. Segundo Noronha (2014), a ausência de entendimento sobre números negativos pode gerar outras dificuldades de aprendizado. O conceito é apresentado de forma direta e lógica, utilizando exemplos para clarificar o tema.

O segundo tópico do capítulo três explora o **Cubo de Rubik (Cubo Mágico)**, com foco no modelo 3x3x3. A abordagem começa com uma breve história de sua criação, seguida pela explicação de sua construção e das nomenclaturas empregadas. Os padrões utilizados baseiam-se em terminologias norte-americanas: “F – Front” (frente), “B – Back” (parte oposta à frente), “U – Under” (parte superior), “D – Down” (parte inferior), “R – Right” (lado direito) e “L – Left” (lado esquerdo). O texto também explora as rotações do cubo, explicando que estas são representadas por frações, e destaca que o foco do trabalho não é resolver o enigma, mas sim aplicar conceitos matemáticos ao objeto.

No terceiro tópico do capítulo três, as faces do cubo são exploradas usando as nomenclaturas previamente explicadas. Foram atribuídas duas notações para cada letra, como “F” e “F-1”, representando movimentos em sentidos opostos. As movimentações são organizadas em grupos e tratadas com base na propriedade associativa, exemplificada por Noronha (2014), que observa que $(F(LD) = (FL)D)$. O

tópico é concluído com uma análise das possíveis posições do cubo, utilizando cálculos combinatórios para determinar o número total de configurações possíveis.

O capítulo termina com uma discussão sobre **criptografia e criptossistemas**, incluindo uma breve história do tema e sua aplicação prática. É apresentada a definição de mensagens unitárias, onde cada letra do alfabeto é associada a um número. A dissertação demonstra como os teoremas são aplicados para codificar e decodificar mensagens, oferecendo exemplos claros e objetivos.

UMA PROPOSTA DE APRENDIZAGEM USANDO O CUBO - SILVA (2015)

A dissertação analisada propõe ensinar matemática de forma inovadora, utilizando o Cubo Mágico tradicional 3x3x3 como ferramenta pedagógica para aprofundar o entendimento de conceitos de álgebra e geometria. O autor defende que essa abordagem lúdica promove o raciocínio lógico e conecta os conteúdos matemáticos ao cotidiano dos alunos.

No segundo capítulo, é apresentada a história do Cubo de Rubik, detalhando sua inspiração e o contexto histórico de sua criação. O capítulo seguinte trata da montagem do cubo, destacando que, além do modelo tradicional, existem diversas variações com diferentes níveis de dificuldade. A análise se baseia em uma perspectiva matemática, ligando os movimentos do cubo à álgebra, evidenciando como o uso de materiais didáticos pode facilitar o desenvolvimento cognitivo, conforme defendido por autores como Piaget, Vygotsky e Grando. O autor também ilustra as partes do cubo, descrevendo as cores padrão (branco, amarelo, laranja, vermelho, verde e azul) e suas posições em cada face quando o cubo está montado. Além disso, introduz as siglas em inglês para as faces e explica como as rotações são realizadas, tanto no sentido horário quanto no anti-horário, utilizando apostrofes para diferenciar os movimentos. Figuras ilustrativas complementam essas explicações, facilitando a compreensão.

O capítulo continua explorando a resolução do Cubo Mágico, inicialmente recomendando um site para auxiliar no processo e, em seguida, apresentando o método de camadas com o apoio de imagens. Após a resolução, são mostrados padrões formados no cubo, como o xadrez, o "six hole", o ziguezague e o "cubo no cubo", cada um acompanhado de algoritmos específicos. O texto também discute o

conceito do "Número de Deus", que define a quantidade mínima de movimentos necessários para resolver o cubo (20 para o modelo 3x3x3). Embora o cálculo seja complexo, geralmente realizado por supercomputadores, ele ilustra a profundidade matemática associada ao objeto.

No quarto capítulo, a dissertação aborda a introdução do Cubo Mágico nas aulas, começando por uma análise inicial do material e investigando o grau de familiaridade dos alunos com o objeto. Questões como "Você já tentou montar alguma face?" e "Acredita que existem truques para resolvê-lo?" são exploradas, e é demonstrado o uso de aplicativos de celular para auxiliar na montagem. Ainda neste capítulo, conceitos de simetria são abordados, mostrando a relação entre o cubo e a geometria. Além disso, o cubo é utilizado para ilustrar o cálculo de volume, exemplificado pela medição de cada "cubinho" como 1 cm^3 , e a análise é expandida para outros objetos geométricos. Os tópicos seguintes incluem análise combinatória, que calcula as movimentações possíveis do cubo, probabilidade e frações (apresentadas de maneira introdutória), e álgebra abstrata, onde a teoria dos grupos é explorada para demonstrar conceitos como operações associativas, elemento neutro e inversos.

O quinto capítulo discute avaliações realizadas em escolas públicas por meio da OBMEP, que utiliza desafios matemáticos para identificar talentos ainda no ensino fundamental. São apresentados exemplos de questões de edições anteriores da OBMEP (2010, 2014 e 2012), algumas relacionadas ao Cubo Mágico, mostrando como o objeto pode ser usado para ilustrar problemas de lógica e matemática. Sendo assim o autor mostra que Cubo Mágico é uma ferramenta didática rica e versátil, capaz de integrar diferentes áreas da matemática de forma lúdica e prática. Sua utilização não apenas facilita a compreensão de conceitos teóricos, mas também estimula o raciocínio lógico, a criatividade e o interesse dos alunos pela matemática. Essa abordagem inovadora, aliada a materiais concretos, reforça a importância de metodologias ativas no ensino, promovendo um aprendizado mais significativo e transformador.

UMA VISÃO MATEMÁTICA DO CUBO MÁGICO - MOYA (2015)

A introdução apresenta o desenvolvimento histórico do Cubo Mágico, detalhando seu surgimento e o primeiro modelo, o 3x3x3. É destacado o jogo de permutação das peças e sua conexão com a análise combinatória matemática, que explora os posicionamentos de canto, centro e aresta. Além disso, é narrada a história do inventor Ernő Rubik, contextualizando sua criação.

A dissertação também utiliza a teoria de grupos para explorar o Cubo Mágico, apresentando definições claras com exemplos. O método de resolução baseado em permutações e combinações é enfatizado, demonstrando como as definições matemáticas, aliadas ao uso do material, podem facilitar o entendimento das movimentações. As faces do cubo e seus movimentos são descritos com siglas em português – Frente (F), Cima (C), Baixo (B), Direita (D), Esquerda (E) e Atrás (A). Embora pouco usuais em manuais e outras referências, essas siglas são aplicadas para orientar as rotações, que ocorrem em incrementos de 90° no sentido horário ou anti-horário. A simetria do cubo é trabalhada por meio de movimentos inversos, exemplificando como FA e AF são sequências opostas que retornam o cubo à posição inicial.

Dentre os métodos de montagem destacados estão: o **método empírico**, baseado em tentativa e erro sem conhecimento prévio; o **método estratégico**, que utiliza macros (algoritmos) para alcançar a solução, amplamente adotado no método de camadas; e o **método algébrico**, que se vale de cálculos da teoria de grupos para realizar a montagem. O método estratégico, fundamentado no sistema de camadas, é o principal apresentado.

O autor também explora outras variações do Cubo Mágico, como os modelos 2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, até versões avançadas como o crazy Júpiter 3x3x3 e o super square-1, além de modelos geométricos como o pyraminx e o star prisma. Embora essas variações sejam descritas, o trabalho não se aprofunda em suas características. Por fim, algumas curiosidades gerais sobre o cubo mágico são apresentadas, enriquecendo o conteúdo.

No quarto capítulo, a dissertação aborda os campeonatos de Cubo Mágico, destacando que, assim como outros jogos matemáticos, o cubo pode promover

interação e conquistas significativas. O primeiro campeonato no Brasil, realizado em 2007, é mencionado, e o autor incentiva a prática através da organização de competições em escolas. Fotos ilustram eventos realizados, seguidos pela aplicação de questionários para avaliar o impacto na aprendizagem matemática.

A dissertação se encerra com uma introdução a outros jogos matemáticos, como o Sudoku e o Rummikub, abordando suas regras e como podem ser utilizados para estimular habilidades lógicas e estratégicas, ampliando o leque de ferramentas didáticas. Essa abordagem reforça o papel do lúdico no ensino da matemática, demonstrando como jogos e desafios podem transformar o aprendizado em uma experiência mais envolvente e significativa.

CUBO MÁGICO PROPRIEDADES E RESOLUÇÕES ENVOLVENDO ÁLGEBRA E TEORIA DE GRUPOS - GRIMM (2016)

A dissertação inicia, no primeiro capítulo, com uma introdução à história de Ernő Rubik, criador do Cubo de Rubik (Cubo Mágico), destacando a concepção do primeiro exemplar do famoso quebra-cabeça.

No segundo capítulo, o autor apresenta uma explicação detalhada sobre o Cubo Mágico, abordando conceitos, estrutura e descrição do modelo 3x3x3. É destacada a quantidade de peças e seus posicionamentos, além de uma alusão ao criador do objeto. São ressaltados aspectos fundamentais, como os centros fixos, e mencionadas as diversas variações de cubos em tamanhos e formatos diferentes. O capítulo também descreve as nomenclaturas de cada face em português e inglês, utilizando as siglas padrão: F – Front (Frente), B – Back (Trás), L – Left (Esquerda), R – Right (Direita), U – Up (Cima) e D – Down (Baixo). Essa padronização é essencial para facilitar as orientações e rotações durante os movimentos, que são inicialmente realizadas em incrementos de 90°. O sentido horário é indicado pela letra correspondente à face (“R”), enquanto o anti-horário é representado pela letra com um apóstrofo ou “i” minúsculo (“R’” ou “Ri”).

O terceiro capítulo explora a Álgebra no Cubo Mágico, utilizando a teoria básica de grupos para demonstrar definições e relacioná-las ao objeto. É realizada uma análise de simetrias espaciais de um quadrado e verificado que o cubo pertence a um grupo não abeliano. O autor apresenta grupos aditivos e

multiplicativos de classes de restos, trazendo definições e exemplos que, embora ilustrativos, não fazem uso direto do cubo. Em seguida, aborda as definições de classes laterais.

Ao discutir o Grupo de Rubik, verifica-se que o cubo atende às definições de grupo por possuir propriedades como associatividade, elemento neutro e elemento inverso. O autor exemplifica o elemento inverso e confirma que o cubo mágico é um grupo não abeliano. São ainda explorados subgrupos, subgrupos gerados por subconjuntos e análises com homomorfismo de grupos, evidenciando que é possível estabelecer parâmetros para a resolução do cubo com o uso de sequências ou macros.

Ainda no terceiro capítulo, as permutações são exploradas, aplicando definições ao cubo e às suas cores. O autor utiliza a teoria de grupos para verificar como os produtos de ciclos e repetições podem retornar ao ponto inicial, analisando o número de movimentos necessários para completar uma sequência e voltar à configuração original.

O quarto capítulo aborda a aplicação da teoria de grupos e grupos de permutações no Cubo Mágico. Utilizando conceitos do capítulo anterior, o autor demonstra como o uso de macros permite alcançar resultados positivos, identificando paridades nos movimentos das faces e calculando as possíveis configurações. Também são apresentados comutadores e conjugados, acompanhados de imagens que ilustram as mudanças e movimentações baseadas nas definições matemáticas.

No quinto capítulo, o foco é a resolução do Cubo Mágico, analisando o problema sob a ótica da minimização de movimentos. São apresentados métodos computacionais e realizados por humanos, destacando como profissionais utilizam estratégias específicas em campeonatos. Outra modalidade explorada é a montagem por memorização, que envolve pensamento intuitivo e conexão com os conceitos de comutadores e conjugados.

O sexto e último capítulo propõe uma aplicação didática do Cubo Mágico 3x3x3 em sala de aula. A proposta inclui etapas de apresentação do objeto, explicação do funcionamento, definição das peças, codificação das movimentações

e a resolução pelo método mais simples: o método de camadas. Imagens são utilizadas para auxiliar o entendimento e tornar o processo acessível aos alunos.

A dissertação conclui que o Cubo Mágico é uma ferramenta rica para o ensino da matemática, unindo conceitos abstratos a aplicações práticas. A abordagem interdisciplinar reforça a importância de materiais didáticos lúdicos no aprendizado, promovendo um ensino mais dinâmico e integrador. Ao utilizar o cubo para explorar tópicos como álgebra, teoria de grupos e permutações, o autor demonstra o potencial desse objeto em transformar a experiência matemática em algo envolvente, desafiador e altamente educativo.

TÓPICOS EM TEORIA DE GRUPOS O DESAFIO DO CUBO DE RUBIK - SARAIVA(2016)

A presente dissertação aborda a teoria de grupos por meio de uma estrutura bem organizada, dividida em tópicos e subtópicos que permitem um entendimento progressivo dos conceitos. No primeiro capítulo, composto por oito tópicos e cinco subdivisões, o estudo começa com uma introdução às funções. As definições e exemplos apresentados facilitam a compreensão inicial do conceito de função e suas aplicações.

No segundo tópico, o foco é direcionado aos grupos, com uma abordagem específica sobre a estrutura simétrica, trazendo definições e exemplos. O terceiro tópico explora os subgrupos, explicando como um conjunto dentro de um grupo pode representar uma parte ou o todo do grupo. O quarto tópico aborda os geradores, que também estão relacionados a conjuntos matemáticos.

O quinto tópico, dividido em cinco subtópicos, aborda temas relacionados a simetria. O primeiro subtópico apresenta grupos simétricos de forma geral, enquanto o segundo discute a simetria do triângulo equilátero. O terceiro subtópico explora a simetria do quadrado, seguido do quarto subtópico, que analisa os grupos diedrais, aplicando o conceito de simetria a polígonos regulares de (n) lados. O quinto e último subtópico trata do ciclo de decomposição disjunto, que utiliza definições para descrever elementos de um grupo simétrico.

O sexto tópico do capítulo é dedicado ao homomorfismo de grupos, com explicações baseadas em definições e exemplos. O sétimo tópico aprofunda-se no

sinal do homomorfismo, utilizando demonstrações para reforçar o entendimento. O oitavo e último tópico do capítulo aborda os grupos alternados, aplicando os conceitos previamente discutidos para defini-los.

No segundo capítulo, a dissertação foca no Cubo de Rubik (Cubo Mágico) 3x3x3. O primeiro tópico detalha a estrutura do objeto, utilizando figuras ilustrativas para nomear e identificar cada uma de suas partes. As siglas padrão em inglês – R (direita), L (esquerda), U (cima), D (baixo), F (frente) e B (fundo) – são explicadas, assim como suas utilizações em rotações. Por exemplo, “F” representa uma rotação da frente no sentido horário, enquanto “F’” indica uma rotação no sentido anti-horário. O autor também realiza uma análise combinatória, calculando as possibilidades de posicionamento das peças do cubo.

Este tópico é subdividido em três partes: a resolução do cubo mágico 3x3x3, a resolução do cubo 2x2x2, e a introdução do Cuboku – um modelo 3x3x3 que utiliza números em vez de cores, inspirado no jogo Sudoku. O Cuboku apresenta uma única solução possível, diferenciando-se do cubo convencional.

No segundo tópico do capítulo dois, o autor relaciona o Cubo de Rubik à teoria de grupos, definindo situações de movimentação e explicando as possibilidades de rotações, além de calcular configurações válidas e inválidas do cubo. No primeiro subtópico, são analisados os ciclos de rotação, utilizando definições matemáticas para explicar os giros no sentido horário e anti-horário. O segundo subtópico trata das configurações específicas do cubo, detalhando as posições possíveis das peças de canto e aresta, além de suas orientações. O terceiro subtópico explora as ações do grupo, conectando as definições à funcionalidade do cubo. Por fim, o último subtópico verifica as configurações válidas do Cubo de Rubik, utilizando a teoria de grupos para estabelecer critérios.

A dissertação conclui que o Cubo de Rubik é uma ferramenta poderosa para ensinar a teoria de grupos, conectando conceitos abstratos a um objeto concreto. A análise das rotações, ciclos e configurações do cubo oferece uma abordagem prática para explorar conceitos como simetria, permutação e grupos não abelianos. Ao integrar teoria e prática, o trabalho evidencia o potencial didático do Cubo de

Rubik, tanto como recurso matemático quanto como um estímulo para o raciocínio lógico e a criatividade.

TEORIA DE GRUPO E O CUBO MÁGICO - SILVA (2016)

A presente dissertação tem como principal referência o trabalho **Group Theory and the Rubik's Cube**, de Janet Chen (2004). Desde o início, o autor demonstra o objetivo de difundir a matemática por meio da resolução do Cubo de Rubik, destacando a aplicação da teoria de grupos como ferramenta para entender as movimentações e construções do cubo. A abordagem inicial parte de conceitos fundamentais de funções, preparando o terreno para a introdução à teoria de grupos.

No primeiro capítulo, o autor explora as propriedades de funções, apresentando definições e exemplos que servem como base para os tópicos seguintes. Embora ainda não sejam diretamente relacionados ao Cubo de Rubik, esses conceitos são essenciais para a compreensão da teoria de grupos desenvolvida posteriormente.

O segundo capítulo aborda os grupos, trazendo referências de autores como Chen (2004), Simis (1977) e Martinez et al. (2013). O capítulo apresenta exemplos iniciais para ilustrar as definições básicas, que são aplicadas progressivamente dentro do contexto da teoria de grupos.

No terceiro capítulo, o foco recai sobre o Cubo de Rubik e sua relação com os subgrupos. O autor começa com as notações padrão do cubo 3x3x3, destacando a curiosidade de que o cubo é composto por 26 peças externas (não 27), devido à ausência de um cubo central interno, conhecido como "core". As notações utilizadas seguem o padrão de David Singmaster: R (direita), L (esquerda), U (superior), D (inferior), F (frontal) e B (posterior). Cada letra representa uma rotação de 90°, sendo o sentido horário indicado pela letra simples e o anti-horário pela letra seguida de um apóstrofo ou índice negativo (por exemplo, R e R^{-1}).

A segunda seção desse capítulo interpreta o cubo como um grupo, aplicando definições fundamentais como identidade, associatividade e elementos inversos. Na terceira seção, são analisados os subgrupos do cubo, identificando as configurações

válidas e mostrando que nem todas as combinações possíveis respeitam as regras do grupo devido à estrutura fixa do objeto. A quarta seção apresenta notações simplificadas para operações, como substituir $R.R.R$ por R^3 , facilitando a escrita e análise.

O quarto capítulo trata dos **geradores**, introduzindo a definição de subconjuntos que geram grupos e exemplificando a aplicação no contexto do Cubo de Rubik. Além disso, conceitos de ciclos são analisados, ampliando a compreensão das propriedades dos grupos.

No quinto capítulo, o autor explora o **grupo simétrico**, abordando os posicionamentos possíveis do cubo. A primeira seção apresenta a decomposição em ciclos disjuntos, oferecendo uma maneira compacta de representar a simetria de grupos. Na segunda seção, o Cubo de Rubik é analisado, com exemplos que utilizam a "regra da mão direita" para orientar movimentos no sentido horário.

O sexto capítulo detalha as configurações do cubo mágico, destacando as peças de canto e aresta. Imagens ilustrativas ajudam na visualização das rotações e mudanças, permitindo identificar padrões e verificar as definições matemáticas. A bijeção entre os conjuntos de cubinhos é demonstrada, com atenção especial às 12 peças de canto e 8 de aresta, cuja análise facilita a identificação de padrões e valida os conceitos apresentados anteriormente.

No sétimo capítulo, o autor analisa um método de resolução do cubo mágico por camadas, utilizando as notações e definições desenvolvidas nos capítulos anteriores. A primeira seção apresenta possíveis rotações e posições, enquanto a segunda introduz a metodologia de camadas, adaptada em oito passos para facilitar a compreensão. Na terceira seção, as etapas de montagem são demonstradas, conectando os conceitos teóricos à prática e provando a aplicabilidade dos grupos no processo de resolução.

A dissertação conclui que o Cubo de Rubik é uma ferramenta didática poderosa, que une abstração matemática à aplicabilidade prática. Por meio da teoria de grupos, o autor demonstra como conceitos aparentemente complexos podem ser descompostos em passos acessíveis, promovendo uma compreensão profunda e lúdica da matemática. Essa abordagem reforça o valor do Cubo de Rubik não

apenas como um quebra-cabeça, mas como um recurso educacional que inspira lógica, criatividade e aprendizado significativo.

O Uso do Cubo Mágico para o Ensino da Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio - SILVA (2017)

A presente dissertação apresenta um estudo sobre geometria, utilizando jogos matemáticos como recurso pedagógico, com destaque para o Cubo Mágico. Diversos modelos de cubos foram empregados ao longo do trabalho, evidenciando a versatilidade do material.

No primeiro capítulo, são apresentadas referências teóricas para o uso de materiais lúdicos no ensino, com base em autores como Piaget, Grandó, Rêgo e Vygotsky. Esses pesquisadores destacam as vantagens e orientações para um trabalho eficaz com jogos e materiais concretos. Em seguida, é apresentado o contexto histórico do Cubo de Rubik (Cubo Mágico), com uma descrição detalhada de sua formação inicial, centrada no modelo $3 \times 3 \times 3$.

A dissertação também explora a diversidade de materiais utilizados no estudo, que inclui os modelos cúbicos $2 \times 2 \times 2$, $3 \times 3 \times 3$ e $4 \times 4 \times 4$, além de variações como Mirror $2 \times 2 \times 2$, Gem IV, Megaminx, Octaedro, Pyraminx, $3 \times 3 \times 3$ Cilíndrico, Pyramorphinx, $3 \times 3 \times 3$ Côncavo, $2 \times 2 \times 3$, Gem VI, Square-2 e Square-1. Essa ampla gama de cubos permite trabalhar conceitos de geometria plana e espacial, enriquecendo as possibilidades pedagógicas.

No segundo capítulo, são discutidas as aplicações do Cubo Mágico na geometria plana e espacial. A introdução dos axiomas facilita o manuseio do material em sala de aula, e a Fórmula de Euler é apresentada para analisar características como faces, arestas e vértices, destacando como esses elementos variam entre os diferentes modelos de cubos. Um problema do ENEM 2016 é utilizado para demonstrar a aplicação prática dos conceitos geométricos, com uma analogia entre as faces dos cubos mágicos e a sequência de quadrados do exercício. O capítulo encerra destacando o desenvolvimento do raciocínio lógico e geométrico.

O terceiro capítulo aborda a metodologia de ensino, iniciando com uma discussão sobre os desafios de introduzir novos materiais em sala de aula. Questões como tempo limitado, custo, disponibilidade de materiais e acesso a informações são levantadas. Em seguida, são apresentados projetos pedagógicos desenvolvidos com materiais lúdicos no IFMA/Bacabal.

- Primeiro projeto: Foco no raciocínio lógico e no processo de aprendizagem, explorando como o Cubo Mágico contribui para a formação dos alunos.
- Segundo projeto: Abordagem em geometria plana.
- Terceiro projeto: Pequeno campeonato de Cubo Mágico, promovendo interação e motivação.
- Quarto projeto: Uso de jogos de cartas para trabalhar operações matemáticas.
- Quinto projeto: Campeonato oficial de resolução do Cubo Mágico.

Os projetos demonstram como ações bem estruturadas podem despertar maior curiosidade e engajamento dos alunos, permitindo a descoberta de novas ferramentas de aprendizado. O autor ressalta que aulas bem planejadas podem transformar o interesse dos estudantes e criar oportunidades para novas descobertas.

No quarto capítulo, são apresentadas resoluções de diversas questões de geometria utilizando o Cubo Mágico. A análise inclui diferentes materiais e demonstrações de suas aplicações práticas em sala de aula. O autor destaca a importância de o professor conhecer bem o material, garantindo clareza e detalhamento ao conduzir as atividades, o que facilita a compreensão e o aprendizado dos alunos.

A dissertação conclui que o uso de jogos matemáticos, como o Cubo Mágico, oferece um caminho lúdico e eficiente para ensinar geometria. Essa abordagem não só estimula o raciocínio lógico e geométrico, mas também desperta o interesse dos alunos, tornando o aprendizado mais dinâmico e significativo. Ao integrar teoria e prática, o estudo reforça a relevância de materiais concretos como ferramentas pedagógicas transformadoras.

O CUBO MÁGICO DE RUBIK TEORIA, PRÁTICA E ARTE - BARBOSA (2018)

A presente dissertação tem como objetivo principal propor o uso do Cubo de Rubik (Cubo Mágico) como ferramenta pedagógica interdisciplinar, explorando aspectos históricos, matemáticos e artísticos. A proposta é destinada a alunos do ensino médio e superior, com aplicações voltadas à teoria de grupos e atividades práticas, como montagem de mosaicos.

No Capítulo 1, o autor apresenta o histórico do Cubo de Rubik, criado por Ernő Rubik em 1974, originalmente para ensinar conceitos de geometria espacial. A descrição detalha o desenvolvimento do objeto, destacando que o cubo é formado por 26 peças visíveis, além de um núcleo central que sustenta a estrutura. O capítulo também aborda os movimentos básicos do cubo, representados por notações padrão como R (direita), L (esquerda), U (superior), D (inferior), F (frontal) e B (posterior), além de suas rotações em sentidos horário e anti-horário. Variações do cubo, como os modelos 2x2x2, 4x4x4 e 5x5x5, são mencionadas, juntamente com recordes mundiais de resolução.

No Capítulo 2, é apresentado um método de solução do cubo para iniciantes, baseado na resolução por camadas. A abordagem inclui instruções detalhadas para formar a cruz inicial, alinhar as peças de canto e aresta, e organizar a camada superior. Cada etapa é ilustrada com figuras e setas para facilitar a compreensão, tornando o material acessível a todos os públicos. O autor destaca a importância da prática e da persistência durante o processo.

O Capítulo 3 explora a teoria de grupos aplicada ao Cubo de Rubik. São apresentadas definições fundamentais, como associatividade, identidade e inverso, além de exemplos práticos. A seção 3.2 analisa as ações de grupos no cubo, destacando que os movimentos básicos geram permutações específicas das peças. O capítulo também calcula a quantidade total de movimentos possíveis no cubo, evidenciando a relação entre a matemática abstrata e a prática concreta.

No Capítulo 4, o autor propõe a confecção de mosaicos com cubos mágicos como atividade interdisciplinar. A técnica é inspirada no estilo pixel art, utilizando cubos mágicos para criar imagens. Um exemplo notável é o projeto "Dream Big", de Pete Fecteau, que utilizou mais de 4.200 cubos. A proposta foi aplicada com um

grupo de 15 alunos, resultando na montagem de um mosaico com 500 cubos. Os encontros foram planejados para desenvolver habilidades como concentração, memória, paciência e raciocínio lógico.

A dissertação também inclui um apêndice com manuais de montagem para os modelos 4x4x4 e 5x5x5, permitindo a continuidade do projeto com variações mais avançadas do cubo. Além disso, são discutidas as possibilidades de expansão do uso do Cubo de Rubik para além do ensino de matemática, abrangendo manifestações artísticas e desafios intelectuais.

A dissertação conclui que o Cubo de Rubik é uma ferramenta versátil e eficaz para o ensino interdisciplinar, capaz de despertar o interesse de alunos com diferentes níveis de habilidade em matemática. Ao unir teoria, prática e arte, o trabalho oferece uma abordagem inovadora e dinâmica para a educação, transformando o aprendizado em uma experiência envolvente e significativa.

INVESTIGANDO O CUBO MÁGICO NO DESENVOLVIMENTO DE CONTEÚDOS DA GEOMETRIA EUCLIDIANA PARA ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA PERSPECTIVA SOCIOCÍTICA MODELAGEM MATEMÁTICA - LOPES (2022)

A dissertação Investigando o Cubo Mágico no Desenvolvimento de Conteúdos da Geometria Euclidiana para Alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental por Meio da Perspectiva Sociocrítica Modelagem Matemática, de Lopes (2022), utiliza o Cubo Mágico como material didático central para ensinar conceitos de Geometria Euclidiana, como ponto, reta, plano, área, perímetro e volume. Ancorado na perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática, o trabalho investiga como a ludicidade e os materiais manipulativos podem contribuir para uma aprendizagem mais dinâmica e contextualizada.

No primeiro capítulo, é apresentada a fundamentação teórica, abordando as dificuldades históricas no ensino da geometria, destacando Lorenzato (1995), que defende a utilização de materiais manipulativos para estimular o pensamento visual e geométrico. A Modelagem Matemática é discutida com base em Rosa e Orey (2010), que enfatiza a necessidade de conectar os conteúdos matemáticos às realidades cotidianas dos alunos. A ludicidade, segundo Dante (2006), é essencial para introduzir a geometria de forma experimental, enquanto Silveira, Novello e

Laurino (2011) reforçam que materiais concretos ajudam a criar uma ligação entre a teoria e a prática. A Teoria da Mediação, baseada em Vygotsky, guia o papel do professor como mediador do aprendizado, facilitando a interação entre alunos e materiais.

No segundo capítulo, a metodologia é detalhada, ancorada na Teoria Fundamentada nos Dados. O autor descreve como o Cubo Mágico, na versão 3x3x3 tradicional, foi escolhido como recurso manipulativo principal. Além do cubo tradicional, outros formatos, como o 2x2x2, foram mencionados em atividades exploratórias para introduzir variações. O cubo foi usado para trabalhar conceitos como simetria, relações espaciais, propriedades geométricas e cálculos volumétricos. Três blocos de atividades foram elaborados, com base em questionários aplicados antes e depois das atividades, um diário de campo para registrar observações e interações, e a triangulação dos dados para validar os resultados.

No primeiro bloco de atividades, os alunos exploraram conceitos geométricos primitivos, como ponto, reta e plano, utilizando o Cubo Mágico para identificar essas noções em suas faces e bordas. Foram realizados exercícios de reconhecimento e manipulação para que os estudantes visualizassem os elementos geométricos diretamente no cubo. No segundo bloco, o foco foi na geometria plana, onde os alunos calcularam perímetros e áreas de formas presentes no cubo, como quadrados e retângulos que compõem suas faces. No terceiro bloco, os conceitos de geometria espacial foram aprofundados, com o cálculo do volume e a exploração de suas propriedades associativas em movimentos do cubo.

As ferramentas matemáticas também incluíram cálculos combinatórios para determinar o número de configurações possíveis do Cubo Mágico, integrando elementos de probabilidade e lógica. Além disso, a análise dos movimentos do cubo foi conectada ao conceito de grupos matemáticos, mostrando como os alunos podiam aplicar ideias abstratas em contextos concretos. A exploração das rotações e suas representações simbólicas, como "F" (frente) e "F-1" (frente invertida), ajudou a introduzir conceitos de simetria e propriedades algébricas.

No terceiro capítulo, o autor apresenta os resultados, que demonstraram o impacto positivo do Cubo Mágico no engajamento dos alunos. A ludicidade do material proporcionou um ambiente motivador e desafiador, permitindo que os estudantes conhecessem os conceitos geométricos a aplicações práticas e situações cotidianas. Rosa e Orey (2010) argumentam que a modelagem matemática, ao integrar elementos do cotidiano, não só facilita o aprendizado, mas também promove o desenvolvimento de um pensamento crítico e reflexivo.

No quarto capítulo, o autor interpreta os dados, reforçando o papel mediador do Cubo Mágico e a eficácia da modelagem matemática na construção de um aprendizado significativo. O autor destaca a combinação entre ludicidade, materiais manipulativos e mediação pedagógica que permitiu superar barreiras no ensino da geometria, como a dificuldade em conectar teoria e prática. A análise mostrou que os estudantes desenvolveram não apenas competências técnicas, mas também habilidades de resolução de problemas e raciocínio lógico.

O quinto capítulo conclui que a abordagem proposta foi eficaz para transformar o ensino de geometria em algo mais interativo e contextualizado. A pesquisa resultou na elaboração de um caderno de sugestões pedagógicas, contendo atividades baseadas no uso do Cubo Mágico e alinhadas à perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática. Esse material busca orientar professores interessados em replicar as práticas em diferentes contextos educacionais.

Dessa forma, Lopes (2022) demonstra como o Cubo Mágico pode ser uma ferramenta poderosa para a Educação Matemática, unindo ludicidade, modelagem e mediação para promover um aprendizado dinâmico, reflexivo e alinhado às demandas contemporâneas do ensino.

QUEBRA-CABEÇA TRIDIMENSIONAL ENSINO FUNDAMENTAL POSSIBILIDADES UTILIZAÇÃO INTERDISCIPLINAR MATEMÁTICA EDUCAÇÃO FÍSICA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL BARAI (2023)

Na dissertação analisada, Barai (2023) utiliza o Cubo mágico, como material didático interdisciplinar para o ensino de Matemática e Educação Física, fundamentado na perspectiva histórico-cultural. O estudo é realizado com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental buscando explorar como o uso desse quebra-cabeça

tridimensional pode desenvolver habilidades lógicas, cognitivas e motoras, alinhadas às competências da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No primeiro capítulo, Barai contextualiza sua fundamentação teórica na perspectiva histórico-cultural de Vigotsky, enfatizando o papel do brinquedo, do brincar e do jogo no desenvolvimento humano. A ludicidade é apresentada como mediadora essencial para a internalização de conceitos, permitindo que os alunos transcendam suas capacidades habituais. O autor reforça que o uso de jogos e brinquedos, como o Cubo Mágico, estimula funções psicológicas superiores, como atenção, memória e raciocínio lógico, além de promover a apropriação de valores culturais e sociais.

No segundo capítulo, o autor discute a Matemática como área de conhecimento, destacando a relevância dos jogos no ensino e aprendizagem. Barai utiliza o Cubo 3x3x3 como recurso principal, para diversificar os desafios e estimular diferentes habilidades. O método de montagem por camadas do cubo foi adotado como base pedagógica, estruturado em oito passos que incluem reconhecimento das peças, estratégias de resolução e aplicação de algoritmos básicos. Esse processo não apenas facilitou o aprendizado técnico do quebra-cabeça, mas também integrou conceitos matemáticos como rotação, translação, simetria e cálculos volumétricos.

O terceiro capítulo aborda a Educação Física como campo de conhecimento e sua relação com habilidades motoras desenvolvidas por meio do uso do Cubo Mágico. Barai destaca como o brinquedo favorece a coordenação motora fina, a destreza manual e o tempo de reação, habilidades alinhadas aos objetivos da Educação Física Escolar. A interdisciplinaridade com a Matemática é explorada por meio de atividades que combinam movimentos específicos com conceitos geométricos e espaciais, criando um aprendizado integrado e significativo.

No quarto capítulo, o autor discute a interdisciplinaridade entre Matemática e Educação Física. Barai argumenta que essa abordagem potencializa o aprendizado, pois conecta diferentes áreas do conhecimento de forma prática e contextualizada. Ele cita Moura (2007), que defende o uso de jogos como mediadores para promover o desenvolvimento integral dos alunos, e Huizinga (1971), que destaca a transcendência proporcionada pelo jogo na construção cultural e social.

No quinto capítulo, Barai apresenta a metodologia do estudo, que inclui questionários, observações em diário de campo e oficinas práticas com o Cubo

Mágico. As atividades foram planejadas para integrar competências e habilidades descritas no Currículo Paulista, envolvendo cálculos combinatórios, análise de movimentos e montagem do cubo mágico. O autor utilizou o software IRAMUTEQ para análise qualitativa e quantitativa dos dados, identificando como os alunos internalizaram conceitos e desenvolveram competências.

Por fim, o sexto capítulo apresenta os resultados da pesquisa. Barai conclui que o uso do Cubo Mágico como recurso pedagógico interdisciplinar é viável e eficaz. O estudo demonstrou que o brinquedo promoveu engajamento, melhorou o desempenho lógico-matemático e motor dos alunos, e ampliou sua capacidade de resolver problemas. O autor reforça que a abordagem proposta pode ser adaptada a diferentes contextos educacionais, tornando-se uma ferramenta poderosa para o ensino interdisciplinar.

Assim, Barai (2023) evidencia como o Cubo Mágico transcende sua função de brinquedo e se torna um recurso didático relevante para o desenvolvimento integral dos alunos, unindo conceitos acadêmicos e práticos em uma abordagem inovadora e dinâmica.

VISÃO GERAL DOS TRABALHOS ANALISADOS

A dissertação de Noronha (2014), intitulada “Grupos e algumas aplicações”, tem como objetivo explorar a Teoria de Grupos e suas aplicações no ensino de Matemática, utilizando o cubo mágico 3x3x3 como material didático para demonstrar os conceitos de forma facilitada. Noronha (2014) evidencia que, apesar da relevância da Teoria de Grupos, ela não recebe a devida atenção nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Ele propõe a utilização do Cubo Mágico como uma ferramenta prática que conecta conceitos abstratos a contextos concretos. Noronha apresenta conceitos como grupos abelianos, subgrupos e grupos cíclicos, utilizando exemplos com números inteiros e racionais, tornando os conteúdos mais acessíveis para estudantes do ensino básico. Essa visão inicial de Noronha (2014) estabelece as bases para os estudos posteriores de Moya (2015), Grimm (2016) e Silva Júnior (2016), que expandem e aprofundam o uso do cubo mágico na introdução de operações matemáticas complexas.

Silva (2015), em sua dissertação “Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico”, complementa a abordagem prática de Noronha (2014) ao propor atividades lúdicas que utilizam o Cubo Mágico como recurso didático para o ensino de Geometria e Álgebra. Silva (2015) destaca que jogos e atividades recreativas não apenas facilitam a compreensão de conceitos abstratos, mas também despertam o interesse dos alunos pelo aprendizado. Esse uso lúdico do cubo também é enfatizado por Barbosa (2018), que, além de explorar os aspectos matemáticos, destaca a interdisciplinaridade do cubo ao integrá-lo com a Arte. Assim, ambos defendem que o Cubo Mágico é um material didático que pode engajar os estudantes de maneira mais criativa e interativa.

A dissertação de Moya (2015), intitulada “Uma visão matemática do cubo mágico”, avança nas ideias de Noronha (2014) ao aprofundar a aplicação do Cubo Mágico na Teoria dos Grupos. Moya explora o conceito de permutações, elucidando as diferenças entre permutações pares e ímpares e relacionando-as às rotações do cubo. Ele também introduz uma terminologia sistemática para descrever as movimentações, facilitando a compreensão das relações algébricas. Esses conceitos são retomados por Grimm (2016) e Silva Júnior (2016), que utilizam o cubo mágico para explicar propriedades como associatividade e inversibilidade em grupos matemáticos. Juntos, esses autores mostram que o cubo mágico não apenas ilustra a Teoria dos Grupos, mas também a torna mais acessível para estudantes de diferentes níveis de ensino.

Grimm (2016) e Silva Júnior (2016) estabelecem uma forte conexão entre a teoria e a prática, aprofundando o estudo iniciado por Noronha (2014) e Moya (2015). Grimm (2016) explora a notação algébrica para descrever as rotações do cubo mágico e utiliza essas operações para exemplificar algoritmos de resolução. Por outro lado, Silva Júnior (2016) amplia a discussão ao propor atividades práticas que ajudam os alunos a compreender os princípios da Teoria dos Grupos por meio da resolução do Cubo Mágico. A complementaridade entre esses trabalhos destaca o papel do cubo como ferramenta pedagógica que integra o ensino teórico com aplicações concretas.

Bezerra (2016), em sua dissertação, explora uma abordagem diferenciada, focando na combinatória. Ele propõe o uso do cubo mágico para ensinar conceitos

como agrupamentos e arranjos, utilizando a estrutura do cubo para ilustrar visualmente esses tópicos. Bezerra (2016) estabelece um elo com as propostas de Grimm (2016) e Silva Júnior (2016), mostrando que o Cubo Mágico pode ser um recurso versátil tanto para o ensino de Teoria dos Grupos quanto para tópicos de análise combinatória.

Silva (2017), em “Geometria plana e espacial com o cubo mágico”, complementa as contribuições anteriores ao focar na aplicação do cubo no ensino de Geometria. Ele utiliza as rotações e simetrias do cubo para ilustrar conceitos de transformações geométricas e explorar conexões com a geometria plana e espacial. Esse trabalho dialoga diretamente com os estudos de Bezerra (2016), ao mostrar como a manipulação prática do cubo pode contribuir para a visualização de conceitos abstratos, e com Silva (2015), ao enfatizar o papel do cubo no desenvolvimento do pensamento lógico-espacial.

Barbosa (2018), em “O cubo mágico de Rubik: teoria, prática e arte”, traz uma abordagem interdisciplinar ao conectar Matemática e Arte. Ele explora como o Cubo Mágico pode ser usado na criação de padrões visuais e mosaicos, ampliando seu uso além das aplicações tradicionais. Barbosa estabelece uma ligação com Silva (2015), que defende o caráter lúdico do cubo, e com Bezerra (2016), que ressalta sua flexibilidade para abordar diferentes tópicos matemáticos. Essa interdisciplinaridade reflete o potencial do cubo mágico como uma ferramenta pedagógica que transcende os limites da Matemática.

Lopes (2022), em sua pesquisa, adota uma abordagem sociocrítica para explorar o uso do Cubo Mágico no ensino de Geometria Euclidiana. Ele relaciona os movimentos do cubo a conceitos geométricos como área, volume e simetrias, destacando sua relevância em contextos cotidianos. Lopes conecta sua proposta aos estudos de Silva (2017) e Barbosa (2018), reforçando a ideia de que o Cubo Mágico pode ser utilizado para contextualizar os conteúdos matemáticos, promovendo um aprendizado mais significativo.

Por fim, Barai (2023), em “Quebra-cabeça tridimensional no Ensino Fundamental I: possibilidades de utilização interdisciplinar Matemática e Educação Física”, explora como o Cubo Mágico pode integrar conceitos matemáticos com

atividades físicas. Ele destaca o desenvolvimento de habilidades motoras e cognitivas, propondo atividades práticas que combinam o aprendizado matemático com a coordenação motora. Essa abordagem dialoga com Barbosa (2018) e Silva (2015), ao mostrar como o cubo pode ser um recurso lúdico e interdisciplinar, enriquecendo o processo de ensino-aprendizagem.

5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho explorou as contribuições do cubo mágico como material didático no ensino de Matemática, abordando suas aplicações em trabalhos acadêmicos a partir da análise de teses e dissertações, onde a principal base de consulta foi o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, defendidas no Brasil entre 2014 e 2024. A pesquisa demonstrou que o cubo mágico passa de ser de uso simples como um jogo ou passatempo e assume um papel significativo como material didático capaz de conectar teoria e prática em sala de aula. Os resultados evidenciam que o cubo mágico é uma material eficaz para ensinar diversos conceitos matemáticos, como álgebra, geometria plana e espacial, combinatória e teoria dos grupos. Além disso, ele promove o desenvolvimento de habilidades essenciais, como raciocínio lógico, resolução de problemas, criatividade, concentração e trabalho em equipe.

Durante a análise das produções acadêmicas, ficou evidente que o cubo mágico pode ser aplicado de diversas formas no ensino de Matemática. Desde a exploração de conceitos básicos, como simetrias e permutações, até o estudo de estruturas mais avançadas, como os grupos não abelianos, ele se mostra adequado para diferentes níveis de ensino. Os trabalhos destacaram também sua capacidade de estimular a curiosidade e o engajamento dos alunos, fatores que são cruciais em um cenário onde a Matemática é frequentemente percebida como desafiadora ou desmotivadora.

O Cubo Mágico, com suas amplas possibilidades pedagógicas, apresenta contribuições significativas para o ensino de matemática, especialmente no âmbito do ensino superior, como destacado em trabalhos como os de Grimm (2016) e Saraiva (2016), que exploram sua aplicação na teoria de grupos e álgebra abstrata. No entanto, ao analisar as dissertações fornecidas, percebe-se que grande parte das contribuições práticas do Cubo Mágico ainda se concentra em conteúdos voltados ao ensino superior, enquanto os trabalhos direcionados à educação básica, como os de Barai (2023) e Lopes (2022), que abordam sua aplicação na geometria e no ensino contextualizado, são menos frequentes. Isso evidencia a necessidade de ampliar pesquisas e práticas que adaptem essa ferramenta lúdica para fortalecer o ensino da matemática desde os primeiros anos da educação básica, explorando seu

potencial para motivar os alunos e facilitar a construção de conceitos fundamentais de forma significativa e concreta.

Os estudos de Lopes (2022) e Silva (2017) destacaram a eficácia do cubo mágico no ensino de geometria plana e espacial. Lopes utilizou o cubo em uma abordagem sociocrítica, relacionando conceitos geométricos como área, volume e simetria a situações práticas do cotidiano dos alunos, enquanto Silva ampliou o uso para explorar múltiplas variações do cubo, integrando aspectos de raciocínio lógico e criatividade no aprendizado. Ambos evidenciam como o material pode transformar o ensino da geometria ao conectar teoria e prática de maneira significativa.

Além disso, trabalhos como os de Noronha (2014) e Grimm (2016) reforçaram o uso do cubo mágico para ensinar conceitos abstratos de álgebra e teoria dos grupos. Noronha explorou a introdução de permutações e simetrias com base nos movimentos do cubo, enquanto Grimm destacou a aplicabilidade dos macros e das estruturas não abelianas como ferramenta para ilustrar conceitos avançados. Essas abordagens demonstram o valor do cubo mágico para introduzir tópicos complexos de maneira prática e acessível.

Sendo assim este trabalho visa a relevância de metodologias ativas e lúdicas no processo de ensino-aprendizagem. A utilização de materiais didáticos, como o cubo mágico são evidenciadas que é possível aliar a abstração da Matemática à manipulação prática, facilitando o entendimento e tornando o aprendizado mais dinâmico e significativo, mas, é importante destacar algumas limitações. A aplicação prática do cubo mágico em sala de aula requer que os professores estejam devidamente preparados, tanto no domínio técnico quanto nas estratégias pedagógicas.

Além disso, há espaço para explorar o cubo mágico em contextos interdisciplinares, integrando-o a outras áreas do conhecimento como por exemplo disciplina de Arte que fora destacada por Barbosa (2018) e a Educação física por Barai(2023). Essa integração pode ampliar ainda mais seu potencial educativo, permitindo que o cubo seja usado como material didático no ensino de projetos mais amplos e colaborativos. Assim, este estudo visa contribuir para o campo da

Educação Matemática ao apresentar um panorama das pesquisas sobre o uso do cubo mágico no Brasil e apontar caminhos para sua aplicação prática.

Este trabalho também contribuiu para a minha formação acadêmica, o que também marcou minha trajetória como estudante e futuro educador. Conhecer o cubo mágico durante o início do curso de Licenciatura em Matemática foi uma experiência transformadora. O primeiro contato com o objeto, em uma atividade despretensiosa, despertou minha curiosidade e me levou a explorar suas possibilidades. Desde então, o cubo mágico deixou de ser apenas um quebra-cabeça e passou a ser um símbolo do meu crescimento acadêmico e por fim, no decorrer dessa pesquisa, percebi como um objeto aparentemente simples pode carregar uma riqueza de significados e aplicações. Aprendi que o cubo mágico vai muito além do lazer: ele é um material poderoso para desenvolver habilidades, promover aprendizagens significativas e, acima de tudo, criar conexões entre a teoria e a prática.

Uma perspectiva relevante para trabalhos futuros envolvendo o Cubo Mágico é expandir sua aplicação para outros níveis de ensino, especialmente os anos iniciais do ensino fundamental. Adaptar a complexidade do Cubo para crianças pode abrir novas possibilidades de aprendizado, permitindo que conceitos básicos de geometria, lógica e até habilidades motoras sejam trabalhados de forma lúdica e envolvente. Essa abordagem ampliaria o alcance do Cubo como ferramenta pedagógica e mostraria sua versatilidade para diferentes faixas etárias.

Outro caminho promissor é explorar ainda mais as conexões interdisciplinares. O Cubo já tem sido associado à Matemática e à Educação Física assim como no trabalho de Barai (2023), mas há muito potencial para integrá-lo a outros conhecimentos com projetos criativos, como mosaicos e composições visuais.

Além dos resultados alcançados, este estudo abre espaço para novas investigações relacionadas ao uso do Cubo Mágico na educação. Uma possibilidade seria explorar sua aplicação em séries iniciais, com adaptações que tornem o aprendizado mais acessível e lúdico para crianças. Outra linha de pesquisa poderia focar na formação continuada de professores, avaliando como capacitações específicas para o uso do Cubo Mágico influenciam as práticas pedagógicas e o

engajamento dos alunos. Ainda, investigar sua utilização em contextos interdisciplinares, como em projetos que integrem Matemática e outras áreas do conhecimento, ou mesmo em práticas voltadas para inclusão, com adaptações para alunos com necessidades especiais. Estudos que analisem o impacto da ludicidade do Cubo Mágico em habilidades cognitivas. Essas direções oferecem caminhos que podem ser inovadores para expandir o potencial pedagógico desta ferramenta.

Essas abordagens poderiam transformar o Cubo Mágico em uma ferramenta ainda mais significativa para o aprendizado. Explorar essas possibilidades, tanto no desenvolvimento de materiais didáticos complementares quanto na ampliação de sua aplicação em diferentes áreas e públicos, é um caminho que fortalece o uso de ferramentas pedagógicas de modo que seja transformadora na educação.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. 2003.

BARAI, Alexandre. **Quebra-cabeça tridimensional no ensino fundamental I: possibilidades de utilização interdisciplinar matemática e educação física em uma perspectiva histórico-cultural**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, Araras, 2023. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=13710790# Acesso em: 03 de dezembro. de 2024.

BACHMANN, Sergio Ricardo. **Unidades de ensino potencialmente significativas: uma abordagem para o ensino de conceitos da geometria descritiva**. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2022. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=12846643 Acesso em: 03 de dezembro. de 2024.

BARBOSA, Fernando Vieira. **O cubo mágico de rubik: teoria, prática e arte**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5663228 . Acesso em: 09 de out. de 2024.

BARROS, Marcelo Lopes Leão; ANGELIM, Clenilson Panta. O uso dos jogos no ensino da matemática. Id on line. Revista de psicologia, v. 12, n. 39, 30 jan. 2018. DOI: 10.14295/idonline.v12i39.1004. Disponível em: <https://idonline.emnuvens.com.br/id/article/view/1004>. Acesso em: 15 dez. 2024.

BIANCHINI, Gisele; GERHARDT, Tatiane; DULLIUS, Maria Madalena. Jogos no ensino de matemática “quais as possíveis contribuições do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem da matemática?”. **Revista Destaques Acadêmicos**, [S. l.], v. 2, n. 4, 2011. Disponível em: <https://www.univates.br/revistas/index.php/destaques/article/view/83>. Acesso em: 15 out. 2024.

CORNOCK, C. Teaching group theory using rubik's cubes. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Taylor & Francis Ltd., v. 46, n. 7, p. 957–967, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1070442>.

DAVIS, T. Teaching mathematics with rubik's cube. **The Two-Year College Mathematics Journal**, Taylor & Francis Ltd., v. 13, n. 3, p. 178–185, 1982.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3 Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

FIORENTINI, Dario. MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão do uso e materiais concretos e jogo no ensino de matemática. **Boletim SBEM** –SP, n 7, de julho - agosto de 1990.

GEE, James Paul. Bons videogames e boa aprendizagem. *Perspectiva*, v. 27, n. 01, p. 167-178, 2009. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S0102-54732009000100009&script=sci_abstr_act . Acesso em: 20 de fev. de 2025.

GRIMM, Luis Gustavo Hauff Martins. **Cubo mágico: propriedades e resoluções envolvendo álgebra e teoria de grupos**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4552423 . Acesso em: 28 de nov. de 2024.

HOBBS, J. Rubik's cube as a teaching tool for mathematics and science. *School Science and Mathematics*, v. 85, n. 5, p. 367–373, 1985. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1949-8594.1985.tb09636.x>.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. 6. ed. São Paulo: Perspectiva, 2001.

LOPES, Paulo Victor Clark. **Investigando o cubo mágico no desenvolvimento de conteúdos da geometria euclidiana para alunos do 7º ano do ensino**

fundamental por meio da perspectiva sociocrítica modelagem matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11508382 Acesso em: 03 de dezembro. de 2024.

MOTA, Paula Cristina Costa Leite de Moura. Jogos no ensino da matemática. 2009. Dissertação (Mestrado em Matemática/Educação) – Universidade Portucalense Infante D. Henrique, Porto, 2009. Disponível em: <https://repositorio.upt.pt/server/api/core/bitstreams/057680be-390d-4dd2-b379-876c72d57117/content>. Acesso em: 15 dez. 2024.

MOYA, Cláudia Salomão. **Uma visão matemática do cubo mágico.** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2015. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2440548 . Acesso em: 28 de nov.. de 2024.

NORONHA, Victor Rafael Araujo. **Grupos e algumas aplicações.** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso, Mato Grosso, 2014. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2280179 . Acesso em 28 de nov. de 2024

SILVA, José Vinícius do Nascimento. **Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico.** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2015. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2527241 . Acesso em: 28 de nov. 2024.

SILVA, Huérlilen Vicente Lemos e. **O uso do cubo mágico para o ensino da geometria plana e espacial no ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Minas Gerais, 2017. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4996584 . Acesso em: 28 de nov. de 2024.

SILVA JÚNIOR, Jocemar Esteves. **Teoria de grupo e o cubo mágico**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5031658 . Acesso em: 28 de nov. de 2024.

DE SOUSA, Angélica Silva; DE OLIVEIRA, Guilherme Saramago; ALVES, Laís Hilário. A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos. Cadernos da FUCAMP, v. 20, n.43, p.64-83. 2021. Disponível em: <https://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/cadernos/article/download/2336/1441> . Acesso em 28 de nov. 2024.

VIGOTSKI, Lev S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Organização de Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner e Ellen Souberman. Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.